

# Effets de marée sur un amas stellaier

Autor(en): **Bouvier, P.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **16 (1963)**

Heft 1

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-739336>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# EFFETS DE MARÉE SUR UN AMAS STELLAIRE

PAR

**P. BOUVIER**

---

## RÉSUMÉ

On revient ici sur l'influence disruptive de la Galaxie et celle d'un nuage de matière diffuse sur un amas stellaire galactique, déjà examinée dans un travail antérieur. Les étoiles de la région périphérique de l'amas sont censées décrire des portions d'orbite képlérienne. Le rayon de stabilité apparaît ici comme racine double d'une équation cubique liée à la surface d'énergie cinétique nulle.

## ABSTRACT

Tidal effects due to the Galaxy as a whole and to a cloud of diffuse matter close to a galactic stellar cluster, are examined on the assumption that the outer stars of the cluster follow keplerian orbits. The cluster's radius of stability comes out again as a double root of a cubic equation corresponding to the surface of vanishing kinetic energy.

1. L'influence du champ galactique général sur un amas stellaire particulier a été étudiée tout d'abord par Bok (1934) puis Mineur (1939). Sans procéder à une analyse explicite des rencontres entre étoiles de l'amas, il était possible, sur la base d'un modèle continu de l'amas, de définir une valeur critique que la densité de l'amas doit dépasser afin que soit garantie la stabilité vis-à-vis de l'effet de marée du champ galactique.

Cette valeur critique se trouve rehaussée si l'amas est en outre soumis à l'action supplémentaire prolongée d'un grand nuage de matière diffuse situé dans son voisinage (Bouvier 1958, noté I par la suite). Notons cependant que cette situation est à regarder comme un cas extrême car la notion de nuage gazeux étendu et compact est trop schématique; l'étude des nuages d'hydrogène interstellaire en particulier révèle des structures irrégulières et mal délimitées (Woltjer 1961). De plus, la vitesse relative de l'amas et du nuage comporte en général une composante qui entraînera une modification non négligeable de l'interaction sur  $10^7$  ans ou plus.

Spitzer (1958) a évalué le gain d'énergie d'une étoile quelconque de l'amas lors du passage d'un nuage à proximité de cet amas; en particulier quand ce passage est assez rapide, il s'agit uniquement d'un gain d'énergie cinétique, facilement calculable, alors que le problème se complique lorsque le passage exige une durée pendant laquelle l'étoile se déplace notablement au sein de l'amas. Quoiqu'il en soit,

l'effet cumulé des rencontres d'un amas avec des nuages interstellaires tend à réduire la durée de vie de l'amas.

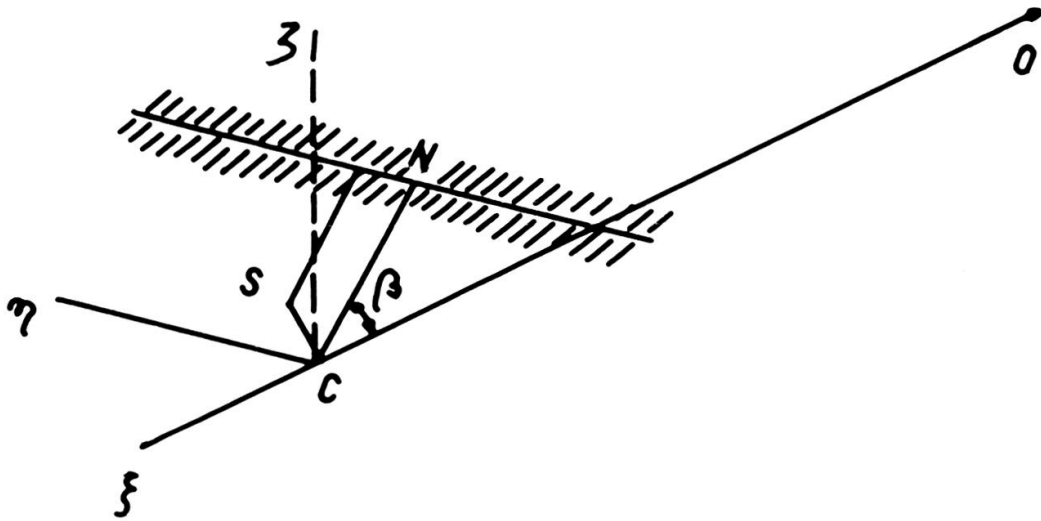


Fig. 1

2. Dans ces divers travaux, chaque fois qu'il était question de représenter l'amas stellaire par un modèle continu, c'est le modèle homogène qui a été adopté pour des raisons de simplicité mathématique. Plus spécialement, si l'amas envisagé est sphérique et homogène, la gravité à distance  $\rho$  du centre a la forme

$$g(\rho) = k\rho \quad (1)$$

où  $k$  est une constante proportionnelle à la densité de l'amas.

Cependant, l'effet de marée n'aura aucune influence dans la région centrale de l'amas; les seules étoiles pouvant être sensibles à une telle influence seront celles des zones périphériques, où la gravité vaudra approximativement

$$g(\rho) = \frac{\mu}{\rho^2} \quad (2)$$

$\mu$  étant le produit de la masse totale de l'amas par la constante de la gravitation.

Sauf dans le cas du passage rapide du nuage, où le modèle d'amas n'intervient pas, le remplacement de (1) par (2) dans l'analyse de Spitzer conduit à des difficultés de résolution inextricables. Revenons-en donc au point de vue plus statique adopté dans I.

Désignons par  $O$  le centre galactique, par  $C$  le centre d'un amas stellaire galactique, de coordonnées  $x, y, z$  dans un référentiel d'origine  $O$ ; dénotons par  $S$  une étoile de cet amas, de coordonnées  $X, Y, Z$  et posons

$$OC = r, OS = R, CS = \rho$$

les projections de  $\rho$  sur les axes étant  $\rho_x, \rho_y, \rho_z$  (fig. 1).

Si le plan  $Oxy$  est supposé coïncider avec le plan galactique, nous aurons  $z \ll r$  et  $Z \ll R$ ; nous admettons en outre la présence d'un filament de matière diffuse à proximité de l'amas. Ce filament, constituant éventuellement une portion de bras spiral de la Galaxie, sera schématisé par un nuage cylindrique de longueur indéfinie dont l'axe, perpendiculaire à  $OC$  passe à une distance  $r' = CN$  du centre de l'amas et à une distance  $R'$  de l'étoile  $S$ ,  $R'$  ayant pour projections  $X', Y', Z'$ .

Si le champ galactique en  $C$  a pour composantes  $f(r)$  dans le plan  $Oxy$  et  $f_z = \frac{z}{r} f_3(r)$  normale à ce plan, tandis que le champ du nuage de matière diffuse, noté  $\varphi(r')$ , fait un angle  $\beta$  avec  $OC$  (fig. 1), alors l'accélération du centre  $C$  aura pour composantes:

$$\begin{aligned}\gamma_x^c &= -\frac{x}{r}f(r) - \frac{x}{r}\varphi(r') \cos \beta \\ \gamma_y^c &= -\frac{y}{r}f(r) - \frac{y}{r}\varphi(r') \cos \beta \\ \gamma_z^c &= -\frac{z}{r}f_3(r) - \varphi(r') \sin \beta\end{aligned}\quad (3)$$

et l'accélération de l'étoile  $S$ :

$$\begin{aligned}\gamma_x^s &= -\frac{X}{R}f(R) - \frac{X'}{R'}\varphi(R') - \frac{\rho_x}{\rho}g(\rho) \\ \gamma_y^s &= -\frac{Y}{R}f(R) - \frac{Y'}{R'}\varphi(R') - \frac{\rho_y}{\rho}g(\rho) \\ \gamma_z^s &= -\frac{Z}{R}f_3(R) - \frac{Z'}{R'}\varphi(R') - \frac{\rho_z}{\rho}g(\rho)\end{aligned}\quad (4)$$

et par différence nous en tirons l'accélération relative de  $S$  par rapport à  $C$ .

Introduisons ici, selon un usage fréquent dans ce genre de problème, le référentiel  $C\xi\eta\zeta$  centré en  $C$ , entraîné par la rotation galactique de vitesse  $\omega(r) = \omega$  et tel que  $C\xi$  passe constamment par  $O$ .

Nous avons par conséquent

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad \ddot{y} + \omega^2 y = 0 \quad (5)$$

puis,  $\xi, \eta, \zeta$  étant les coordonnées de  $S$  dans le système entraîné,

$$X = x + \frac{x}{r}\xi + \frac{y}{r}\eta$$

$$Y = y + \frac{y}{r} \xi - \frac{x}{r} \eta \quad (6)$$

$$Z = z + \zeta$$

D'autre part, si  $\beta'$  est l'angle de  $R'$  avec le plan Oxy,

$$R' \cos \beta' = r' \cos \beta + \zeta \quad (7)$$

$$R' \sin \beta' = r' \sin \beta - \zeta$$

relations d'où nous tirons, par élimination de  $\beta'$ ,  $R'$  en fonction de  $\beta$  et des rapports  $\xi/r'$ ,  $\zeta/r'$  dont nous négligeons les carrés. Par ailleurs les composantes de  $R$  se déduisent de (7) et valent

$$X' = \frac{x}{r} (r' \cos \beta + \zeta)$$

$$Y' = \frac{y}{r} (r' \cos \beta + \zeta)$$

$$Z' = r' \sin \beta - \zeta$$

Le calcul de l'accélération relative, en négligeant les termes d'ordre supérieur au premier en  $\xi/r'$  et  $\zeta/r'$  est très analogue aux calculs de I; effectué ici avec un peu plus de rigueur, il conduit finalement aux équations suivantes pour le mouvement relatif de  $S$ :

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} - 2\omega\dot{\eta} + \left( \alpha_{11} + \frac{g}{\rho} \right) \xi + \alpha_{13}\zeta &= 0 \\ \ddot{\eta} + 2\omega\dot{\xi} + \frac{g}{\rho} \eta &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\ddot{\zeta} + \left( \alpha_{33} + \frac{g}{\rho} \right) \zeta + \alpha_{31}\xi = 0$$

où

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} + \frac{d\varphi}{dr'} \cos^2 \beta + \frac{\varphi}{r'} \sin^2 \beta \\ \alpha_{13} &= \alpha_{31} = \left( \frac{\varphi}{r'} - \frac{d\varphi}{dr'} \right) \cos \beta \sin \beta \\ \alpha_{33} &= \frac{f_3}{r} + \frac{d\varphi}{dr'} \sin^2 \beta + \frac{\varphi}{r'} \cos^2 \beta \end{aligned} \quad (9)$$

soit encore, en assimilant le filament de matière diffuse à un cylindre homogène infiniment long, pour lequel

$$\begin{aligned}\frac{d\varphi}{dr'} &= -\frac{\varphi}{r'} \\ \alpha_{11} &= \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} - \frac{1}{2} \frac{\varphi}{r'} \cos 2\beta \\ \alpha_{13} &= \alpha_{31} = \frac{\varphi}{r'} \sin 2\beta \\ \alpha_{33} &= \frac{f_3}{r} + \frac{1}{2} \frac{\varphi}{r'} \cos 2\beta\end{aligned}\tag{10}$$

Des équations (8) nous déduisons l'intégrale première d'énergie après avoir tenu compte de (2),

$$\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2 + \alpha_{11}\xi^2 + 2\alpha_{13}\xi\zeta + \alpha_{33}\zeta^2 - 2\frac{\mu}{\rho} = 2E\tag{11}$$

où  $\rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$  et où l'on écrira

$$E = -\mu/2a$$

pour l'énergie totale de l'étoile considérée,  $a$  différant peu du demi-grand axe de l'orbite képlérienne qu'aurait suivi cette étoile (au moins dans la zone périphérique de l'amas) en l'absence de perturbation extérieure.

3. En ce qui concerne la stabilité de l'amas dans sa région périphérique, nous sommes amenés à examiner la surface d'équation

$$\alpha_{11}\xi^2 + 2\alpha_{13}\xi\zeta + \alpha_{33}\zeta^2 + \mu\left(\frac{1}{a} - \frac{2}{\rho}\right) = 0\tag{12}$$

Il y a symétrie par rapport à l'axe  $C\eta$  et au plan  $C\xi\zeta$ . Or, selon les expressions (10),

$$\alpha_{11} < 0 \quad \text{tant que} \quad \beta < \beta_1$$

$$\text{où} \quad \cos 2\beta_1 = \frac{2r'}{\varphi} \left( \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} \right)$$

et  $\alpha_{33} > 0$  à condition que  $\beta < \beta_3$

$$\text{où} \quad \cos 2\beta_3 = -\frac{2r'f_3}{\varphi r}$$

En adoptant les valeurs indiquées en I sur la base de données relatives au voisinage du soleil, soit

$$2,3 \cdot 10^{-30} \text{ sec}^{-2} \quad \text{pour} \quad \left| \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} \right| \quad \text{et}$$

$5,85 \cdot 10^{-30} \text{ sec}^{-2}$  pour  $f_3/r$ , nous remarquons que  $\beta_3 > \beta_1$  de sorte que dans l'intervalle  $\beta_1 < \beta < \beta_3$  les coefficients  $\alpha_{11}$  et  $\alpha_{33}$  sont tous deux positifs, tendant ainsi à réduire en valeur absolue l'énergie totale donnée par (11); les influences conjuguées du nuage et de la Galaxie contribuent à étaler l'amas aussi bien le long de l'axe  $C\xi$  que dans la direction  $C\zeta$ .

Notons que lorsque l'effet de marée est dû au seul champ galactique,  $\alpha_{13} = 0$  et le problème est identique à celui de la figure des comètes perturbées par le soleil (Tisserand 1896). L. Martinet a discuté en détail la surface (12) qui comporte, dans certaines conditions, une nappe fermée. Si  $\beta = 0$  ou s'il n'y a pas de nuage (perturbation radiale), cette nappe coupe les axes  $C\xi$ ,  $C\zeta$  à des valeurs respectives  $\pm \xi_0$ ,  $\pm \zeta_0$  et il devient possible de calculer l'aplatissement  $(\xi_0 - \zeta_0)/\xi_0$  en fonction de la masse de l'amas. Dès que celle-ci est inférieure à une certaine valeur critique, la nappe fermée s'ouvre et la désagrégation de l'amas s'amorcera.

Il convient de se rappeler que la surface (12) d'énergie cinétique nulle est une surface-limite; s'il devait lui correspondre un aplatissement observable sur un amas galactique particulier, ce serait lorsque  $C\eta$  coïncide avec la ligne de vue et que l'amas se trouve donc «en quadrature» que les chances d'observer un tel aplatissement seraient les meilleures. De toute façon, ce genre d'observation sera rendu très difficile par la faible concentration des régions extérieures de l'amas.

4. Envisageons ici plus particulièrement ce qui se passe dans le plan  $C\xi\eta$ ; repérant une direction quelconque de ce plan à l'aide de l'angle  $l$  qu'elle fait avec  $C\xi$ , nous voyons, en posant

$$\xi = \rho \cos l, \quad \eta = \rho \sin l, \quad \zeta = 0$$

que l'équation (12) se réduit à

$$\alpha_{11} \rho^3 \cos^2 l + \left( \frac{\rho}{a} - 2 \right) \mu = 0 \quad (13)$$

Cette équation admet une racine positive finie au moins pour tout  $l$  à condition que

$$\mu > \mu_c$$

où la valeur  $\mu_c = -27a^3 \alpha_{11}$  correspond à une masse critique de l'amas. Il existe alors une nappe fermée  $\Sigma'$  autour de  $C$  à l'intérieur de laquelle le carré de la vitesse reste positif, alors qu'il devient négatif à l'extérieur; la nappe  $\Sigma'$  admet  $C\xi$  et  $C\eta$

comme axes de symétrie, elle coupe le premier de ces axes à une valeur  $\xi_0$  comprise entre  $2a$  et  $3a$  et le second à la distance  $\eta_0 = 2a$  du centre  $C$  (fig. 2). Une deuxième nappe  $\Sigma''$  vient couper l'axe  $C\xi$  au-delà de  $3a$  et admet l'axe  $C\eta$  comme asymptote.

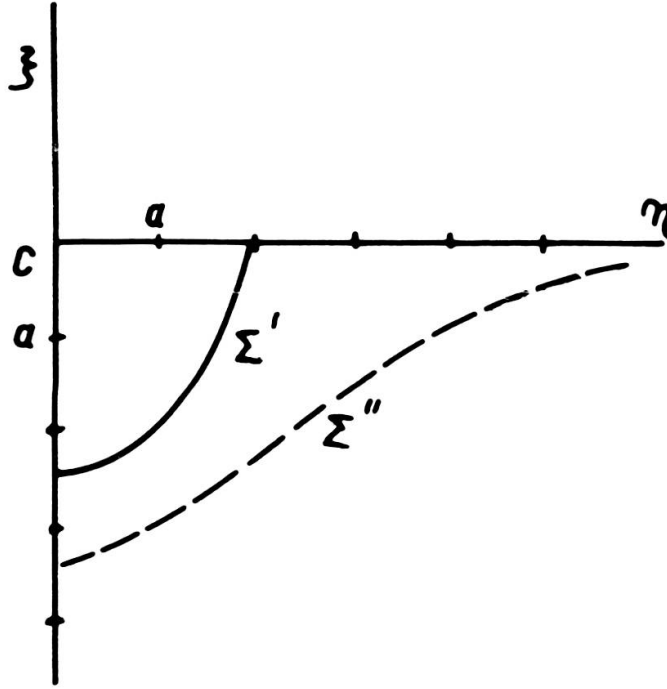


Fig. 2

En particulier sur l'axe  $C\xi$  où  $l = 0$  ou  $180^\circ$ , (13) se réduit à

$$\alpha_{11}\xi^3 + \frac{\mu}{a}\xi - 2\mu = 0 \quad (14)$$

et le discriminant de la résolvante de (14)

$$\delta = \left(\frac{\mu}{a\alpha_{11}}\right)^2 \left(a^2 + \frac{\mu}{27a\alpha_{11}}\right) = \left(\frac{\mu}{\alpha_{11}}\right)^2 \left(1 - \frac{\mu}{\mu_c}\right)$$

est négatif tant que  $\mu$  dépasse  $\mu_c$ . Lorsque  $\mu \rightarrow \mu_c$ , alors  $\delta \rightarrow 0$ , les deux racines positives tendent vers  $3a$ , la nappe  $\Sigma'$  s'ouvre dans la nappe  $\Sigma''$  et la désagrégation de l'amas va pouvoir s'amorcer. Dans ces conditions, l'équation (14) admet la racine double

$$\xi_0 = 3a = -\left(\frac{\mu_c}{\alpha_{11}}\right)^{1/3} \quad (15)$$

5. N'envisageons que la seule influence galactique, réduite au champ d'une masse ponctuelle placée en  $O$  (fig. 1); nous aurons

$$f(r) = \frac{\mu_g}{r^2} \quad (16)$$



où  $\mu_g = \zeta_j \mathcal{M}$ ,  $G$  étant la constante de la gravitation et  $\mathcal{M}$  la masse totale de la Galaxie. Nous tirons de (9)

$$\alpha_{11} = \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} = -3 \frac{\mu_g}{r^3}$$

valeur inchangée si l'on ajoute à (16) un terme proportionnel à  $r$  comme dans le modèle d'Oort;  $\mathcal{M}$  désignera la masse du noyau central de la Galaxie. Par substitution en (15),

$$\xi_0 = \left( \frac{\mu}{3\mu_g} \right)^{1/3} r$$

nous retrouvons ici le « rayon de stabilité » mesuré dans le référentiel  $C\xi\eta\zeta$  en rotation uniforme autour de  $O$ .

En effet, dans le référentiel fixe  $Oxyz$  le rayon de stabilité est déterminé par l'équilibre des forces le long de l'axe  $OC$ , soit ( $S$  étant alors sur la ligne  $OC$ )

$$\frac{\mu}{\rho^2} = \frac{\mu_g}{(r-\rho)^2} - \frac{\mu_g}{r^2} = 2 \frac{\mu_g}{r^3} \rho$$

au deuxième ordre près en  $\rho/r$ , d'où l'expression usuelle

$$\rho = \rho_s = \left( \frac{\mu}{2\mu_g} \right)^{1/3} r$$

D'autre part le référentiel  $C\xi\eta\zeta$  est en rotation uniforme de vitesse angulaire

$$\omega^2 = \frac{f(r)}{r}$$

et la différence des forces centrifuges en  $C$  et en  $S$ , soit  $\omega^2 \rho$  le long de  $C\xi$  nous oblige à écrire pour l'équilibre

$$\frac{\mu}{\rho^2} = \frac{\mu_g}{(r-\rho)^2} - \frac{\mu_g}{r^2} + \omega^2 \rho = 3 \frac{\mu_g}{r^3} \rho$$

d'où

$$\rho = \xi_0 = \left( \frac{2}{3} \right)^{1/3} \rho_s.$$

*Observatoire de Genève,*

*23 mars 1963.*

## BIBLIOGRAPHIE

- BOK, B. J., *Harvard Coll. Obs.*, circ. 384, 1934.  
BOUVIER, P., *Pub. Obs. Genève*, sér. A, n° 56, 1958.  
MINEUR, H., *Ann. d'Ap.*, n° 1, 1939.  
SPITZER, L., *Ap. J.*, 127, 17, 1958.  
TISSERAND, F., *Traité de Mécanique céleste*, t. IV, ch. XV (Gauthier-Villars, Paris, 1896).  
WOLTJER, L., *Interstellar matter in galaxies* (Benjamin Inc., New York, 1962).
-

