

Musik und Mathematik

Autor(en): **Speiser, Andreas**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Neue Schweizer Rundschau**

Band (Jahr): - **(1927)**

Heft 5

PDF erstellt am: **05.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-758255>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Musik und Mathematik¹⁾

Von *Andreas Speiser*

Die alte Lehre von den engen Beziehungen zwischen Mathematik und Kunst ist heute nur noch in unvollkommener Weise bekannt, und doch lohnt es sich, sie wieder einmal genauer zu betrachten. Ich möchte das hier vom Standpunkt des Mathematikers aus tun.

Wenn im Zusammenhang mit der Kunst die Mathematik genannt wird, so haben heute die meisten Leute ein unbehagliches Gefühl. Wie soll die Musik, das heißt etwas gefühlsmäßig, intuitiv Entstandenes, mit den konstruierten, formalen und inhaltsleeren Gegenständen der Mathematik etwas zu tun haben? Ist das nicht gerade die Studierstubenmusik, welche man so gerne meidet, die leider zu viel Mathematik und zu wenig Gefühl enthält? Um diesem Einwand zu begegnen, braucht man nur auf die Vorstellung von der Mathematik, welche aus einem solchen Urteil herausleuchtet, zu achten. Es kommt dabei für diese Wissenschaft etwas so Minderwertiges heraus, dass auch der größte Feind ihr nicht den Tott antun kann, dies im Ernst als ihr Wesen anzusehen. Man kann aber auch auf die andere Seite des Urteiles hinsehen und die Aussagen über die Kunst unter die Lupe nehmen. Diese Intuition, dieses Gefühl sind denn doch recht vage Sachen, sie führen in bedenkliche Nähe des Unterbewusstseins, und dieses enthält nach den neueren psychologischen Ergebnissen nur niedrige Instinkte, also gewiss nicht mehr als triviale Berührungen mit der Kunst. Kurzum, dieses Unbehagen stammt aus der Schulzeit, wo man die Mathematikstunden recht langweilig gefunden hat und viel lieber ins Freie gegangen wäre. Für den Wert oder Unwert der Mathematik sagt es nicht viel aus.

Aber der heutzutage postulierte Gegensatz zwischen Mathematik und Musik ist doch in unserer Zeit noch tiefer begründet, als nur in einer Langenweile von Gymnasiasten. Nämlich den Stützpunkt der *alten* Lehre bildete die Tatsache, dass die reinen Tonintervalle mit ganzen Zahlenverhältnissen in Beziehung stehen, und in früheren Zeiten schloss man daraus, dass der Hörer unbewusst, in einer Art von Oberbewusstsein, die Schwingungszahlen der Töne vergleicht und danach ihre Harmonie beurteilt. Ein derartiges Vermögen des Menschen ist aber gar nicht nach dem Geschmack der heutigen Wissenschaften, vielmehr gilt als *wirklich*

¹⁾ Aus *Festschrift Paul Speiser-Sarasin, überreicht von seinen Kindern*. Basel 1926.

nur das, was uns unmittelbar durch die Sinne geliefert wird, und es war Helmholtz vorbehalten, in dieser Weise die Harmonie zu « erklären ». Er zeigte nämlich, dass beim Zusammenklingen zweier Töne, deren Schwingungszahlen nicht in einfacher Proportion stehen, störende Nebengeräusche entstehen, Schwebungen, Interferenzen, Differenztöne usw., und damit hatte man ja alles, was man wollte: Schön sind die Tonintervalle, bei denen möglichst wenig Nebentöne mitschwingen. Hiermit schien der alten Lehre der Todesstoß versetzt zu sein, die Seele brauchte nicht mehr zu zählen, sondern das Ohr brauchte nur noch zu hören und die Abwesenheit von Geräuschen zu konstatieren.

Aber die Helmholtzsche Lösung ist ungenügend. Denn sie gilt nur für vollkommen rein gestimmte Instrumente, das temperierte Klavier müsste hässlich klingen und noch viel mehr der Orchesterkörper, wo es von solchen Nebentönen wimmelt. Und wie will man Spohr begreifen, der sagt, er spiele seine Oktaven immer etwas unrein, sonst höre man sie nicht. Ganz unmöglich lässt sich von diesem materialistischen Standpunkt aus die Wirkung eines Taktes auf einen späteren, eines fortes auf ein piano, eines dur auf ein moll erklären. Tun wir also diese physiologischen Pseudoerklärungen lieber beiseite und sagen mit Leibniz, die Musik beruhe auf einem Vermögen der Seele, unbewusst zu zählen.

Ich möchte nun auf einen heute sehr starken Unterschied zwischen Mathematik und Musik hinweisen, der nicht immer so dagewesen ist: erstere wird akademisch betrieben und wendet sich nur an Fachleute, letztere dagegen wendet sich an ein allgemeines empfängliches Publikum, das an den Formgesetzen der Musikstücke kein Interesse hat. Der Komponist muss durch eine fortgesetzte Anregung des Gefühls seine Werke zur Geltung bringen. Das hat natürlich weitgehende Folgen, aber es ist nicht ein Wesensunterschied der beiden Gebiete. Wenn die Kunstakademien sich noch stark entwickeln und viele Lehrstühle geschaffen werden, so wird die Kunst bald ein anderes, « mathematisches » Aussehen bekommen, weil die Künstler ihren dahingehenden Neigungen der Masse zulieb keinen Zwang mehr antun werden. Andererseits waren die Mathematiker zu einer Zeit, wo es noch nicht viel Universitätsstellen gab, ihrerseits gezwungen, sich an ein allgemeineres Publikum zu wenden und ihre Produktion wenigstens teilweise danach einzurichten. Und damals hat die Mathematik durchaus auf das Gefühl gewirkt, wie ich nachher am Beispiel Keplers zeigen werde. Eine heutige mathematische Abhandlung in Musik umzusetzen, oder ein Musikstück zu errechnen, ist natürlich unmöglich, eine derartige Behauptung liegt mir fern.

Will man Mathematik mit Musik vergleichen, so darf man also nicht von den heutigen Formeln ausgehen, auch darf man die Mathematik nicht, wie das z. B. Aristoteles getan hat, auf das Abstrakte und Uninteressante beschränken, denn dann ist die Antwort leicht. Eine derartige Beschränkung eines wissenschaftlichen Gebietes ist graue Theorie. Wir besitzen freilich keine Definition dafür, was Mathematik ist und was sie nicht ist, überhaupt ist die Abgrenzung der geistigen Gebiete untereinander ein noch ungelöstes, obzwar interessantes Problem. Aber wir haben ein sehr wirksames Surrogat dafür, wir können nämlich Menschen nehmen, welche die Wissenschaft getrieben haben, und können an ihren Publikationen die Reichweite ihrer Wissenschaft erkennen. Für die Mathematik wähle ich Kepler. Dieser war durch seine Stellung als Hofmathematiker gezwungen, sich mit einer praktischen Seite der Mathematik zu beschäftigen, indem er Horoskope verfassen musste. An ihnen können wir am besten sehen, wie eine mathematische Form sich in Gefühl umsetzt. Wenn heute feststeht, dass die Horoskopie als Wahrsagekunst nichts leistet, so macht das doch für die Bedeutung der Keplerschen Werke nichts aus. Auch die Dichtungen Homers haben nichts eingebüßt durch die Erkenntnis, dass seine Götter nichts taugen.

Nehmen wir als Beispiel das Gutachten, das Kepler dem fünfundzwanzigjährigen Wallenstein geliefert hat, ohne ihn übrigens zu kennen. Wir finden darin auf wenigen Seiten eine genaue Beschreibung der historischen Persönlichkeit, und ohne Zweifel hat Wallenstein seine Handlungen und auch seinen Charakter nach dieser Keplerschen Vorschrift gerichtet. Ich will ein paar Züge aus diesem Horoskop hier wiedergeben:

«Solchergestalt mag ich von diesem Herrn schreiben, dass er ein wachendes, aufgemuntertes, emsiges, unruhiges Gemüt habe, allerhand Neuerungen begierig, dem gemeines menschliches Wesen und Händel nicht gefallen, sondern der nach neuen, unversuchten, oder doch sonst seltsamen Mitteln trachte, doch viel mehr in Gedanken habe, als er äußerlich sehen und spüren lasset. Denn Saturnus im Aufgang machet tiefsinnige, melancholische, allzeit wachende Gedanken; bringt Neigung zur Alchymiam, Magiam, Zauberei, Gemeinschaft zu den Geistern, Verachtung und Nichtachtung menschlicher Gebote und Sitten, auch aller Religionen; macht alles argwöhnisch und verdächtig, was Gott oder die Menschen handeln, als wenn es alles lauter Betrug und viel ein anderes dahinter wäre, denn man fürgibt.»

«Und weil der Mond verworfen stehet, wird ihm diese seine Natur zu einem merklichen Nachteil und Verachtung bei denen, mit welchen

er zu konversieren hat, gedeihen, so dass er für einen einsamen, lichtscheuen Unmenschen wird gehalten werden . . . Dann sich nebens auch bei ihm sehen lasset großer Ehrendurst und Streben nach zeitlichen Dignitäten und Macht, dadurch er sich viel größer, schädlicher, öffentlicher und heimlicher Feind machen, aber denselben meistens obliegen und obsiegen wird . . . Und weil Mercurius so genau in opposito Jovis steht, will es das Ansehen gewinnen, als werde er einen besonderen Aberglauben haben und durch Mittel desselbigen eine große Menge Volcks an sich ziehen, oder sich etwa einmal von einer Rott, so malcontent, zu einem Haupt- und Rädelsführer aufwerfen lassen. Denn die Konstellationen werden allerlei grausame erschreckliche Verwirrungen mit seiner Person vereinbaren. »

Er wird eine Wittib heiraten, die zwar nicht schön, aber an Herrschaften, Gebäu, Vieh und barem Geld reich ist.

Im zweiten Horoskop, das Kepler 1625 stellte, heißt es: « Wenn ich den Constellationen etlicher nächstfolgender Jahre nachschlage, finde ich nichts besonderes . . . bis zum März 1634, wo Mars im Quadrat mit Saturn und Jupiter und in Opposition mit Sonne, Venus und Merkur ein wunderliches Kreuz macht, womit die auf selbige Zeit angedrohten schrecklichen Landesverwirrungen sich mit des Geborenen Glück vereinbaren möchten. » Wallenstein wurde im letzten Moment vor dieser Konstellation, nämlich am 25. Februar 1634, ermordet.

Der Weg, auf dem Kepler zu diesem Charakter gekommen ist, steht fest: er hat die Konstellation bearbeitet, die Aspekte betrachtet, dann die einfachen astrologischen Regeln angewendet und durch genaues Abwägen der Einflüsse diese Gestalt herausgearbeitet. Die Mathematik, welche Leibniz in erster Linie als eine methodus inveniendi angesehen hat, bewährt sich auch auf diesem Gebiet als eine Erfindungskunst für menschliche Charaktere und Schicksale. Es scheint mir nun sehr unwahrscheinlich, dass die Musik ohne eine solche auskommen kann. Heute fasst man meist das Gefühl als den Ursprung der Komposition auf, allein mir scheint hier eine Verwechslung vorzuliegen: Die Musik bewirkt beim Zuhörer das Gefühl und daraus schließt man umgekehrt, beim Komponisten sei zuerst eben dieses Gefühl durch irgendein Erlebnis vorhanden gewesen und habe dann die betreffende Musik ausgelöst. Aber so leicht vertauschen Ursache und Wirkung nicht ihre Stelle. Wenn das Gefühl *Wirkung* der Musik ist, so kann nicht beim Komponisten das Gefühl plötzlich die *Ursache* der Musik sein, sondern etwas anderes muss ihn instand gesetzt haben, sein Werk hervorzubringen, eine besondere

Erfindungskunst, welche ihm ermöglichte, die Tonkombinationen aufzufinden, welche etwas bedeuten und eine Wirkung ausüben. Wenn er sich bloß vom Gefühl leiten lässt, so dürften sich leicht Reminiszenzen einstellen. Man stellt die Kunst zu tief, wenn man sie unter die Herrschaft des Gefühles bringt, in Wirklichkeit ist sie dessen Ursprung: *If music be the food of love, play on:*

Diese Wirkung der künstlerischen Formen auf die Sinne hat zweifellos etwas Geheimnisvolles. Kepler spricht häufig darüber, da er den Einfluss der Gestirne auf dasselbe Prinzip zurückführt: « Nämlich in dieser niedern Welt oder Erdkugel steckt eine Geistische Natur, der Geometria fähig, welche sich ab den Geometrischen und Harmonischen Verbindungen der himmlischen Lichtstrahlen *ex instinctu creatoris sine ratiocinatione* erquicket, und zum Gebrauch ihrer Kräfte selbst aufmuntert. » Der Basler Mathematiker Peter Megerlein, der Vorgänger von Jakob Bernoulli, drückt dies so aus: Durch die Aspekte wird « die elementarische Natur ergelstert ». Anderswo sagt Kepler: « Es pflegen etliche Ärzte ihre Patienten durch ein lieblich Musika zu kurieren. Wie kann da die Musika in eines Menschen Leib wirken? Nämlich also, dass die Seele des Menschen wie auch etlicher Tiere die Harmonie versteht, sich darüber erfreuet, erquicket und in ihrem Leib desto kräftiger wird. So denn nun auch die himmlische Wirkung in den Erdboden durch eine Harmonie und stille Musik kommt, so muss abermals in dem Erdboden nicht nur die dumme, unverständige Feuchtigkeit, sondern auch eine verständige Seele stecken, welche anfängt zu tanzen, wenn ihr die Aspekte pfeifen. » Das Charakteristische an dieser Beschreibung ist, dass die Wirkung der Planetenaspekte und der Musik nicht als etwas Physiologisches aufgefasst wird, sondern dass die Seele direkt die Proportionen wahrnimmt, entweder bewusst, nämlich beim Kenner, oder unbewusst durch ein Oberbewusstsein, durch ihre « geistische Natur ».

Wie steht es nun mit diesen vielgerühmten Proportionen in der Musik? Ich möchte an einigen Beispielen ihre Existenz aufzeigen und wenigstens auf einige kleine Formen hinweisen, die Indizien für das Vorhandensein höherer Formen liefern.

Die Kinderlieder: Weißt du wieviel Sternlein stehen . . . , Ein Männlein steht im Walde . . . , Alle Vögel sind schon da . . . , O Tannenbaum . . . , Hänschen klein . . . sind folgendermaßen gebaut: Sie enthalten eine Melodie von vier Takten, diese wird wiederholt, dann kommt ein neues Motiv von zwei Takten, auch dieses wird wiederholt, dann kommen die vier Anfangstakte ein drittes Mal. Das Schema ist AABBA. Die klassische

Musik besteht fast durchwegs aus aneinandergereihten Baren (Schema AAB), die gegeneinander durch rhythmische und melodische Elemente kontrastieren. So ist der erste Teil des ersten Satzes der Pastoralsonate von Beethoven Op. 28 folgendermaßen aufgebaut: Es beginnt mit einem Bar: zehn Takte werden wiederholt, dann kommt ein ähnlich gebauter Abgesang von 19 Takten; hierauf folgt ein zweiter Bar: acht Takte, die wiederholt werden und ein Abgesang von sieben Takten. Der nun folgende Übergang zum zweiten Thema besteht aus zwei Teilen. Der erste hat die Form ABAC (4+4+4+4 Takte), ist also kein Bar; aber dieses Schema tritt sehr häufig auf, vgl. die acht ersten Takte der as-dur Ballade von Chopin, oder die acht ersten Takte des zweiten Satzes der Pastoralsonate. Der zweite Teil ist wieder ein Bar von 4+4+4 Takten. Das zweite Thema beginnt mit einem Bar von 4+4+4 Takten, dem sofort ein zweiter Bar von 2+2+4 Takten angehängt ist. Diese beiden Bares, also das zweite Thema, werden wiederholt und zum Schluss kommt noch ein Bar mit 8+8+8 Takten, der mit dem zweiten Bar des ersten Themas aufs engste verwandt ist. Diese sechs Bares sind natürlich nur die niedrigsten Formen; wie sie unter sich zusammenhängen, ist viel schwieriger zu untersuchen, denn hier erst beginnt das eigentliche Feld für die Phantasie des Komponisten. Vielleicht ist die detaillierte Ausführung der Melodien erst dann an die Reihe gekommen, wenn der Plan des Ganzen schon feststand, entsprechend den Kompositionsskizzen in der Malerei. Die Erfindung der Melodien und Bares könnte dann mit den Studien und Detailskizzen der Malerei in Parallele gesetzt werden. Die historische Forschung weist gelegentlich bei einfachen Musikstücken gewaltige gedankliche Substruktionen nach: sie sind hinter den Tönen verborgen, aber fühlbar wie die geologischen Schichten unter der Gebirgsfacies.

Ohne Zweifel ist durch diese Kompositionsweise das Problem des Kontaktes mit dem Publikum aufs glücklichste gelöst. Der Komponist hat für die wichtigen Dispositionen freie Hand. Weil er sich aber entschließt, für die definitive Ausarbeitung prinzipiell das Schema des Bars (und einiger ähnlichen Formen) zu verwenden, so besteht seine Komposition aus einer Anzahl von Melodien und anderen schönen Partien, welche jedermann erfreuen und an das musikalische Verständnis keine allzuhohen Forderungen stellen.

Für Wagners *Ring* sind neuerdings die Formen durch Lorenz vollständig aufgedeckt worden. Auch hier fortlaufende Bares und Bögen, diese sind aber zu höheren solchen Formen zusammengefasst, diese wieder zu noch umfassenderen und es entstehen so gewaltige Kunst-

bauten, die sich teilweise über mehrere Akte erstrecken und das dramatische Geschehen ordnen. Auf ihnen beruht die Dauerhaftigkeit der Wirkung dieser Opern. Zwar wird der Hörer sich dieser Symmetrien nicht bewusst, aber jedermann empfindet sie. Denn sie lassen die Töne erklingen; gerade wie die mathematischen Symmetrien im Kaleidoskop, die Quadrate, Kreise und Dreiecke im Kirchenfenster die Farben leuchten machen. Ohne sie werden die schönsten Instrumente, die ältesten Glasscheiben matt sein.

Es gibt Kunstwerke, die ohne Kenntnis der Formen unverständlich sind, ihr mathematischer Charakter ist unbestritten. Die bekanntesten derselben sind die *Fugen* von Bach. Sie erreichen gelegentlich die Vollkommenheit von Kristallen, man kann sie umkehren und sie sind gleich schön. Schon dass solche Dinge überhaupt in der Musik möglich sind, beweist ihre enge Verwandtschaft mit der Mathematik.

Auch in griechischen Tragödien hat Jakob Oeri superponierte Formen nachgewiesen und sie als die große Responsion bezeichnet. Alle diese Dinge braucht man, wie gesagt, nicht zu kennen. Sie haben die Kraft, unbewusst zu wirken, und zwar natürlich nicht auf das Unterbewusstsein, sondern auf dessen Gegenteil, das ich als Oberbewusstsein bezeichne. So empfinden die meisten Leute die Ordnung im Staat oberbewusst, ohne die Gesetze genau zu kennen, sie ahnen nicht einmal, was alles zum Gedeihen eines Staates gehört. Wessen sich der Bürger dergestalt «sine ratiocinatione erquicket», das muss der Staatsmann cum ratiocinatione mit klarem Bewusstsein beherrschen, dann erst kann es gute Gesetze geben, denn à mesure que les esprits dominant dans la matière, ils y produisent des ordonnances merveilleuses (Leibniz in den *Nouveaux essays*).

Die Wirkung dieser Formen lässt sich nicht «erklären», ebensowenig wie die Tatsache, dass gewisse Folgen von mathematischen Schlüssen plötzlich eine tiefe Einsicht in ein mathematisches Gebilde gewähren, während andere nur formal bleiben und gar nicht irgendwelchen Geist aufnehmen wollen. Wer wird sagen können, warum dasselbe, zuerst etwas nichtssagende Thema eines Mozartischen Mittelsatzes bei irgend-einer Wiederholung plötzlich in wahrhaft magischem Licht leuchtet, als seien alle Strahlen des ganzen Stückes darauf konzentriert, so dass der Spieler unwillkürlich, wie gebannt, alle Kunst darauf verwendet!

Dieser Zauberbann, den die Formen ausüben, ist nun die Nahrung des ganzen musikalischen Betriebes. Der Maler, der Romanschriftsteller kann seine Werke vollständig ausgearbeitet der Öffentlichkeit überliefern.

Was der Komponist geben kann, ist eine dürftige Skizze, ein starres Schema von Koordinaten mit Punkten und Strichen und einigen stereotypen Bezeichnungen für Tempo und Tonstärke. Die Entzifferung und Belebung erfordert eine große Erfahrung und gelegentlich ein ungeheures Studium, und die Aufführung des Stückes – wodurch es erst das wird, was ein Gemälde immer ist – verlangt wiederum einen umständlichen Apparat. Zwischen Skizze und Realisierung schiebt sich eine fremde Welt mit ihren eigenen Gesetzen. Der Virtuos hat seine eigene Individualität, die alles durchdringt, was er spielt; dann kommt die Routine, die Mode, welche beide ebenfalls von der speziellen Komposition unabhängig sind, dann die ganze Welt der Gefühle und Stimmungen, der Philosopheme, und aus diesem trüben Strom bilden sich um die Komponisten ganze Krusten von Gefühlsverbindungen, welche fest anhaften, und ihr Werk mitunter überwuchern. Man denke etwa an den « Thomaskantor », an Mozart, den « Liebling der Grazien », an den « Titanen » Beethoven, die Tristanstimmung mit ihren fünfzig Himmeln, den « Deutschen » Brahms, den « Franzosen » Debussy usw. Diese stereotypierten Gefühle müssen zertrümmert werden, und hier tut die Betrachtung der Formen wahre Wunder; sie bewirkt die Euphrosyne, den Frohsinn, von dem Plato im *Timäus* (80b) spricht. Im *Sophistes* (253d) verlangt Plato, man müsse Einblick bekommen, « wie eine Form allseitig durch viele hindurch ausgespannt ist, wobei diese letzteren gänzlich getrennt bleiben, und wie eine Anzahl getrennter Formen durch eine Form von außen umhüllt werden, und wie, durch viele Formen hindurch, eine einzige in ihrer Einheit bleibt, und wie schließlich viele Formen gänzlich getrennt bestehen können ». Mit dieser Kunst versehen, wird man alle Zauber lösen, und es ist kein Zweifel, dass sie in der Mathematik zu Hause ist; so ergäbe sich, dass sich oberhalb der Musik, als die wahre Quelle derselben, eine mathematische Sphäre befindet. Sie ist nie genügend beschrieben, aber eigentlich von allen Komponisten anerkannt worden, und es würde sich wohl der Mühe lohnen, ihr nachzugehen. Dann würde man auch über die allzu unbestimmten Ausdrücke « Proportionen », « Rhythmen », « Kadenzen » hinauskommen, und wenn man dabei gelegentlich etwas tief in die Mathematik gerät, so wird das nichts schaden, denn während das Gefühl individuell gebunden ist und die Musik sich nur auf den Menschen und wenige Tiere erstreckt, erreicht die Mathematik das ganze Weltall.