Démonstration projective de l'équation des foyers conjugués

Autor(en): **Rossier, Paul**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **24 (1942)**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741796

On connaît X par la loi du tétraèdre; en le remplaçant par sa valeur dans (3) en tenant compte de (2) on obtient la condition à la limite:

$$\frac{dv_\tau}{dn} = 0 \ ,$$

et la force par unité de surface sur la paroi:

$$X = p - 2\mu \frac{dv_n}{dn} \ . \tag{4}$$

Ce calcul se généraliserait au cas où une paroi plane se déplacerait parallèlement et au cas d'une surface sphérique extensible, justifiant ainsi l'emploi fait ci-dessus de la formule (4).

Paul Rossier. — *Démonstration projective de l'équation des foyers conjugués.*

1. — Soit une conique de sommet S et d'axe a: sur celui-ci marquons l'un des foyers F. C'est dire que l'on connaît quatre tangentes à la conique: les deux droites isotropes par F et deux tangentes infiniment voisines par S. La donnée d'une tangente de plus suffit pour déterminer la conique.

2. — Sur une courbe analytique quelconque, considérons un point S, la tangente en ce point, la normale et une tangente t à la courbe (éventuellement infiniment voisine de S). Il existe une conique unique ayant S pour sommet, tangente à t et possédant un point F de la normale comme foyer. Le second foyer G de la conique, intersection des deux tangentes isotropes ne passant pas par F est bien déterminé.

Remplaçons F par G. Rien n'est changé à la conique: il y a donc involution entre F et G.

Supposons que F soit confondu avec S; la conique possède en ce point trois tangentes différentes: deux isotropes et la tangente donnée; elle dégénère donc en deux droites; le second foyer G est confondu avec le premier en S.

3. — Appelons f et g les abscisses des points F et G sur la normale à partir de S. Puisqu'il y a involution entre ces deux points, il existe une relation bilinéaire entre f et g. Cette relation doit être satisfaite pour $f = g = 0$. Elle est donc de la forme

$$fg + a(f + g) = 0 \ .$$

Cette relation n'est autre que celle des foyers conjugués.

4. — La simplicité de cette démonstration est due au caractère tangentiel donné à la courbe considérée. De façon générale, dans les démonstrations d'optique géométrique, on considère une courbe comme un lieu de points, alors que l'usage de la tangente est indispensable pour déterminer la direction du nouveau rayon. Cette direction fait intervenir la notion d'angle elle-même dominée par une métrique riemannienne. Au contraire, la notion de courbe ponctuelle est basée sur l'idée de distance qui appartient au domaine des métriques paraboliques.

L'exemple traité plus haut montre l'avantage qu'il y a à conserver la métrique riemannienne dans un problème complexe où interviennent segments et angles.

Claude Rossier. — *Une relation entre le troisième harmonique du courant alternatif et la courbe de magnétisme.*

1. — Si l'on soumet une bobine de self-induction avec fer à une tension alternative sinusoïdale, il circule dans le fil un courant alternatif non sinusoïdal. Faisons les hypothèses simplificatrices suivantes:

a) dans le développement en série de Fourier du courant, les termes d'ordre supérieur à trois sont négligeables;

b) l'hystérésis est négligeable. Le décalage du troisième harmonique sur le fondamental est donc nul.

2. — Ce qui précède revient à poser

$$\mathcal{B} = \mathcal{B}_{\max} \cos \omega t \ ; \qquad \mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \cos \omega t + \mathcal{H}_3 \cos 3\omega t \ .$$