Sur les valeurs propres des opérateurs hermitiens

Autor(en): **Wavre, Rolin**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **24 (1942)**

PDF erstellt am: **15.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741757

cinq jours après l'extirpation. Cette action est d'autant plus forte que la distance entre le cristallin et l'iris est plus faible. L'introduction dans la chambre postérieure de poudre de kaolin a, dans environ un tiers des cas, supprimé (par adsorption ?) la néoformation du cristallin.

Université de Genève.
Station de Zoologie expérimentale.

BIBLIOGRAPHIE

IKEDA, Y. — *Neue Versuche zur Analyse der Wolffschen Linsenregeneration*, Arb. anat. Inst. Sendai, *18*, 1, 1936.

MIKAMI, Y. — *Experimental analysis of the Wolffian lens-regeneration in adult newt, Triturus pyrrhogaster*, Jap. Journ. Zool., *9*, 269, 1941.

Rolin Wavre. — *Sur les valeurs propres des opérateurs hermitiens.*

On sait l'importance des opérateurs hermitiens en mécanique quantique. Il est possible de leur étendre des propriétés que j'avais autrefois mises en évidence à propos des noyaux symétriques de Fredholm en approfondissant une méthode de O. D. Kellogg. La généralisation est facile et conduit rapidement aux résultats essentiels de la théorie des équations intégrales, de celle de la réduction des formes quadratiques infinie complètement continues et des systèmes d'équations linéaires à une infinité d'inconnues, à matrice hermitienne, qui en dépendent. Elle permet en plus de faire une étude des propriétés du spectre dans un cas où l'opérateur est assez « singulier ». Nous n'indiquons ici que le point de départ de cette méthode fondée principalement sur l'itération de l'opérateur et la considération d'un opérateur asymptotique; un produit infini (ϖ ci-dessous) joue dans la classification des différents cas un rôle essentiel.

Soit E un espace isomorphe à l'espace de Hilbert E_ω et à l'espace fonctionnel E_f. Dans E_ω, on emploiera le langage des points et des matrices, dans E_f celui des fonctions et des équations intégrales.

Soit g_0 un élément de E et A un opérateur hermitien, qui envoie d'un point en un autre, ou d'une fonction en une autre et A^r ses itérés $r = 1, 2, 3, \ldots$.

Posons, les l_i étant des nombres positifs

$$g_r l_1 l_2 \ldots l_r = A^r(g_0) \qquad \text{avec} \qquad \| g_r \| = 1 \ , \quad r = 0, 1, 2 \ldots .$$

On démontre facilement que l'on a les relations, analogues à celles de Kellog,

$$l_1 \leqslant l_2 \leqslant l_3 \leqslant \ldots .$$

Posons

$$l = \lim l_r \qquad \text{et} \qquad \varpi = \frac{l_1}{l} \cdot \frac{l_2}{l} \cdot \frac{l_3}{l} \ldots$$

Les quantités l et ϖ dépendent de l'élément initial (g_0). Ce sont des fonctionnelles semi-continues de g_0, dans E.

Si $\varpi(g_0) \neq 0$ les itérés g_{2r} convergent fortement vers une solution propre de l'opérateur A^2 et l^2 est la valeur propre correspondante

$$A^2(g) = l^2 g \ .$$

Si $\varpi(g_0) = 0$ les itérés g_{2r} convergent faiblement vers zéro.

Si l'un des itérés A^n est un opérateur complètement continu, l'on a, quel que soit g_0 de E, $\varpi \neq 0$. Mais la réciproque n'est pas vraie et $\varpi \neq 0$ est une condition plus large.

Si justement $\varpi \neq 0$ dans tout f'espace E le spectre c'est-à-dire ici l'ensemble des valeurs l^2 à chacune desquelles correspond une fonction propre g de E est un ensemble e dénombrable tel que tout sous-ensemble extrait de e contient toujours un plus grand élément. Les valeurs propres peuvent donc être ordonnées en une suite décroissante et numérotée en faisant usage des nombres ordinaux transfinis de la seconde classe.

Si l'opérateur est complètement continu, ou plus généralement si l'un de ses itérés l'est, alors les valeurs propres n'ont que la valeur zéro comme valeur d'accumulation. Les entiers ordinaires suffisent alors pour les numéroter par ordre décroissant, c'est le cas classique. L'opérateur asymptotique

$$g = B(g_0) = \lim_{r \to \infty} \frac{A^{2r}(g_0)}{l_1 \ldots l_{2r}}$$

joue le rôle d'un projecteur des éléments g, de E sur les fonctions propres g (si $\varpi \neq 0$) ou sur l'élément zéro (si $\varpi = 0$).

Un élément g_0, orthogonal à un élément propre f, n'est jamais projeté sur f [1].

André Rey. — *Seconde ponte après altération du cocon chez l'Araignée labyrinthe* (Agelena labyrinthica, *Clerck*).

Dans le bassin du Léman, l'Araignée labyrinthe construit au courant du mois d'août un cocon compliqué bien décrit par Fabre (*Souvenirs entomologiques*, t. IX). En recueillant des femelles à la fin de juillet il est aisé d'obtenir ces constructions *in vitro* et d'expérimenter.

Nous avons examiné comment la femelle se comportait lorsqu'on détériorait son nid. Elle s'est montrée capable de le réparer lorsque les dégâts ne sont pas trop considérables. Rappelons que le cocon est formé par une petite poche, contenant de 70 à 80 œufs, placée à l'intérieur d'un second sac ménageant autour de la première enceinte un matelas d'air et un feutrage de soie. Ce second sac est placé lui-même au centre d'une large coque. Il se présente alors, tel un noyau, solidement fixé au cœur de la coque par six ou sept piliers rayonnants formant des arcades entre lesquelles la femelle circule à l'aise.

Si l'on pratique une ouverture dans la grande coque, le lendemain elle est bouchée. Si l'on sectionne un ou deux piliers rayonnants de manière que le cocon perde sa stabilité, douze heures suffisent à la femelle pour former un pilier de secours empêchant le sac de ballotter. Par contre, si l'on coupe plusieurs piliers de manière que le sac tombe dans le fond de la coque, les femelles sont incapables de retendre la masse affaissée et de la rétablir au centre de la coque, dans la seule position qui en assure l'isolement et l'étanchéité, conditions d'une heureuse éclosion. Cependant, l'Araignée n'abandonne pas son nid et surveille jalousement le sac affaissé. (D'après Lecaillon chez

[1] Les développements détaillés de cette méthode seront donnés dans les « Commentarii Mathematici Helvetici ».