Sur la décomposition spectrale des opérateurs hermitiens

Autor(en): **Wavre, Rolin**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **26 (1944)**

PDF erstellt am: **23.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-742724

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Nous espérons que des tirages à part de notre analyse partielle et sommaire pourront parvenir dans son camp à M. Mitrovitch.

Rolin Wavre. — *Sur la décomposition spectrale des opérateurs hermitiens.*

Dans des notes précédentes j'ai montré qu'il existe un nombre l lié à chaque élément x d'un espace E de von Neumann, qui satisfait à la condition suivante avec les notations classiques, A étant un opérateur hermitien borné:

$$\lim_{r \to +\infty} \frac{\| A^r(x) \|}{\lambda^r} = \begin{cases} +\infty & \text{si } \lambda < l \\ \text{fini} & \text{si } \lambda \geqq l \,. \end{cases} \tag{1}$$

En plus, on montre que *la fonctionnelle $l(x)$ est semi-continue inférieurement.* Appelons alors, E_μ l'ensemble des éléments de E dont le l est inférieur ou égal à μ, c'est un sous-espace (variété linéaire fermée) qui est invariant par A. Nous désignerons aussi par $E_\mu(y)$, la projection d'un élément y quelconque sur E_μ. Le projecteur E_μ est hermitien comme l'on sait et l'on a

$$AE_\mu(y) = E_\mu Ay \,.$$

Relativement à deux valeurs quelconques μ et $\mu + \Delta\mu$, on définit un opérateur $E_{\Delta\mu}$ qui est orthogonal à E_μ, c'est un procédé classique employé par Hilbert et R.-F. Riesz:

$$E_\mu E_{\Delta\mu} = 0 \,.$$

Tout élément z de E se laisse ainsi décomposer en projecteurs orthogonaux

$$z = \int_0^{+\infty} dE_\mu(z)$$

et l'on a pour l'opérateur $A^2(z)$, qui est défini positif

$$A^2 z = \int_0^{+\infty} A^2 dE_\mu(z) \,.$$

Mais on montre, d'autre part, que les inégalités suivantes sont valables

$$\mu^2 E_{\Delta\mu}(z) \leq A^2 E_{\Delta\mu}(z) \leq (\mu + \Delta\mu)^2 E_{\Delta\mu}(z) \; .$$

Donc

$$A^2 z = \int_0^{+\infty} \mu^2 dE_\mu(z) \; .$$

Ensuite, par des artifices, un peu long à résumer ici, on peut écrire:

$$Az = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu \, dE_\mu(z) \; , \qquad (2)$$

ce qui fournit la décomposition spectrale de Az. Cette méthode extrêmement rapide est fondée, comme on le voit, uniquement sur la distribution asymptotique (1) des normes des itérés des différents éléments. L'inverse, à savoir déduire (1) de (2) ne ferait aucune difficulté.

Ernest-C.-G. Stueckelberg. — *Principe de correspondance d'une mécanique asymptotique classique.*

Pendant ces dernières années, différentes recherches ont donné des résultats qui montrent que le continu espace-temps est doué d'une structure atomique analogue à la composition du continu matériel par ses molécules ou, mieux encore, parallèle à la structure imposée par la nature quantique de l'énergie-quantité de mouvement.

On a pu démontrer (Wentzel [1] [1], Dirac [2] et l'auteur [3, 11] que l'équation de mouvement de l'électron ponctuel (qte. de mouvement $\pi^\alpha(\lambda) = m\dot{z}^\alpha(\lambda)$, événement $x^\alpha = z^\alpha(\lambda)\big)$ établie

[1] Pour la littérature, voir la communication suivante de Stueckelberg et Bouvier.