

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Band: 7 (1954)
Heft: 3

Artikel: Étude des conditions d'application des cellules à multiplicateur d'électrons en photométrie astronomique
Autor: Golay, Marcel
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-738925>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Etude des conditions d'application des cellules à multiplicateur d'électrons en photométrie astronomique

PAR

Marcel GOLAY

(Avec 10 fig.)

INTRODUCTION

Dans ce travail, nous nous proposons de déterminer les exigences d'une mesure précise de la magnitude photoélectrique d'une étoile. Au point de vue astronomique, ce problème se divise immédiatement en trois parties :

- a) Mesure instantanée de la magnitude photoélectrique;
- b) Détermination de la magnitude photoélectrique hors de l'atmosphère;
- c) Rattachement de la magnitude photoélectrique aux séquences internationales.

Nous ne nous occuperons que des points a) et b); c) fera l'objet d'un prochain travail.

La précision de la mesure instantanée de la magnitude photoélectrique d'une étoile dépend :

- 1° de la précision du récepteur;
- 2° des fluctuations rapides de la transparence atmosphérique (scintillation);
- 3° des fluctuations lentes de la transparence atmosphérique dans l'angle solide contenant l'étoile mesurée et l'étoile de comparaison.

La détermination de la magnitude photoélectrique hors de l'atmosphère dépend :

- 1° de la stabilité du récepteur;
- 2° de la stabilité de l'atmosphère.

G. Kron [1] et Blanc-Lapierre [5] ont montré que la partie photosensible du récepteur doit être une cellule à multiplicateur d'électrons; ce type de cellule permettant de réaliser un rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ élevé.

Nous n'insisterons pas sur l'aspect technique du problème, car nous avons montré [2] l'importance: de la stabilisation, du filtrage, de l'isolement, de la nécessité de placer une lentille de Fabry devant la cathode; enfin nous avons étudié la répartition de la sensibilité sur la cathode. D'autre part, Lenouvel [3] a étudié systématiquement la protection contre les fuites et le phénomène de fatigue. Nous ne parlerons pas non plus des deux récepteurs réalisés: l'un utilisant le principe de l'intégration et décrit dans [2], l'autre le principe du comptage. Ces deux appareils n'ayant pas été établis pour obtenir le maximum de précision mais plutôt pour prendre contact expérimentalement avec le problème.

Le problème est donc le suivant: Ayant une cellule à multiplicateur d'électrons placée dans des conditions telles que les erreurs de stabilisation, d'ondulation soient négligeables devant les autres causes, comment mesurer l'intensité du signal lumineux qui tombe sur la cathode sachant que le signal subit des perturbations dans l'atmosphère, dans l'instrument optique, puis après transformation électrique — dans le multiplicateur et enfin dans l'instrument de mesure.

CHAPITRE PREMIER

LES MÉTHODES DE MESURE DU COURANT PHOTOÉLECTRIQUE

§ 1. NATURE DU COURANT PHOTOÉLECTRIQUE.

a) *Courant d'obscurité.*

Toute phot cellule à laquelle nous appliquons une tension donne lieu au passage d'un certain courant même si la photocathode n'est pas éclairée. Ce courant, dit courant d'obscurité, a été étudié par Engström [4]. Il est dû:

- 1° à la conductance de fuite entre les électrodes à l'intérieur et à l'extérieur de l'ampoule;
- 2° à l'émission thermoïonique de la cathode et des dynodes;
- 3° aux chocs d'ions positifs sur la photocathode et les dynodes.

Dans le cas d'une bonne cellule, l'émission thermoïonique est la cause prépondérante du courant d'obscurité. D'où le courant d'obscurité suit la loi de Richardson-Dushman, soit:

$$i_s = AT^2 e^{-\frac{11607 b}{T}} \quad (1)$$

- où: A serait en théorie une constante, probablement universelle, pour les métaux purs de l'ordre de 60,2;
 T = température absolue;
 b = le travail de sortie en volts;
 i_s = le courant de saturation en ampères par centimètre carré.

Si la photocathode et les n dynodes ont des caractéristiques semblables, connaissant i_s on peut calculer i_t l'émission thermoïonique d'une électrode. Zworykin [43] montre que le courant d'obscurité à la sortie du multiplicateur a pour expression:

$$i_0 = i_t \mathcal{G} \frac{(1 - \delta^{-n-1})}{1 - \delta^{-1}} \quad (2)$$

- où: \mathcal{G} = le gain total du multiplicateur = δ^n ;
 δ = le gain par étage;
 n = le nombre d'étages (nombre de dynodes).

Le courant d'obscurité i_0 dépendant de i_s décroît avec la température, d'où avantage de refroidir le multiplicateur.

b) Effet Schottky.

Le carré moyen des fluctuations créées par la structure électronique de l'électricité pour le courant de la photocathode i_c est:

$$\overline{i_c^2} = 2 e i_c \Delta f \quad (3)$$

avec: e = charge de l'électron = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Cb;

Δf = bande passante du circuit de mesure.

Cette expression montre que la contribution à l'écart quadratique moyen de la bande de fréquence $[f, f + \Delta f]$ est la même quel que soit f . Selon Lallemand [6] et en admettant que l'effet Schottky soit multiplié par tous les étages successifs et que toutes les fréquences soient également amplifiées, l'écart quadratique moyen à la sortie du multiplicateur est:

$$\overline{i_{cn}^2} = 2 e i_c \Delta f \delta^n \frac{1 - \delta^{n+1}}{1 - \delta} \quad (4)$$

§ 2. DÉTERMINATION DU PLUS PETIT FLUX LUMINEUX DÉCELABLE.

Si nous admettons que deux lectures sont distinctes lorsqu'elles diffèrent au moins de l'écart quadratique moyen; le plus petit courant mesurable i_l à la sortie du multiplicateur avec un appareil de mesure idéal, de bande passante Δf , n'introduisant pas de perturbations propres, est:

$$i_l = \sqrt{\overline{i_0^2}} \quad (5)$$

où: $\overline{i_0^2}$ = carré de l'écart quadratique moyen, à la sortie du multiplicateur, des fluctuations du courant d'obscurité.

En supposant toutes les dynodes de caractéristiques identiques, chacune de courant d'obscurité i_0 , il suffit, pour calculer $\overline{i_0^2}$ de généraliser l'expression de Lallemand [4] en considérant chaque dynode comme une photocathode émettant un courant i_l ; on obtient alors:

$$\overline{i_0^2} = \sum_{i=1}^n 2 e i_l \Delta f \delta^i \frac{1 - \delta^{i+1}}{1 - \delta} = 2 e i_l \Delta f \frac{(\delta + \delta^{3+2n}) - (\delta^{n+1} + \delta^3)}{(1 - \delta)^2} \quad (6)$$

Pratiquement, pour $n \geq 9$ cette expression se réduit à :

$$\overline{i_0^2} = 2 e i_l \Delta f \frac{\delta^{3+2n}}{(1-\delta)^2} \quad (7)$$

D'où :

$$i_l = \frac{\delta^n}{\delta-1} \sqrt{2 e i_l \Delta f \delta^3} \quad (7 b)$$

et le courant limite à la sortie de la photocathode est :

$$i_{lc} = \frac{1}{\delta-1} \sqrt{2 e i_l \Delta f^3} \quad (8) \quad \Phi_l = s(\delta-1) \sqrt{2 e i_l \Delta f \delta^3} \quad (9)$$

où : Φ_l = flux lumineux limite ;

s = sensibilité de la photocathode à 4.000 Å. Cette expression fait ressortir l'avantage qu'il y a à diminuer i_l et Δf . La loi de Dushman [1] montre que le courant d'obscurité ne peut être réduit qu'en abaissant la température, en prenant comme constituants de la photocathode des métaux nécessitant un travail d'extraction élevé et en diminuant la surface de la photocathode. Blanc-Lapierre [17] a montré qu'en passant de $+28^\circ$ à -30° le courant d'obscurité est divisé par 100. La sensibilité du montage se trouve alors multipliée par 10. Un résultat semblable a été obtenu par Rajchmann [18]. Nous ne pouvons pas agir sur le travail d'extraction et la surface, puisque nous ne sommes pas constructeurs de la cellule, mais par contre nous pouvons diminuer T et Δf .

A titre d'exemple, plaçons-nous dans le cas d'un multiplicateur de caractéristiques données par Lallemand [6] :

$$\begin{aligned} i_l &= 10^{-15} \text{ A;} \\ \delta &= 2,6, \text{ cas du multiplicateur BG3 à 120 v par étage;} \\ \Delta f &= \frac{1}{8} \text{ Hz;} \\ s &= 60 \mu\text{A:lum;} \end{aligned}$$

Nous trouvons alors $\Phi_l = 2,6 \cdot 10^{-13}$ lumen, soit une dix-septième magnitude avec le télescope Schaer de 1 m.

§ 3. DÉTERMINATION DE LA PRÉCISION LIMITE DES MESURES DE MAGNITUDE PHOTOÉLECTRIQUE.

Nous supposons toujours que les mesures de courant se font avec un appareil idéal de bande passante bien définie Δf .

Soit: i_c le courant de la photocathode dû au flux lumineux;
 i le courant total de la photocathode

$$i = i_c + i_t$$

la théorie des probabilités permet d'affirmer que:

$$\overline{i^2} = \overline{i_c^2} + \overline{i_t^2}$$

En appliquant 4 et 7 nous obtenons pour écart quadratique moyen total à la sortie du multiplicateur

$$\overline{i_n^2} = \frac{2e\Delta f}{\delta-1} \left[\frac{\delta^{3+2n}}{\delta-1} i_t + \delta^n (\delta^{n+1} - 1) i_c \right]$$

En posant $\delta^{n+1} - 1 \cong \delta^{n+1}$ on obtient:

$$\overline{i_n^2} = \frac{2e\Delta f}{\delta-1} \delta^{2n+1} \left[\frac{\delta^2}{\delta-1} i_t + i_c \right] \quad (10)$$

D'autre part la magnitude d'une étoile peut se mettre sous la forme:

$$m = -2,5 \log_{10} i_c + \text{const.}$$

d'où l'écart quadratique moyen de m :

$$\sqrt{\overline{m^2}} = 2,5 \frac{\sqrt{\overline{i_n^2}}}{i_n} \log_{10} e \cong \frac{\sqrt{\overline{i_n^2}}}{i_n}$$

i_n étant le courant photoélectrique à la sortie du multiplicateur:

$$i_n = i_c \cdot \delta^n$$

$$\sqrt{\overline{m^2}} = \sqrt{\frac{2e\Delta f\delta}{\delta-1}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\delta^2}{\delta-1} i_t + i_c}}{i_c} \quad (11)$$

Dans le cas du multiplicateur cité dans le § 2, l'écart quadratique est de 0,04 magnitude pour $i_c = i_l$, c'est-à-dire pour un flux lumineux de $1,6 \cdot 10^{-11}$ lumen au foyer du télescope Schaer, ce qui correspond à 12,5 magnitudes environ.

§ 4. QUALITÉS DE L'APPAREIL DE MESURE DU COURANT PHOTOÉLECTRIQUE.

Pour définir les qualités de l'appareil de mesure, il n'y a pas lieu de tenir compte des perturbations atmosphériques. En effet, nous montrons plus loin que ces perturbations jouent un rôle important pour les étoiles relativement brillantes seulement. La formule 7b) donne la valeur du plus petit courant décelable à la sortie du multiplicateur. Dans le cas du multiplicateur type déjà signalé, ce courant est:

$$i_l = 17,3 \cdot 10^{-11} \sqrt{\Delta f} \quad (12)$$

où: Δf = bande passante de l'appareil de mesure.

De plus, l'écart quadratique moyen $\overline{i_m^2}$ des fluctuations de l'appareil de mesure, lors de la mesure du courant photoélectrique, mis sous forme de courant, doit satisfaire à la condition:

$$\overline{i_m^2} \ll \overline{i^2} \quad (13 a)$$

Dans les mêmes conditions que la formule 12 et en appliquant la formule 10, dans laquelle nous prenons 10^{-15} amp pour unité de courant, nous obtenons:

$$\overline{i_m^2} \ll 71 \cdot 10^{-22} (4,2 + i_c) \Delta f \quad (13 b)$$

où $\overline{i_m^2}$ est mesuré en A^2 .

La courbe limite où l'écart quadratique moyen des fluctuations de l'appareil de mesure est égal à l'écart quadratique des

fluctuations du courant de sortie est une droite (fig. 1). L'appareil de mesure est admissible seulement si la courbe $\frac{i_m^2}{\Delta f} = f(i_c)$ est en tout point nettement inférieure à la droite limite.

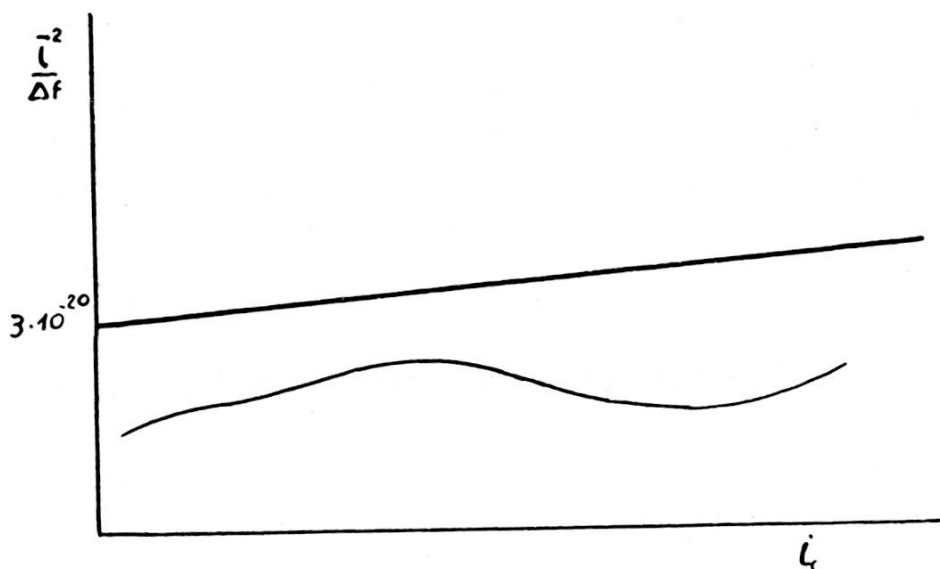


Fig. 1.

Sous le nom d'appareil de mesure, nous désignons l'appareil connecté au multiplicateur et comprenant un instrument indicateur.

Nous pouvons classer les appareils de mesure en deux catégories :

- 1° ceux qui effectuent des moyennes, appelés intégrateurs ;
- 2° ceux qui comptent des chocs, appelés compteurs.

Dans les paragraphes suivants, nous examinerons ces circuits électriques dans leur principe seulement. Le plus simple des appareils intégrateurs, le galvanomètre, fera l'objet d'un paragraphe vu son intérêt particulier.

§ 5. LES APPAREILS INTÉGRATEURS.

Malgré la multiplication du courant de la photocathode à l'intérieur de la cellule, le courant photoélectrique à mesurer reste très petit et dans les cas les plus favorables doit toujours

être inférieur au courant limite de 4.10^{-8} Å afin d'éviter le phénomène de la fatigue (Lenouvel [3].) Si nous voulons enregistrer les informations du multiplicateur, nous devons introduire un amplificateur entre la cellule et l'appareil enregistreur.

Nous avons les cas suivants:

- a) l'appareil indicateur est du type milliampèremètre;
- b) l'appareil indicateur comporte un voltmètre et une base de temps ou un électromètre;
- c) l'appareil indicateur comporte un chronographe et une tension de référence.

Le cas a) se décompose aussi en:

- 1° l'amplificateur est à courant continu;
- 2° l'amplificateur est à courant alternatif (le faisceau lumineux est alors modulé).

Cas a).

Aussi bien en 1° qu'en 2°, le circuit d'attaque du premier tube est de la forme:

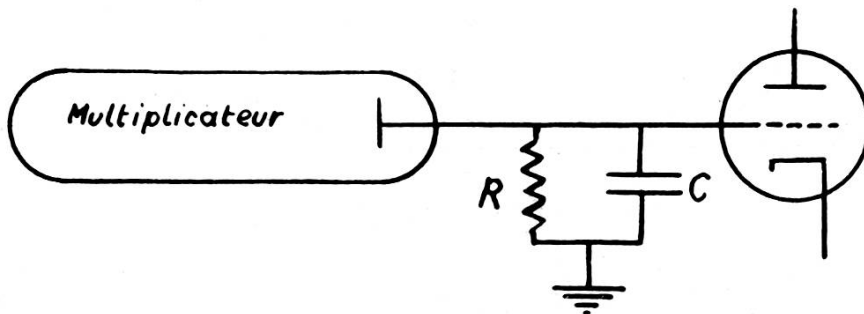


Fig. 2.

Nous avons alors deux causes de fluctuation:

- α) le bruit de fond des résistances (surtout de la résistance d'entrée);
- β) le bruit de fond du tube (surtout du premier).

Le carré moyen des fluctuations de la tension perturbatrice qui se développe dans une résistance (effet Johnson) est :

$$\overline{e_R^2} = 4 k T R \Delta f \quad (14)$$

où: k = constante de Boltzmann $1,38 \cdot 10^{-23}$ joule par degré;
 T = température absolue.

Le bruit de fond du tube provient surtout de l'effet Schottky du courant grille (selon Johnson [7] les autres bruits de fond sont négligeables). En conséquence ce bruit de fond crée aux bornes de la résistance une tension dont l'écart quadratique moyen est :

$$\overline{e_g^2} = 2 e i_g R^2 \Delta f \quad (15)$$

Tandis que le bruit de fond à la sortie du multiplicateur :

$$\overline{e_m^2} = R^2 \overline{i^2}$$

c'est-à-dire en appliquant la formule 10 :

$$\overline{e_m^2} = 2 e R^2 \frac{\delta^{2n+1}}{\delta - 1} \left[\frac{\delta^2}{\delta - 1} i_t + i_c \right] \Delta f \quad (16)$$

En vertu de l'inégalité (13a) nous devons avoir :

$$\begin{aligned} (\overline{e_R^2} + \overline{e_g^2}) &\ll \overline{e_m^2} \\ (4 k T R + 2 e i_g R^2) &\ll 2 e R^2 \frac{\delta^{2n+1}}{\delta - 1} \left[\frac{\delta^2}{\delta - 1} i_t + i_c \right] \end{aligned}$$

nous remarquons que le membre de gauche est indépendant du courant de la photocathode, donc l'inégalité sera satisfaite quel que soit i_c si elle l'est pour $i_c = 0$

$$(4 k T R + 2 e i_g R^2) \ll 2 e R^2 \frac{\delta^{2n+3}}{(\delta - 1)^2} i_t$$

ou encore

$$\left(\frac{4 k T}{R} + 2 e i_g \right) \ll 2 e \frac{\delta^{2n+3}}{(\delta - 1)^2} i_t \quad (17)$$

Dans le cas du multiplicateur pris comme exemple, on trouve :

$$\left(\frac{4kT}{R} + 2ei_g\right) \gg 1,15 \cdot 10^{-20}$$

i_g est de l'ordre de 10^{-15} A pour les tubes électromètres (Philips 4060, F.P.54, etc.), dans ces conditions le terme $\frac{4kT}{R}$ est très petit devant $2ei_g$ (qui vaut $3,2 \cdot 10^{-34}$) et l'effet de la résistance est négligeable, il en sera de même pour les fluctuations dues au courant grille pour autant que le tube soit de bonne qualité. L'inégalité (17) fait ressortir l'avantage du multiplicateur sur le système « cellule ordinaire + amplificateur ». En effet, faisons tendre n vers 0, nous voyons alors que les fluctuations du courant grille sont de l'ordre de grandeur de celles du courant d'obscurité de la cellule. Ainsi dans le cas des cellules simples, l'amplificateur peut réduire la précision des mesures.

En résumé, l'adaptation d'un amplificateur à la suite d'un multiplicateur n'augmente pas les fluctuations statistiques de l'appareil indicateur. Cependant, l'emploi d'amplificateur présente quelques difficultés: par exemple, si l'amplificateur est à courant continu, il est difficile d'éviter les dérives lentes. En général, il y a quelques difficultés à conserver sur un grand intervalle de valeurs l'absolue linéarité des multiplicateurs.

Cas b) et c).

C'est la méthode électrométrique, le récepteur n'introduit pas de nouvelles perturbations. Nous n'insistons pas sur cette méthode qui présente de nombreuses difficultés techniques d'isolement dans les conditions astronomiques lorsque les temps sont longs, de même pour le cas c) que nous avons étudié [2]. Ces deux méthodes permettent de repousser extrêmement loin les limites des photomètres en réduisant les bandes passantes à $\frac{1}{10.000}$ Hz ou moins encore. Les méthodes b) et c) sont appliquées parfois en laboratoire ou en spectrographie astronomique dans des observatoires bénéficiant d'une atmosphère stable [8] et où les flux lumineux sont extrêmement faibles et nécessitent des photomètres très sensibles.

§ 6. PLUS PETIT COURANT MESURABLE AVEC UN CIRCUIT
INTÉGRATEUR ET PRÉCISION DES MESURES.

Le circuit de mesure n'introduisant pas de perturbations statistiques sensibles, le plus petit courant décelable à la sortie du multiplicateur est donné par l'expression (7b):

$$i_l = \frac{\delta^n}{\delta - 1} \sqrt{2 e i_l \delta^3 \Delta f}$$

Nous pouvons diminuer i_l de deux façons (voir § 2):

- 1° en réduisant la température T, ce qui diminue i_l ;
- 2° en réduisant Δf la bande passante de l'appareil de mesure.

Soit $g(f)$ le gain de l'amplificateur dans la bande de fréquences $[f, f + \Delta f]$: ce gain ne comprend pas l'effet sélectif de l'impédance d'entrée. Cette impédance se compose d'une résistance R (qui tient compte de la résistance de fuite) et d'une capacité C en parallèle (qui tient compte de la capacité grille-cathode du tube d'entrée). D'où le gain total $G(f)$ s'écrit:

$$G(f) = \frac{g(f)}{\sqrt{1 + 4\pi^2 R^2 C^2 f^2}} \quad (18)$$

L'expression (7b) devient alors:

$$i_{la} = \frac{\delta^n}{\delta - 1} \sqrt{2 e i_l \delta^3 \int_0^\infty \frac{g^2(f)}{1 + 4\pi^2 R^2 C^2 f^2} df} \quad (19)$$

où: i_{la} = courant limite à la sortie de l'amplificateur, d'où les possibilités suivantes:

- a) $g(f) = 1$, c'est le cas $b - c$ vu précédemment;
- b) $g(f) = \text{constante} > 1$, c'est le cas de l'amplificateur à large bande — la sélectivité étant obtenue avec le terme RC de l'impédance d'entrée;
- c) $g(f) = \text{fonction telle que pour } f < f_1 \quad g(f) \cong 0$
 $f > f_2 \quad g(f) \cong 0$

et $f_2 - f_1$ aussi petit que possible.

Ce dernier cas est celui des amplificateurs à bande passante très étroite qui ont été particulièrement étudiés à l'Ecole normale par Orsini [9], Mosnier [10] puis par Gati [11], enfin en astronomie par Kuiper [12]. Ces amplificateurs exigent une modulation du faisceau lumineux. Cependant la bande passante est difficilement plus petite que $\frac{1}{2}$ Hz, d'où le plus petit flux lumineux décelable dans le cas du multiplicateur BG3 est l'équivalent d'une seizième magnitude. Le cas *b*) se réduit au cas *a*) et:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + 4\pi^2 R^2 C^2 f^2} df = \frac{1}{4RC}$$

D'où la sensibilité n'est limitée que par la résistance de fuite des circuits et de leur capacité. La limite ne peut être prévue car pour les grandes valeurs de R, l'isolement est difficile à maintenir durant des temps qui peuvent être très longs, puisqu'il faut effectuer les mesures:

- a*) du courant cherché,
- b*) du courant d'obscurité,

et dans les conditions astronomiques, en plus:

- c*) du fond du ciel,
- d*) de l'étoile de comparaison,

et généralement au travers de plusieurs filtres. Il n'est donc pas possible de consacrer plus de cinq minutes par mesure (ce qui est déjà un maximum) sinon les résultats deviendraient inhomogènes à cause des fluctuations lentes de l'atmosphère. Il est possible de réduire le temps nécessaire pour effectuer la mesure, lorsque la constante de temps du circuit d'entrée est élevée, en faisant suivre l'amplificateur d'un circuit de différenciation. Ce dispositif a été étudié par Johnson [7], il a l'inconvénient d'exiger une mesure d'intervalle de temps et ne permet pas d'effectuer un enregistrement.

Remarque.

L'écart quadratique moyen des fluctuations du courant à la sortie d'un amplificateur du type intégrateur, dont la bande passante est déterminée par l'impédance d'entrée, peut être mis sous la forme :

$$\sqrt{i^2} = K \sqrt{\frac{1}{4RC}}$$

Faisons n mesures de l'intensité, l'écart quadratique sur la moyenne sera :

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{i^2}$$

C'est-à-dire que l'on peut obtenir la même précision en répétant n fois la mesure qu'en multipliant par n la constante de temps. Pratiquement la moyenne prise sur n mesures est beaucoup plus précise.

§ 7. LES APPAREILS COMPTEURS.

Nous n'insistons pas sur la mesure du courant photoélectrique par comptage de paquet d'électrons. Cette solution présente les mêmes inconvénients que les procédés d'intégration à grande constante de temps. Le principal avantage est de donner un appareil très simple. Nous avons réalisé un de ces compteurs selon les renseignements fournis par Lallemand [6].

Lorsque les flux lumineux sont très faibles, la cellule à multiplication d'électrons peut fonctionner en compteur de photons. Bonfiglioli et Montalenti [13] ont appliqué le régime de compteur des multiplicateurs à la spectrographie et Yates [14] à l'astronomie.

Le temps nécessaire pour que la cellule réponde à une excitation est d'environ 10^{-8} sec, d'où la possibilité de compter jusqu'à 10^8 photoélectrons par seconde. Chaque électron issu de la photocathode donne lieu à une avalanche de

δ^n électrons sur l'anode.

Blanc-Lapierre [5] a montré que la répartition des chocs dans le temps suit bien la loi de Poisson; donc, si N est le nombre moyen de chocs pendant un temps T , l'écart quadratique moyen

$$\bar{N}^2 = N$$

En particulier si N est le nombre de chocs — moyen — par seconde, l'écart quadratique après un temps t est:

$$\bar{N}_t^2 = Nt$$

et l'écart quadratique relatif

$$\frac{\sqrt{\bar{N}_t^2}}{Nt} = \frac{1}{\sqrt{Nt}}$$

D'où la précision de la mesure augmente avec la racine du temps de comptage.

Examinons ce que devient la précision de la mesure lorsque l'on tient compte du courant d'obscurité de la photocathode et que l'on néglige les perturbations apportées par les autres étages du multiplicateur et de l'amplificateur.

Soit: N_t le nombre moyen de chocs du courant d'obscurité pendant le temps t ;

N_c le nombre moyen de chocs du courant de la photocathode pendant le temps t ;

d'où l'écart quadratique moyen:

$$\sigma = \sqrt{N_t + N_c}$$

et l'erreur probable relative:

$$0,67 \frac{\sigma}{N_c} = 0,67 \frac{\sqrt{N_t + N_c}}{N_c} \quad (20)$$

Si nous faisons suivre le multiplicateur d'un étage discriminateur qui élimine les chocs provenant du courant d'obscurité des n dynodes, alors la formule 20 représente bien la pré-

cision du procédé. Pour que l'étage discriminateur joue son rôle, il faut que les avalanches d'électrons dues aux thermoélectrons de la $p^{\text{ième}}$ dynode (la dynode 1 est la première électrode qui suit la photocathode et la $n^{\text{ième}}$ est l'anode) donnent une impulsion de courant plus petite que celles dues aux thermoélectrons de la photocathode.

Si δ est le coefficient de multiplication, alors :

- 1 thermoélectron de la photocathode donne théoriquement une avalanche de δ^n électrons sur l'anode ;
- 1 thermoélectron de la $p^{\text{ième}}$ dynode donne δ^{n-p} électrons sur l'anode.

D'où les impulsions provenant d'un électron cathodique ont pour grandeur maximum :

$$v_n = K \delta^n$$

où : v = potentiel sur la grille du tube discriminateur. Tandis que celles provenant de la $p^{\text{ième}}$ dynode ont pour grandeur maximum :

$$v_{n-p} = K \delta^{n-p}$$

Si y = nombre d'impulsions $> K \delta^{n-p}$, nous pouvons facilement montrer que lorsque toutes les dynodes sont semblables et que nous remplaçons p par une variable continue, nous obtenons la relation :

$$y = A - B \log_{10} v \quad (21)$$

Donc 0 impulsion $> v = 10^{A/B}$ (on règle le discriminateur aux environs de ce potentiel).

Selon les travaux de Marshall, Coltmann, Bennet [15], l'équation (21) est assez bien satisfaite, mais il reste toujours une probabilité non négligeable d'avoir des chocs $> 10^{A/B}$ (ordre de grandeur de la probabilité : 10%).

Le plus petit flux mesurable est conventionnellement celui qui est au moins égal à l'écart quadratique moyen du courant d'obscurité :

$$N_{cl} = \sqrt{N_t t}$$

N_{cl} = nombre de photoélectrons enregistrés durant le temps t .

Le nombre de photoélectrons qui peut être décelé par seconde est alors :

$$[N_{cl}] = \frac{N_{cl}}{t} = \sqrt{\frac{N_t}{t}}$$

Sachant que η est le rendement quantique, le flux lumineux limite est donné par l'expression :

$$\Phi_{cl} = \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{N_t}{t}}$$

la limite peut donc être repoussée en augmentant le temps de comptage.

Le courant d'obscurité de la photocathode considéré jusqu'à présent est de l'ordre de 10^{-15} amp,

soit : $N_t = 6250$ thermoélectrons par seconde ;
d'où : $N_{cl} = 79$ thermoélectrons par seconde.

Le rendement quantique de la cathode d'un photomultiplicateur étant d'environ 0,1 photoélectron pour 1 photon à 4.000 Å, il est possible de mesurer $2 \cdot 10^{-13}$ lumen avec une durée d'enregistrement d'une seconde. L'augmentation de sensibilité est due au fait que nous éliminons les thermoélectrons des dynodes de multiplication. Nous sommes alors dans le cas d'une cellule simple dont la multiplication rend décelable les impulsions dues aux thermos et photoélectrons. Etablissons théoriquement l'accroissement de sensibilité et de précision qu'apporte le procédé de discrimination. En vertu de la répartition des chocs — de Poisson — il est possible de représenter l'écart quadratique moyen par l'expression de Schottky :

Pour le comptage :

$$\overline{i_N^2} = 2e(i_t + i_c) \Delta f$$

Pour la multiplication, selon formule 10 :

$$\overline{i_N^2} = \frac{2e \Delta f}{\delta - 1} \left[\frac{\delta^2}{\delta - 1} i_t + i_c \right] \delta^{2n+1}$$

D'où, par comptage, le courant limite décelable

$$i_{Nl} = \sqrt{2ei_t \Delta f}$$

et le flux limite

$$\Phi_{Nl} = \frac{1}{s} \sqrt{2ei_t \Delta f}$$

Comparons les flux limites relatifs au comptage et au récepteur parfait de bande passante équivalente (la bande passante équivalente du comptage = $\frac{1}{2t}$, t étant la durée de comptage)

$$\frac{\Phi_{Nl}}{\Phi_l} = \frac{\delta - 1}{\delta^{3/2}} < 1 \quad (22 a)$$

Φ_l étant donné par l'expression 9.

Pour le multiplicateur BG3, le comptage permet de mesurer des flux 2,5 fois plus faibles, soit de gagner une magnitude.

La précision relative d'un procédé est proportionnelle à :

$$k_N = \frac{\sqrt{i_N^2}}{i_t + i_c} \quad \text{et} \quad k_m = \frac{\sqrt{i_m^2}}{i_t + i_c}$$

formons le rapport

$$\left(\frac{k_m}{k_N}\right)^2 = \frac{\delta}{\delta - 1} \cdot \frac{\left(\frac{\delta^2}{\delta - 1} i_t + i_c\right)}{i_t + i_c} > 1 \quad \text{quel que soit } t \quad \text{et} \quad \delta > 1 \quad (22 b)$$

d'où dans toute la région de fonctionnement en compteur du multiplicateur suivi d'un discriminateur, le procédé de comptage est plus précis que celui de mesure directe avec un récepteur parfait.

Reprenons l'exemple cité au § 3 lorsque $i_c = i_t$:

$$\frac{k_m}{k_N} = \frac{1}{\delta - 1} \sqrt{\frac{\delta}{2} (\delta^2 + \delta - 1)} \quad \text{avec} \quad \delta = 2,6$$

Le comptage est deux fois plus précis, donc l'écart quadratique est de 0,02 magnitude pour une étoile de magnitude 12,5.

§ 8. MESURE DIRECTE AVEC UN GALVANOMÈTRE.

C'est l'appareil intégrateur le mieux approprié. L'expression 12 permet de calculer le plus petit courant que nous aurons à mesurer. Dans les conditions extrêmes Δf atteint 0,1 Hz, d'où $i_l = 5,1 \cdot 10^{-11}$ A. Les appareils ayant une sensibilité de $5,1 \cdot 10^{-11}$ A/mm à 1 m ne sont pas exceptionnels, le galvanomètre nous permettra donc d'atteindre les limites prévues.

1. Influence du mouvement brownien.

Surdin a montré [19] que l'écart quadratique moyen de l'angle d'un galvanomètre est indépendant de la résistance du circuit de mesure (qui peut donc être ouvert) et du coefficient de frottement,

$$\overline{\theta^2} = \frac{k T}{c}$$

k = constante de Boltzmann = $1,38 \cdot 10^{-16}$ erg/degré;

T = température absolue;

c = constante de torsion = $5,16 \cdot 10^{-2}$ (cgs) pour un galvanomètre utilisé par Lenouvel.

Nous obtenons un écart quadratique moyen à 1 m de 10^{-5} mm, donc négligeable.

2. Bande passante efficace.

Soit: f le coefficient de frottement;

I le moment d'inertie;

k un coefficient de proportionnalité;

i l'amplitude maximum d'un courant sinusoïdal

$$i \cos \omega t$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad \nu = \text{fréquence}$$

L'équation différentielle du mouvement du galvanomètre est:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} + c\theta = ki \cos \omega t \quad (24 a')$$

d'où:

$$\theta = \frac{ki}{\sqrt{f^2 \omega^2 + (c - I\omega^2)^2}} \cos(\omega t - \varphi)$$

Soit: θ_v l'amplitude du mouvement de fréquence ν ;

θ_0 l'amplitude pour un courant continu d'intensité i ,
le galvanomètre étant à l'amortissement critique.

On peut définir un coefficient d'amplification:

$$g_v = \frac{\theta_v}{\theta_0}$$

D'où avec la condition d'amortissement critique:

$$f^2 = 4Ic$$

$$g_v^2 = \frac{c^2}{(c + I\omega^2)^2}$$

$$\Delta f = \int_0^\infty g^2 d\nu = \int_0^\infty \frac{c^2}{(c + I\omega^2)^2} d\nu \quad (24 a)$$

En posant:

$$\frac{c}{I} = \omega_0^2 \quad \text{et} \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{I}}$$

nous obtenons

$$\int_0^\infty \frac{1}{\left(1 + \frac{\nu^2}{\nu_0^2}\right)^2} d\nu = \frac{\pi \nu_0}{4} = \frac{\pi}{4T_0} \quad (24 b)$$

τ étant la constante de temps du galvanomètre, c'est-à-dire le temps nécessaire pour atteindre l'élongation maximum à l'amortissement critique. Nous avons

$$\tau = \frac{T_0}{2\pi}$$

d'où la bande passante efficace du galvanomètre:

$$\Delta f = \frac{1}{8\tau} \quad (24 c)$$

3. *Augmentation de la constante de temps.*

Comme le montre la formule 12, le courant limite diminue avec $\sqrt{\Delta f}$ donc avec τ augmentant selon l'expression (24c). On peut augmenter électriquement la constante du galvanomètre en établissant le circuit suivant (fig. 3).

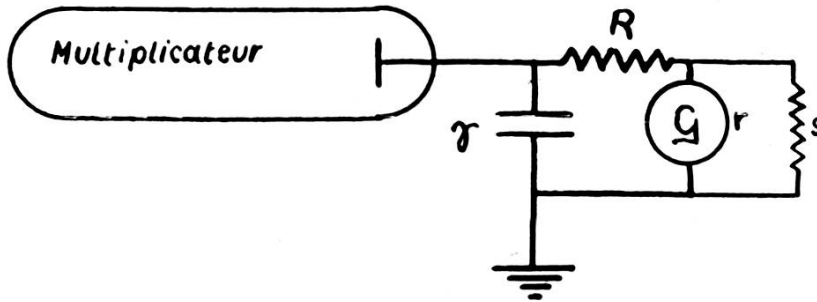


Fig. 3.

L'étude de ce circuit, du point de vue de la sensibilité et de la période, a déjà été faite [20], [21], [22] et rappelée par Lenouvel [3] dans sa thèse. Le terme prépondérant de la période du galvanomètre est :

$$\frac{R + s}{s + r}$$

Donc on peut augmenter la période apparente (sans modification de la sensibilité).

Ci-dessous nous développons un calcul approché de la bande passante efficace lorsque le circuit extérieur au galvanomètre a une constante de temps.

Nous pouvons supposer la résistance du galvanomètre négligeable devant la valeur de la résistance du circuit à cons-

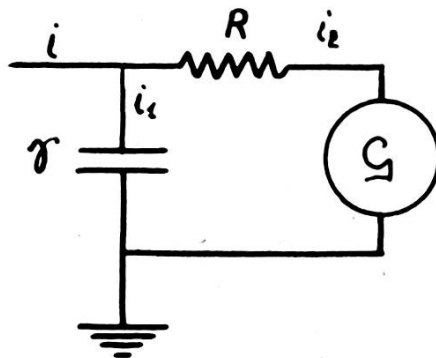


Fig. 4.

tante de temps. De plus, nous éliminons le shunt devant le galvanomètre et ne tenons pas compte de la self du cadre (erreur négligeable examinée dans [22]). Dans ces conditions, le circuit devient celui indiqué dans la figure 4.

Soit Φ le flux dans l'entrefer et au travers d'une section égale à la section du cadre du galvanomètre, l'équation électrique du système est:

$$-\Phi \theta' = R i_2 + \frac{q}{\gamma} \quad i = i_1 + i_2$$

et l'équation mécanique:

$$I \theta'' + f \theta' + c \theta = \Phi i_2$$

Eliminant i_1 et i_2 nous obtenons l'équation différentielle du troisième ordre:

$$\tau_e I \theta'''' + \theta'' [\tau_e f - I + \gamma \Phi^2] + \theta' [\tau_e c - f] - c \theta + i \Phi = 0$$

$$\tau_e = \text{constante de temps du circuit } R \gamma$$

Si $\tau_e \geq 1$ sec, ce qui est toujours le cas pour nous, alors:

$$\gamma \Phi^2 \ll \tau_e f - I$$

inégalité généralement vérifiée, ce qui permet d'écrire l'équation différentielle:

$$\tau_e \left[I \frac{d^3 \theta}{dt^3} + f \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c \frac{d \theta}{dt} \right] - \left[I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + f \frac{d \theta}{dt} + c \theta \right] = -i \Phi \quad (26)$$

Nous retrouvons entre crochets l'équation mécanique du mouvement du cadre du galvanomètre et sa dérivée. Posons:

$$\alpha = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + f \frac{d \theta}{dt} + c \theta$$

L'équation (26) devient:

$$\tau_e \frac{d \alpha}{dt} - \alpha = -i \Phi \quad (27)$$

Supposons le cadre du galvanomètre parcouru par un courant sinusoïdal de fréquence ν et de pulsation $\omega = 2\pi\nu$:

$$i = A \cos \omega t$$

L'équation (27) a pour solution:

$$\alpha = \frac{A \Phi}{\sqrt{\tau_e^2 \omega^2 + 1}} \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{avec} \quad \text{tg } \varphi = \omega \tau$$

Le terme φ n'intervenant pas sur l'amplitude de α , et la phase ne nous intéressant pas, on peut négliger le fait qu'il dépend de ω et poser $\varphi = 0$.

En remplaçant α par sa définition, nous obtenons:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} + c \theta = \frac{A \Phi}{\sqrt{\tau_e^2 \omega^2 + 1}} \cos \omega t$$

équation semblable à celle établie sans constante de temps (24a').

En posant $\tau_e = 0$, nous retrouvons (24a'). La solution est alors:

$$\theta = \frac{A \Phi}{\sqrt{\tau_e^2 \omega^2 + 1}} \frac{1}{\sqrt{f^2 \omega^2 + (c - I \omega^2)^2}} \cos(\omega t + \psi)$$

Comme précédemment, définissons un coefficient d'amplification:

$$g_\nu = \frac{\theta_\nu}{\theta_0}$$

En se plaçant dans les conditions d'amortissement critique $f^2 = 4IC$:

$$g_\nu^2 = \frac{c^2}{(\tau_e^2 \omega^2 + 1)(c + I \omega^2)^2}$$

la bande passante efficace est alors:

$$\Delta f = \int_0^\infty \frac{c^2}{(\tau_e^2 \omega^2 + 1)(c + I \omega^2)^2} d\nu \quad \omega = 2\pi\nu \quad (28)$$

Cette intégrale se calcule facilement par les résidus, on obtient:

$$\Delta f = \frac{\pi}{4} \left[\frac{T_0 + 4\pi\tau_e}{(T_0 + 2\pi\tau_e)^2} \right] \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{T}{c}} \quad (29)$$

T_0 étant la période de l'instrument sans circuit auxiliaire.

Pour un galvanomètre de période 2,6 sec, une constante de temps électrique de 1 sec réduit le Δf efficace de deux fois environ.

$$\Delta f_{\tau=1\text{sec}} \simeq \frac{\Delta f_{\text{Galv}}}{2}$$

ce qui est déjà suffisant pour repousser la sensibilité limite de plus de $\frac{1}{2}$ magnitude.

§ 9. CONCLUSIONS.

L'appareil de mesure utilisé ne doit en aucun cas ajouter de nouvelles fluctuations statistiques à celles du multiplicateur. Nous avons montré que cette condition pouvait être toujours satisfaite. Nous pouvons augmenter la précision relative des mesures et repousser les limites de sensibilité en diminuant la bande passante ou en augmentant le temps de comptage. Cette dernière méthode suppose que la source lumineuse étudiée est stable dans le temps, ce qui n'est jamais le cas en astronomie. Donc les méthodes faisant usage de temps d'intégration très longs ne doivent être utilisées que lorsque la situation atmosphérique est exceptionnelle et pour détecter de très faibles flux lumineux.

Nous avons montré qu'il est plus avantageux de répéter n fois une mesure que de multiplier par n la constante de temps. Cette dernière constatation fait ressortir la supériorité du système utilisant un galvanomètre avec dispositif d'enregistrement. En effet: si τ est la constante de temps du galvanomètre, à l'amortissement critique, $\tau = \frac{T_0}{2\pi}$ est aussi le temps d'indication; donc un enregistrement de t sec est équivalent à $n = \frac{t}{\tau}$ mesures, ce qui multiplie la précision relative par \sqrt{n} .

Lorsque la mesure s'effectue avec un appareil dont la bande passante est définie par l'impédance d'entrée de constante de temps RC, son temps d'indication n'est pas bien défini, ce qui nous conduit à effectuer la mesure après un temps t donné d'avance. Nous introduisons alors une cause de perturbation avec le système de mesure du temps, perturbation qu'évite le galvanomètre, celui-ci ayant un temps d'indication bien défini. En conséquence, la méthode la plus sûre est le système galvanomètre et enregistreur (photographique ou asservi). Il va de soi que le galvanomètre doit satisfaire à des conditions techniques rigoureuses, qui cependant n'exigent pas une fabrication spéciale. Cet aspect technique de la mesure galvanométrique a été étudié par Lenouvel dans [3]. Lorsque l'on veut pousser plus loin la sensibilité, il est recommandé de procéder par comptage, ce qui élimine les fluctuations dues aux dynodes.

Dans le chapitre suivant, nous montrerons que les fluctuations atmosphériques introduisent une erreur souvent plus élevée que celles de l'appareil de mesure et du multiplicateur. L'atmosphère est donc une cause fondamentale de limitation de la précision.

CHAPITRE II

LES FLUCTUATIONS STATISTIQUES D'ORIGINE ATMOSPHERIQUE

§ 1. DÉFINITIONS.

a) Nous appelons *scintillation* l'ensemble des phénomènes suivants:

- 1° déformations rapides de l'image stellaire (100 à 1 par seconde);
- 2° déplacements rapides de l'image stellaire;
- 3° variations rapides de l'intensité lumineuse de l'image stellaire.

b) Nous appelons *réfractions accidentelles* l'ensemble des phénomènes :

- 1^o déplacements lents de l'image stellaire (~ 1 par minute);
- 2^o variation lente de l'intensité lumineuse.

c) Nous appelons *scintillation chromatique* le phénomène de scintillation accompagné de variation de couleur de l'étoile.

Critère.

Deux étoiles distantes de quelques secondes subissent déjà des effets indépendants dans le cas de la scintillation.

Deux étoiles distantes jusqu'à 40' d'arc subissent des effets en phase dans le cas de la réfraction accidentelle.

§ 2. POSITION DU PROBLÈME.

G. Kron [23] a montré que la scintillation introduit une erreur dans les mesures de magnitude. Après Kron, Johnson [7] a exprimé l'écart quadratique moyen dû à la scintillation sous la forme :

$$\overline{i^2} = A i^2 \Delta f \quad (30)$$

où: i = courant à la sortie du multiplicateur;
 A = constante dite de « turbulence ».

En fait A n'est pas une constante, A dépend de la distance zénithale et du diamètre de l'objectif. D'autre part, l'expression (30) admet une égale contribution à l'écart quadratique moyen pour tous les intervalles de fréquence égaux et ceci quelle que soit la fréquence. Cette dernière hypothèse n'est pas justifiée à première vue.

Nous nous proposons d'étudier la fonction :

$$\overline{i^2} = f(z, D, \nu, g(\nu), \Delta f)$$

où: z = distance zénithale;
 D = diamètre de l'objectif;
 ν = fréquence;
 $g(\nu)$ = gain de l'amplificateur;
 Δf = bande passante du circuit.

Résultats expérimentaux.

Nous n'utilisons que les résultats relatifs aux variations d'intensité. Les mesures précises de ces variations sont effectuées par méthode photoélectrique. Les plus anciennes utilisant des cellules simples sont celles de Whitford et J. Stebbins [24] en 1936, puis de Siedentopf et Wisshak [25] en 1939, ces derniers discutent l'emploi des cellules à multiplication d'électrons pour l'étude de la scintillation. Depuis 1948, de nombreux auteurs ont étudié ce phénomène avec des multiplicateurs d'électrons. Nous avons particulièrement utilisé les résultats de Butler [26], de Ellison et ses collaborateurs [27] et de Nettelblad [28].

§ 3. LA FRÉQUENCE.

La scintillation n'est pas un phénomène périodique, et nous définissons la fréquence par le nombre de minima ou maxima d'intensité par seconde. A cause des perturbations du circuit de mesure, seules les fluctuations d'intensité plus grandes que 1% de la fluctuation moyenne sont comptées.

Le tableau 1 donne les mesures effectuées par Nettelblad à Saltsjöbaden.

$$l = 5$$

σ_v = écart standard.

TABLEAU 1.

N°	Dcm	$z = 0-48^\circ$		$z = 49-59^\circ$		$z \geq 60^\circ$	
		v	σ_v	v	σ_v	v	σ_v
1	102	44	7	42	6	36	—
2	80	44	9	44	7	35	—
3	60	48	11	52	12	37	—
4	45	75	28	72	29	43	—
5	30	55	19	56	25	31	—
6	23,8	59	19	66	30	30	—
7	19,1	69	22	70	32	34	—
8	14,0	80	25	78	42	43	—
9	9,1	104	28	91	33	40	—
10	5,0	119	26	101	24	52	—
11	3,0	122	12	115	35	84	—
12	2,1	133	20	125	—	—	—

La constante de temps du circuit est celle d'un circuit RC et égale à 0,55 milliseconde.

Remarque.

Le tableau 1 montre que la fréquence ν et l'écart σ , décroissent nettement lorsque le diamètre augmente.

§ 4. PREMIÈRE APPROXIMATION: FLUCTUATIONS PÉRIODIQUES SINUSOÏDALES A FRÉQUENCE CONSTANTE.

Nous appelons *intensité* de la fluctuation l'écart entre la valeur moyenne de la déviation et la valeur extremum mesurée en courant ou en unité de longueur sur un enregistrement graphique.

Les mesures de Butler montrent que les intensités se répartissent selon une fonction de fréquence gaussienne aux faibles distances zénithales, de Poisson aux grandes distances zénithales.

Nous faisons les hypothèses suivantes:

1. Répartition gaussienne des intensités;
2. Fréquence bien déterminée et sans fluctuation;
3. Forme de l'onde: une sinusoïde.

$g(\nu)$ = gain du circuit RC, que nous avons vu, au § 6, être égal à:

$$g(\nu) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi RC\nu)^2}}$$

Posons $RC = \tau$ et désignons par $\sqrt{i^2}$ l'écart quadratique moyen des fluctuations du courant lorsque le circuit n'a pas de constante de temps. L'écart quadratique moyen relatif $\frac{\sqrt{i^2}}{i}$ est alors égal à l'écart quadratique moyen relatif des fluctuations d'intensité lumineuse $\frac{\sqrt{\Phi^2}}{\Phi} = \sigma$.

Désignons par σ_τ l'écart quadratique relatif dans un circuit de constante de temps τ . σ_τ sera le même pour le potentiel de

la grille d'entrée du premier tube, que pour l'instrument de mesure (s'il a une constante de temps propre « τ).

Nous avons alors :

$$\sigma_{\tau} = \sigma \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \tau \nu)^2}} \quad (31 a)$$

En général τ est ≥ 1 sec et l'on peut écrire :

$$\sigma_{\tau} \cong \frac{\sigma}{2\pi \tau \nu} \quad (31 b)$$

Ainsi σ_{τ} est inversement proportionnel à τ tandis que l'expression 30 dans laquelle $\Delta f = \frac{1}{4\tau}$ montre que σ_{τ} est inversement proportionnel à $\sqrt{\tau}$.

§ 5. DEUXIÈME APPROXIMATION: DISTRIBUTION RECTANGULAIRE DE LA FRÉQUENCE.

L'examen des enregistrements des divers auteurs nous permet de faire l'hypothèse que toutes les fréquences sont approximativement également probables entre deux valeurs extrêmes ν_1 et ν_2 . La valeur moyenne $\nu_0 = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$. Si σ_{ν} est l'écart quadratique moyen d'une loi de distribution rectangulaire et $2\Delta\nu$ la largeur de la loi de distribution, le taux de probabilité :

$$T(\nu) = \frac{1}{2\Delta\nu} = \frac{1}{2\sqrt{2}\sigma_{\nu}} \quad \text{pour } \nu_1 < \nu < \nu_2 \quad (32)$$

$$T(\nu) = 0 \quad \text{pour } \nu < \nu_1 \quad \nu > \nu_2$$

Soit x l'amplitude de la composante alternative du courant anodique exprimée en pour-cent du niveau moyen. Comme Butler l'a montré, la fonction de distribution de x est gaussienne :

$$T(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \quad (33)$$

La fonction de distribution de $g(v)$ pour $g(v)$ pris sous sa forme simplifiée est:

$$g(v) = \frac{1}{2\pi\tau v}$$

$$T[g(v)] = T_v \frac{1}{\left| \frac{dg}{dv} \right|}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(g) = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma_v} \cdot \frac{1}{2\pi\tau g^2} \quad g_2 < g < g_1 \\ T(g) = 0 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad g > g_1 \quad g < g_2 \end{array} \right.$$

En posant:

$$v_1 = v_0 - \beta v_0 \quad \text{et} \quad v_2 = v_0 + \beta v_0$$

avec

$$\beta = \frac{\Delta v}{v_0} = \frac{\sqrt{3}\sigma_v}{v_0}$$

on obtient:

$$g_1 = \frac{1}{2\pi\tau v_0(1-\beta)}$$

$$g_2 = \frac{1}{2\pi\tau v_0(1+\beta)}$$

La fonction de distribution de la fonction $y = x.g$ est alors:

$$T(y) = \int_{g_2}^{g_1} T(x) T(g) \frac{1}{\left| \frac{\partial y}{\partial x} \right|} dg$$

soit:

$$T(y) = \int_{g_2}^{g_1} \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{y}{g}\right)^2} \cdot \frac{1}{2\sigma_x^2} \frac{1}{4\sqrt{3}\sigma_v\pi\tau g^2} \cdot \frac{1}{g} dg$$

la solution donne:

$$T(y) = \frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{2\pi}\sigma_x\tau y^2} \left[e^{-\frac{y^2}{2\sigma_x^2 g_1^2}} - e^{-\frac{y^2}{2\sigma_x^2 g_2^2}} \right] \quad (34)$$

Cette expression est symétrique en y , donc la valeur moyenne est 0. D'où l'écart quadratique moyen :

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 T(y) dy$$

Soit :

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\tau \sqrt{\frac{4}{3} \pi \sigma_v \nu_0 (1 - \beta^2)}} \quad (35 a)$$

avec

$$\beta = \frac{\sqrt{3} \sigma_v}{\nu_0}$$

Nous avons supposé la fréquence fondamentale distribuée au hasard selon une loi de probabilité hypothétique; c'est-à-dire que la lumière de l'étoile parvenait à nous sous forme de train d'onde de fréquence ν aléatoire et d'amplitude variable également aléatoire. En réalité, le phénomène est beaucoup plus compliqué car à chaque instant toutes les fréquences contribuent à l'écart quadratique.

§ 6. TROISIÈME APPROXIMATION: TOUTES LES FRÉQUENCES SONT ÉGALEMENT PROBABLES.

Comme précédemment, nous avons

$$T(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

Par contre :

$$T(\nu) = 1$$

En faisant la même approximation sur $g(\nu)$, nous obtenons :

$$T[g(\nu)] = \frac{1}{2\pi \tau g^2} \quad 0 \leq g \leq 1$$

et :

$$T(y) = \int_0^1 \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \frac{1}{2\pi \tau g^2} \frac{1}{g} dg$$

Soit :

$$T(y) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi\tau} \frac{1}{y^2} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_x^2}}$$

$T(y)$ étant symétrique en y , la valeur moyenne est encore nulle et l'écart quadratique moyen a pour expression :

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_x^2}} dy$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\tau} \quad (35 b)$$

L'expression (35b) se rapproche de l'expression (30) dans laquelle $\Delta f = \frac{1}{4\tau}$, c'est-à-dire que l'écart quadratique des fluctuations à la sortie du circuit à constante de temps sont inversement proportionnelles à $\sqrt{\tau}$.

§ 7. SPECTRE DE LA SCINTILLATION.

Examinons les photographies des enregistrements obtenus par Nettelblad, Butler et Ellison. Nous pouvons tracer une courbe, approximativement sinusoïdale, qui suit les variations d'intensité contribuant le plus à l'écart quadratique (fig. 5). Nous appelons fréquence fondamentale ν° la fréquence moyenne de cette sinusoïde. Les tableaux 2 et 3 donnent, pour deux distances zénithales, les valeurs de ν° et le nombre de fluctuations mesurables de l'enregistrement correspondant.

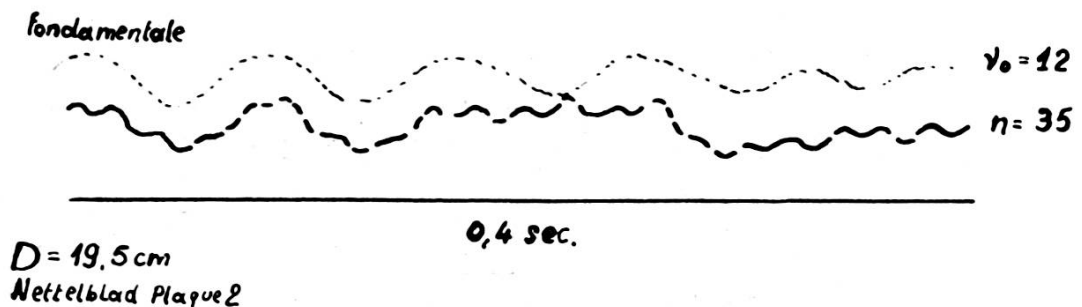


Fig. 5.

TABLEAU 2 ($z < 40^\circ$).

Dia- mètre cm	Fré- quence v°		Nombre de pointes > 5 % n		Auteur	Référence		Remarque		
102 60 30 19,1	100 18 18 23		25 42 36 51		Nettelblad	Planche 5		7,3 cm/sec		
19,5 13,1	12 20		48 40			Planche 1				
19,5 13,1	35 35		111 140			Planche 3		Forte scintillation		
38 38 10 10	41 33 50 58	16 18	107 100 125 125	31 96	Butler	P. XIa	Ia	100 cm/sec	12,5 cm/sec	
						XIb				
						XIIb	Xa	100 cm/sec	12,5 cm/sec	
						XIIc				

TABLEAU 3 ($z > 40^\circ$).

Dia- mètre cm	Fré- quence v°		Nombre de pointes > 5 % n		Auteur	Référence		Remarque		
102 60 30 19,1 9,1	8 8 15 12 15		48 32 28 22 40		Nettelblad	Planche 6		7,3 cm/sec		
19,5 13,1 8,9 5	10 10 18 15		35 38 44 114			Planche 2				
19,5 13,8 8,9 5	30 20 12 15		55 81 82 82			Planche 4		Forte scintillation » » » » » »		
90 45 30 15	4 9 8 24		26 24 33 72			Ellison	Fig. 6-1		8 cm/sec	
							6-2			
					6-3					
					6-4		30 cm/sec			

Les mesures de Nettelblad sont les plus homogènes car chacune des séries est prise durant la même nuit. Nous remarquons que la fréquence ν° croît avec le diamètre diminuant. Ceci est également vérifié avec les mesures de Butler, bien que les exemples donnés par cet auteur soient pris au hasard sur plusieurs nuits. Cette constatation est encore valable pour les grandes distances zénithales (tableau 3).

Reportons-nous au tableau 1 et considérons σ , comme une mesure de l'étendue du spectre de part et d'autre de la valeur moyenne. Tenons également compte des résultats des tableaux 2 et 3. Nous voyons alors que le spectre se compose :

a) *Pour un diamètre de 102 cm, $z < 40^\circ$:*

d'une bande étroite de fréquence aux environs de 10 p:s;
d'une bande de fréquence allant de 37 p:s à 51 p:s.

b) *Pour un diamètre de 60 cm, $z < 40^\circ$:*

d'une étroite bande de fréquence aux environs de 18 p:s;
d'une bande de fréquence allant de 37 p:s à 59 p:s.

c) *Pour un diamètre de 19,1 cm, $z < 40^\circ$:*

d'une bande de fréquence aux environs de 23 p:s;
d'une bande de fréquence allant de 57 p:s à 91 p:s.

Ainsi, lorsque le diamètre décroît, nous constatons un glissement des fréquences vers les fréquences élevées et une augmentation de la largeur des bandes de fréquence. Il va de soi que les mots « spectre » et « bande de fréquence » sont plus des images que des réalités puisque la forme des fluctuations est généralement très éloignée d'une sinusoïde, ce qui a pour conséquence de donner des bandes de fréquence trop étroites. D'autre part, ce spectre a ceci de particulier, c'est que toutes les fréquences n'y sont pas toutes au même instant.

Des remarques précédentes, nous tirons comme conséquence que les trois approximations faites dans les § 4, 5, 6 se rencontrent pratiquement.

1. *Le cas d'une fréquence stable* est celui que l'on obtient avec les grands objectifs (60 à 102 cm). Ce cas peut être étendu à celui où nous rencontrons plusieurs fréquences stables.
2. *Le cas des fréquences également probables sur un certain intervalle* est celui obtenu avec des objectifs de 20 à 60 cm.
3. *Le cas des fréquences toutes également probables* est celui des objectifs inférieurs à 20 cm.

Selon Kron, avec un objectif de 90 cm de diamètre et une bande passante de 0,1 p:s, l'écart quadratique des fluctuations dues à la scintillation atteint $1,4/100$. Par ailleurs, au § 8, nous montrons que l'écart quadratique des fluctuations dans un circuit sans constante de temps avec un tel objectif est de l'ordre de $4/100$. Comme nous nous trouvons dans le cas de fréquences relativement stables, nous devons appliquer l'expression (31*b*) ou (31*a*) pour calculer l'écart quadratique des fluctuations à la sortie d'un circuit à constante de temps τ (le circuit RC équivalent à celui de Kron a une constante de temps de 2,5 sec). Ceci nous permet de calculer la fréquence qui dans un grand objectif contribue le plus à l'écart quadratique. Dans le cas particulier ci-dessus nous trouvons $\nu \cong 0,5$. Or, dans aucun des tableaux, nous ne rencontrons une fréquence aussi basse. En appliquant la formule (35*a*) (avec $\sigma_\nu < 0,5$), nous trouvons un résultat semblable. Ainsi, dans les grands miroirs, la fréquence qui contribue le plus à l'écart est très basse. Les enregistrements de Nettelblad s'étendent seulement sur 0,4 sec, ce qui ne permet pas de vérifier l'existence de phénomène de périodes égales à 2 sec, mais pour des diamètres inférieurs à 40 cm nous pouvons disposer des enregistrements de Butler, qui s'étendent sur 10 sec. (Plaque VII.) Dans ces enregistrements, nous trouvons des phénomènes de période supérieurs à une seconde et contribuant fortement à l'écart quadratique.

Pendant la rédaction de ce travail, nous avons pris connaissance des expériences de Mikesell qui confirment nos conclusions relatives aux petits objectifs. Mikesell et ses collaborateurs ont tracé à l'aide d'un analyseur d'onde, le spectre de la scintillation pour des objectifs de diamètre ≤ 10 cm. En particulier,

pour 10 cm, nous pouvons voir que les fréquences entre 10 et 100 p:s contribuent à peu près également à l'écart quadratique total. La contribution décroît lentement des plus petites fréquences aux plus grandes. Il nous paraît utile que l'étude de l'écart quadratique moyen des fluctuations dues à la scintillation se poursuive jusque dans les très basses fréquences de l'ordre de 0,05 p:s.

§ 8. DÉTERMINATION DE L'ÉCART.

Peu d'auteurs ont étudié l'écart quadratique moyen des fluctuations d'intensité. Butler donne σ_x pour deux ouvertures différentes: 10 cm et 38 cm et à différentes distances zénithales. Enfin, Minnaert et Houtgast [30] nous donnent même une expression que nous signalerons plus loin, malheureusement établie sur des résultats obtenus par voie photographique. L'expression de $g(\nu)$ d'un circuit à résistance capacité montre que les fluctuations subissent une réduction ($g(\nu) < 1$) croissant avec la fréquence ou plus généralement, et quelle que soit la forme, inversement proportionnelle à la durée de l'impulsion. D'autre part, les divers auteurs s'accordent à l'affirmer, les impulsions de faible durée sont généralement de petite amplitude; le circuit à constante de temps introduit donc statistiquement une réduction plus grande des petites amplitudes que des grandes d'où une diminution de l'écart quadratique. La mesure de l'écart σ_x doit ainsi s'effectuer avec un circuit photosensible ayant une constante de temps petite devant la durée des fluctuations, c'est-à-dire inférieure à 10 millisecondes.

Soit I l'intensité totale du courant ou de l'éclat de l'étoile, ou encore la déviation sur l'enregistrement à l'instant t .

Butler mesure: $\frac{I_{\max} - I}{I}$ en pour-cent, le maximum étant pris sur un intervalle de temps de 5 sec avec une constante de temps de 1 milliseconde.

Nettelblad mesure: $\frac{I_{\max}}{I_{\min}}$ en magnitude, les extrema étant pris sur un intervalle de temps de 0,4 sec avec une constante de temps de 0,55 milliseconde.

Ellison mesure : $\frac{I_{\max} - \bar{I}}{\bar{I}}$ en pour-cent, le maximum étant pris sur un intervalle de temps de 0,8 sec, avec une constante de temps de 0,13 milliseconde.

Puisque, selon Butler, la répartition des intensités est gaussienne, la fréquence $F(x)$ d'avoir $a < x < a + \Delta a$ étant 1, la valeur de x correspondant à I_{\max} sur l'intervalle de temps considéré par les divers auteurs, il est alors possible de retrouver σ_x . En effet :

$$F(x) = \frac{n}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_a^{a+\Delta a} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} dx$$

n est le nombre de fluctuations plus grandes que 5% sur l'intervalle de temps envisagé (pour Nettelblad, par exemple). L'expression ci-dessous ne nous donnera donc qu'un résultat approximatif puisque l'on effectue une discrimination en amplitude des impulsions. Désignons par x_{\max} la valeur de x correspondant au maximum I_{\max} :

$$I_{\max} = \bar{I} + x_{\max} \cdot \bar{I}$$

Nous avons alors à résoudre l'équation intégrale :

$$1 = \frac{n}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_a^{a+\Delta a} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} dx \quad a < x_{\max} < a + \Delta a \quad (36)$$

nous pouvons obtenir une valeur approchée en posant :

$$\int_a^{a+\Delta a} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} dx \cong e^{-\frac{x_{\max}^2}{2\sigma_x^2}} \cdot \Delta a$$

Δa est déterminée par la précision des mesures de I_{\max} . Seul Nettelblad donne des indications suffisantes pour nous permettre de choisir $\Delta a = 10$. (x , a , Δa sont en pour-cent.)

Soit ν la fréquence (nombre d'extrema), le nombre n de fluctuations pendant un temps $\Delta t = 0,4$ sec (cas Nettelblad) est alors :

$$n = 0,4 \nu$$

L'équation à résoudre devient :

$$\frac{0,4 \nu}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x_{\max}^2}{2\sigma_x^2}} \Delta a = 1$$

La solution graphique permet d'obtenir des résultats bien suffisants.

Remarquons que Nettelblad donne $\Delta m_{\text{tot}} = 2,5 \log \frac{I_{\max}}{I_{\min}}$; mais nous en déduisons facilement x en pour-cent en supposant les valeurs absolues de l'écart négatif $|I - I_{\min}|$ égales à l'écart positif $|I_{\max} - I|$.

TABLEAU 4 ($z < 40^\circ$).

Diamètre	ν	Δm_{tot}	$x\%$	$\sigma_x\%$	$\sigma_x\%$ calculé avec 37
102	44	0,22	9,1	2,4	3,8
80	44	0,28	12,6	5,7	4,7
60	48	0,33	14,9	6,5	6
45	75	0,47	21,6	9,5	7,4
30	55	0,53	24	11,5	10,1
23,8	59	0,64	28	13,7	12,2
19,1	69	0,81	35	18,1	15,1
14,0	80	1,04	44	22,7	18,8
9,1	104	1,40	57	31	27,4
5	119	1,87	70	42	42,2

Pour une même distance zénithale, Butler donne :

$$\begin{array}{lll} D = 38 \text{ cm} & \sigma_x = 8\% & \text{constante de temps:} \\ D = 10 \text{ cm} & \sigma_x = 20\% & 10 \text{ millisecondes} \end{array}$$

Ces résultats sont inférieurs à ceux calculés ci-dessus (constante de temps plus petite), mais sont cependant comparables.

Nous constatons que σ_x varie avec le diamètre et cette relation peut être mise sous la forme :

$$\sigma_x = \frac{A}{D^\alpha} \quad (37)$$

Soit dans le cas ci-dessus :

$$\sigma_x = \frac{162}{D^{0,81}} .$$

Nous rejoignons ainsi, au point de vue de l'effet de l'ouverture, la formule donnée par Minnaert et Houtgast dans le cas de l'enregistrement photographique :

$$\sigma_x = \frac{c \sqrt{\sec z}}{D^\alpha} \quad (38)$$

En plus du diamètre, l'expression 38 tient compte de la distance zénithale. Nous n'examinerons pas la variation de x avec z , car elle est indépendante des caractéristiques électriques du circuit et nous acceptons sans discussion la relation 38. Les coefficients c et α sont extrêmement variables d'une nuit à l'autre; pour quatre nuits différentes, Minnaert et Houtgast donnent les quatre expressions suivantes :

$$\sigma_{x_1} = 0,26 \frac{\sqrt{\sec z}}{R^{0,36}}$$

$$\sigma_{x_2} = 0,48 \frac{\sqrt{\sec z}}{R^{0,59}}$$

$$\sigma_{x_3} = 0,81 \frac{\sqrt{\sec z}}{R^{0,83}}$$

$$\sigma_{x_4} = 4,5 \frac{\sqrt{\sec z}}{R^{1,36}}$$

R = rayon de l'objectif.

Cette variété de formules fait ressortir combien il est difficile d'estimer l'effet de la scintillation. Notre but, dans ce travail, consiste à fixer les ordres de grandeur et à déterminer comment interviennent les divers éléments susceptibles de modifier cet effet.

§ 9. ESTIMATION DE L'ÉCART QUADRATIQUE TOTAL,
EFFET DU DIAMÈTRE.

Lors de la mesure de l'intensité lumineuse d'une étoile, nous distinguons deux sources de perturbation provenant:

- a) du multiplicateur et de son circuit de mesure;
- b) des fluctuations de la transparence atmosphérique.

Les premières sont étudiées dans le paragraphe 3 du chapitre 1 et leur écart quadratique moyen donné par l'expression 10 que nous rappelons:

$$\overline{i_{\text{ph}}^2} = \frac{2e \Delta f}{\delta - 1} \cdot \delta^{2n+1} \left[\frac{\delta^2}{\delta - 1} i_i + i_c \right]$$

où: $\overline{i_{\text{ph}}^2}$ est relatif au photomètre.

Les secondes, étudiées dans le paragraphe 6 du chapitre 2, nous conduisent à un écart quadratique moyen:

Pour les grands miroirs (M) avec constante de temps ≥ 1 sec:

$$\sigma_{\tau_M} = \frac{\sigma_x}{\tau \sqrt{16,5 \sigma_v \nu_0 (1 - \beta^2)}}$$

Pour les petits miroirs (m):

$$\sigma_{\tau_m}^2 = k \sigma_x^2 \Delta f$$

σ_{τ_M} et σ_{τ_m} sont en pour-cent.

Transposons ces écarts quadratiques en écarts de courant; nous obtenons:

$$\overline{i_{\text{atM}}^2} = \frac{\sigma_x^2 i^2 10^{-4}}{\tau^2 [16,5 \sigma_v \nu_0 (1 - \beta^2)]}$$

$$\overline{i_{\text{atm}}^2} = k \sigma_x^2 i^2 10^{-4} \Delta f$$

où: $\overline{i_{\text{at}}^2}$ = écart quadratique en courant des fluctuations atmosphériques;

i = courant à la sortie du multiplicateur.

Dans les calculs suivants, nous posons:

$$i \cong \delta^n \left(\frac{\delta^2}{\delta - 1} i_t + i_c \right)$$

Les fluctuations atmosphériques étant indépendantes des fluctuations du multiplicateur, nous obtenons pour l'écart quadratique total $\overline{i_{\text{tot}}^2}$:

$$\overline{i_{\text{tot}}^2} = \overline{i_{\text{ph}}^2} + \overline{i_{\text{at}}^2}$$

Nous nous proposons de mettre en évidence l'effet de l'ouverture de l'instrument sur l'écart quadratique total. Le circuit envisagé a une bande passante efficace Δf qui dépend de τ d'où nous pouvons mettre les écarts $\overline{i_{\text{atM}}^2}$ et $\overline{i_{\text{atm}}^2}$ sous la forme:

$$\overline{i_{\text{atM}}^2} = K_M \sigma_x^2 i^2 \Delta f$$

$$\overline{i_{\text{atm}}^2} = K_m \sigma_x^2 i^2 \Delta f$$

K_M dépend encore du diamètre D de l'ouverture au travers de ν_0 et σ_x , mais cette dépendance n'est pas analytique, elle est discontinue et il suffit de prendre:

$$\overline{i_{\text{at}}^2} = K \sigma_x^2 i^2 \Delta f$$

et de donner à K les valeurs K_m ou K_M selon l'ouverture. En utilisant la valeur approchée de i signalée ci-dessus, nous avons:

$$\overline{i_{\text{tot}}^2} = \left[\frac{2e}{\delta - 1} \delta^{n+1} i + K \sigma_x^2 i^2 \right] \Delta f \quad (39)$$

si: s = sensibilité totale du multiplicateur;
 Φ = flux lumineux qui tombe sur la photocathode;
 E = éclairement de l'objectif

$$\Phi = \frac{\pi D^2}{4} E \quad i = s \Phi = s \frac{\pi D^2}{4} E \quad \sigma_x = \frac{A}{D^\alpha}$$

L'expression 39 peut alors se mettre sous la forme générale:

$$\overline{i_{\text{tot}}^2} = D^2 [B_1 + F_1 D^{2-2\alpha}] \Delta f$$

Formons l'écart relatif:

$$\frac{\sqrt{i_{\text{tot}}^2}}{i} = \sqrt{\left(\frac{B}{D^2} + \frac{F}{D^{2\alpha}}\right) \Delta f} \quad (40)$$

quel que soit α , la précision des mesures est approximativement inversement proportionnelle au diamètre. De plus, lorsque nous utilisons de grands objectifs, F est inversement proportionnel à τ , tandis qu'il est inversement proportionnel à $\sqrt{\tau}$ pour les petits miroirs. La constante de temps du circuit a donc un effet plus considérable sur les grands objectifs que sur les petits.

§ 10. PRÉCISION DES MESURES DE MAGNITUDE STELLAIRE

Remarquons d'abord que l'écart quadratique relatif de la scintillation:

$$\sigma_{\text{rel}}^2 = K \sigma_x^2 \Delta f$$

étant indépendant du courant, l'est aussi de la magnitude de l'étoile. Ainsi l'atmosphère, seule, introduit une limitation fondamentale de la précision des mesures. Nous reprenons le problème de la magnitude limite étudiée au paragraphe 2 du chapitre 1; mais en tenant compte maintenant des fluctuations atmosphériques.

Selon Kron, avec un objectif de 90 cm de diamètre, une bande passante de 0,1 p:s. l'écart quadratique de la scintillation atteint 1,4%. Cet auteur ne précise pas à quelle distance zénithale l'estimation est effectuée.

Soit $\overline{\Delta m_{\text{at}}^2}$ l'écart quadratique moyen de la scintillation en magnitude et σ_{rel} l'écart relatif correspondant en courant pour une bande passante donnée:

$$\text{la magnitude } m = -2,5 \log I + \text{const}$$

d'où:

$$\sqrt{\overline{\Delta m_{\text{at}}^2}} = 2,5 \sigma_{\text{rel}} \log_{10} e \cong \sigma_{\text{rel}}$$

Selon Kron, les fluctuations atmosphériques introduisent un écart quadratique constant de $\frac{1,5}{100}$ magnitude.

Soit: $\overline{\Delta m_{\text{tot}}^2}$ = écart quadratique moyen total en magnitude;

$\overline{\Delta m_{\text{ph}}^2}$ = écart quadratique dû au photomètre donné par l'expression 11:

$$\overline{\Delta m_{\text{tot}}^2} = \overline{\Delta m_{\text{at}}^2} + \overline{\Delta m_{\text{ph}}^2}$$

$$\overline{\Delta m_{\text{tot}}^2} = (0,015)^2 + \left(\sqrt{\frac{2e \cdot 0,1 \delta}{\delta - 1}} \frac{\sqrt{\frac{\delta^2}{\delta - 1} i_t + i_c}}{i_c} \right)^2 \quad (41)$$

Posons $i_c = \alpha i_t$

$$0 < \alpha < \frac{10^{-7}}{i_t \delta^n}$$

10^{-7} étant le courant limite à ne pas dépasser.

Plaçons-nous dans le cas déjà utilisé du multiplicateur de Lallemand BG3 à 120 v par étage et prenons un courant d'obscurité de 10^{-16} A (10 fois plus petit que dans l'exemple du § 3). Le courant d'obscurité peut encore être réduit par refroidissement, comme nous l'avons vu précédemment. Nous obtenons:

$$\overline{\Delta m_{\text{tot}}^2} = (0,015)^2 + \left(0,02 \cdot \frac{\sqrt{4,2 + \alpha}}{\alpha} \right)^2 \quad (42)$$

Nous remarquons que si $\alpha \rightarrow \infty$, $\sqrt{\overline{\Delta m_{\text{tot}}^2}} \rightarrow 0,015$ (fig. 6); c'est-à-dire que même lorsque les fluctuations dues au photomètre deviennent négligeables, les mesures sont encore entachées d'une erreur probable de $\frac{2}{3} \cdot 0,015 = 0,01$ magnitude, environ.

L'écart $\sqrt{\overline{\Delta m_{\text{ph}}^2}} = \sqrt{\overline{\Delta m_{\text{at}}^2}}$ pour $\alpha = 7,7$ soit $i_c = 7,7 \cdot 10^{-16}$ A. En supposant une sensibilité de la photocathode de $80 \mu\text{A}$ par lumen pour une source à la température de 2.300°K (Lallemand [31]), ce courant cathodique correspond à une

intensité lumineuse de 10^{-11} lumen. Soit environ de magnitude 12,5 dans un télescope de 1 m: l'erreur probable est alors de $\sqrt{2} \cdot 0,01$ soit 0,015 magnitude. Le graphique montre encore

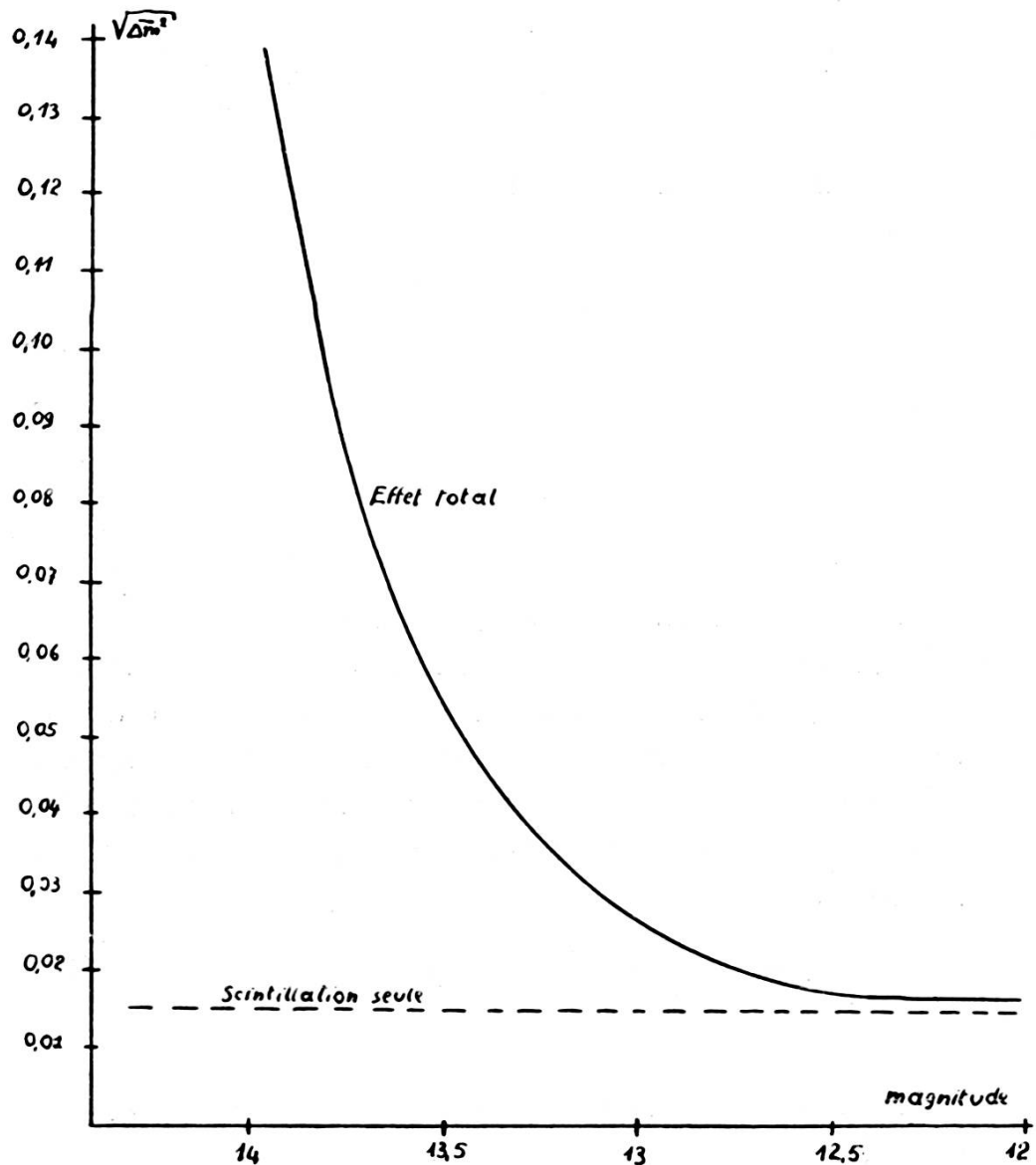


Fig. 6.

qu'à partir de la magnitude 12,5, les erreurs dues au photomètre prennent de plus en plus d'importance et que pour les étoiles très faibles, l'effet de la scintillation devient négligeable.

Déterminons maintenant le plus petit flux mesurable avec le multiplicateur cité, dans ce but formons l'écart quadratique

en courant à la sortie de la photocathode :

$$\overline{i_{\text{tot}}^2} = \overline{i_{\text{at}}^2} + \overline{i_{\text{ph}}^2}$$

à la limite, $i_c \ll i_t$ donc i_c négligeable devant i_t .

Nous obtenons (voir § 3) :

$$\overline{i_{\text{tot}}^2} = \frac{2e \Delta f}{(\delta - 1)^2} \delta^3 i_t + (0,015 i_c)^2$$

Dans le cas particulier du multiplicateur BG3 :

$$\overline{i_{\text{tot}}^2} = 2 \cdot 10^{-19} i_t + 2,25 \cdot 10^{-4} i_c^2$$

mais :

$$2,25 \cdot 10^{-4} i_c^2 \ll 2 \cdot 10^{-19} i_t$$

Donc les fluctuations atmosphériques ne limitent pas, comme nous pouvions le prévoir, la sensibilité du photomultiplicateur.

§ 11. CONCLUSIONS.

La scintillation est cause d'une erreur considérable; il n'y a donc aucun espoir d'obtenir une précision supérieure à 0,01 magnitude avec des circuits à filtrage par constante de temps et en un temps limité à quelques secondes. Nous avons montré, dans ce chapitre, l'influence considérable du diamètre de l'objectif. En effet, le diamètre intervient d'une part sur σ_x , d'autre part sur l'importance de la constante de temps qui s'introduit à la puissance $-\frac{1}{2}$ dans les petites dimensions et -1 dans les grandes. Le phénomène de la scintillation se présente sous une forme trop complexe pour permettre l'étude précise des fluctuations à la sortie d'un circuit à constante de temps. Cependant, malgré la difficulté d'étudier les enregistrements des divers auteurs, où les insuffisances du filtrage de l'alimentation et le bruit de fond du multiplicateur peuvent être confondus avec des effets de scintillation, nous avons fait ressortir une distribution spectrale variant avec l'ouverture. Selon les travaux de Mikesell, à partir de 500 p:s l'écart quadratique relatif à ces fréquences devient très petit, donc il peut

être avantageux d'effectuer les mesures au travers d'un filtre à bande très étroite. Comme nous l'avons déjà dit, de tels circuits ont actuellement des bandes passantes toujours > 1 Hz à la fréquence d'accord de 500 Hz, et si la scintillation est négligeable dans ce cas, l'effet Schottky devient par contre important. (L'effet Schottky introduit une contribution égale à toutes les fréquences — théoriquement selon [4], expérimentalement selon [32]). L'application des circuits à étroites bandes passantes n'aura d'intérêt qu'à partir de $\Delta f \leq 0,1$ Hz. Pour l'instant, nous ne pouvons qu'augmenter la constante de temps des circuits. En particulier le galvanomètre, ayant une caractéristique $g(\nu)$ de plus grande pente qu'un circuit RC, présente un avantage certain. D'autre part, n'oublions pas que l'effet Schottky est le plus important pour les faibles flux lumineux, d'où emploi de grande constante de temps; mais là encore l'atmosphère nous impose une limite. En effet, la mesure d'une magnitude exige en réalité deux mesures de flux (flux de l'étoile étudiée et flux de l'étalon) qui, par la photographie sont effectuées simultanément et par la photoélectricité successivement. Un temps mort a lieu entre les deux mesures, temps pendant lequel la transparence a subi peut-être une variation.

CHAPITRE III

DÉTERMINATION DE LA MAGNITUDE HORS DE L'ATMOSPHÈRE

§ 1. HYPOTHÈSES RELATIVES A LA DROITE DE BOUGUER.

L'hypothèse commune aux différentes théories de l'extinction est qu'un rayonnement monochromatique traversant une couche homogène d'épaisseur dh et de densité ρ , subit une variation d'intensité

$$dI_\lambda = -k_\lambda I_\lambda \rho ds \quad (\text{loi de Beer})$$

$$dh = \cos i \cdot ds$$

i = angle de la trajectoire avec la normale;
 ds = parcours rectiligne du rayon lumineux.

En intégrant sur tout le parcours, nous obtenons:

$$I_{\lambda} = I_{\lambda}^0 e^{-k_{\lambda} \int \rho ds}$$

On pose généralement: $\int \rho ds = M$ qui exprime la masse d'air traversée, d'où la loi de Bouguer:

$$I_{\lambda} = I_{\lambda}^0 e^{-k_{\lambda} M}$$

I_{λ}^0 est l'intensité du rayon lumineux à son entrée dans l'atmosphère et I_{λ} l'intensité mesurée au sol. La masse d'air traversée M dépend de la distance zénithale.

Soit: M_0 la masse d'air relative au zénith;

M_z la masse d'air relative à une distance zénithale z .

Posons comme Velghe [33]:

$$F(z) = \frac{M_z}{M_0} \quad \text{et} \quad p_{\lambda} = e^{-k_{\lambda} M_0}$$

La loi de Bouguer s'écrit alors:

$$I_{z\lambda} = I_{\lambda}^0 p_{\lambda}^{F(z)}$$

$I_{z\lambda}$ est l'intensité reçue au sol d'une étoile de distance zénithale z . Velghe a comparé les valeurs de $F(z)$ données par Lambert, Bouguer, Laplace, Maurer, Bemporad, et $\sec z$, et a montré que ces valeurs sont très proches les unes des autres pour $z \leq 60^\circ$. Donc, pour les rayonnements monochromatiques, le tracé de la droite de Bouguer:

$$m(z) = -2,5 \log_{10} I_{z\lambda} = m^0 + a \sec z \quad z \leq 60^\circ \quad (43)$$

est justifiée et la théorie, en accord avec l'expérience, ne permet pas de prévoir un écart sensible.

§ 2. DROITE DE BOUGUER DANS LE CAS DES LARGES BANDES
PASSANTES.

Le rayonnement total I_z reçu au sol d'une étoile de distance zénithale z a pour expression

$$I_z = \int_0^{\infty} I_{\lambda}^0 p_{\lambda}^{F(z)} d\lambda$$

Soit $\Phi(\lambda)$ le produit des facteurs de transmission des filtres, de l'objectif, de réflexion des miroirs, de la sensibilité chromatique de la cellule.

$$0 \leq \Phi(\lambda) < 1 \quad \text{quel que soit } \lambda$$

Nous avons alors

$$I_z = \int_0^{\infty} I_{\lambda}^0 \Phi_{\lambda} p_{\lambda}^{F(z)} d\lambda \quad (44)$$

Effectuons un calcul proche de celui effectué par King à un autre sujet.

Posons:

$$I_{\lambda}^0 \cdot p_{\lambda}^{F(z)} = \psi_{\lambda}$$

et admettons alors $F(z) = \sec z$ ($z < 60^\circ$), d'où:

$$\psi_{\lambda} = I_{\lambda}^0 e^{-k_{\lambda} M_0 \sec z}$$

$$I_z = \int_0^{\infty} \psi_{\lambda} \Phi_{\lambda} d\lambda$$

Développons $\psi(\lambda)$ en série de Taylor:

$$\int_0^{\infty} \psi(\lambda) \Phi(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \left[\psi_{\lambda_0} + (\lambda - \lambda_0) \psi'_{\lambda_0} + \frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2} \psi''_{\lambda_0} + \dots \right] \Phi_{\lambda} d\lambda$$

et limitons-nous aux trois premiers termes et choisissons λ_0 tel que le moment d'ordre 1 soit nul.

$$\lambda_0 = \frac{\int_0^\infty \lambda \Phi_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda} \quad \text{et posons aussi} \quad \mu^2 = \frac{\int_0^\infty (\lambda - \lambda_0)^2 \Phi_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda}$$

Remarquons que λ_0 et μ^2 dépendent seulement des facteurs instrumentaux.

Nous obtenons :

$$I_z = \psi_{\lambda_0} \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} \right) \int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda$$

où :

$$B = \int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda$$

exprime l'aire de la bande passante du dispositif instrumental.

L'intensité reçue au sol est alors :

$$I_z = I_{\lambda_0}^0 e^{-k_{\lambda_0} M_0 \sec z} \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} \right) B$$

c'est-à-dire en magnitude :

$$m_z = m_{\lambda_0} + 2,5 k_{\lambda_0} M_0 \text{Log}_{10} e \sec z - 2,5 \text{Log} B \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} \right) \quad (45)$$

Nous remarquons que les deux premiers termes forment l'équation de la droite de Bouguer; examinons le troisième terme.

$$\text{Log} B \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} \right) = \text{Log}_{10} e \text{Ln} \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} \right) + \text{Log} B \quad (46)$$

et sachant que $\frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}}$ est petit, nous pouvons utiliser l'égalité approchée $\ln(1+x) \cong x$.

D'où l'expression 46 devient:

$$\text{Log B} \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} \right) = \text{Log } e \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} + \text{Log B}$$

En posant avec King:

$$n = - \frac{d \text{Ln } k_{\lambda}}{d \text{Ln } \lambda} = - \frac{\lambda}{k_{\lambda}} \cdot \frac{dk_{\lambda}}{d\lambda}$$

$$\frac{dk_{\lambda}}{d\lambda} = - n \cdot \frac{k_{\lambda}}{\lambda}$$

L'expression $\frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}}$ s'écrit en introduisant à nouveau I_{λ}^0 et en faisant apparaître la constante $\left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)$ fréquemment utilisée en photométrie:

$$\frac{1}{2} \mu^2 \frac{\psi''_{\lambda_0}}{\psi_{\lambda_0}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 \cdot \frac{1}{I_{\lambda_0}^0} \left[(I_{\lambda_0}^0 \lambda_0^2) + 2 (I_{\lambda_0}^0 \lambda_0) n k_{\lambda_0} M_0 \sec z - \right. \\ \left. - (I_{\lambda_0}^0 \lambda_0^2) k_{\lambda_0}^2 M_0 \sec z + I_{\lambda_0}^0 n^2 k_{\lambda_0}^2 M_0^2 \sec^2 z \right]$$

La formule 45 devient:

$$m_z = m_{\lambda_0} + (2,5 k_{\lambda_0} M_0 \text{Log } e) \sec z - \\ - \left(2,5 \text{Log } e \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 n^2 k_{\lambda_0}^2 M_0^2 \right) \sec^2 z - C \quad (47)$$

Le terme C contient encore $\sec z$ et un terme indépendant de z . On peut aussi donner la forme suivante:

$$m_z = m_{\lambda_0} + (2,5 k_{\lambda_0} M_0 \text{Log } e + \alpha) \sec z - \\ - \left[\frac{1}{5 \text{Log } e} \left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 n^2 (2,5 \text{Log } e k_{\lambda_0} M_0)^2 \right] \sec^2 z + \beta \quad (48)$$

nous ne discutons pas l'importance de β , ce problème étant relatif au rattachement des mesures de magnitude à un système international. En remarquant que α est négligeable, l'équation

ordinairement relevée au cours d'une même nuit sur une même étoile à différentes distances zénithales est :

$$m_z = m_0 + a \sec z$$

avec :

$$m_0 = m_{\lambda_0} + \beta$$

L'équation améliorée devient :

$$m_z = m_0 + a \sec z - \frac{1}{5 \operatorname{Log} e} \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 n^2 a^2 \sec^2 z$$

Le terme n est relatif à la loi d'absorption atmosphérique, tandis que $\frac{\mu}{\lambda_0}$ dépend des conditions instrumentales seulement.

Remarquons que pour n constant et indépendant de λ , le cas particulier $n = 4$ est celui de l'absorption par diffusion de Rayleigh. Pour $n < 4$ nous rejoignons la loi de Mie.

King donne les valeurs suivantes de $\left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2$:

- = 0,011 pour le système photographique international avec la sensibilité des plaques de Seares et Joyner [35];
- = 0,0195 Stebbins et Whitford [36] avec l'extinction au zénith du Mont Wilson de Pettits [37];
- = 0,00853 pour Lick Observatory;
- = 0,007 pour le filtre bleu utilisé par Johnson et Morgan [38] dans l'observation des Pléiades;
- = 0,004 pour le filtre jaune des mêmes auteurs.

Prenons $n = 4$ et pour a la valeur de la pente de la droite de Bouguer que nous utilisons plus loin. Soit : $a = -0,16$. Si $\left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 = 0,02$, nous obtenons pour le coefficient de $\sec^2 z$:

$$\frac{1}{5 \operatorname{Log} e} \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 n^2 a^2 = 0,0012$$

La plus grande valeur de $\sec z$ admissible en vertu des hypothèses faites sur $F(z)$ étant 2, nous voyons que le terme quadratique est négligeable pour $z \leq 60^\circ$.

§ 3. ETUDE D'UN EXEMPLE.

La figure 7 donne un exemple de droite de Bouguer, à travers un filtre jaune, tirée des enregistrements de Lenouvel. La magnitude est portée en ordonnée à une constante près.

L'équation de la droite de Bouguer est :

$$m_z = m_0 + a \sec z$$

Appliquons la méthode des moindres carrés à l'exemple cité, nous trouvons :

$$\begin{aligned} a &= + 0,1586 \text{ avec un écart quadratique moyen } 0,01; \\ m_0 &= - 6,872 \text{ avec un écart quadratique moyen } 0,015. \end{aligned}$$

L'application de cette méthode nous donne aussi l'écart quadratique moyen de m_z , soit :

$$\sqrt{\overline{m_z^2}} = 0,018$$

D'où, dans le cas particulier de magnitude ~ 11 , l'erreur probable dans l'estimation de la magnitude d'une étoile atteint 0,012 magnitude. Cet exemple montre encore que l'on peut déduire avec une erreur probable du même ordre la magnitude hors de l'atmosphère. Le problème délicat est alors de rattacher cette mesure à une séquence; nous n'insistons pas sur les détails de cette question qui sont étudiés par Seares, Johnson, Lenouvel, Eggen. Ce rattachement exige la réponse à la question suivante: Comment estimer la différence de magnitude hors de l'atmosphère de deux étoiles situées aux distances zénithales z_1 et z_2 . Chacune des mesures m_{z_1} et m_{z_2} s'effectue avec une précision de 1 à $\frac{2}{100}$ de magnitude, mais pas au même instant. La non-simultanéité des deux mesures est une source d'erreur, même pour z_1 proche de z_2 , et sur ce point la méthode photographique est supérieure puisqu'elle permet d'obtenir un grand nombre d'étoiles en même temps, donc soumises aux mêmes

conditions atmosphériques locales. Dans le chapitre suivant, nous examinerons les causes d'erreur présentées par l'enregistrement successif de deux étoiles situées à des distances zénithales inférieures au champ de l'instrument.

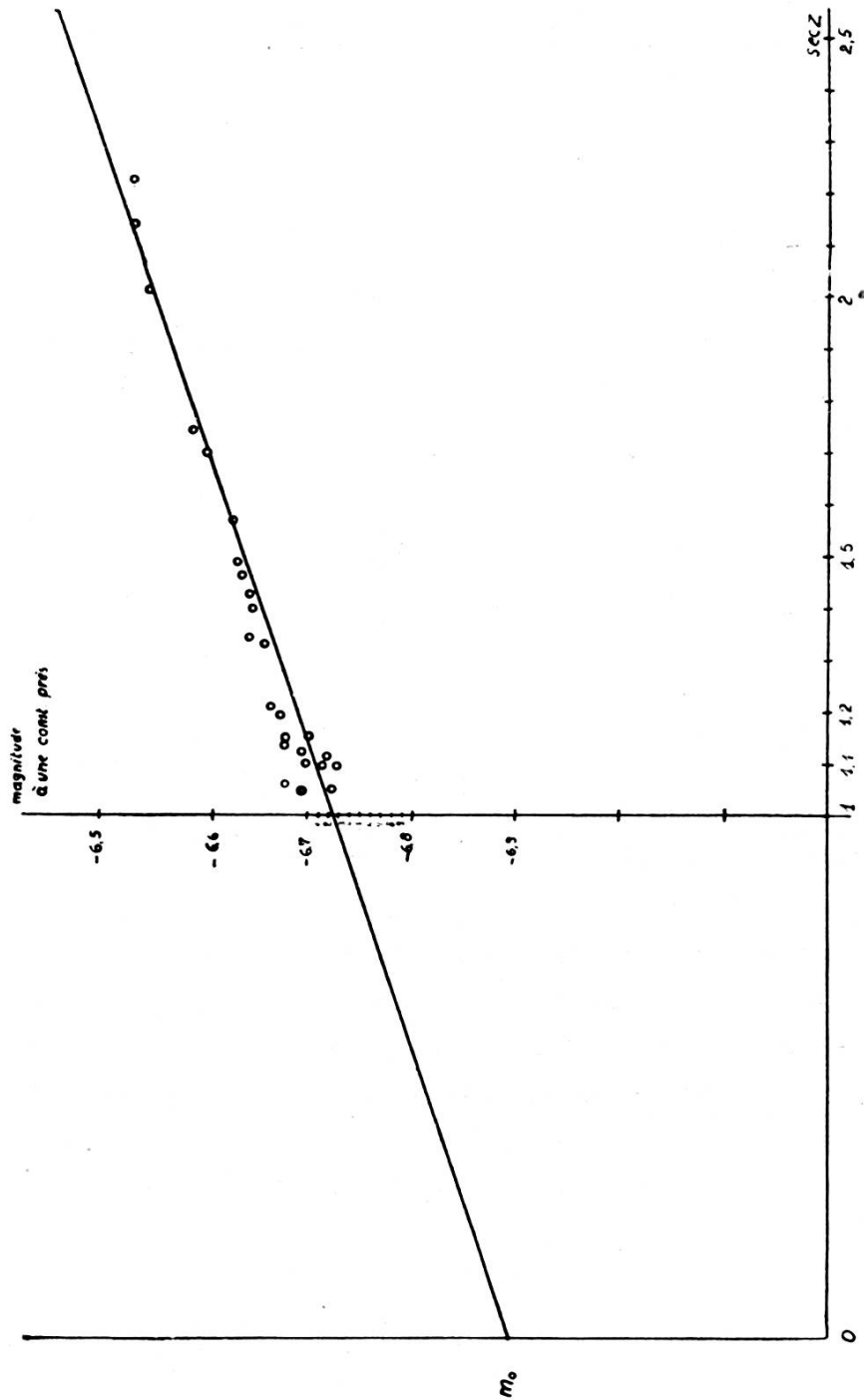


Fig. 7.

CHAPITRE IV

**INFLUENCE DES VARIATIONS LENTES
DE LA TRANSPARENCE ATMOSPHERIQUE
SUR LES MESURES PHOTOÉLECTRIQUES**

§ 1. NATURE DU PROBLÈME.

Un observateur entraîné peut passer de la mesure d'une étoile E_1 à la mesure d'une étoile E_2 , distantes de 30 à 40 minutes d'arc en 30 à 40 secondes de temps. (Chronométrage effectué sur le télescope de 120 cm de l'Observatoire de Haute-Provence.) La mesure peut être considérée comme perturbée si la variation de la transparence, pendant les déplacements de l'instrument, modifie de plus de $\frac{2}{100}$ de magnitude l'éclat de l'étoile. ($\frac{2}{100}$ ordre de grandeur de l'erreur introduite par les autres perturbations.) Les fluctuations qui nous intéressent maintenant sont donc à période très lente; le terme période étant évidemment pris dans un sens très large. Ce phénomène a été étudié du point de vue de la réfraction, mais pas encore du point de vue de la variation d'intensité lumineuse. De si faibles variations d'intensité ne peuvent être décelées avec sécurité que par un système de deux cellules, chacune recevant simultanément la lumière d'une étoile, suivie d'un enregistrement, immédiat, des courants fournis. Nous n'avons pas réalisé ce procédé, car il est trop onéreux. Une première approximation, par voie photographique, en enregistrant des traînées d'étoiles que nous analysons ensuite au microphotomètre ne nous a pas permis de trouver des fluctuations en phase. Vu le résultat négatif et le caractère approximatif de la méthode, nous ne le décrirons pas. Nous donnons cependant la photographie d'un de ces enregistrements, en remarquant que la similitude des courbes moyennes de a et b provient de la variation de sensibilité de la plaque photographique ainsi que le montre l'enre-

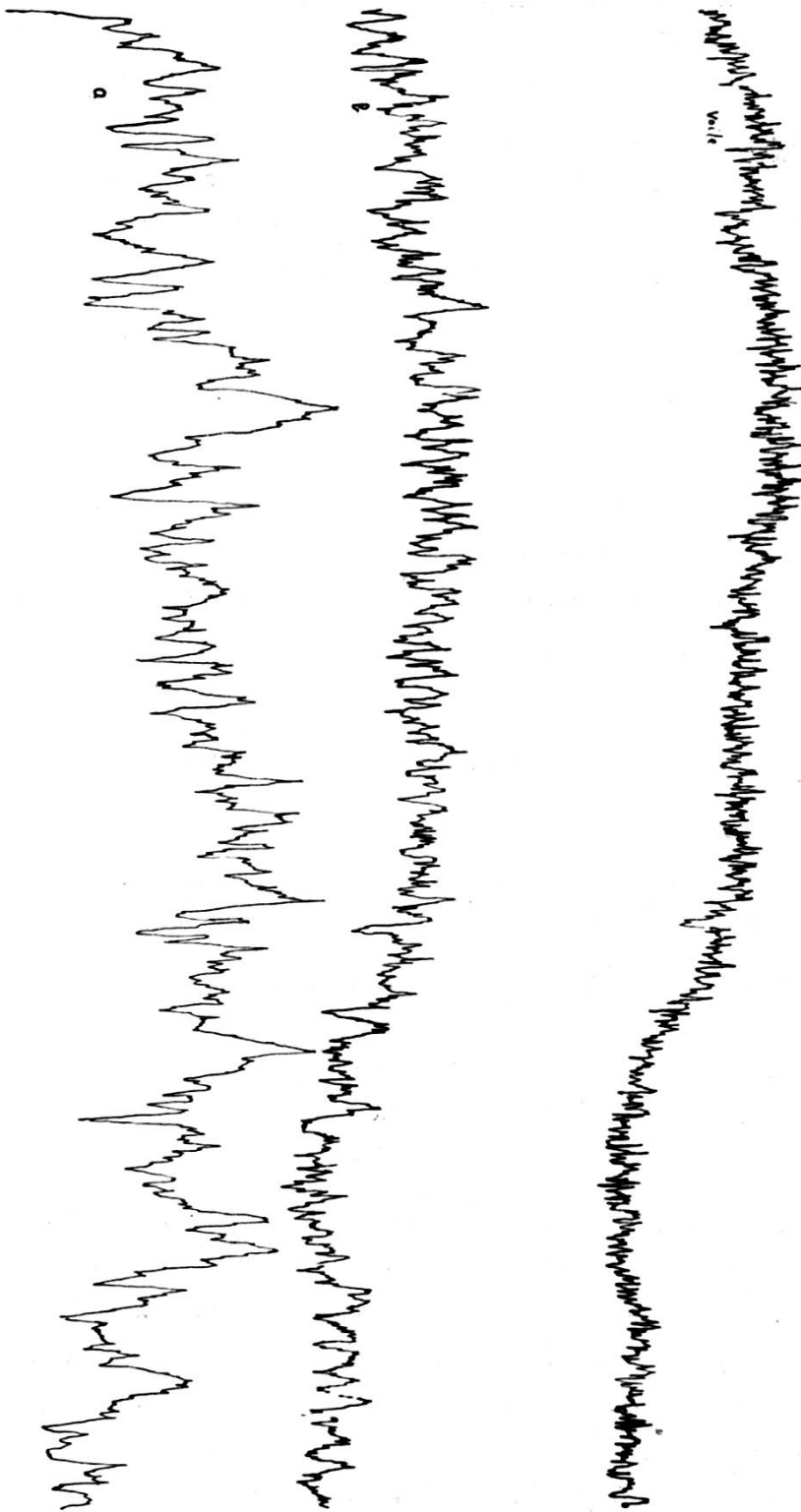


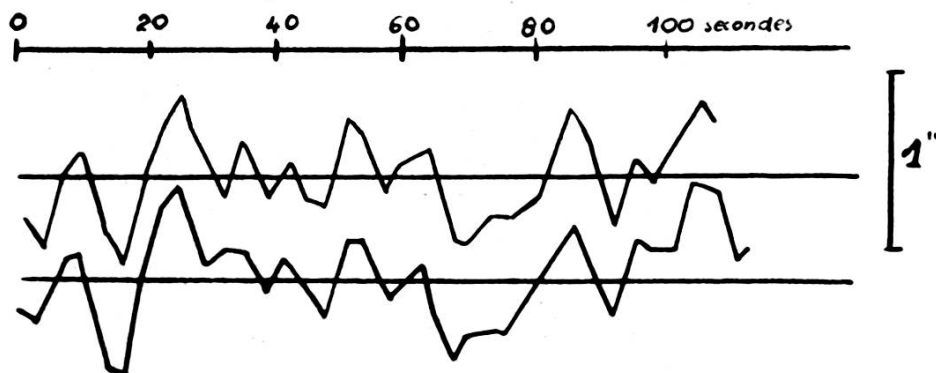
Fig. 8.

gistrement du voile pris entre les deux trainées (fig. 8). Une telle méthode a été utilisée par Minnaert et Houtgast pour l'étude de la scintillation en donnant un déplacement plus ou

moins rapide du porte-plaque, permettant ainsi d'examiner les fluctuations de l'intensité à fréquence élevée. Remarquons que les fluctuations de l'intensité de la scintillation peuvent atteindre 1 magnitude et sont souvent de 15 à 30% de l'intensité moyenne tandis que les fluctuations lentes ne dépassent probablement pas 4 à 6%. Ci-dessous, nous essayerons seulement de fixer la limite supérieure des fluctuations lentes.

§ 2. VÉRIFICATION DE L'EXPÉRIENCE DE SCHLESINGER.

Schlesinger [39] en 1927, a montré que deux étoiles proches l'une de l'autre (Merope et Alcyone distantes de 20' d'arc) subissent au même instant le même effet de la réfraction accidentelle (fig. 9). La figure, obtenue au réfracteur de Yerkes



Gig. 9.

(diamètre 102 cm, distance focale 19,3 m), donne les traces superposées de ces deux étoiles. Chaque point de la figure représente la position moyenne durant 3 secondes de temps. Cette expérience, et surtout si par la suite nous en tirons des renseignements photométriques, exige une excellente image de l'étoile. De plus, l'instrument doit être à long foyer afin de rendre visible les effets de la réfraction et nécessairement d'ouverture suffisante pour avoir sur la même plaque au moins deux étoiles. Nous avons effectué des essais sur:

- a) Télescope Schaer 1 m, monté en Cassegrain: le trait n'est pas de qualité uniforme, coma, et l'image un peu diffuse;

b) Equatorial Plantamour avec chambre photographique: distance focale suffisante mais très mauvaise image;

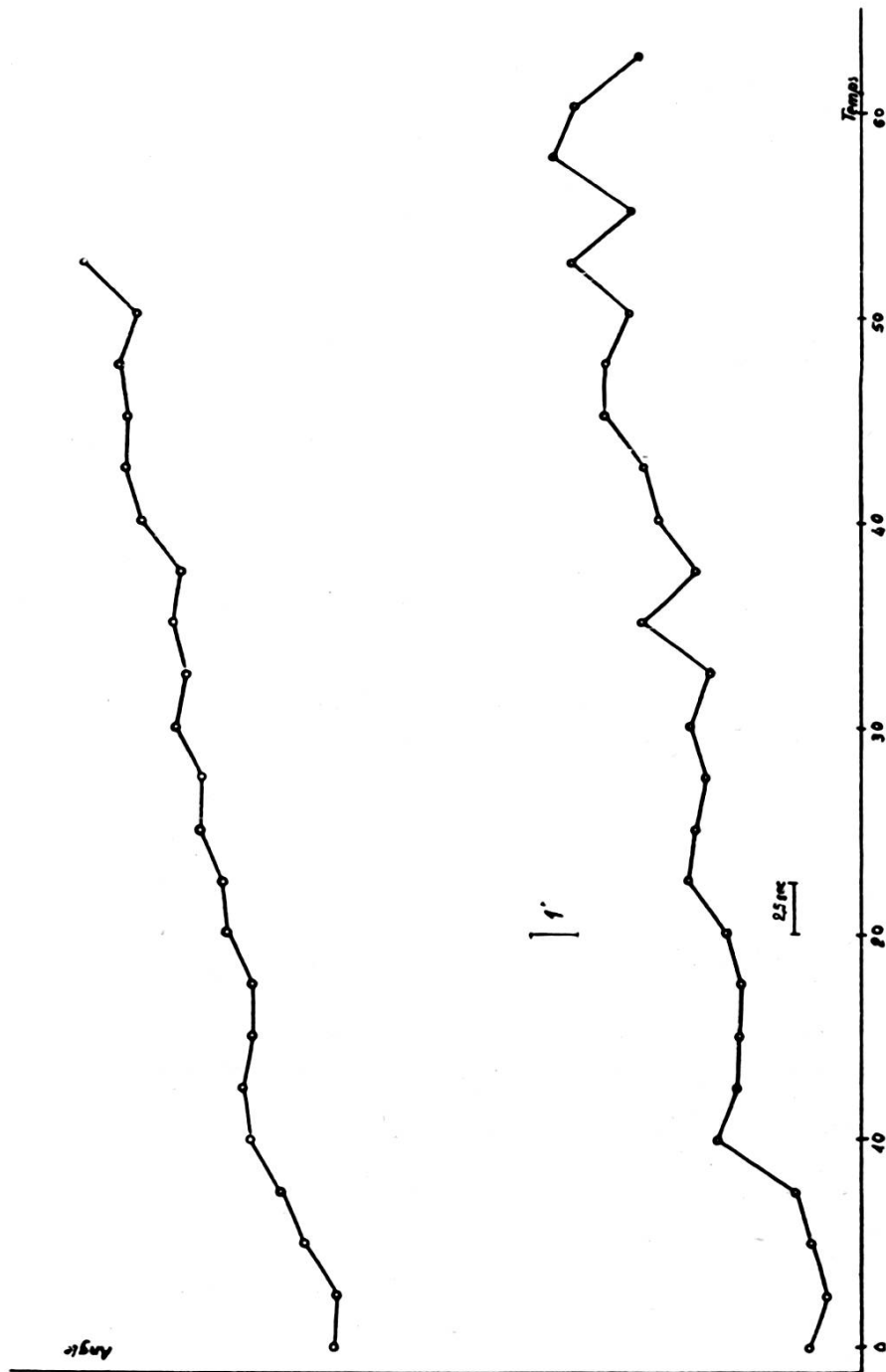


Fig. 10.

c) Télescope de 120 cm — Haute-Provence: image excellente et nombre considérable d'étoiles sur chaque cliché mais distance focale juste insuffisante rendant la lecture des clichés très difficile;

- d) Télescope de 80 cm — Haute-Provence, monté en Cassegrain, distance focale combinée 15 m : image excellente, nous étudions la réfraction accidentelle à l'aide des clichés obtenus avec cet instrument.

La figure 10 donne les trajectoires relevées. Il y a corrélation entre les deux déplacements. Le tracé n'est pas aussi remarquable que dans l'expérience de Schlesinger pour les raisons suivantes :

- a) les Pléiades ne pouvaient pas être atteintes car trop éclairées par la Lune ;
b) Nous ne pouvions disposer de l'instrument que durant la pleine Lune.

Il ne nous restait donc qu'un temps limité pour atteindre la région pas trop éclairée. De plus, les couples suffisamment intenses et de composantes assez rapprochées sont rares. Ainsi, les traces obtenues sont faibles et difficiles à mesurer avec le micromètre. Les points du graphique sont la position moyenne de l'étoile sur 3 mm de trainée correspondant à environ 2,5 sec d'enregistrement. Les plus grandes amplitudes atteignent 1', d'arc et sont distantes d'environ 30 sec à 70 sec. Par ailleurs, Courvoisier [40] a étudié visuellement la réfraction atmosphérique et obtient des amplitudes atteignant jusqu'à 1,68'' (ciel brumeux) avec une période moyenne voisine de 60 sec (de 40 à 100 sec).

§ 3. ESSAI DE CALCUL DE LA VARIATION D'INTENSITÉ DUE A UNE VARIATION D'INDICE DE RÉFRACTION.

Nous admettons le modèle d'atmosphère homogène, donc densité constante. Nous admettons également la validité de la loi de Gladstone, ce qui entraîne, en vertu du modèle d'atmosphère admis, la constance de l'indice de réfraction. Supposons

encore que l'absorption est due uniquement à la diffusion selon Rayleigh, la formule de Beer s'écrit

$$I_{\lambda} = I_{\lambda_0} e^{-\int_0^{\infty} K_d ds} \quad (50)$$

où: K_d = coefficient d'absorption;
 ds = espace parcouru par le rayon.

Rappelons que K_d a pour expression:

$$K_d = \frac{8\pi^3}{3\lambda^4} \frac{(\mu^2 - 1)^2}{N} \frac{6 + 3\sigma}{6 - 7\sigma} \quad (51)$$

L'atmosphère étant supposée réduite à un seul gaz, nous pouvons poser:

$N = 2,70 \cdot 10^{19}$ mol:cm³;
 σ = coefficient de dépolarisation = 0,042;
 μ = indice de réfraction du milieu.

Différentions l'expression 50,

$$\frac{dI_{\lambda}}{I_{\lambda}} = - d \left[\int_0^{\infty} K_d ds \right]$$

En vertu des hypothèses faites, K_d est indépendant de S pour $s < S$ et nul pour $s > S$, la trajectoire du rayon lumineux devient alors rectiligne:

$$\int_0^{\infty} K_d ds = K_d s$$

Soit H la hauteur de l'atmosphère homogène:

$$H = \frac{RT_0}{g} \quad s = H \sec z$$

T_0 = température absolue au sol;
 R = constante du gaz;
 g = gravité;
 H généralement admis vaut 7.991 m à $T_0 = 273^{\circ}$ K.

On obtient donc ¹:

$$\frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = - \frac{32 \pi^3}{3 \lambda^4} \cdot \frac{(\mu^2 - 1)}{N} \cdot \mu \cdot H \sec z d\mu$$

dans laquelle nous avons supposé $\frac{6 + 3\sigma}{6 - 7\sigma} \cong 1$; nous obtenons finalement, en remarquant que $\mu \cong 1,00029$ pour l'air sec à 760 mm, 15° (λ entre 4.000 et 6.000 Å):

$$\left. \begin{array}{l} a) \lambda = 6.000 \text{ \AA} \quad \frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = - 430 \sec z d\mu \\ b) \lambda = 4.000 \text{ \AA} \quad \frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = - 2.180 \sec z d\mu \end{array} \right\} \quad (52)$$

Calcul de $\Delta\mu$.

Les expériences de réfraction accidentelle montrent que l'amplitude des fluctuations atteint 1'' d'arc et selon Courvoisier est proportionnelle à $\sec^2 z$.

La correction de réfraction r est donnée par l'expression [42]:

$$r = (\mu - 1) \operatorname{tg} z$$

D'où:

$$\Delta r = \operatorname{tg} z \cdot \Delta\mu$$

Si Δr est exprimé en secondes, nous avons:

$$\Delta r'' = 0,206 \cdot 10^6 \operatorname{tg} z \cdot \Delta\mu$$

En tenant compte du résultat des observations de Courvoisier:

$$\Delta r = \Delta r_0 \sec^2 z$$

Δr_0 = fluctuation au zénith qui, dans nos régions vaut souvent 0,4''.

¹ On a supposé N indépendant de μ ; en fait, ce n'est pas le cas, car $N = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1}$; mais, pour une variation de μ d'environ $6 \cdot 10^{-6}$, celle de N est d'environ 1%; c'est une erreur du même ordre que celle faite en négligeant la dépolarisation.

Nous obtenons :

4.000 Å

$$\frac{\Delta I_\lambda}{I_\lambda} = - 4,2 \cdot 10^{-3} \frac{\sec^3 z}{\operatorname{tg} z}$$

6.000 Å

$$\frac{\Delta I_\lambda}{I_\lambda} = - 0,8 \cdot 10^{-3} \frac{\sec^3 z}{\operatorname{tg} z}$$

Expressions valables pour $z \neq 0$.

Plaçons-nous dans le cas d'observations assez basses sur l'horizon $z = 70^\circ$, nous obtenons pour nos régions :

à 4.000 Å :

$$\frac{\Delta I_\lambda}{I_\lambda} = - \frac{3,9}{100}$$

à 6.000 Å :

$$\frac{\Delta I_\lambda}{I_\lambda} = - \frac{0,75}{100}$$

Remarquons que la variation en magnitude est :

$$\Delta m \cong - \frac{\Delta I_\lambda}{I_\lambda}$$

De nos observations en Haute-Provence, nous pouvons déduire $\Delta r_0 = 0,10''$, d'où les écarts en magnitude peuvent atteindre :

à 4.000 Å :

$$\sim \frac{1}{100}$$

à 6.000 Å :

$$\sim \frac{0,2}{100}$$

En réalité, l'atmosphère a une densité soumise à des fluctuations continuelles et la variation $\Delta\mu$ est la variation résultante. Le modèle ci-dessus suppose que la variation de den-

sité $\Delta\rho$ correspondant à $\Delta\mu$ (loi de Gladstone) est celle de toute l'atmosphère alors qu'elle peut être celle de la dernière couche seulement. Nous introduisons donc une absorption trop élevée et les valeurs obtenues ci-dessus sont des limites supérieures.

Remarque.

L'étude des enregistrements photoélectriques de Lenouvel ne permet pas de distinguer des fluctuations ayant une période de 40 à 100 secondes, car les effets de la scintillation ne peuvent être séparés de ceux de la réfraction accidentelle sans la présence de l'enregistrement au même instant d'une deuxième étoile. D'autre part, lors d'observation d'étoiles fixes, les écarts à la valeur moyenne ont une période beaucoup plus grande que 100 secondes et leur amplitude est alors de l'ordre de 0,1 magnitude. De telles amplitudes n'ont pas pour origine la réfraction accidentelle et sont dues à une absorption neutre. Cette absorption provient de très faibles condensations locales (appelées poison photoélectrique par les Américains) et touche nécessairement une région étendue du ciel ($1^{\circ 2}$ au moins).

CONCLUSIONS

Nous avons montré le rôle important de la scintillation atmosphérique sur la précision des mesures photoélectriques. Nous avons également établi que le spectre de la scintillation dépend du diamètre de l'objectif, c'est-à-dire que l'écart quadratique des fluctuations, à la sortie d'un circuit RC, est inversement proportionnel à la constante de temps pour les grands objectifs, et à la racine de la constante de temps pour les petits objectifs. D'autre part, nous avons trouvé que, pour les grands objectifs, les fréquences très basses contribuent à l'écart quadratique moyen.

Il paraît nécessaire d'étudier expérimentalement le spectre de la scintillation, directement avec un analyseur d'ondes comme l'a fait Mikesell, aux très basses fréquences $\nu < 1$ et aux fréquences très élevées $\nu > 200$ et ceci surtout pour les

grands objectifs puisque nous avons montré que l'erreur est environ inversement proportionnelle au diamètre.

Par ailleurs, nous avons examiné le rôle des fluctuations lentes de l'atmosphère (période de 40 à 100 sec) et constaté que l'erreur éventuellement introduite restait inférieure à celle causée par la scintillation. Ainsi, si nous disposons d'un dispositif d'enregistrement continu, il ne paraît pas nécessaire de recourir à l'emploi de deux cellules enregistrant ensemble l'étoile étudiée et l'étoile de comparaison.

Enfin, nous avons montré que le tracé classique de la droite de Bouguer n'a pas à être modifié. Cependant, à cause de la présence du terme β à la suite de m_{λ_0} dans la formule 48, nous devons prendre des précautions pour effectuer le rattachement aux séquences fondamentales lorsque les mesures s'effectuent avec des filtres optiques à large bande passante.

Pour accroître la précision des mesures photoélectriques en astronomie, il est indispensable de développer l'étude du spectre de la scintillation d'une part, celle des amplificateurs à très étroite bande passante d'autre part. En effet, il serait avantageux de moduler la lumière à une fréquence comprise dans une bande de fréquence de scintillation contribuant très peu à l'écart quadratique total. Un tel procédé ne sera avantageux que s'il est possible de réaliser des amplificateurs ayant une bande passante inférieure à 0,1 p:s.

BIBLIOGRAPHIE

1. KRON, G., *Ap. j.*, vol. 103, May 1946, p. 326
2. GOLAY, M., *Archives des Sciences*, vol. 6, fasc. 2, 1953.
3. LENOUVÉL, F., thèse. Paris, juin 1953.
4. ENGSTRÖM, R. W., *Journal of the optical Society of America*, 37, 420-431, 1947.
5. BLANC-LAPIERRE, A., *Publications des Laboratoires de physique de l'Ecole normale*, n° 7.
6. LALLEMAND, A., *Journal de Physique et le Radium*, tome X, 1949, p. 235.
7. JOHNSON, H. L., *Ap. j.*, vol. 107, n° 1, January 1948, p. 34.
8. BABCOCK, H. W., *Mont Wilson et Palomar Reprint*, n° 23.
9. ORSINI, thèse. Paris, 1949.
10. MOSNIER, *D.E.S.*, Paris, 1949.
11. GATI, *Alta Frequenza*, 17, 2031, 1948.

12. KUIPER, G.; W. WILSON, R. J. CASHMAN, *Ap. j.*, vol. 106, N. 2, 1947.
13. BONFIGLIOLI, G., G. MONTALENTI, *Spectrochimica Acta*, 1953, vol. 5, p. 371-377.
14. YATES, G. G., *M.N.R.A.S.*, 1948, vol. 108.
15. MARSHALL, F. H., J. W. COLTMANN, A. I. BENNET, *Rev. Sci. Instrum.*, 1948, 19, 744.
16. SINCLAIR SMITH, *Ap. j.*, 1932, vol. 76, n° 5, p. 286.
17. BLANC-LAPIERRE, A., *Journal de Physique et le Radium*, 1944, p. 239.
18. RAJCHMANN, thèse. Genève, 1938.
19. SURDIN, M., *Journal de Physique et le Radium*, 1949, p. 253.
20. COSSON, J., *Mesures*, avril 1949, p. 127.
21. COULOMB, J., *Mesures*, 1952, p. 221.
22. BAURAND, J., *Journal de Physique et le Radium*, 1944, p. 50.
23. KRON, G., *A.S.P.*, 1940, p. 250.
24. WHITFORD, A. E. et J. STEBBINS, *Publ. A.A.S.*, 8, 288, 1936.
25. SIDENTOPF, H., *A.N.*, 269, 1939.
26. BUTLER, H. E., *Contribution from the Dunsink Observatory*, n° 4.
27. ELLISON, M. A. et H. SELDOM, *M.N.R.S.*, n° 1, 1952.
28. NETTELBLAD, F., *Publications de l'Observatoire de Lund*, sér. II, n° 130.
29. MIKESSELL, A. H., A. A. HAAG, J. S. HALL., *J. Opt. Soc. Amer.*, 41, p. 689, 1951.
30. MINNAERT, M. et J. HOUTGAST, *Zf. A.*, 10, 86, 1935.
31. LALLEMAND, A., *Onde électrique*.
32. SARD, J., *Appli. Phys.*, 17, 768, 1946.
33. VELGHE, A., *Communication de l'Observatoire royal de Belgique*, n° 9, 1949.
34. KING, I., *A.J.*, vol. 57, n° 8, p. 253, 1952.
35. SEARES, F. H., JOYNER, *Ap. J.*, 98, 302, 1943.
36. STEBBINS, J., A. E. WHITFORD, H. L. JOHNSON, *Ap. J.*, 112, 469, 1950.
37. PETTIT, *Ap. J.*, 91, 159, 1940.
38. JOHNSON, A. E., W. W. MORGAN, *Ap. J.*, 114, 522, 1951.
39. SCHLESINGER, F., *M.N.R.A.S.*, May 1927, p. 507.
40. COURVOISIER, L., *A. N.*, vol. 277, n° 5/6.
41. ROULLEAU, J. et R. TROCHON, *Météorologie générale*, tome I, 1952.
42. STRÖMGREN, E. et B., *Lehrbuch der Astronomie*.