Sur la théorie des poloconiques et sa généralisation

Autor(en): **Rossier, Paul**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **23 (1941)**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741204

Le 23 février 1762, Lesage perdit presque la vue. La déclaration et la lettre n'ont peut-être pas été envoyées à DeFauré, mais la lettre anonyme suivante l'a été.

« J'ai l'honneur de vous exposer les raisons pour lesquelles » je ne pouvais pas examiner votre Mémoire ni avec vous, ni en » particulier, le efforts que j'avais faits avant mon mal aux » yeux et la machine que j'avais fait construire pour vous » ramener en seraient des garants. J'ai fait plusieurs fois mon » possible pour engager Mr Jain (?) à examiner votre mémoire » avec plus de soin qu'il ne l'avait fait d'abord pour en conver- » ser avec vous. Mais il a fini par me charger de vous dire qu'il ne » pouvait le faire. J'en suis peiné comme de tout ce qui fait » de la peine à mon prochain. »

La réponse à la lettre « anonyme » figure au dossier. Les injures qu'elle contient justifient le jugement suivant émis en une autre occasion par Lesage:

« Quelqu'un a dit des jeux de hasard: Qu'on commence par y » être dupe, et qu'on finit par y être fripon... Je crois qu'on » pourrait étendre cette Observation à la plupart des prétendus » Quadrateurs & autres Ignorants qui disent avoir résolu des » Questions jugées insolubles par les vrais Savants. »

Les documents cités appartiennent à la Bibliothèque publique et universitaire de Genève.

Paul Rossier. — *Sur la théorie des poloconiques et sa généralisation.*

On appelle poloconique [1] d'une droite, relativement à une cubique donnée, la courbe, lieu des points dont les coniques polaires, par rapport à la cubique, sont tangentes à une droite donnée.

La théorie des poloconiques peut être présentée simplement comme suit. Transformons homographiquement la figure

[1] Clebsch, *Leçons sur la géométrie*, t. II, p. 278.

donnée de façon à faire correspondre la droite à l'infini à la droite donnée. La cubique donnée reste une cubique; le problème est ramené à celui du lieu des points dont les coniques polaires sont des paraboles.

Soit $U = 0$ l'équation homogène de la cubique donnée; celle de la conique polaire du point A (x_1', x_2', x_3') est

$$\Sigma x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^\alpha \partial x_2^\beta \partial x_3^\gamma} \right)_0 = 0 \qquad \alpha + \beta + \gamma = 2 .$$

L'indice 0 signifie qu'on a introduit dans la parenthèse les coordonnées du point A. La conique polaire est une parabole si le discriminant de la conique est nul, soit

$$\delta = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} \right)_0^2 - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} \right)_0 \cdot \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} \right)_0 = 0 , \qquad \text{avec} \quad x_3 = 1 .$$

Le lieu est une conique, car la courbe $\delta = 0$ est du second ordre par rapport aux coordonnées de A.

Opérant la transformation inverse de l'homographie faite plus haut, le problème général est résolu.

La théorie précédente peut facilement être généralisée aux courbes algébriques d'ordre n quelconque. Les deuxièmes dérivées qui figurent dans l'équation $\delta = 0$ sont alors d'ordre $n - 2$ et la courbe elle-même d'ordre $2(n - 2)$.

Le lieu des points dont les coniques polaires relativement à une courbe d'ordre n sont tangentes à une droite donnée, est une courbe d'ordre $2(n - 2)$.

Dans le cas particulier où l'on a affaire à une quartique, ce lieu est lui-même de degré 4. C'est le seul cas où la courbe et la « poloconique généralisée » soient de même ordre. Si la courbe donnée est de degré au moins égal à 5, la poloconique généralisée est de degré supérieur à la courbe donnée.

La théorie précédente donne immédiatement la solution du problème suivant: combien existe-t-il de points sur une courbe algébrique dont les coniques polaires sont des paraboles ? Ce nombre est $2n(n - 2)$. Nous appellerons ces points des points paraboliques de la courbe et discriminante la poloconique généralisée relative à la droite à l'infini.

Dire d'un point d'une courbe que c'est un point parabolique, c'est donner une relation quadratique entre les coefficients de son équation. En général, il faut $\frac{n}{2}(n+3)$ conditions pour déterminer une courbe d'ordre n. Celle-ci est donc déterminée par $\frac{n}{4}(n+3)$ points paraboliques. Cela n'est possible que si n ou $n-1$ est multiple de 4.

La donnée de ces points paraboliques ne définit pas une courbe unique, mais bien $2^{\frac{n}{4}(n+3)}$ courbes, car on dispose pour déterminer les coefficients de l'équation de $\frac{n}{4}(n+3)$ équations linéaires et d'autant d'équations quadratiques.

Dans le cas particulier des cubiques, quatre points paraboliques définissent une variété de cubiques à une dimension. Par un point quelconque, il passe 16 cubiques du système. La donnée de 7 points paraboliques détermine 128 quartiques.

Une quartique définit un faisceau de quartiques par ses points paraboliques, celui donné par la courbe elle-même et sa discriminante.

Pierre Balavoine. — *Observations sur l'olfaction.*

L'odeur spécifique que dégagent de nombreuses substances, a une certaine importance en chimie alimentaire, en toxicologie et hygiène, et en parfumerie. Mais si, d'une part, l'appréciation qualitative est des plus incertaines, vu le grand nombre de sortes d'odeurs, d'autre part la mesure quantitative n'est pas moins difficile. On ne dispose pas, en effet, de méthode utilisant un phénomène physique mesurable pour estimer objectivement l'intensité odorante, telle que l'odorimétrie puisse prendre rang dans les méthodes exactes. On est obligé de s'en remettre au jugement subjectif et à la sensibilité olfactive. C'est l'homme qui est l'étalon de mesure, dont l'étude fait l'objet de l'olfactométrie. Or l'olfactométrie n'a guère été étudiée et employée jusqu'ici que pour dépister les cas pathologiques et anormaux (anosmie, hyposmie, etc.). Il n'existe pas, à ma connaissance, d'expériences portant sur une série assez nombreuse de per-