Étude des transitions à plusieurs quanta en résonance magnétique nucléaire à l'aide des équations de Bloch

Autor(en): **Lurçat, François**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **11 (1958)**

Heft 7: **Colloque Ampère**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-738905

Etude des transitions à plusieurs quanta en résonance magnétique nucléaire à l'aide des équations de Bloch

par François LURÇAT

Les transitions à plusieurs quanta entre les sous-niveaux Zeeman d'un atome ont été étudiées en détail, théoriquement et expérimentalement, par J. Winter [1] sur des jets atomiques et des vapeurs. La théorie des transitions à plusieurs quanta peut aussi être faite en utilisant les équations de Bloch. On écrit celles-ci dans un système tournant à la vitesse ω_2, voisine de ω_0, et en présence d'un champ alternatif rectiligne de fréquence ω_1 (on posera ensuite $\frac{\omega_2}{n} = \omega_1$ s'il s'agit d'une transition à n quanta):

$$\left.\begin{aligned}
\frac{du}{dt} &= \varepsilon\left[-\beta u - \delta v - Mz\left\{\sin(\omega_2+\omega_1)\,t + \sin(\omega_2-\omega_1)t\right\}\right]\\
\frac{dv}{td} &= \varepsilon\left[\delta u - \beta v - Mz\left\{\cos(\omega_2+\omega_1)t + \cos(\omega_2-\omega_1)t\right\}\right]\\
\frac{dMz}{dt} &= \varepsilon\Big[u\left\{\sin(\omega_2+\omega_1)\,t + \sin(\omega_2-\omega_1)\,t\right\} + v\left\{\cos(\omega_2+\omega_1)\,t + \right.\\
&\qquad\left. + \cos(\omega_2-\omega_1)t\right\} - \alpha\,(Mz - M_0)\Big].
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

Notations: On appelle $2H_1$ l'amplitude du champ radiofréquence, et θ l'angle entre ce champ et le plan perpendiculaire au champ permanent H_0.

$$\varepsilon = |\gamma|\ H_1 \cos\theta \qquad \alpha = \frac{1}{|\gamma|\ H_1\cos\theta\ T_1} \qquad \beta = \frac{1}{|\gamma|\ H_1\cos\theta\ T_2}$$

$$\delta = \frac{|\gamma|\left[H_0 + 2\ H_1\sin\theta\cos\omega_1 t\right] - \omega_2}{|\gamma|\ H_1\cos\theta} = \delta_0 + 2\ tg\ \theta\cos\omega_1 t$$

Les équations [1] seront transformées en équations approchées à coefficients constants, grâce à un développement en puissances de ε [2].

Transitions a deux quanta $\left(\omega_1 = \frac{\omega_2}{2}\right)$.

Les équations approchées déduites de (1) sont:

$$\frac{du}{dt} = \varepsilon\,[-\,\beta u - \delta'_0\, v]$$

$$\frac{dv}{dt} = \varepsilon\left[\delta'_0\, u - \beta\, v + \left(\frac{\varepsilon}{\omega_1}\, tg\ \theta\right) M_z\right] \qquad (2)$$

$$\frac{dMz}{dt} = \varepsilon\left[-\,\alpha\,(M_z - M_0) - \left(\frac{\varepsilon}{\omega_1}\, tg\ \theta\right) v\right]$$

Au coefficient $\left(-\frac{\varepsilon}{\omega_1}\, tg\ \theta\right)$ près, ce sont les équations de Bloch ordinaires. On en déduit en particulier l'amplitude du signal d'absorption (passage lent) à la résonance ($\delta'_0 = 0$) et loin de la saturation:

$$\frac{v_2}{v_1} = -\,\frac{H_1}{H_0} \sin 2\ \theta \qquad (3)$$

où v_1 est l'amplitude du signal de résonance ordinaire (1 quantum) dans les mêmes conditions (mais avec un champ alternatif, d'amplitude $2H_1$, perpendiculaire à H_0). Le signal sera maximum pour $\theta = \pi/4$, ce qui s'explique par la conservation du moment cinétique [3].

La quantité δ'_0 qui intervient dans (2) n'est pas exactement le δ_0 défini auparavant, mais

$$\delta'_0 = \delta_0 + \frac{2\ \varepsilon}{3\ \omega_1}\ . \qquad (4)$$

Il en résulte que la fréquence de la résonance à deux quanta est déplacée (effet Bloch-Siegert): au lieu de $\frac{1}{2}\,|\,\gamma\,|\,H_0$, elle est:

$$\omega_r = \frac{1}{2}\,|\gamma|\,H_0 \left[1 + \frac{4}{3}\left(\frac{H_1 \cos\ \theta}{H_0}\right)^2\right] \qquad (5)$$

Transitions a trois quanta $\left(\omega_1 = \frac{\omega_2}{3}\right)$.

La composante longitudinale du champ alternatif n'intervenant pas [3], on posera $\theta = 0$. On obtient les équations approchées:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{du}{dt} &= \varepsilon\,[-\,\beta' u - \delta' v] \\
\frac{dv}{dt} &= \varepsilon\left[\delta' u - \beta' v + \left(\frac{\varepsilon}{4\,\omega_1}\right)^2 \mathrm{M}_z\right] \\
\frac{d\mathrm{M}_z}{dt} &= \varepsilon\left[-\,\alpha' (\mathrm{M}_z - \mathrm{M}') - \left(\frac{\varepsilon}{4\,\omega_1}\right)^2 v\right]
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

α', β', M_0 diffèrent de α, β, M_0 par des corrections du deuxième ordre en $\left(\frac{\varepsilon}{4\,\omega_1}\right)$

L'amplitude du signal d'absorption, dans les conditions définies ci-dessus, est donnée par

$$\frac{v_3}{v_1} = -\left(\frac{3\,\mathrm{H}_1}{4\,\mathrm{H}_0}\right)^2 \quad (7)$$

Le déplacement Bloch-Siegert est donné par $\delta' = \delta + \frac{8\,\omega_1}{3\,\varepsilon}$; la fréquence de résonance est donc:

$$\omega_r = \frac{1}{3}\,|\gamma|\,\mathrm{H}_0\left[1 + \frac{9}{8}\left(\frac{\mathrm{H}_1}{\mathrm{H}_0}\right)^2\right] \quad (8)$$

1. Winter, J., thèse Paris, 1958.
2. Bogolioubov, N. N., Y. A. Mitropolski, *Méthodes asymptotiques en théorie des oscillations non linéaires*. Moscou, 1955.
3. Margerie, J., J. Brossel, *C. R.*, *241*, 373 (1955).