Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 26 (1944)

Artikel: Sur une construction relative à la perspective d'un cercle
Autor: Rossier, Paul
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742686

volontiers à répandre autour de lui était : « Labor improbus omnia vincit ». La récompense ne tarda pas à venir: très jeune encore on le nomma fondé de pouvoir de la Société de Banque Suisse.

Pourtant le regret de sa carrière scientifique manquée l'assaillait toujours. C'est seulement il y a quelques années, alors que sa santé altérée par un excès de travail l'obligeait à quitter la banque, qu'il put reprendre le fil de ses désirs abandonnés depuis plus de trente ans. Courageux, persévérant, il se remit à ses études de sciences. On le vit suivre assidûment, peut-être même davantage que les jeunes étudiants, les cours de notre faculté. Il ressortait rayonnant de ces leçons qui lui ouvraient un nouvel horizon avec l'amertume cependant de ne plus avoir vingt ans pour en faire davantage. Ses dernières joies furent ses moments passés à la Station de Zoologie de Malagnou où son esprit curieux et chercheur pouvait se satisfaire. Hélas ! sa maladie progressait et il dut interrompre ses recherches sur les prolans de l'urine de femme enceinte.

En gardant toujours au fond de son cœur l'espoir de pouvoir achever le travail commencé, il s'éteignit brusquement le 26 septembre 1943.

Kitty PONSE.

Séance du 20 janvier 1944.

Paul Rossier. — *Sur une construction relative à la perspective d'un cercle.*

Pour obtenir des points et des tangentes d'un cercle, on indique [1] la construction suivante: tracer un diamètre AB, l'un OC des rayons perpendiculaires à AB, mener AC et BC; une sécante (comprise entre A et O, pour fixer les idées) parallèle à OC coupe AB et K, AC et BC en L et M et la tangente en C en N; les droites BL et AM se coupent en un point P du cercle et PN en est la tangente en P.

La démonstration repose sur le fait que AC et MK sont deux

[1] A. MANNHEIM, *Cours de géométrie descriptive de l'Ecole polytechnique*, Paris, 1880, p. 43.

hauteurs du triangle ABM et L, l'orthocentre; l'angle APB est donc droit; P appartient au cercle. Les deux triangles ABM et LPM ont leurs côtés respectivement perpendiculaires; PN est une médiane de l'un, PO de l'autre; PN est perpendiculaire au rayon PO.

Etablissons la perspective de la figure. La construction subsiste à cela près que la sécante passe par le point de fuite des perpendiculaires à AB.

Nous nous proposons de montrer l'inutilité de l'hypothèse que AB est un diamètre et OC sa perpendiculaire par le centre. Cela résulte immédiatement de la perspective. On est donc conduit à l'énoncé suivant: Soient donnés une corde AB d'une conique, un point C de celle-ci, les tangentes a, b et c à la courbe en A, B et C. Traçons une sécante passant pas l'intersection D de a et b; elle coupe respectivement AB, AC, BC et c en K, L, M et N. L'intersection P de AM et BL appartient à la conique et la tangente en P passe par N.

La première partie de la propriété est évidente si l'on remarque que le lieu de P est celui des intersections de deux faisceaux projectifs de sommets A et B.

Une autre démonstration est la suivante. Introduisons une homologie dont l'axe est la sécante DK et le centre l'intersection H de AB et CP; deux points correspondants sont A et B. CMLP est un quadrilatère dont A et B sont deux sommets, H et K deux points diagonaux. L'homologie est involutive. La conique transformée a, avec la proposée, les points communs suivants: deux intersections avec l'axe, les points A et B et une paire de points infiniment voisins puisque les tangentes a et b sont homologiques. La conique se transforme en elle-même; P est le correspondant de C; il appartient à la conique. Les tangentes en P et C se coupent sur l'axe; elles sont donc homologiques.

La propriété est valable quelle que soit la conique: elle est donc applicable à un cercle et à sa perspective.

Remarquons enfin que les six données A, B, C, a, b et c ne sont pas indépendantes: le théorème de Pascal impose aux trois intersections des côtés du triangle ABC avec les tangentes aux sommets opposés d'être alignées.