# Approximation simple d'une courbe de relaxation diélectrique

Autor(en): **Bruin, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **10 (1957)**

Heft 6: **Colloque Ampère**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-738727

# Approximation simple d'une courbe de relaxation diélectrique

par F. Bruin

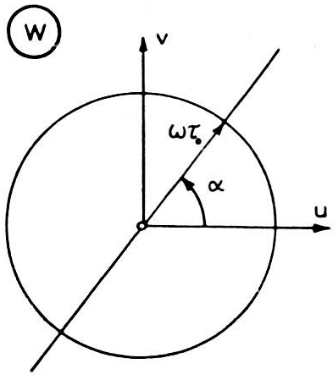
Laboratoire de Physique, Université d'Amsterdam, Hollande

---

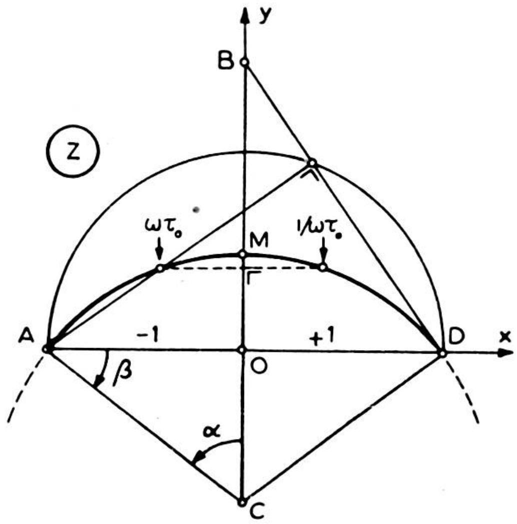
En admettant pour un milieu homogène une relation linéaire entre l'onde incidente et l'onde reçue, il est bien connu qu'on peut exprimer leur relation par une quantité $z\,(\omega)$ qui est une fonction complexe de la fréquence. Cette fonction doit montrer une symétrie par rapport à un des axes du plan complexe, soit pour la permittivité, l'axe réel ($z^*\,(-\,\omega) = z\,(\omega)$). Quand une description théorique ne possède pas cette symétrie, elle ne peut qu'être une approximation: L'asymétrie indique que la théorie sera non linéaire et pour un tel milieu il n'y a pas de définition exacte de la permittivité. Ici nous donnons une approximation non symétrique pour la permittivité diélectrique complexe en fonction de la fréquence.

En dérivant le cercle de Debye, on suppose que l'amortissement du déplacement $r$ sera proportionnel à une vitesse $\dot{r}$. Nous démontrons que la solution périodique est intéressante aussi quand il existe une différence de phase entre $\dot{r}$ et l'amortissement, de telle sorte que dans l'équation différentielle $\mathrm{E} = \mathrm{C}r + \mathrm{R}\dot{r}$, la constante d'amortissement R, et par conséquent le temps de relaxation $\tau = 1/\mathrm{RC}$, soit complexe. Nous posons $\tau = \tau_0 \exp j\beta$, de sorte que $j\omega\tau = \omega\tau_0 \exp j\,(\beta + \pi/2) = \omega\tau_0 \exp j\alpha$.

Quand $\omega\tau_0$ est variable et $\beta$ constant, dans le plan $w$ la fonction $w = j\omega\tau$ est une droite qui passe par l'origine. Par la relation bilinéaire $z = (1 - w)/(1 + w)$, cette droite dans le plan $w$ est transformée en un cercle dans le plan $z$, qui passe par les points D ($z = +\,1$) et A ($z = -\,1$) et qui a son centre C à une distance tan $\beta$ au-dessous de l'origine O. L'axe imaginaire $v$ (pour lequel $\alpha = \pi/2$) se transforme en donnant le demi-cercle ordinaire de Debye. Sur l'arc AMD dans le plan $z$, il est aisé de déterminer graphiquement la valeur de $\omega\tau_0$, car $\omega\tau_0 = \mathrm{AC}/(\mathrm{OB} - \mathrm{OC})$. Pour $z = \mathrm{OD} = 1$, on a $\omega\tau_0 = 0$, pour $z = \mathrm{OA} = -\,1$, $\omega\tau_0 = \infty$ et pour




$w = \omega\tau_0 \exp j\alpha$




$z = \frac{1-w}{1+w}$

$Jm\, z =$ maximum, ou $z = \mathrm{OM} = j \tan \alpha/2$, $\omega\tau_0 = 1$. En déplaçant l'origine à gauche, on obtient pour la permittivité $\hat{\varepsilon}$ la relation générale

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\, \frac{1 - j\omega\tau_0 \exp j\beta}{1 + j\omega\tau_0 \exp j\beta}\,.$$

Déjà Cole et Cole ont remarqué [1] qu'on peut souvent donner une expression approximative de la permittivité complexe observée par un arc de cercle. On trouve leur cercles phénoménologiques en posant dans l'expression bilinéaire ci-dessus $w = (j\omega\tau_0)^k = (\omega\tau_0)^k \exp jk\pi/2$, de sorte que l'angle de Cole $\alpha$ est égal à $k\pi/2$. Il semble que l'interprétation physique de leur relation n'a pas encore été donnée.

---

[1] Cole, R. H. et K. S. Cole, *J. Chem. Phys.*, *9* (1941), 341.