

Le freinage de radiation de l'électron de Dirac en mécanique asymptotique

Autor(en): **Stueckelberg, Ernest-C.-G. / Bouvier, Paul**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **26 (1944)**

PDF erstellt am: **23.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-742727>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ernest-C.-G. Stueckelberg et Paul Bouvier. — *Le freinage de radiation de l'électron de Dirac en mécanique asymptotique.*

Certains auteurs (Heitler [8], Gora [9], Wilson [10]) ont traité le freinage de radiation de l'électron de Dirac par les méthodes de la mécanique rationnelle quantifiée, en y supprimant les termes divergents. Pourtant, ils n'ont pas pu montrer que cette soustraction des termes infinis, analogue à celle que Dirac introduisit en théorie classique [2], est une soustraction invariante. Nous avons essayé de traiter ce problème en nous servant de la mécanique asymptotique¹. Par analogie complète avec l'« électrodynamique longitudinale » [6], la matière sera décrite par le spineur complexe (2.9) ω_A ($A = 1, \dots, 4$) [7] et le champ électromagnétique par le quadrivecteur (1.9) φ_α . L'opérateur α de (2.6)¹ s'exprime alors par

$$\alpha = \varepsilon^2 \int (dx)^4 \omega_{A'''}^* \gamma^{\alpha A'' A'''} \varphi_{\alpha'} \text{ret}_{A'' A'} (\varphi_\alpha \gamma^{\alpha A' A} \omega_A) \quad (3.1)^{[7]}$$

où

$$\text{ret}_{A'' A'} \rho^{A'}(x) = (\gamma^\alpha \partial_\alpha + m \xi)_{A'' A'} \int (dx')^3 \int_{-T}^{x^4} dx'^4 D^{(0)}(x/x') \rho^{A'}(x').$$

En première approximation ($\varepsilon^2 \rightarrow 0$) la probabilité de transition s'exprime en termes de la matrice

$$\alpha(\mu'/\mu) = 2\pi \delta(\omega' - \omega) A^{(1)}(\mu'/\mu) \quad (3.2)$$

($h\omega = h\mu^4 + hk^4$ et $h\omega' = \dots$, énergies dans l'état initial (μ) et dans l'état final (μ')) par la section différentielle d'efficacité

$$dQ^{(1)} = \frac{V^2(\mu'^4)^2}{(2\pi)^2} d\Omega' |A^{(1)}(\mu'/\mu)|^2 \left(\frac{d\omega'}{d\mu'^4}\right)^{-1}. \quad (3.3)$$

Celle-ci mesure la probabilité pour que le photon $\vec{\omega}$ soit réfléchi dans une direction $\vec{\mu}'$ contenue dans l'élément d'angle solide

¹ Voir communications précédentes.

$d\Omega'$. En tenant compte des termes d'ordre supérieur, on montre que (3.3) reste valable si l'on substitue pour α en (3.2) la matrice S de (2.6). Cette dernière peut être définie par la somme

$$i(S - 1)(\mu'/\mu) = (\alpha + g_1 \alpha^2 + g_2 \alpha^3 + \dots)(\mu'/\mu) = g(\alpha)(\mu'/\mu) . \quad (3.4)$$

Dans le cas du « modèle classique » discuté en [6], la série (3.4) a des coefficients $g_n = \left(-\frac{i}{2}\right)^n$; (3.4) est dans ce cas particulier la solution de l'équation intégrale trouvée par Heitler [8], Gora [9] et Wilson [10]. Avec nos symboles, cette équation s'écrit:

$$(S - 1)(\mu'/\mu) = \alpha(\mu'/\mu) - \frac{i}{2} \Sigma''(S - 1)(\mu'/\mu'') \alpha(\mu''/\mu) . \quad (3.5)$$

Pour évaluer l'approximation (3.3) (formule de Klein-Nishina), on rend linéaire en $\gamma^{\alpha A' A}$ le carré de module $A^{(1)}(\mu/\mu')^* A^{(1)}(\mu'/\mu)$ (sommé sur les spins de l'état final) de la matrice

$$A^{(1)}(\mu'/\mu) = i(2(\mu^4 \mu'^4)^{1/2} V^2)^{-1} \delta(\vec{k} + \vec{\mu}/k' + \vec{\mu}') \pi_A'^* F^{A' A} \pi_A a_+^* c'^* a_+ c . \quad (3.6)$$

Pour calculer la section d'efficacité dQ sans approximation, on doit substituer en (3.3) à $A^{(1)}$ la matrice $A(\mu'/\mu)$ définie par $(S - 1)(\mu'/\mu) = 2\pi \delta(\omega' - \omega) A(\mu'/\mu)$, qui est une série qui contient toutes les puissances de $F^{A' A}$; une linéarisation en $\gamma^{\alpha A' A}$ n'est plus possible. Pourtant, dans l'approximation non relativiste ($|\vec{k}| m^{-1} \ll 1$), on déduit facilement la relation classique avec $\eta(\alpha) = 1 + \eta_1 \alpha + \dots$ $\xi(\alpha) = 1 + \dots$ de (1.1)

$$\frac{dQ}{dQ^{(1)}} = \frac{1}{\eta(2\lambda_0 \mu^4)^2 + (\lambda_0 \mu^4 \xi(2\lambda_0 \mu^4))^2} = |g(2\lambda_0 \mu^4)|^2 . \quad (3.7)$$

Un autre cas-limite à envisager est l'approximation relativiste extrême, pour autant qu'on ne s'intéresse qu'à la section totale $Q = \int dQ$. Si, dans cette approximation ($h\mu^4 \gg mc^2$),

nous nous plaçons dans le système de Lorentz où $\vec{k} = -\vec{\mu}$,
une fonction du type

$$f(z) = \frac{1}{4}(z+1)(z^2+2z+5) \left[z+1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\mu^4} \right)^2 \right]^{-2},$$

$$z = (\vec{\mu}'', \vec{\mu}) (\mu''^4 \mu^4)^{-1} = \cos \vartheta'' \quad (3.8)$$

interviendra dans les intégrations successives (3.4) de l'élément diagonal:

$$Q = \frac{V}{2T} (S-1)^2 (\mu/\mu) = \frac{V^2}{(2\pi)^2} \int d\Omega'' (\mu''^4)^2 A(\mu/\mu'')^* A(\mu''/\mu) \left(\frac{d\omega''}{d\mu''^4} \right)^{-1}. \quad (3.9)$$

Afin d'évaluer les séries (3.4) et (3.9), nous avons approché la fonction (3.8) de deux façons différentes. Nous posons une première fois (avec $\gamma = m/\mu^4$)

$$f_{(0)}(z) = \log \gamma; \quad \alpha(\mu'/\mu) = \text{const. } \delta(\mu'/\mu) \quad (3.10a)$$

en négligeant ainsi la dépendance angulaire, et, comme autre approximation, nous prenons

$$f_{(1)}(z) = 2 \log \gamma \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \gamma(z+1)}{z+1} \right)^2 \quad (3.10b)$$

(donc, ici, $\alpha(\mu'/\mu) \rightarrow \text{const. } \delta(z+1)$ pour $\gamma \rightarrow \infty$). La fonction $f_{(1)}(z)$ accentue le maximum de $f(z)$ pour $z = -1$. Les deux approximations satisfont naturellement à la condition

$$\int_{-1}^{+1} dz f_{(i)}(z) = \int_{-1}^{+1} dz f(z).$$

L'approximation $f_{(0)}(z)$ donne un résultat analogue à (3.7)

$$\frac{Q}{Q^{(1)}} = g(\varepsilon^2 \sqrt{\log \gamma}) \rightarrow 0 \quad \text{pour } \gamma \rightarrow \infty. \quad (3.11)$$

Pour le « modèle classique », où $g_n = \left(-\frac{i}{2} \right)^n$, cette expression coïncide avec le résultat obtenu par Wilson [10].

L'approximation (3.10 *b*) donne une série plus compliquée, du type

$$\frac{Q}{Q^{(1)}} = a(\varepsilon^4 \gamma^{-1} \log \gamma) + \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \varepsilon^2 \sqrt{\frac{\log \gamma}{\gamma}} b(\varepsilon^4 \gamma^{-1} \log \gamma) \quad (3.12)$$

où $a(\alpha^2) = a_0 + a_2 \alpha^2 + \dots$ et $b(\alpha^2)$ sont des séries en $\varepsilon^4 \gamma^{-1} \log \gamma$ définies en termes des g_n , respectivement des η_n et ξ_n de (1.1).

Pour le « modèle classique », ce rapport a la forme

$$\frac{Q}{Q^{(1)}} = \frac{1 + \varepsilon^4 \pi^2 (2\gamma)^{-1} \log \gamma}{(1 - \varepsilon^4 \pi^2 (2\gamma)^{-1} \log \gamma)^2} \rightarrow 1 \text{ pour } \gamma \rightarrow \infty. \quad (3.13)$$

BIBLIOGRAPHIE

1. WENTZEL, Zs. f. Phys. 86, 479 et 635 (1934).
2. DIRAC, Proc. Roy. Soc. 167, 148 (1938).
3. STUECKELBERG, Nature 144, 118 (1939); Helv. Phys. Acta 14, 51 (1941). Des idées analogues ont été prononcées par BOPP (Ann. d. Phys. 38, 435 (1940) et 42, 573 (1943)) et par LANDÉ et THOMAS (Phys. Rev. 60, 514 (1941)). Mais leurs résultats contiennent des contradictions très sérieuses (rayonnement d'énergie négative).
4. DIRAC, Comm. Dublin Inst. Adv. Studies A, 1 (1943). PAULI (exposé des idées de M. Dirac), Rev. Mod. Phys. 15, 175 (1943).
5. HEISENBERG, Zs. f. Phys. 120, 513 et 673 (1943).
6. STUECKELBERG, Helv. Phys. Acta 16, 427 (1943), 17, 3 (1944) et Nature 53, 143 (1944).
7. Pour la notation spinorielle voir STUECKELBERG, Arch. Sc. Phys. Nat. Genève 24, 261 (1942) et 25 (1943).
8. HEITLER, Proc. Camb. Phil. Soc. 37, 291 (1941) (éq. (f) et (g), p. 295).
9. GORA, Zs. f. Phys. 120, 121 (1943) (éq. (18), p. 130).
10. WILSON, Proc. Camb. Phil. Soc. 37, 301 (1941) (éq. (45), p. 312).
11. Les formules seront publiés en Helv. Phys. Acta 17 (1944).