

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 11 (1920)
Heft: 7

Artikel: Der einseitige Zug bei Freileitungen
Autor: Egg, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1056295>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 05.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen „Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz“ sowie „Jahresheft“ und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin“ betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat

des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins,
Neumühlequai 12, Zürich 1 - Telephon: Hottingen 37.08

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den Verlag:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.,
Hirschengraben 80/82 Zürich 1 Telephon Hottingen 36.40

Publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la „Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse“, ainsi que l'„Annuaire“.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la matière du „Bulletin“ au

Secrétariat général

de l'Association Suisse des Electriciens
Neumühlequai 12, Zurich 1 - Telephon: Hottingen 37.08

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les annonces, doivent être adressées à l'éditeur:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.
Hirschengraben 80/82 Zurich 1 Téléphone Hottingen 36.40

Abonnementspreis
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft:
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 25.—,
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 1.50 plus Porto.

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de
l'A. S. E.), y compris l'Annuaire Fr. 15.—
pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 1.50, port en plus.

XI. Jahrgang
XI^e Année

Bulletin No. 7

Juli
juillet 1920

Der einseitige Zug bei Freileitungen.

Von Ing. H. Egg, Bern.

Die Theorie der gemeinen Kettenlinie ergibt für die Länge eines Leiters, der zwischen zwei auf gleicher Höhe liegenden Punkten gespannt ist, den Ausdruck:

$$l_0 = \frac{2 H_0}{\gamma_0} \sinh \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right) \quad (1)$$

Hierbei bedeuten:

l_0 die Länge des Leiters in m; H_0 die Horizontalspannung des Leiters in kg mm^{-2} ; γ_0 das Gewicht des Leiters in $\text{kg m}^{-1} \text{mm}^{-2}$; D_0 die Distanz zwischen den Aufhängepunkten, in m; und \sinh die Hyperbelfunktion.

Aendern sich die den Wert l_0 bestimmenden Grössen, so ändert sich auch l_0 zu:

$$l = \frac{2 H}{\gamma} \sinh \left(\frac{D \gamma}{2 H} \right) \quad (2)$$

Durch Division erhalten wir:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{H \gamma_0}{H_0 \gamma} \frac{\sinh \left(\frac{D \gamma}{2 H} \right)}{\sinh \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)} \quad (3)$$

Andererseits ist, wenn E den Elastizitätsmodul des Leiters in kg mm^{-2} bedeutet:

$$l = l_0 \frac{H + E}{H_0 + E}$$

Tritt auch noch eine Aenderung der Temperatur gegenüber dem ursprünglichen Zustand ein, so ist, wenn Δt die Temperaturänderung in Grad Celsius und β den linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten des Leiters bedeutet:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{H + E}{H_0 + E} (1 + \beta \Delta t) \quad (4)$$

Aus den Gleichungen (3) und (4) folgt die allgemeine Zustandsgleichung eines gespannten Leiters:

$$\frac{H + E}{H_0 + E} (1 + \beta \Delta t) = \frac{H \gamma_0}{H_0 \gamma} \frac{\sinh\left(\frac{D \gamma}{2 H}\right)}{\sinh\left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0}\right)} \quad (5)$$

Da $\sinh x = \frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$ und der Ausdruck $\frac{D \gamma}{2 H}$ stets einen kleinen Wert annimmt, kann an Stelle von $\sinh x$ der Näherungswert $x + \frac{x^3}{6}$ gesetzt werden.

Die allgemeine Zustandsgleichung lautet dann:

$$\frac{H + E}{H_0 + E} (1 + \beta \Delta t) = \frac{D}{D_0} \frac{1 + \frac{1}{24} \left(\frac{D \gamma}{H}\right)^2}{1 + \frac{1}{24} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{H_0}\right)^2} \quad (5a)$$

I. Einseitiger Zug infolge Leitungsbruch.

Während des Leitungsbruches bleibt die Temperatur und das Gewicht des Leiters konstant, es ist somit $\Delta t = 0$ und $\gamma = \gamma_0$. Demnach lautet in diesem speziellen Falle die Zustandsgleichung:

$$\frac{H + E}{H_0 + E} = \frac{D}{D_0} \cdot \frac{1 + \frac{1}{24} \left(\frac{D \gamma_0}{H}\right)^2}{1 + \frac{1}{24} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{H_0}\right)^2} \quad (6)$$

Aus dieser Gleichung kann die Abhängigkeit des Horizontalzuges H aus der Distanz der Aufhängepunkte D bestimmt werden. Da jedoch die Aenderung von D in den meisten Fällen nur wenige Millimeter ausmacht, während D selbst 100 000 und mehr Millimeter betragen kann, müsste mindestens auf 7 Stellen genau gerechnet werden um ein einigermaßen genaues Resultat zu erhalten. Die Formel (6) ist daher zur direkten Berechnung ungeeignet. Dieselbe kann aber auf die Form (7) gebracht werden.

$$\frac{1}{24} D^3 \left(\frac{\gamma_0}{H}\right)^2 + D - \frac{H + E}{H_0 + E} D_0 \left[1 + \frac{1}{24} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{H_0}\right)^2\right] = 0 \quad (7)$$

Bei Annahme eines bestimmten Wertes H_1 von H kann aus Formel (7) der zugehörige Wert von D berechnet werden. Hierbei kann nach dem Newton'schen Annäherungsverfahren so vorgegangen werden, dass zunächst ein geschätzter Wert D_1 eingesetzt wird und dann die Korrektur δ berechnet wird, die dem Wert D_1 beigefügt werden muss um dem richtigen Wert D näherzukommen. Bekanntlich ist nach diesem Verfahren $\delta = -\frac{f(D_1)}{f'(D_1)}$

oder in unserem Falle:

$$\delta = \frac{\frac{H_1 + E}{H_0 + E} D_0 \left[1 + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2 \right] - D_1 \left[1 + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{D_1 \gamma_0}{2 H_1} \right)^2 \right]}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{D_1 \gamma_0}{2 H_1} \right)^2} \quad (8)$$

Nun wissen wir, dass D dem Wert D_0 sehr nahe kommt. Wir können daher als Näherungswert D_1 den Wert D_0 in die Formel (8) einsetzen. Dann gibt δ den Wert an um den D_0 verändert werden muss, um auf den, der Horizontalspannung H_1 zugehörigen Wert von D_1 zu kommen, d. h. δ gibt direkt die Veränderung der Spannweite an, die bewirkt, dass sich der Horizontalzug von H_0 auf H ändert.

Es ist somit die zu H gehörige Veränderung der Spannweite:

$$\delta = D_0 \frac{\frac{H - H_0}{H_0 + E} + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{H + E}{H_0 + E} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2 - \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H} \right)^2 \right]}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H} \right)^2} \quad (9)$$

Genau genommen ist der nach Formel (9) berechnete Wert ein Näherungswert, da aber der in der Formel (8) eingesetzte Näherungswert $D_1 = D_0$ dem richtigen Wert schon sehr nahe liegt, gibt die nach (9) berechnete Korrektur eine gute Annäherung an den richtigen Wert. Eine möglichst genaue Berechnung unter Anwendung des transzendenten Winkels und siebenstelliger Logarithmen ergab zwischen dem aus der Grundgleichung:

$$\frac{H + E}{H_0 + E} = \frac{H}{H_0} \frac{\sinh \left(\frac{D \gamma_0}{2 H} \right)}{\sinh \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)} \quad (9a)$$

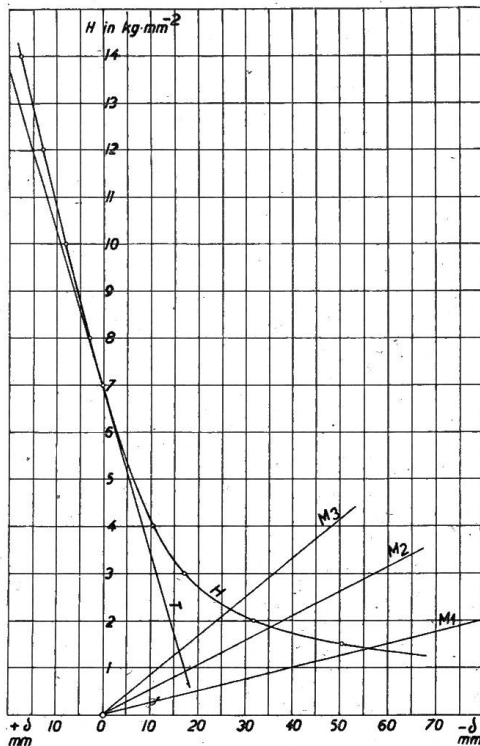


Fig. 1

berechneten Wert $D - D_0$ und dem nach Formel (9) berechneten Wert δ eine Differenz von nicht einmal 1%. Nach der Formel (9) sind die Kurven $H = f(\delta)$ für einen Kupferleiter, mit $\gamma_0 = 0,0089 \text{ kg m}^{-1} \text{ mm}^{-2}$; $E = 13\,000 \text{ kg mm}^{-2}$ und bei einer Anfangsspannung $H_0 = 7 \text{ kg mm}^{-2}$ berechnet und in den Figuren 1, 2 und 3 graphisch dargestellt worden und zwar für Spannweiten $D_0 = 30, 60$ und 100 m .

Die Änderung der Spannweite ist eine Folge der Durchbiegung der Masten unter der Einwirkung des einseitigen Leitungszuges. Die Durchbiegung ist im allgemeinen direkt proportional dem Leitungszug. (Betonmasten machen eine Ausnahme, es kann hier aber eine mittlere Durchbiegungslinie aus den Versuchsergebnissen ermittelt werden.) Es ist, wenn

n die Zahl der Leiter, a die Durchbiegung des Mastes in m , H den einseitigen Leitungszug in kg mm^{-2} Leitungsquerschnitt, q den Durchschnitt eines Leiters in mm^2 bedeuten:

$$\begin{aligned} n q H &= K' a & \text{oder} \\ H &= K a \end{aligned} \quad (10)$$

wobei K eine Konstante von der Dimension $\text{kg m}^{-1} \text{mm}^{-2}$ ist. Bei homogenem Mastmaterial können wir setzen:

$$K = \frac{1}{100} \cdot \frac{3 E_m J}{n q h^3} \tag{11}$$

wobei E_m den Elastizitätsmodul des Mastmaterials in kg mm^{-2} ; J das Trägheitsmoment des Mastes für die Biegungsachse senkrecht zur Leitungsrichtung, in cm^4 ; und h die Länge des Mastes von Oberkante Mastsockel bis zum Angriffspunkt des einseitigen Leitungszuges in m bedeuten.

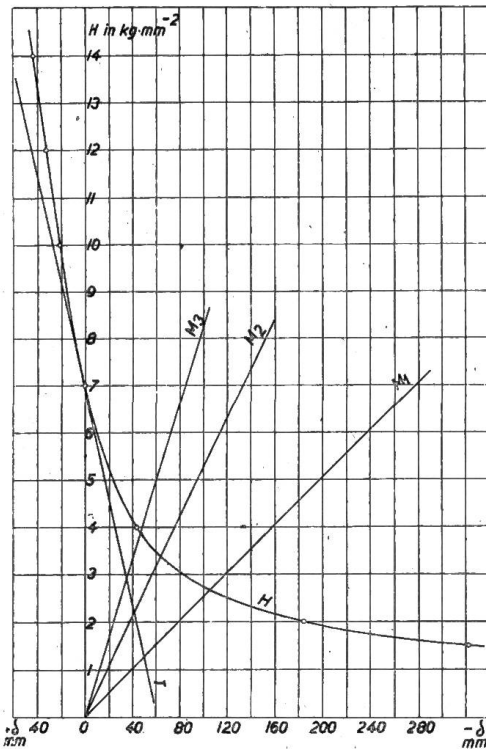


Fig. 2

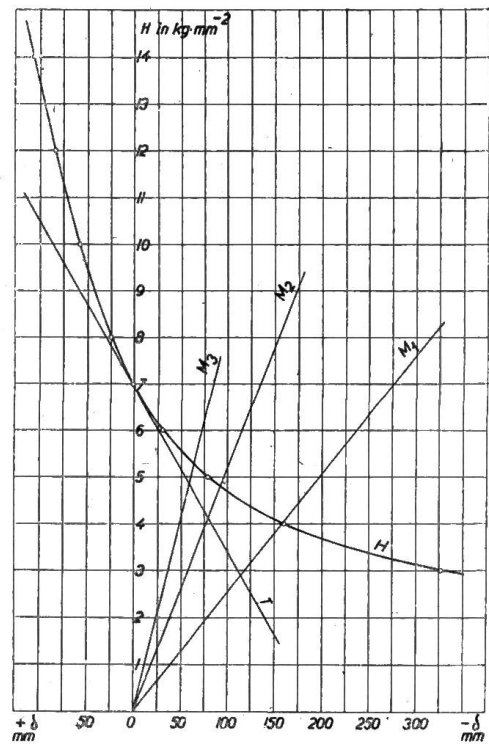


Fig. 3

In den Figuren 1 ÷ 3 sind die Durchbiegungslinien (Mastlinien) $H = f(a)$ für die verschiedenen Masttypen dargestellt unter Annahme eines einzigen Kupferleiters ($n = 1$) mit dem Querschnitt q von 100 mm^2 und einer Leitungshöhe h gleich $5,57 \text{ m}$. Für die Mastdurchbiegung a ist auf der Abszisse der gleiche Masstab wie für δ gewählt. Die Mastlinien entsprechen folgenden Masttypen: M_1 einem I-Träger vom Normalprofil 34; M_2 einem Rohrmast von 140 mm äusserem Durchmesser und 20 mm Wandstärke; M_3 einem Breitflanschigen Differdingerträger vom Profil 22 B. Betrachten wir nun den einfachsten Fall, dass der Leitungsbruch in der vorletzten Spannweite vor der Einführung der Leitung in ein Gebäude erfolgt. Dann ist für die letzte Spannweite das eine Ende ein Fixpunkt und es ist die Mastdurchbiegung gleich der Veränderung der Spannweite. Es gibt daher die Ordinate des Schnittpunktes der Mastlinie mit der Kurve $H = f(\delta)$, multipliziert mit dem Querschnitt des Leiters, den infolge des Leitungsbruches in der vorletzten Spannweite eintretenden Zug (den „einseitigen Zug“) auf den letzten Mast. In nachstehender Tabelle I sind die charakteristischen Daten der einzelnen Masttypen aufgeführt, wobei: P den einseitigen Zug; α den Betrag des einseitigen Zuges in % des vor Leitungsbruch beidseitig vorhandenen Leitungszuges und K_b die Biegungs-Beanspruchung des Mastes in kg cm^{-2} bedeuten.

Einseitiger Zug und daraus berechenbare Grössen in letzter Spannweite vor Fixpunkt, bei Leitungsbruch in vorletzter Spannweite für einen Kupferleiter, einen Horizontalzug von 7 kg mm^{-2} und einem Angriffspunkt der Kraft $5,57 \text{ m}$ über Mastsockeloberkante für verschiedene Spannweiten und Masttypen. Tabelle I.

Mast-type	Widerstands-moment W cm ³	Trägheits-moment J cm ⁴	Spannweite								
			30 m			60 m			100 m		
			P kg	α ‰	K_b kg cm ⁻²	P kg	α ‰	K_b kg cm ⁻²	P kg	α ‰	K_b kg cm ⁻²
M_1	98,4	674	140	20	793	267	38,1	1512	403	57,6	2280
M_2	199	1395	185	28,4	518	342,5	49	960	480	68,6	1345
M_3	201	2216	223	31,9	618	390	55,7	1082	527	75,4	1430

Es zeigt sich, dass der auf den Mast wirkende einseitige Zug in hohem Masse von der Spannweite abhängig ist. Ferner ist er abhängig von der Grösse des Koeffizienten K , d. h. vom Trägheitsmoment und von der Leitungshöhe. Dies hat zur Folge, dass beispielsweise in der Spannweite von 30 m der Mast M_3 mit mehr als dem doppelten Widerstandsmoment desjenigen von Mast M_1 , doch eine nur um 22% geringere Biegungsbeanspruchung hat als Mast M_1 .

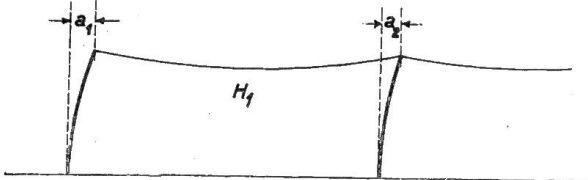


Fig. 4

Bei einem Leitungsbruch auf der Strecke stimmt die Änderung der Spannweite δ nicht mehr überein mit der Mastdurchbiegung a , da sich auch die übrigen Masten durchbiegen.

Es ist hier:

$$\delta = a_1 - a_2$$

Es kann jedoch auch in diesem Falle der einseitige Zug bei Anwendung eines Annäherungsverfahrens leicht gefunden werden, indem ein Näherungswert von H_1 angenommen wird. Aus den Fig. 1 ÷ 3 ergibt sich dann wie aus Fig. 5 ersichtlich, a_1 gleich H_1 bis Punkt 1. Da ferner a_2 nach Gleichung (12) $a_2 = a_1 - \delta$ ist, so kann a_2 direkt mit dem Zirkel abgegriffen werden. Tragen wir nun a_2 auf der Abszissenachse von 0 aus ab, so gibt die Strecke 2 ÷ 3 den Zug auf den Mast 2 d. h. den Zuwachs ΔH_1 an, der zu H_1 addiert H_2 ergibt. Wir kennen nun von der zweiten Spannweite H_1 und a_1 (gleich a_2 der ersten Spannweite) und können in genau gleicher Weise wie bei der ersten Spannweite verfahren usw. Wurde H_1 zu klein gewählt so kommt man auf eine Spannweite, bei welcher a_2 negativ wird, d. h. der nächste Mast müsste sich in der Richtung nach der Bruchstelle durchbiegen was unmöglich ist. Wurde dagegen H_1 zu gross gewählt, so kommt man auf eine Spannweite bei der $H > H_0$ wird, was ebenfalls nicht möglich ist. Nach diesem Verfahren erhalten wir beispielsweise für die Masttype M_1 und 30 m Spannweite folgende Zahlenreihen (Tabelle II).

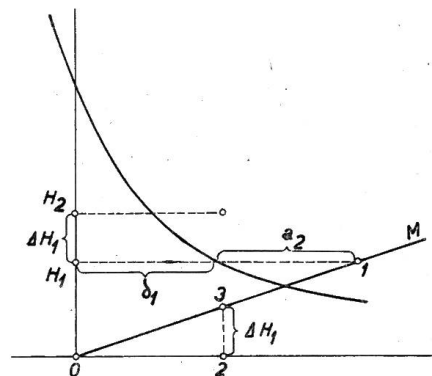


Fig. 5

Der wirklich auftretende Horizontalzug liegt also zwischen 2 und $2,1 \text{ kg mm}^{-2}$ und kann zu $2,05 \text{ kg mm}^{-2}$ angenommen werden. Die hiernach ermittelten Resultate bei den verschiedenen Masttypen und Spannweiten sind in nachstehender Tabelle III aufgeführt.

kann angenommen werden, dass nur einer der Leiter bricht. Die unbeschädigten Leiter erhalten dann einen erhöhten Horizontalzug und begrenzen in einem bestimmten Masse die Durchbiegung der Masten. Die letztere ist daher im Falle von Mehrfachleitungen wesentlich geringer als bei Einzelleitern. Es kann aus diesem Grunde an Stelle der Kurve $H = f(\delta)$ die Tangente an diese Kurve (siehe Fig. 1 ÷ 3) in demjenigen Punkt genommen werden, welcher der Horizontalspannung vor Eintritt des Bruches entspricht.

Aus der Grundgleichung (9a) ergibt sich:

$$\frac{dH}{dD} = \frac{\frac{\gamma_0}{2} H \cosh \frac{D \gamma_0}{2 H}}{\frac{\gamma_0}{2} D \cosh \frac{D \gamma_0}{2 H} - \frac{H_0 E}{H_0 + E} \sinh \frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0}}$$

oder für den Punkt D_0 (bezw. $\delta = 0$), H_0

$$\left. \frac{dH}{dD} \right|_{D_0 H_0} = \frac{\frac{\gamma_0}{2} H_0}{\frac{\gamma_0}{2} D_0 - \frac{H_0 E}{H_0 + E} \operatorname{tgh} \frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0}}$$

Da $\operatorname{tgh} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$ ist

so erhalten wir nach Einsetzung des Näherungswertes mit den zwei ersten Gliedern für die Tangente im Punkt D_0, H_0 den Ausdruck:

$$T = \frac{1}{\frac{D_0}{H_0 + E} + \frac{1}{12} \gamma_0^2 \left(\frac{D_0}{H_0} \right)^3} \tag{13}$$

Der Wert T hat die Dimension $\text{kg m}^{-1} \text{mm}^{-2}$.

Da $D_0 + \delta = D$ ist, so ist $d\delta$ auch gleich dD und der Ausdruck (13) gibt auch den Wert der Tangente an die Kurve $H = f(\delta)$ im Punkte $\delta = 0, H_0$.

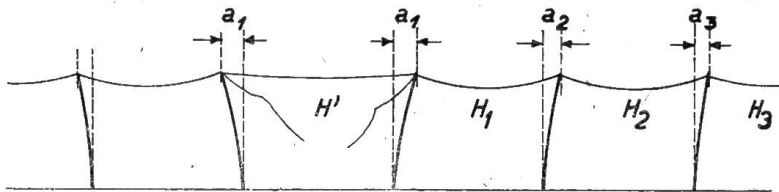


Fig. 7a

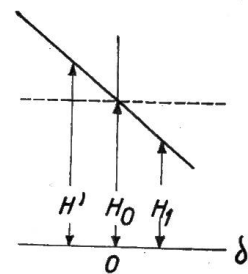


Fig. 7b

Sind nun n Leiter vorhanden, von denen einer bricht, so ist:

$$\frac{H_0 - H_1}{\delta} = T \quad H_1 = H_0 - \delta T \quad \text{oder da}$$

$$\delta = a_1 - a_2 = a_1 \left(1 - \frac{a_2}{a_1} \right)$$

$$H_1 = H_0 - a_1 \left(1 - \frac{a_2}{a_1} \right) T$$

Bezeichnen wir den Ausdruck $1 - \frac{a_2}{a_1}$ mit λ so ist:

$$H_1 = H_0 - a_1 \lambda T$$

Ferner ist: $\frac{H' - H_0}{2 a_1} = T$ also

$$H' = H_0 + 2 a_1 T .$$

Nach erfolgten Bruch eines Leiters ist im neuen Gleichgewichtszustand:

$$(n - 1) H' + n K a_1 = n H_1$$

Werden die für H_1 und H' gefundenen Ausdrücke eingesetzt so folgt:

$$(n - 1) (H_0 + 2 a_1 T) + n K a_1 = n (H_0 - a_1 \lambda T)$$

Hieraus ergibt sich:

$$a_1 = \frac{H_0}{n [T (2 + \lambda) + K] - 2 T}$$

Der einseitige Zug auf den Mast beträgt $q n K a_1$. Der vor Leitungsbruch beidseitig vorhandene Zug war $q n H_0$. Der einseitige Zug beträgt daher in % des vor Leitungsbruch herrschenden beidseitigen Zuges:

$$\alpha^{in\%} = 100 \frac{a_1 K}{H_0}$$

oder:

$$\alpha^{in\%} = \frac{100 K}{n [T (2 + \lambda) + K] - 2 T} \quad (14)$$

Der Zug $H_1 = H_0 - a_1 \lambda T$ wird:

$$H_1 = H_0 - \frac{H_0 \lambda T}{n [T (2 + \lambda) + K] - 2 T}$$

Die Abnahme des Horizontalzuges in der ersten Spannweite in % des ursprünglichen Horizontalzuges ist daher:

$$\begin{aligned} \Delta H_1^{in\%} &= \frac{H_0 - H_1}{H_0} 100 = \frac{100 \lambda T}{n [T (2 + \lambda) + K] - 2 T} \\ \Delta H_1^{in\%} &= \alpha^{in\%} \lambda \frac{T}{K} \end{aligned} \quad (15)$$

Aehnlich findet man die Zunahme des Horizontalzuges in den intaktbleibenden Leitern der „Bruchspannweite“.

$$\Delta H'^{in\%} = 2 \alpha^{in\%} \frac{T}{K} \quad (16)$$

In den Formeln (14) (15) und (16) ist nur noch λ unbestimmt. Da $\lambda = 1 - \frac{a_2}{a_1}$ ist, gilt

es das Verhältnis $\frac{a_2}{a_1}$ zu bestimmen. Es ist:

$$\begin{aligned} H_0 - H_1 &= (a_1 - a_2) T \\ H_0 - H_2 &= (a_2 - a_3) T \\ H_0 - H_3 &= (a_3 - a_4) T \text{ usw.} \end{aligned}$$

Durch Subtraktion der zweiten von der ersten Gleichung erhalten wir:

$$H_2 - H_1 = T(a_1 - 2a_2 + a_3)$$

Ferner ist: $H_2 = H_1 + K a_2$; $H_3 = H_2 + K a_3$ usw.

Es ist also:
$$a_2 = \frac{H_2 - H_1}{K} = \frac{T}{K} (a_1 - 2a_2 + a_3)$$

Hieraus ergibt sich:

$$a_2 = \frac{\frac{T}{K}}{1 + 2 \frac{T}{K}} (a_1 + a_3)$$

Führen wir für $\frac{T}{K}$ das Zeichen φ ein so wird:

$$a_2 = \frac{\varphi}{1 + 2\varphi} (a_1 + a_3)$$

In gleicher Weise folgt:

$$a_3 = \frac{\varphi}{1 + 2\varphi} (a_2 + a_4)$$

$$a_4 = \frac{\varphi}{1 + 2\varphi} (a_3 + a_5) \text{ usw.}$$

Bezeichnen wir endlich den Ausdruck $\frac{\varphi}{1 + 2\varphi}$ mit x so ist:

$$a_2 = x(a_1 + a_3)$$

$$a_3 = x(a_2 + a_4)$$

$$a_4 = x(a_3 + a_5) \text{ usw.}$$

Der Wert von a_2 in den Ausdruck für a_3 eingesetzt ergibt:

$$a_3 = \frac{x}{1 - x^2} (x a_1 + a_4)$$

Dieser Wert in den Ausdruck für a_4 eingesetzt ergibt:

$$a_4 = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{1 - x^2}} \left(\frac{x^2}{1 - x^2} a_1 + a_5 \right)$$

Auf gleiche Weise finden wir:

$$a_5 = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{1 - \frac{x^2}{1 - x^2}}} \left(\frac{x^3}{(1 - x^2) \left(1 - \frac{x^2}{1 - x^2} \right)} a_1 + a_6 \right)$$

Wir führen für die Ausdrücke $1 - \frac{x^2}{1 - \frac{x^2}{\dots}}$ die neue Schreibweise n ein, wobei der

Index n angeben soll wie oft das Argument x im Ausdruck vorkommt. Wir setzen also:

$$1 - \frac{x^2}{1 - x^2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{x^2}{1 - \frac{x^2}{1 - x^2}} = \frac{1}{3}$$

Ferner analog:

$$1 - x^2 = \frac{1}{1}$$

$$1 = \frac{1}{0}$$

Es bedeute ferner $\frac{1}{n}^2$ die zweite Potenz des Ausdruckes $\frac{1}{n}$. Die Ausdrücke für a_2, a_3, a_4 usw. können bei Anwendung dieser neuen Schreibweise wie folgt geschrieben werden:

$$a_2 = \frac{x}{\frac{1}{0}} (x^0 a_1 + a_3)$$

$$a_3 = \frac{x}{\frac{1}{1}} \left(\frac{x^1}{\frac{1}{0}} a_1 + a_4 \right)$$

$$a_4 = \frac{x}{\frac{1}{2}} \left(\frac{x^2}{\frac{1}{0} \frac{1}{1}} a_1 + a_5 \right)$$

$$a_5 = \frac{x}{\frac{1}{3}} \left(\frac{x^3}{\frac{1}{0} \frac{1}{1} \frac{1}{2}} a_1 + a_6 \right) \text{ usw.}$$

Hieraus geht das Bildungsgesetz für diese Ausdrücke klar hervor. Wir können nun den Koeffizienten $\frac{a_2}{a_1}$ bestimmen, indem wir sukzessive die obigen Glieder einführen. Es wird hierbei:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{x}{\frac{1}{0}} \left[x^0 + \frac{x}{\frac{1}{1}} \left[\frac{x^1}{\frac{1}{0}} + \frac{x}{\frac{1}{2}} \left[\frac{x^2}{\frac{1}{0} \frac{1}{1}} + \frac{x}{\frac{1}{3}} \left[\frac{x^3}{\frac{1}{0} \frac{1}{1} \frac{1}{2}} + \frac{x}{\frac{1}{4}} \left[\frac{x^4}{\frac{1}{0} \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3}} + \dots \right] \right] \right] \right] \right]$$

oder ausmultipliziert:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{x}{\frac{1}{0}} + \frac{x^3}{\frac{1}{0} \frac{1}{1}} + \frac{x^5}{\frac{1}{0} \frac{1}{1} \frac{1}{2}} + \frac{x^7}{\frac{1}{0} \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3}} + \frac{x^9}{\frac{1}{0} \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}} + \dots$$

Dies ist das Bildungsgesetz für den Koeffizienten $\frac{a_2}{a_1}$, welcher somit beliebig genau berechnet werden kann. Werden die Ausdrücke $\frac{1}{n}$ entwickelt so ergibt sich:

$\frac{1}{0} = 1$ $\frac{1}{1} = 1 - x^2$ $\frac{1}{2} = \frac{1 - 2x^2}{1 - x^2}$ $\frac{1}{3} = \frac{1 - 3x^2 + x^4}{1 - 2x^2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1 - 4x^2 + 3x^4}{1 - 3x^2 + x^4}$ $\frac{1}{5} = \frac{1 - 5x^2 + 6x^4 - x^6}{1 - 4x^2 + 3x^4}$ <p style="text-align: right;">usw.</p>
--	---

Ferner:

$$\begin{vmatrix} 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - x^2$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 - 5x^2 + 7x^4 - 2x^6$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 - 3x^2 + 2x^4$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 - 7x^2 + 16x^4 - 13x^6 + 3x^8$$

Somit ist:

$$\frac{a_2}{a_1} = x \left[1 + \frac{x^2}{1 - x^2} + \frac{x^4}{1 - 3x^2 + 2x^4} + \frac{x^6}{1 - 5x^2 + 7x^4 - 2x^6} + \frac{x^8}{1 - 7x^2 + 16x^4 - 13x^6 + 3x^8} + \dots \right]$$

Es mag nun nicht jedermann ein besonderes Vergnügen bereiten dieses Verhältnis jeweils für jeden Wert $\frac{T}{K}$ zu bestimmen. Da nun aber $x = \frac{\varphi}{1 + 2\varphi}$ ist so kann x für jeden Wert von $\varphi = 0 \div \infty$ nur von 0 bis 0,5 wachsen. Es genügt daher, ein für alle Male das Verhältnis $\frac{a_2}{a_1}$ für einige einander naheliegende Werte von x zu berechnen, daraus jeweils den zugehörigen Wert von λ zu bestimmen und die Resultate graphisch als Kurve $\lambda = f(x)$ für die Werte von $x = 0$ bis 0,5 aufzutragen, um aus dieser Kurve den Wert von λ für alle Werte von $\frac{T}{K}$ von 0 bis ∞ entnehmen zu können. Diese Kurve $\lambda = f(x)$

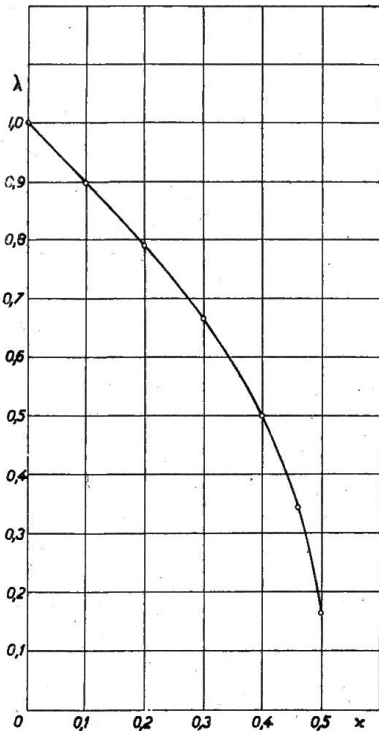


Fig. 8

ist in Fig. 8 dargestellt. Zur Ermittlung des einseitigen Zuges in % des normalen vollen Zuges, der prozentualen Erhöhung des Horizontalzuges in der „Bruchspannweite“ und der prozentualen Ermässigung des Horizontalzuges in den beiden der „Bruchspannweite“ benachbarten Spannweite bei Bruch einer Leitung bei Mehrfachleitungen, ergibt sich hierdurch ein sehr einfacher Rechnungsgang. Es werden nach den Formeln (11) und (13) die Werte K und T ermittelt,

sodann der Wert $x = \frac{\frac{T}{K}}{1 + 2 \cdot \frac{T}{K}}$ gesucht und zu diesem

Wert aus Fig. 8 der Wert λ entnommen. Dann können nach den Formeln (14), (15) und (16) die gesuchten Daten ermittelt werden. So sind für die drei Masttypen bei der Spannweite von 100 m, einem Horizontalzug H_0 gleich 7 kg mm^{-2} , einem Leiterquerschnitt von 100 mm^2 und einer Leiterzahl n von 2,3 bzw. 4 die Daten ermittelt und in Tabelle IV zusammengestellt worden.

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor in welchem hohem Masse eine Beanspruchung der Masten bei Leitungsbruch vom Wert K (man könnte ihn den Steifigkeitsgrad der Masten nennen, während T als Nachgiebigkeitsgrad der Leitung bezeichnet werden könnte) abhängig ist. So weist beispielsweise die Masttype M_3 bei vier Leitern trotz eines mehr als doppelt so grossen Widerstandsmomentes als Type M_1 eine um 24% höhere Materialbeanspruchung auf als Type M_1 .

Ferner wurden die Verhältnisse bei den Spannweiten 30, 60 und 100 m für die Masttype 1 untersucht. Ueber die Resultate gibt Tabelle V Aufschluss.

Den einseitigen Zug charakterisierende Grössen bei Bruch eines Leiters an beliebiger Stelle in der, der „Bruchspannweite“ benachbarten Spannweite für Kupferleiter, einem Horizontalzug von 7 kg mm^{-2} einer Spannweite von 100 m und einem Angriffspunkt der Kraft 5,57 m über Mastsockeloberkante für verschiedene Leiterzahlen und Masttypen.

Tabelle IV

Masttype	W	n	α	$\Delta H'$	ΔH	K_b
	cm ⁸	Anzahl	%	%	%	kg cm ⁻²
M ₁	98,4	2	9,85	55,6	12,43	781
		3	4,03	34,1	6,93	480
		4	2,20	24,85	4,34	349
M ₂	199	2	15,93	43,5	12,3	625
		3	7,02	28,75	7,15	413
		4	3,95	21,58	4,86	310
M ₃	201	2	20,72	35,6	11,47	802
		3	9,64	24,85	7,13	562
		4	5,58	19,15	5,04	433

Den einseitigen Zug charakterisierende Grössen bei Bruch eines Leiters an beliebiger Stelle in der, der Bruchspannweite benachbarten Spannweite für Kupferleiter, einem Horizontalzug von 7 kg mm^{-2} , einem Mast von I N. P. 34 und einem Angriffspunkt der Kraft 5,57 m über Mastsockeloberkante für verschiedene Leiterzahlen und Spannweiten.

Tabelle V

n Anzahl	Spannweite 30 m				Spannweite 60 m				Spannweite 100 m			
	α	$\Delta H'$	ΔH_1	K_b	α	$\Delta H'$	ΔH_1	K_b	α	$\Delta H'$	ΔH_1	K_b
	%	%	%	kg cm ⁻²	%	%	%	kg cm ⁻²	%	%	%	kg cm ⁻²
2	1,43	79,5	8,75	113	3,92	71	10,6	311	9,85	55,6	12,43	781
3	0,513	42,8	4,28	61	1,465	39,85	5,26	174	4,03	34,1	6,93	480
4	0,262	29,15	2,86	41,6	0,766	27,75	3,39	122	2,20	24,85	4,34	349

Die Zusammenstellung zeigt, dass der einseitige Zug wie in den früher behandelten Fällen in hohem Masse von der Spannweite abhängig ist. Daneben selbstverständlich auch von der Zahl der Leiter. Während er beispielsweise bei 100 m Spannweite und zwei Leitern 9,85% beträgt, erreicht er bei 30 m Spannweite und vier Leitern noch nicht einmal 0,3%. Umgekehrt nimmt der Horizontalzug in den intaktbleibenden Leitern der „Bruchspannweite“ mit der Spannweite zu. Grosse Spannweiten und unelastische Maste schützen die Leiter gegen Ueberanspruchung bei Bruch einzelner Leiter. Endlich wird die Vergrösserung des Durchhanges in den, der „Bruchspannweite“ benachbarten Spannweiten mit zunehmender Spannweite grösser. Da der Durchhang umgekehrt proportional dem Horizontalzug ist, so ist, wenn f_0 und f den Durchhang vor bzw. nach dem Bruch bezeichnen:

$$\frac{f}{f_0} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta H^{\%}}{100}}$$

II. Einseitiger Zug infolge ungleicher Aenderung des Leitergewichts.

Eine Aenderung des Leitergewichts tritt ein, wenn sich auf den Leitern eine Eisschicht bildet. Ist die Eisschicht überall gleichmässig, so tritt ein einseitiger Zug nicht auf. Beim Abschmelzen der Eisschicht unter dem Einfluss der Sonnenstrahlen oder infolge von Tauwetter kann durch Schatten, Wind usw. eine ungleiche Entlastung und damit eine starke Gewichts-differenz in den verschiedenen Spannweiten hervorgerufen werden.

Wir können uns die Entwicklung des einseitigen Zuges infolge ungleicher Gewichts-änderung so denken, dass zuerst bei gleichbleibender Spannweite infolge der Entlastung eine Verminderung des Horizontalzuges auftritt, während erst darauf ein Ausgleich der Horizontalzüge unter Durchbiegung der Masten erfolgt.

Bei gleichbleibender Spannweite und Temperatur und veränderlichem Gewicht lautet die Zustandsgleichung (5a):

$$\frac{H + E}{H_0 + E} = \frac{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma}{2 H} \right)^2}{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2}$$

Diese Gleichung könnte nach H aufgelöst und dann für jedes γ das zugehörige H berechnet werden. Es ergäbe sich eine kubische Gleichung für H . Noch einfacher für die Berechnung der Kurve $H = f(\gamma)$ ist es, die Gleichung auf die Form:

$$H = \frac{H_0 + \frac{E}{6} \left[\frac{H_0 + E}{E} \left(\frac{D_0 \gamma}{2 H} \right)^2 - \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2 \right]}{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2} \tag{17}$$

zu bringen und dann für angenommene Werte $\frac{\gamma}{H} = A$ den zugehörigen Wert H und aus diesem den zugehörigen Wert $\gamma = A \cdot H$ zu berechnen. $\frac{H_0 + E}{E}$ kann hierbei gleich 1 gesetzt und bei nicht übermässig grosser Spannweite der Ausdruck $\frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2$ vernachlässigt werden. Die Gleichung für H erhält dann die Form:

$$H = H_0 + \frac{E}{6} \left[\left(\frac{D_0 \gamma}{2 H} \right)^2 - \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2 \right] \tag{17a}$$

Aus den Formeln (17) und (17a) ist leicht ersichtlich, dass für $H = 0$ γ unter allen Umständen gleich null werden muss. Dagegen muss H nicht null werden, wenn γ gleich null ist d. h. es wird in bestimmten Fällen, auch wenn der Leiter vollständig gewichtslos würde, noch ein Horizontalzug auftreten. In diesen Fällen war der Leiter in der Anfangslage so gespannt, dass seine Länge l_{00} im spannungslosen Zustand kleiner ist als die Mastdistanz D_0 .

Es ist:
$$l_{00} = l_0 \frac{E}{H + E}$$

Die Verlängerung im gewichtslosen Zustand ist also $\nu = D_0 - l_{00}$ und die Dehnung ε ist

$$\frac{\nu}{l_{00}} = \frac{D_0}{l_0} - 1 = \frac{D_0 H_0 + E(D_0 - l_0)}{l_0 E}$$

Die für diese Dehnung erforderliche Spannung H' ist

$$\varepsilon E = \frac{D_0}{l_0} \left[H_0 + E \left(1 - \frac{l_0}{D_0} \right) \right]$$

Nun ist aber: $l_0 = \frac{2 H_0}{\gamma_0} \sinh \frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0}$ oder nach Einführung des Näherungswertes für

$$\sinh \frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \quad l_0 = D_0 \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 l_0}{2 H_0} \right)^2 \right]$$

Es wird somit:
$$H' = \frac{H_0 - \frac{E}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2}{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2 H_0} \right)^2}$$

Dasselbe Resultat hätten wir natürlich erhalten, wenn wir in Gleichung (17) $\gamma = 0$ gesetzt hätten. Für den Fall, dass $\gamma = 0$ wird, H aber nicht, ist die Tangente an die Kurve $H = f(\gamma)$ wie aus Gleichung (17) ersichtlich ist, parallel zur γ Achse. In Fig. 9 sind die Kurven $H = f(\gamma)$ für die Spannweiten 30, 60 und 100 m dargestellt und zwar für einen Kupferleiter von 100 mm² Querschnitt unter der Annahme für den Ausgangspunkt der Kurven dass dieser Leiter mit einer Eisschicht von 0,8 kg Gewicht pro m belastet sei und dabei unter einem Horizontalzug von $H_0 = 7 \text{ kg mm}^{-2}$ stehe. Es ist dann:

$$\gamma_0 = \frac{100 \cdot 0,0089 + 0,8}{100} = 0,0169 \text{ kg mm}^{-2}$$

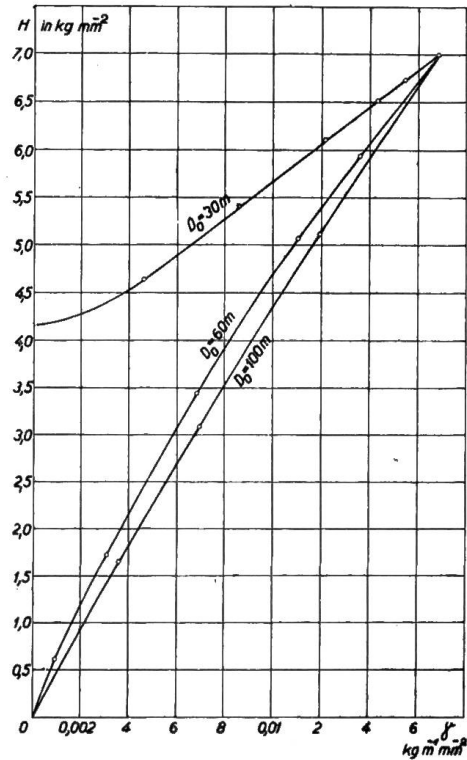


Fig. 9

Der Figur 9 ist zu entnehmen, dass beispielsweise bei Leitungen mit 100 m Spannweite durch eine vollständige Entlastung der Leitungen von der Eisschicht ($\gamma = 0,0089$) der Horizontalzug von 7 auf 3,75 kg mm⁻² sinkt, vorausgesetzt, dass die Spannweite sich nicht ändert.

Es sei nun in einem Leitungszug mit gleichen Spannweiten bei einer Spannweite die Eisschicht vollständig verschwunden währenddem sie in den übrigen Spannweiten noch vorhanden sei. Wir bezeichnen den Horizontalzug in der entlasteten Spannweite mit H_0' , denjenigen in den belasteten Spannweiten mit H_0 . Nun erfolgt der Ausgleich infolge Durchbiegung der Masten, dabei steigt der Horizontalzug in der entlasteten Spannweite von H_0' auf H' ; in den beiden zunächst gelegenen belasteten Spannweiten sinkt er von H_0 auf H_1 . Das Problem kann nun ähnlich wie im Falle des Bruches bei Mehrfachleitungen gelöst werden, nur ist für die entlastete Spannweite ein T' auf Grund des Horizontalzuges H_0' , für die belastete Spannweite dagegen ein T_1

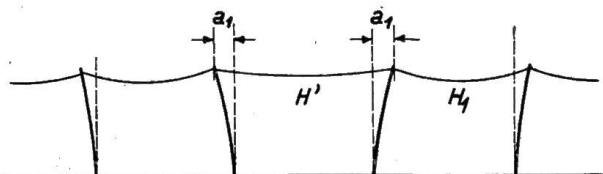


Fig. 10

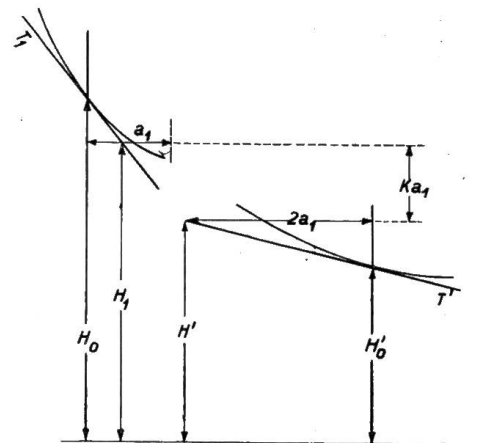


Fig. 11

auf Grund des Horizontalzuges H_0 in die Rechnung einzuführen. Nach erfolgtem Ausgleich muss sein:

$$n H' + n K a_1 = n H_1$$

oder:

$$H' + K a_1 = H_1$$

Ferner ist: $\frac{H_0 - H_1}{\delta} = T_1; \quad H_1 = H_0 - a_1 \lambda T_1$

$$\frac{H' - H_0'}{2 a_1} = T'; \quad H' = H_0' + 2 a_1 T'$$

Somit: $H_0' + 2 a_1 T' + K a_1 = H_0 - a_1 \lambda T; \quad a_1 = \frac{H_0 - H_0'}{2 T' + \lambda T_1 + K}$

Unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen wird jetzt:

$$\alpha^{in\ 0/0} = \frac{\left(1 - \frac{H_0'}{H_0}\right) 100 K}{2 T' + \lambda T_1 + K} \tag{18}$$

$$\Delta H_1^{in\ 0/0} = \alpha \lambda \frac{T_1}{K} \tag{19}$$

$$\Delta H'^{in\ 0/0} = \alpha \left(1 + \lambda \frac{T_1}{K}\right) \tag{20}$$

Hierbei bezieht sich $\Delta H'$ auf die ursprüngliche Spannung H_0 gibt also die wirkliche Abnahme der Spannung H in der entlasteten Spannweite in % der ursprünglichen Spannung und ΔH_1 die Abnahme der Spannung an den beiden der entlasteten Spannweite benachbarten Spannweiten in % der ursprünglichen Spannung. Für die Formeln (18) (19) und (20) sind T_1 und T' nach Formel (13) und zwar für T' unter Einführung H_0' und γ' (entlastet) und für T_1 von H_0 und γ_0 (belastet) zu berechnen. K ist nach Gleichung (11) zu ermitteln. Für die Bestimmung von λ ist x aus:

$$x = \frac{\frac{T_1}{K}}{1 + 2 \frac{T_1}{K}}$$

zu berechnen und sodann aus Fig. 8 zu entnehmen. Es sind somit alle Glieder in den Gleichungen (18), (19) und (20) bestimmt. Auf diesem Wege wurden die charakteristischen Daten für eine Leitung, bestehend aus zwei Kupferleitern zu je 100 mm² Querschnitt berechnet, bei Anwendung der Masttype 1 und für Spannweiten von 30, 60 und 100 m. Dabei wurde angenommen, dass die Leiter mit einer Eisschicht von 800 gr pro Meter belastet seien ($\gamma_0 = 0,0169 \text{ kg m}^{-1} \text{ mm}^{-2}$) und dabei einem Horizontalzug von 7 kg mm⁻² unterworfen seien, währenddem die entlastete Spannweite als vollkommen eisfrei angenommen wurde ($\gamma = 0,0089$). Die zugehörigen Horizontalzüge für die verschiedenen Spannweiten wurden Fig. 10 entnommen.

Währenddem der einseitige Zug durch ungleiche Eislast bei kleinen Spannweiten gegenüber dem Zug bei Drahtbruch zurücktritt ist er, wie aus dem Vergleich der Tabelle V mit nachstehender Tabelle VI hervorgeht, bei 100 m Spannweite wesentlich grösser als derjenige beim Bruch eines der beiden Leiter einer Zweileiterleitung.

Der einseitige Zug infolge ungleicher Windbelastung lässt sich in genau gleicher Weise berechnen, wie derjenige bei ungleicher Schneelast. Als Gewicht des Leiters tritt einfach an Stelle des Eigengewichtes und der Schneelast die Resultierende aus Eigengewicht und Winddruck in Rechnung.

Den einseitigen Zug charakterisierende Grössen bei schneebelasteter Leitung, in der einer schneefreien Spannweite benachbarten Spannweite für zwei Kupferleiter bei einem Horizontalzuge von 7 kg mm^{-2} einem I Mast vom Normalprofil 34 und bei Angriffspunkt der Kraft 5,57 m über Mastsockeloberkante, für verschiedene Spannweiten.

Tabelle VI

Spannweite 30 m				Spannweite 60 m				Spannweite 100 m			
α	$\Delta H'$	ΔH_1	K_b	α	$\Delta H'$	ΔH_1	K_b	α	$\Delta H'$	ΔH_1	K_b
%	%	%	kg cm^{-2}	%	%	%	kg cm^{-2}	%	%	%	kg cm^{-2}
0,422	2,35	1,926	33,45	3,62	9,35	5,73	286,8	15,32	24,63	9,32	1215

III. Einseitiger Zug bei ungleicher Spannweite infolge von Temperaturänderungen.

Bei der Untersuchung dieses Problems werden wie im letzten Abschnitt zuerst die entstehenden Spannungen bei gleichbleibender Spannweite untersucht und sodann der Ausgleichsvorgang verfolgt. Bei gleichbleibender Spannweite und Gewicht geht die allgemeine Zustandsgleichung (5a) in die Form über:

$$\frac{H+E}{H_0+E} (1 + \beta \Delta t) = \frac{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H} \right)^2}{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2}$$

Nach $\beta \Delta t$ entwickelt folgt:

$$\beta \Delta t = - \frac{\frac{H-H_0}{H_0+E} + \frac{1}{6} \left[\frac{H+E}{H_0+E} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2 - \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H} \right)^2 \right]}{\frac{H+E}{H_0+E} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2 \right]} \quad (21)$$

Setzen wir die Ausdrücke $\frac{H+E}{H_0+E}$ und $1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2 \sim 1$

ferner: $H_0 + E \sim E$

so wird: $\beta \Delta t = \frac{H_0 - H}{E} - \frac{1}{6} \left[\left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2 - \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H} \right)^2 \right]$

oder: $\Delta t = \frac{1}{\beta} \left\{ \left[\frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H} \right)^2 - \frac{H}{E} \right] - \frac{1}{6} \left[\left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2 - \frac{H_0}{E} \right] \right\}$

Dies ist die bekannte Formel zur Bestimmung der Spannung bei variabler Temperatur. Wir gehen von Formel (21) aus und finden durch Vergleich mit der Formel (9)

$$\beta \Delta t = - \frac{\delta \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2 \right]}{D_0 \frac{H_1 + E}{H_0 + E} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H_0} \right)^2 \right]}$$

Berücksichtigen wir in dieser Gleichung die obigen Vereinfachungen so folgt:

$$\beta \Delta t = - \frac{\delta}{D_0} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H} \right)^2 \right]$$

Solange D_0 nicht sehr gross und H nicht sehr klein wird, kann der Korrekturfaktor $1 + \frac{1}{2} \left(\frac{D_0 \gamma_0}{2H} \right)^2$ vernachlässigt werden und es ist dann einfach:

$$\Delta t = t - t_0 = \frac{-\delta}{\beta D_0} \tag{22}$$

d. h. die Kurve $H = f(\delta)$ ist auch gleichzeitig die Kurve $H = f(\Delta t)$ wenn der δ Masstab im Verhältnis βD_0 verkürzt und der Richtungssinn vertauscht wird, mit anderen Worten: Es kann die zu einer Temperaturänderung gehörende Spannung H direkt aus der Kurve $H = f(\delta)$ abgelesen werden, wenn von dem Abszissenpunkt der ursprünglichen Spannung aus auf der Abszisse eine Länge $\Delta t \beta D_0$ m in Richtung nach dem Koordinatennullpunkt bei abnehmender Temperatur, und entgegengesetzt dieser Richtung bei zunehmbarer Temperatur aufgetragen wird. Die Ordinate des neuen Abszissenpunktes gibt dann die, der Temperaturdifferenz entsprechende neue Spannung H .

Es sei in eine aus zwei Kupferleitern von je 100 mm² Querschnitt bestehende Leitung mit 100 m Spannweite eine Spannweite von nur 30 m Länge eingebaut. Die Montage sei bei einer Temperatur von + 25^o Celsius mit dem einheitlichen Horizontalzug $H = 4,5 \text{ kg mm}^{-2}$ ausgeführt worden. Dann finden wir beispielsweise für die Temperatur von - 25^o Celsius die zugehörige Spannung bei gleichbleibender Spannweite für die 30 m Spannweite indem wir in Fig. 1 vom Abszissenpunkt der Ordinate $H = 4,5 \text{ kg mm}^{-2}$ um die Länge $50 \cdot 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 30 = 0,0245 \text{ m} = 24,5 \text{ mm}$ nach dem Nullpunkt des Koordinatensystems zurückgehen. Die neue Abszisse ergibt die, der Temperatur von - 25^o entsprechende Spannung $H = 13,42 \text{ kg mm}^{-2}$. Für die 100 m Spannweite beträgt die auf der Abszissenachse der Fig. 3 abzugreifende Distanz $50 \cdot 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 100 = 0,085 \text{ m} = 85 \text{ mm}$. Die neue Abszisse ergibt eine Spannung von

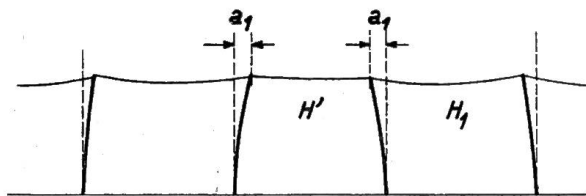


Fig. 12

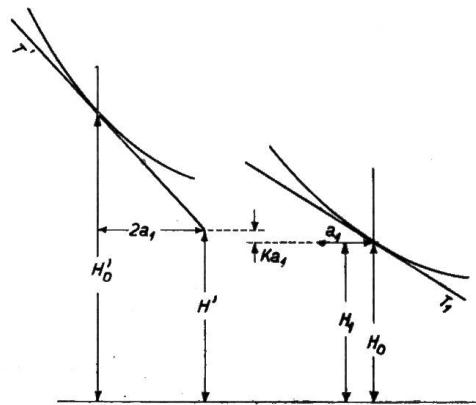


Fig. 13

$H = 6,27 \text{ kg mm}^{-2}$. Es tritt somit in den beiden Spannweiten eine Spannungsdifferenz von $7,15 \text{ kg mm}^{-2}$ auf. Nun erfolgt der Ausgleich infolge Durchbiegung der Maste.

Es ist:

$$H' = H_1 + a_1 K$$

Ferner ist:

$$\frac{H_1 - H_0}{\delta} = T_1; \quad H_1 = H_0 + a_1 \lambda T_1$$

$$\frac{H_0' - H'}{2 a_1} = T'; \quad H' = H_0' - 2 a_1 T'$$

$$H_0' - 2 a_1 T' = H_0 + a_1 \lambda T_1 + a_1 K$$

$$a_1 = \frac{H_0 \left(\frac{H_0'}{H_0} - 1 \right)}{2 T' + \lambda T_1 + K}$$

$$a^{in\%} = \frac{\left(\frac{H_0'}{H_0} - 1 \right) 100 K}{2 T' + \lambda T_1 + K} \tag{23}$$

$$\Delta H_1 \text{ in } \% = \alpha \lambda \frac{T_1}{K} \quad (24)$$

$$\Delta H' \text{ in } \% = \alpha \left(1 + \lambda \frac{T_1}{K} \right) \quad (25)$$

Dabei sind $\Delta H_1 \text{ in } \%$ und $\Delta H' \text{ in } \%$ auf die für die Endtemperatur und die grossen Spannweiten berechnete Spannung H_0 bei gleichbleibender Spannweite bezogen. In dem oben behandelten Rechnungsbeispiel ist also $H_0 = 6,27 \text{ kg mm}^{-2}$ λ ist selbstverständlich auch

hier für den Wert $x = \frac{\frac{T_1}{K}}{1 + 2 \frac{T_1}{K}}$ aus Fig. 8 zu entnehmen.

Die Durchrechnung des oben erwähnten Rechnungsbeispiels ergab folgende Resultate für die Masttype M_1 und eine Leitungshöhe von 5,57 Meter

$$\alpha = 1,66\% ; \quad \Delta H_1 = 1,82\% ; \quad \Delta H' = 3,48\% ; \quad K_b = 118 \text{ kg cm}^{-2}.$$

In der 30 m Spannweite herrscht ein Horizontalzug von $6,488 \text{ kg mm}^{-2}$, in den beiden benachbarten Spannweiten dagegen ein solcher von $6,384 \text{ kg mm}^{-2}$ dieser nimmt in den folgenden Spannweiten allmählich ab bis zu Spannung von $6,27 \text{ kg mm}^{-2}$. Es stellt sich in diesem Falle heraus, dass der einseitige Zug infolge Temperaturdifferenzen bei weitem nicht den Wert erreicht wie er sich infolge von Gewichtsunterschieden ergibt.

Die vorliegenden Untersuchungen lassen erkennen, dass es durchaus nicht angängig ist, den einseitigen Zug einfach in Form eines bestimmten Prozentsatzes des vollen beidseitigen Zuges festzusetzen. Der einseitige Zug ist in hohem Masse von der Spannweite, der Leitungshöhe, der Zahl der Leiter und dem Trägheitsmoment der Maste abhängig. Es ist daher unerlässlich denselben richtig zu ermitteln. Dass dies auf verhältnismässig einfachem Wege geschehen kann, wurde hier gezeigt.

Die elektrische Heizung der Spinnerei Langnau a. Albis mit Wärmeakkumulierung.

Von Ingenieur *F. Rutgers*, Oerlikon.

Die Spinnerei Langnau a. A. verfügt über eigene Wasserkraft. Ausserdem ist dieselbe an die Elektrizitätswerke des Kantons Zürich angeschlossen, sodass die Möglichkeit vorhanden war, zu günstigen Bedingungen Nachtstrom zu beziehen, wenn die eigene Wasserkraft der Sihl zu gewissen Zeiten zurückgehen sollte. Es lag somit nahe, die elektrische Heizung mit Wärmeakkumulierung einzuführen.

Ursprünglich war eine Dampfheizung vorhanden. Wegen der grossen Vorzüge einer elektrischen Warmwasserheizanlage entschloss sich die Direktion der Spinnerei, diese alte Dampfheizung in eine moderne Anlage mit Pumpenbetrieb umzubauen und mit derselben eine Warmwasserspeicheranlage zu verbinden. Dabei kam, um den Wärmespeicher nicht unnötig gross zu machen, die von mir schon früher vorgeschlagene Zentralheizung mit verzögerter Wärmeabgabe zur Anwendung.¹⁾ Diese Anordnung besteht darin, dass während der Nacht zunächst das Wasser eines grösseren Boilers mittels eines elektrischen Durchflusskessels aufgeheizt wird. Sobald das Boilerwasser seine höchste zulässige Temperatur

¹⁾ Siehe z. B. *Génie Civil*, Heft vom 30. Aug. 1919.