

# Sur l'équation de Chasles

Autor(en): **Rossier, Paul**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **27 (1945)**

PDF erstellt am: **28.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-742523>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

formation qui, vu l'altitude de ses affleurements, nous semble un peu plus récente que l'alluvion ancienne de la plaine. Nous verrions dans celle de la Côte un faciès plus morainique et plus latéral; peut-être est-ce déjà un type de moraine latérale.

*Laboratoire de Géologie.  
Université de Genève.*

En fin de séance, M. Charles JUNG présente un rapport: M. le Dr Olivier fait hommage à la Société d'un article dont il est l'auteur, publié dans la *Revue médicale romande*. M. le Dr Olivier y rappelle que c'est au médecin Mayor que l'on doit la découverte des battements du cœur du fœtus dans le sein maternel; cette belle découverte a été communiquée pour la première fois par son auteur dans une séance de notre Société, le 1<sup>er</sup> octobre 1818, comme l'a montré l'examen des procès-verbaux des séances de cette époque.

#### Séance du 15 novembre 1945.

**Paul Rossier.** — *Sur l'équation de Chasles.*

Considérons une droite dont les points sont repérés au moyen d'une échelle continue et supposons que chacun d'eux soit bien déterminé au moyen d'un paramètre. Soient  $a$ ,  $b$ ,  $c$  les valeurs de ce paramètre relatives à trois de ses points A, B et C.

La distance de deux points A et B est une fonction à deux variables, soit  $f(a, b)$ .

L'équation de Chales est la suivante:

$$f(a, b) + f(b, c) = f(a, c) . \quad (1)$$

Proposons-nous de préciser la forme de la fonction  $f$ , autant que le permet l'équation (1).

Superposons B et C, c'est-à-dire faisons  $b = c$ ; il vient

$$f(a, b) + f(b, b) = f(a, b) \quad \text{donc} \quad f(b, b) = 0 .$$

L'équation de Chasles implique la nullité de la distance d'un point à lui-même.

Superposons A et C, ou posons  $a = c$ :

$$f(a, b) + f(b, a) = f(a, a) = 0 .$$

Si l'on permute les extrémités d'un segment, sa longueur change de signe.

Supposons maintenant que la fonction  $f$  possède des dérivées partielles des deux premiers ordres. Comme point C, choisissons un point correspondant à la valeur  $c = b + e$  du paramètre. L'équation s'écrit

$$f(x, y) = \varphi(x) - \psi(y) .$$

Développons selon Taylor. Après réduction et simplification par  $e$ , il reste

$$\frac{\partial f(b, b)}{\partial y} = \frac{\partial f(a, b)}{\partial y} .$$

La dérivée partielle de  $f$ , prise par rapport à  $y$  est indépendante de  $x$ . On a donc

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0 ,$$

ou

$$f(x, y) = \varphi(x) + \psi(y) ,$$

où  $\varphi$  et  $\psi$  sont deux fonctions arbitraires.  $f(a, a) = 0$  donne  $\varphi(a) + \psi(a) = 0$ .

On a enfin

$$f(x, y) = \varphi(x) - \varphi(y) .$$

Réciproquement, toute fonction de cette forme satisfait à l'équation de Chasles. Telle est donc la forme la plus générale de l'expression de la distance. Il serait facile de passer au cas des angles.

Les géométries non euclidiennes de Cayley et de Poincaré définissent les distances par le logarithme d'un rapport anharmonique des deux extrémités du segment considéré et des deux points à l'infini de la droite qui les porte. Il est facile de

voir que cette fonction est bien de la forme ci-dessus. On sait par ailleurs que, en se basant sur les propriétés du mouvement, Lie a démontré que la seule fonction pouvant donner satisfaction est celle de Cayley<sup>1</sup>.

**Kurt-H. Meyer et Peter Gürtler.** — *La constitution de la lichénine et de l'isolichénine.*

La lichénine, un des polysaccharides de la mousse d'Islande (*Cetraria islandica*) a déjà fait l'objet de nombreux travaux. On sait qu'elle est composée uniquement de restes de glucose, liés entre eux par des liaisons  $\beta$ -glucosidiques; par hydrolyse partielle on peut obtenir du cellobiose — disaccharide de base de la cellulose — dans lequel les deux restes de glucose sont joints par une liaison  $\beta$  1, 4. Par méthylation, suivie de scission hydrolytique, Karrer<sup>2</sup> obtint du 2, 3, 6 triméthylglucose. Ces observations chimiques sont en faveur d'une constitution égale ou peu différente de celle de la cellulose, c'est-à-dire une chaîne glucosidique avec des liaisons  $\beta$  1, 4. Par contre, les propriétés physiques diffèrent nettement de celles de la cellulose: cette dernière est cristallisée et insoluble dans l'eau, la lichénine est amorphe et soluble dans l'eau chaude.

Pour expliquer cette contradiction, nous avons étudié les produits de la méthylation suivie d'hydrolyse. Nous avons isolé 0,6% de tétraméthylglucose (Hess<sup>3</sup> a trouvé 0,86%), ce qui démontre un très faible pourcentage de groupes terminaux; la lichénine ne peut être que très peu ou pas du tout ramifiée. Parmi les sucres triméthylés, nous avons pu isoler — conformément aux observations de Karrer — le 2, 3, 6 triméthylglucose en quantité considérable. Le 2, 3, 4 triméthylglucose est absent, car l'oxydation à l'acide périodique n'a pas donné de formaldéhyde, produit d'oxydation des sucres libres en 6. Par contre, il y a du 2, 4, 6 triméthylglucose

<sup>1</sup> CLEBSCH, *Vorlesungen über Geometrie*, II, 1, p. 461, Leipzig, 1891.

<sup>2</sup> P. KARRER et K. NISHIDA, *Helv. Chim. Acta*, 7, 363 (1924).

<sup>3</sup> K. HESS et W. LAURIDSEN, *B.* 73, 115 (1940).