Sur la variation d'un corps à potentiel stationnaire

Autor(en): **Bleuler, Konrad**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **23 (1941)**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741208

Konrad Bleuler. — *Sur la variation d'un corps à potentiel stationnaire.*

Nous prenons le problème dans le cas de deux dimensions (potentiel logarithmique) et nous cherchons d'abord les conditions pour une variation à potentiel constant. Il s'agit alors de trouver une suite analytique de contours fermés $\Gamma(\alpha)$, qui représente le contour initial pour $\alpha = 0$, tel que le potentiel

$$V(\alpha, P) = \rho(\alpha) \int\int \log r_{PP'}\, df(P')$$

engendré par une répartition homogène $\rho(\alpha)$ de masses dans l'intérieur de $\Gamma(\alpha)$ soit indépendant de α dans tout point P extérieur au contour $\Gamma(\alpha)$.

On trouve pour condition nécessaire et suffisante:

1° La variation normale $\frac{\partial n}{\partial \alpha}$ de $\Gamma(\alpha)$ doit être proportionnelle à la densité de Poincaré σ sur tous les contours $\Gamma(\alpha)$:

$$\frac{\partial n}{\partial \alpha} = N(\alpha) \cdot \sigma \qquad (1)$$

(σ est ici défini comme suit:

$$\sigma = \frac{\partial F}{\partial n}$$

et F est déterminé par:

$$\Delta F = 1 \quad \text{à l'intérieur de } \Gamma(\alpha)$$
$$F = 0 \quad \text{sur } \Gamma(\alpha)\ .$$

$N(\alpha)$ est une fonction arbitraire de α).

2° La masse totale M doit rester constante:

$$\rho(\alpha) = \frac{M}{f(\alpha)}$$

($f(\alpha)$ est la surface limitée par le contour $\Gamma(\alpha)$).

En introduisant un autre paramètre α' par: $\alpha' = g(\alpha)$, on peut réduire la condition (1) à:

$$\frac{\partial n}{\partial \alpha'} = \sigma \cdot$$

Si on représente la suite $\Gamma(\alpha)$ par les lignes de niveau d'une fonction $z(x, y)$ la condition (1) devient une équation fonctionnelle, qui peut être considérée comme une généralisation de l'équation aux dérivées partielles de Hamilton-Jacobi:

$$\operatorname{grad}^2 z(x, y) = \mathcal{F}\left|\left[z(x', y') \,|\, x, y\right]\right| .$$

On applique à cette équation la méthode des approximations successives et on peut démontrer que l'approximation d'ordre n, $z_n(x, y)$ représente une suite $\Gamma_n(\alpha)$ dont le potentiel V est stationnaire d'ordre $n + 1$. ($\rho(\alpha)$ étant choisi convenablement). Cela veut dire: il existe un nombre K tel que la variation δV du potentiel V engendré par une variation $\delta\alpha$ du paramètre α satisfait l'inégalité:

$$\delta V \leqq K(\delta\alpha)^{n+1} .$$

Voici très résumée une nouvelle méthode pour établir un résultat intéressant démontré par R. Soudan dans sa thèse: « Etude sur la déformation d'un corps à potentiel constant » (Genève, 1940).

On ne peut pas encore démontrer la convergence de la suite des fonctions z_n en vue d'établir l'invariance du potentiel.

En *séance pariiculière*, M[lle] Kitty PONSE, MM. François ACKERMANN et Raymond WEIBEL sont élus Membres ordinaires.

MM. Arnold PICTET et Erwin HAAG sont élus Vérificateurs des comptes.