

# Sur les quartiques gauches

Autor(en): **Rossier, Paul**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **2 (1949)**

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-739730>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

aucun apport supplémentaire. Cette sensibilité de la muscovite doit être attribuée à son habitus en paillettes.

*Soulèvements nos 5 et 6.*

Ils présentent les mêmes caractères que le n° 4.

Quant aux indications fournies par les organismes, nous constatons que la courbe de fréquence des organismes benthiques enregistre tous les soulèvements, tandis que celle des organismes pélagiques est assez uniforme et n'enregistre les variations bathymétriques que par quelques oscillations de faible amplitude, mais toujours en sens opposé de celles de la courbe des organismes benthiques. Ces constatations montrent que les mouvements du fond n'ont pas toujours affecté de façon très sensible les conditions de vie en surface.

*Université de Genève.  
Laboratoire de Géologie.*

#### BIBLIOGRAPHIE

1. PARÉJAS, Ed. et A. LILLIE, « Données micrographiques sur le Crétacé supérieur de Châtelard-en-Bauges (Savoie), *C. R. Soc. Phys. et Hist. nat.*, 52, 1935.

**Paul Rossier.** — *Sur les quartiques gauches* (deuxième note).

1. — Dans une note précédente, nous avons examiné l'intersection d'une quadrique proprement dite  $\Gamma$  et d'une surface cubique  $\Sigma$  sans point double, qui possèdent une conique commune  $c$ . L'intersection comporte une quartique  $q$ . Les courbes  $c$  et  $q$  se coupent en quatre points. Projetant centralement  $q$  à partir de l'un  $A$  d'entre eux, nous remarquons que chacune des génératrices  $g$  et  $h$  de  $\Gamma$  par  $A$  coupe  $\Sigma$  en trois points, dont  $A$ . L'existence de deux intersections distinctes de  $A$  impliquait la duplicité de  $g$  et  $h$  sur le cône projetant. Cette conclusion est inexacte, car des trois intersections, deux sont confondues en  $A$ .

En effet, en  $A$ , le plan  $(gh)$  est tangent à  $\Gamma$ ; en ce point, deux courbes,  $c$  et  $q$ , généralement non tangentes l'une à l'autre,

appartiennent à  $\Gamma$  et à  $\Sigma$ . Ces deux surfaces sont tangentes l'une à l'autre en  $A$ ;  $g$  et  $h$  sont tangentes à  $\Sigma$ . Chacune ne coupe  $\Sigma$  qu'en un unique point distinct de  $A$  et la décomposition de la quartique n'a généralement pas lieu.

2. — L'artifice de la projection conique avec emploi de génératrices de  $\Gamma$  conduit facilement au théorème suivant, connu depuis longtemps, mais souvent démontré de façon plus compliquée: La quartique  $q$  est une biquadratique. Soient  $a$  et  $b$  deux génératrices de  $\Gamma$  se coupant en  $S$ ; en général,  $a$  et  $b$  coupent  $\Sigma$ , donc la quartique, en deux points hors de la conique  $c$ . Sur le cône de sommet  $S$  et projetant  $q$ ,  $a$  et  $b$  sont des génératrices doubles;  $q$  possède deux points doubles apparents. Il n'y en a que deux, car s'il en existait un troisième, la projetante correspondante couperait  $\Gamma$  en  $S$  et en ses deux intersections avec  $q$ . Ce serait une génératrice de  $\Gamma$ ; cette quadrique serait un cône, puisque trois génératrices seraient concourantes.

3. — Ce qui précède suppose que toute quartique gauche possédant deux points doubles apparents est une biquadratique. On peut démontrer cette proposition comme suit.

Soit  $a$  une bisécante de la quartique  $q$  et  $\mu$  un plan par  $a$ ; hors de  $a$ ,  $\mu$  et  $q$  se coupent en deux points; ceux-ci déterminent une droite  $b$ . Les droites  $a$  et  $b$  se coupent en un point  $M$ . A ce point correspond un unique plan  $\mu$ , sinon il y aurait plus de deux points doubles apparents. La relation entre  $M$  et  $b$  est biunivoque:  $b$  décrit une quadrique qui contient  $q$  et  $a$ . Comme  $a$  est arbitraire, il existe une infinité de quadriques contenant  $q$ : celle-ci est bien une biquadratique.

4. — Cherchons à construire la quadrique  $\Gamma$  de telle sorte que son intersection avec  $\Sigma$  soit décomposée en trois coniques  $c_j$ . Etant tracées sur une quadrique, deux d'entre elles,  $c_j$ ,  $c_k$ , se coupent en deux points  $A_{jk}$  et  $B_{jk}$ . Ces deux points appartiennent à l'intersection  $x_{jk}$  des plans  $\pi_j$  et  $\pi_k$  de  $c_j$  et  $c_k$ . Les trois droites  $x_{jk}$  sont concourantes.

Le plan  $\pi_j$  coupe en outre  $\Sigma$  suivant une droite  $d_j$ ; celle-ci coupe  $x_{jk}$  en un point  $D_{jk}$ . Les deux points  $D_{jk}$  et  $D_{kj}$  sont

confondus. Si cela n'était pas le cas, la droite  $x_{jk}$  couperait  $\Sigma$  en quatre points:  $A_{jk}$ ,  $B_{jk}$ ,  $D_{jk}$  et  $D_{kj}$ ; elle appartiendrait à  $\Sigma$ . Si  $x_{jk}$  et  $d_{jk}$  sont distinctes, le plan  $\pi_j$  appartient à  $\Sigma$  et cette surface dégénère. Si elles sont confondues, il passe deux coniques de la surface par  $A_{jk}$  et  $B_{jk}$ ; ces deux points sont singuliers.

$D_{jk}$  et  $D_{kj}$  étant confondus, les droites  $d_l$  et  $d_k$  sont coplanaires: leur plan coupe  $\Sigma$  suivant un triangle.

Réciproquement, soient A un sommet d'un triangle de  $\Sigma$ ,  $b$  et  $c$  ses côtés par A. Deux plans passant l'un par  $b$ , l'autre par  $c$  coupent dans  $\Sigma$  deux coniques ayant deux points communs. Ces deux points sont les intersections distinctes de A, de  $\Sigma$  avec la droite commune à ces deux plans.

Soit O un point quelconque de l'espace; menons les trois plans  $Od_j$  où  $d_j$  est un côté d'un triangle  $d_1 d_2 d_3$  de  $\Sigma$ . Ces trois plans coupent chacun sur  $\Sigma$  une conique: ces trois coniques se coupent deux à deux en deux points; elles appartiennent à une quadrique. Les quadriques qui coupent une surface cubique suivant trois coniques constituent une variété à trois dimensions. A tout point de l'espace correspondent 45 de ces quadriques, puisqu'il existe 45 triangles rectilignes sur la surface.

Il pourrait se produire que  $x_{jk}$  fût tangente à l'une des coniques  $c_j$ , donc aussi à  $c_k$ . Or il y a involution entre les deux intersections de  $x_{jk}$  avec les coniques de  $\Sigma$  qui la coupent. Aux deux points unis de l'involution, correspondent deux coniques tangentes à cette droite. La réunion des deux points de contact implique le caractère parabolique de l'involution et la singularité du point de contact.

En séance particulière, M. Raymond Gautheret, professeur de botanique générale à la Sorbonne, est élu membre honoraire sur la proposition de M. A. Mirimanoff; M<sup>lle</sup> Anne-Marie Du Bois et M. Raymond Galopin sont élus membres adjoints au Comité de la société.