# Principe de correspondance d'une mécanique asymptoteique quantifiée

Autor(en): **Stueckelberg, Ernest-C.-G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **26 (1944)**

PDF erstellt am: **23.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-742726

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

**Ernest-C.-G. Stueckelberg.** — *Principe de correspondance d'une mécanique asymptotique quantifiée.*

L'effort de M. Dirac [4] [1] pour traduire cette théorie finaliste en langage quantique nous semble très artificiel. Ses résultats ne permettent, pour le moment, qu'une interprétation physique très compliquée (probabilités négatives, photons surnuméraires (« redundant variables »)). En plus, il n'a pas pu calculer jusqu'à présent l'effet du freinage du rayonnement. Indépendamment de ce développement classique, une « théorie quantique des grandeurs observables associées à des particules élémentaires » par M. Heisenberg [5] présente un cadre non contradictoire pour décrire toutes sortes de phénomènes de chocs, de collisions multiples et de gerbes. Mais il manque à cette dernière théorie un *principe de correspondance* qui permette de l'appliquer à des problèmes connus (électrodynamique, etc.). Heisenberg postule l'existence d'une matrice unitaire S qui, opérant sur l'onde plane $\Phi^{(0)}(r)$ dans l'espace de configuration $r$ des particules, en forme (dans la limite $r \longrightarrow \infty$), une onde $\Phi^{(0-)} + S\,\Phi^{(0+)}$ composée de cette onde initiale $\Phi^{(0)}$ plus une onde sphérique émergente $(S - 1)\,\Phi^{(0+)}$.

Nous avons pu démontrer [6] que sa théorie équivaut à une méthode proposée par nous. Notre méthode est l'analogue quantique de la mécanique asymptotique classique exposée dans la communication précédente. Nous relions les « constantes » d'intégration $\Psi(\pm\,T)$ de la fonction de Schrödinger:

$$\Phi(t) = e^{-i\,H^{(0)}t}\,\Psi(t) \qquad (2.1)$$

des deux époques $\pm\,T$ par une matrice unitaire S :

$$\lim_{T \to \infty} \Psi(+\,T) = S\,\Psi(-\,T)\ . \qquad (2.2)$$

On montre alors, que notre S doit avoir, pour des raisons d'invariance, les propriétés du S de Heisenberg [11]. La *des-*

[1] Pour la littérature, cf. la communication suivante.

*cription évolutionniste* de Schrödinger:

$$\lim_{dt \to 0} (2\,dt)^{-1} \big(\Phi(t + dt) - \Phi(t - dt)\big) =$$
$$= -\,i(H^{(0)} + H^{(\,)})\,\Phi(t) = \dot{\Phi}(t) \qquad (2.3)$$

est remplacée par la *théorie finaliste* (2.2). Exprimant S en terme d'un opérateur hermitien $\alpha$, la nouvelle mécanique quantique substitue au résultat de Schrödinger pour les espérances mathématiques:

$$\overline{F}(+\,T) = \Big(\frac{1}{0\,!}\overline{F} + \frac{2\,T}{1\,!}\overline{[H\,,\,F]} +$$
$$+ \frac{(2\,T)^2}{2\,!}\overline{\big[H\,,\,[H\,,\,F]\big]} + \ldots\Big)(-\,T) \qquad (2.4)$$

la série

$$\overline{F}(+\,T) = \Big(\frac{1}{0\,!}\overline{F} + \frac{1}{1\,!}\overline{[\alpha\,,\,F]} + \frac{1}{2\,!}\overline{\big[\alpha\,,\,[\alpha\,,\,F]\big]} + \ldots$$
$$+ \beta_1\overline{[\alpha^2,\,F]} + \ldots\Big)(-\,T) \qquad (2.5)$$

si S est écrit sous forme d'une série

$$S = e^{-i\alpha\beta(\alpha)} = \Big(\eta(\alpha) - i\frac{\alpha}{2}\,\xi(\alpha)\Big)\Big(\eta(\alpha) + i\frac{\alpha}{2}\,\xi(\alpha)\Big)^{-1} \qquad (2.6)$$

$\beta$, $\eta$ et $\xi$ sont des fonctions réelles du type

$$\beta(\alpha) = 1 + \beta_1\,\alpha + \beta_2\,\alpha^2 + \ldots$$

de $\alpha$. Le principe de correspondance « quantique $\longrightarrow$ classique » prend alors sa forme habituelle pour les espérances mathématiques

$$\lim_{h \to 0} \overline{f(F,\,G,\,\ldots)} \longrightarrow f(\overline{F},\,\overline{G},\,\ldots)\ ; \quad \lim_{h \to 0} \overline{[F\,,\,G]} \longrightarrow \big\{\overline{F},\,\overline{G}\big\} \qquad (2.7)$$

avec $[F,\,G] = ih^{-1}(FG - GF)$. Le choix $\beta(\alpha) = 1$ en plus de (2.7) assure la correspondance entre (2.5) et (1.10) en mécanique asymptotique exactement au même titre que (2.7) seul exprime la correspondance entre les mécaniques rationnelles quantiques et classiques (2.4) et (1.6). Mais le modèle classique n'étant défini qu'à des termes $\eta_{ik\ldots}$ et $\xi_{ik\ldots}$ près ce choix n'est pas nécessaire.

Mais, en plus de ces principes, un nouveau principe de correspondance entre la mécanique asymptotique quantifiée et la mécanique asymptotique de Schrödinger peut être énoncé. Il doit, entre autres, exprimer que la théorie de l'atome d'hydrogène de Schrödinger et l'interaction de cet atome avec le rayonnement prend, dans la limite $\lambda_0 \longrightarrow 0$, l'ancienne forme $H^{()} = -\varepsilon^2 (4\pi)^{-1} r^{-1} + \varepsilon H^{(1)}$. Cette limite peut, dans ce cas, être remplacée par la « limite non relativiste » $|\vec{k}|\, m^{-1} \ll 1$ ($h\vec{k} = \vec{p} =$ qte. de mouvement ($h = 1$). Alors, on trouve que d'un

$$\alpha = \alpha^{(2)} + \alpha^{(4)}_{(2)} + \alpha^{(6)}_{(4)} + \ldots$$

avec les champs retardés (*ret*) et le « *champ de matière* » $w = \ldots (a_+, a_-^*)$

$$\alpha^{(2)} = -\varepsilon^2 m^2 \int (dx)^4\, w^* w \;\mathrm{ret}_{(\varkappa)}\, w^* w$$

$$\alpha^{(4)}_{(2)} = -2\varepsilon^4 m^4 \int (dx)^4\, w^* \underbrace{w \;\mathrm{ret}_{(\varkappa)} \Big(w^* \;\mathrm{ret}_{(m)}\, w\, (\mathrm{ret}_{(\varkappa)}\, w^*}\, w)\Big) \tag{2.8}$$

$$w = \Sigma (\mathrm{V} k^4)^{-1/2} \Big(a(\vec{k}, +) \exp\big(i(k, x)\big)\Big) + a(\vec{k}, -)^* \exp\big(-i(k, x)\big) \tag{2.9}$$

(où tous les $a^*$ sont placés à gauche des $a$ et où le symbole

$$\underbrace{w(x) \ldots w^*(x')} = \mathrm{D}^{(1)}(x/x') = \Sigma (\mathrm{V}\, k^4)^{-1} \cos(k, x - x') \tag{2.10}$$

est défini par la fonction $\mathrm{D}^{(1)}$ [7]) fournit l'attraction due à un potentiel de Yukawa (de Coulomb si $\varkappa \longrightarrow 0$) dans la théorie de Schrödinger (2.3) entre deux particules de masse $m$ et de charge $\varepsilon$.

Remarquons pour terminer que les trois constantes $\mathrm{N}^{-1}$ ($\mathrm{N}$ = nombre d'Avogadro), $2\pi h$ (const. de Planck) et $t_0$ (« rayon » de l'électron) caractérisant l'atomisme de la matière, de l'action et de l'espace-temps sont du même ordre de grandeur logarithmique

$$(\sim 10^{-24}\,[1]\,, \quad \sim 10^{-26}\ \mathrm{erg\,sec} \quad \text{et} \quad \sim 10^{-23}\ \mathrm{sec})\ .$$