

**Zeitschrift:** astro sapiens : die Zeitschrift von und für Amateur-Astronomen  
**Band:** 4 (1994)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Jenseits des Rayleigh-Kriteriums : das Auflösungsvermögen von Teleskopen  
**Autor:** Dragesco, Jean / Hägi, Markus  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-896985>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 29.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Jenseits des Rayleigh-Kriteriums

## Das Auflösungsvermögen von Teleskopen

Jean Dragesco, Markus Hägi

In den letzten 10 Jahren hat die Astrofotografie hoher Auflösung derart grosse Fortschritte gemacht, dass einige vorgeschlagen haben, die klassischen Formeln für das Auflösungsvermögen nochmals zu überprüfen. In Tat und Wahrheit machen viele Leute den Fehler, die Begriffe Trennvermögen (an Doppelsternen) und Sichtbarkeit eines kleinen isolierten Details (Definitionsvermögen) zu verwechseln.

### Beugungsscheiben-Salat

Es ist bekannt (und wir werden hier die mathematischen und physikalischen Grundlagen dazu nicht entwickeln), dass ein optisch perfektes, astronomisches Instrument einen Stern nicht als immateriellen Punkt zeigt (was praktisch der Realität entsprechen würde), sondern in Form eines Scheibchens (Airy-Scheibchen, Beugungsscheibchen), welches von konzentrischen Ringen umgeben ist (Beugungsfigur, vgl. Abb. 1). Theoretisch lässt sich diese Beugungsfigur exakt berechnen, wenn man vom Wellencharakter des Lichtes ausgeht: Der Durchmesser  $d$  des zentralen Scheibchens, in Bogensekunden (") ausgedrückt, misst

$$d = \frac{2.44 \cdot \lambda}{D} \cdot 206265'' \quad (1)$$

( $D$  Durchmesser des Objektivs in m,  $\lambda$  Wellenlänge des Lichts, bei der beobachtet wird, in m). Üblicherweise wird in der Literatur vom Ra-

dius der zentralen Scheibe gesprochen, was vielfach übersehen wird und auch schon zu einer gewissen Verwirrung geführt hat. Wir sehen, dass der Durchmesser des Scheibchens bei wachsendem Objektivdurchmesser kleiner wird. Andererseits ist zu erkennen, dass das Scheibchen für blaues Licht (kurzwelliges Licht, kleines  $\lambda$ ) kleiner ist als für rotes Licht. Je nach Wellenlänge erhalten wir die Werte (in Bogensekunden, Objektivdurchmesser  $D$  in cm) für

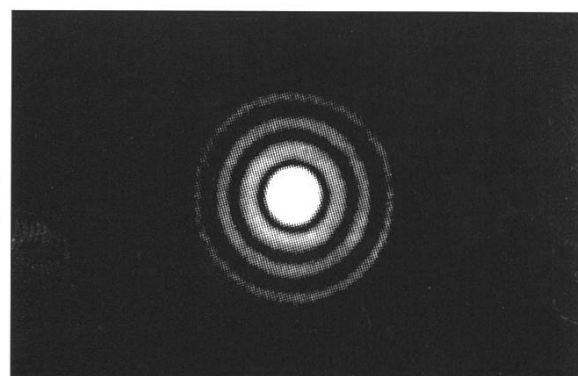


Abb. 1: Das zentrale Airy-Scheibchen und die umgebenden Beugungsringe einer Beugungsfigur.

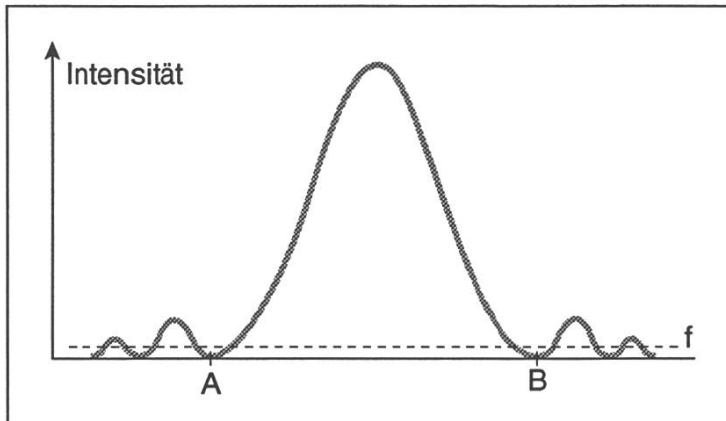


Abb. 2: Intensitätsverteilung der Beugungsfigur.

violettes Licht ( $\lambda = 360 \text{ nm}$ ):

$$d = \frac{18.14''}{D} \quad (2)$$

gelbes Licht ( $\lambda = 550 \text{ nm}$ ):

$$d = \frac{27.68''}{D} \quad (3)$$

rotes Licht ( $\lambda = 770 \text{ nm}$ ):

$$d = \frac{38.8''}{D} \quad (4)$$

Das menschliche Auge ist im gelben Licht um  $550 \text{ nm}$  am empfindlichsten, so dass das Beugungsscheibchen im Mittel einen Durchmesser gemäss (3) annehmen wird. Genau genommen besteht das Licht eines Sterns aus allen möglichen Wellenlängen und so müssten die Beugungsringe farbig erscheinen: Ausen rot und innen blau. Dies lässt sich nicht beobachten (Instrumentelle Grenzen, Beobachtungsbedingungen, etc.). Bei speziell heissen blauen oder kühlen orangefarbenen Sternen überwiegt der entsprechende Wellenlängenbereich und der Durchmesser des Airy-Scheibchens wird eher einen Wert gemäss (2)

oder (4) annehmen. Abbildung 2 zeigt den berechneten Intensitätsverlauf der Beugungsfigur. Wenn wir bisher vom Durchmesser der zentralen Scheibe sprachen, so war damit die Strecke zwischen den beiden Punkten gemeint, wo die Intensität auf Null zurückgeht, also die Strecke A–B. Das bisher Gesagte

stimmt zumindest in der Theorie, in der Praxis ist alles etwas komplizierter aber höchst interessant. Das Auge kann nicht beliebig schwache Intensitäten wahrnehmen, es benötigt ein gewisses Intensitätsminimum. Die horizontale Linie  $f$  in Abbildung 2 markiert diese minimale Intensität. Alles, was darunter liegt, ist unsichtbar: *Das Beugungsscheibchen ist in der Praxis kleiner, als es die Theorie voraussagt.* Weiter erscheinen die Beugungsringschmalen und die dunklen Zwischenräume breiter. (Theoretisch hätten die dunklen Zwischenräume keine Ausdehnung!) Es kommt noch interessanter: Theoretisch liefern helle und lichtschwache Sterne gleich grosse Beugungsscheibchen (die Helligkeit geht nicht in die Formel ein). Abbildung 3 zeigt den Intensitätsverlauf für unterschiedlich helle Sterne. Alle Kurven haben ihre Intensitätsnullpunkte an denselben zwei Stellen A und B. Führt man wieder ein Intensitätsminimum (untere Wahrnehmungsgrenze) ein, so erkennt man:

Schwache Sterne liefern kleinere Beugungsscheibchen als helle: Zieht man all das in Betracht, so lässt sich sagen: Die für das Auge wahrnehmbare Ausdehnung (Durchmesser) des Airy-Scheibchens lässt sich bei festem Objektivdurchmesser und fester Wellenlänge  $\lambda$  nicht exakt berechnen, liegt jedoch in den meisten Fällen näher bei  $d/2$  als bei  $d$ . W.H. Pickering hat nun die effektiven Scheibchendurchmesser eines 25.4-cm-Objektivs experimentell bestimmt. Für einen hellen Stern mass er  $d=0.6''$  und für einen lichtschwachen  $d=0.35''$ (!). Dies ergibt

$$d = \frac{15.2''}{D} \text{ resp. } d = \frac{8.9''}{D} \quad (5)$$

Uns interessiert jedoch vielmehr das

## Trennvermögen eines Teleskops

Wir können das Trennvermögen auch als Auflösungsvermögen bei

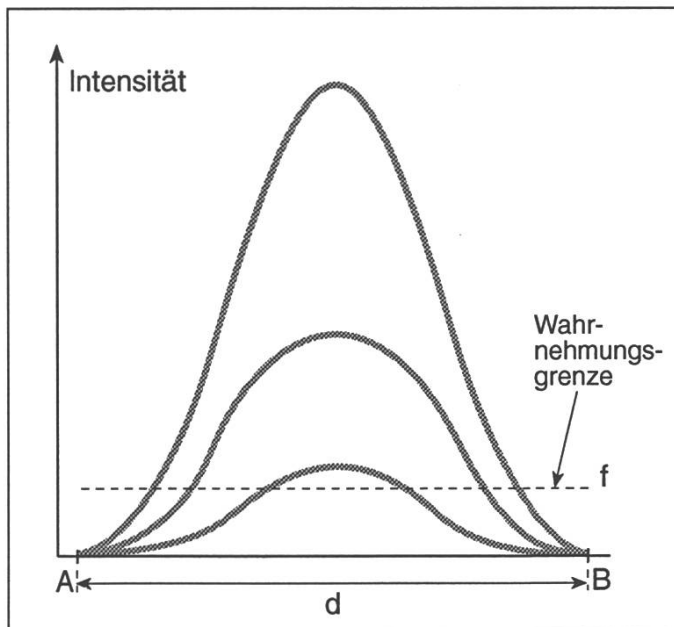


Abb. 3: Theoretisches und effektives Beugungsscheibchen für Sterne unterschiedlicher Helligkeit.

Doppelsternen bezeichnen. Die Praxis hat, wie wir gesehen haben, einiges durcheinander gebracht. Die Grösse des Airy-Scheibchens hat also im wesentlichen eine vom Durchmesser des Teleskops, von der Wellenlänge des Lichtes, von der Empfindlichkeit des Auges und von der Helligkeit des untersuchten Sterns abhängige Grösse. Unterschiedlich grosse Objektivdurchmesser liefern aber in jedem Falle unterschiedlich grosse Airy-Scheiben. An der Grenze des Trennvermögens eines gegebenen Instrumentes werden sich die zwei Beugungsscheibchen eines Doppelsterns überlappen (Abb. 4). Sind die Zentren der beiden Scheibchen um die Hälfte eines theoretischen Scheibchendurchmessers (die Hälfte der Strecke A-B in Abb. 2) voneinander getrennt, so fällt die

Intensität zwischen den beiden Intensitätsmaxima um etwa 30% ab, was vom Auge gut wahrgenommen werden kann. Wird das Trennvermögen auf diese Weise definiert, so gilt bei einer Wellenlänge von 550 nm:

$$T = \frac{13.84''}{D} \quad (6)$$

( $T$ =Trennvermögen in"). Obige Formel entspricht dem Rayleigh-Kriterium und hat sich in Lehrbüchern bestens bewährt, nicht jedoch am Nachthimmel. Unter guten Bedingungen kann das menschliche Auge bei gleich

hellen Sternen eine Helligkeitsschwankung von nur 5% wahrnehmen, was etwa dem sogenannten Dawes-Kriterium entspricht. Damit:

$$T' = \frac{11.58''}{D} \quad (7)$$

Natürlich ist das Haarspalterei im wahrsten Sinne des Wortes. Dennoch wollen wir noch weiter ins Detail gehen: *Allgemein versteht man unter dem Begriff Trennvermögen, dass ein Intensitätsminimum (leichte Verdunkelung) erkennbar ist zwischen den (bereits überlappenden!) Scheibchen.* Dawes' Kriterium berücksichtigt dies. Man erkennt bei extrem ruhiger Luft einen Doppelstern aber auch daran, dass ein

Scheibchen einfach länglich erscheint (elongiert). So konnte einer der Autoren (M.H.) den Doppelstern 36 Andromedae (Abstand 0.84'', Komponenten mit 6.0 und 6.4 mag und kühlen Oberflächen) in einem 12.7-cm-Refraktor deutlich als solchen erkennen obschon Dawes' Grenze für dieses Gerät bei 0.91'' liegt. Die Elongation einer Beugungsscheibe ist erkennbar, wenn die Separation der beiden Komponenten nicht kleiner als  $T'/2$  ist (experimenteller Wert von R. Burnham), also

$$T'' = \frac{5.8''}{D} \quad (8)$$

All dies ist von erfahrenen Doppelstern-Beobachtern intensiv untersucht worden. R. Burnham konnte

mit seinem 15-cm-Teleskop gar Separationen von 0.2'' erkennen. Doppelsterne mit Komponenten unterschiedlicher Helligkeit können mit keiner der drei obigen Formeln beschrieben werden. Ein Unterschied von nur drei Grössenklassen zum Beispiel führt auf  $T=42''/D$  (untersucht von T. Lewis an einem Dop-

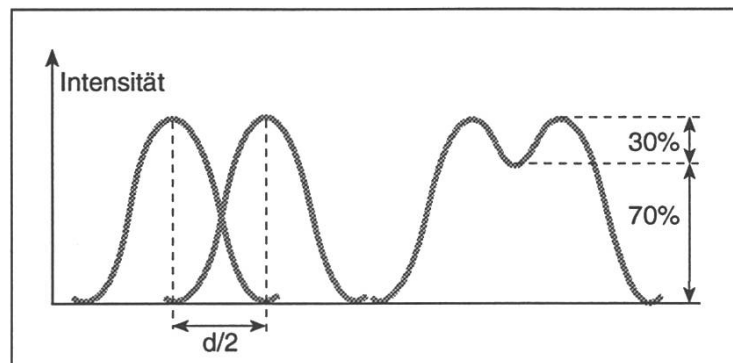


Abb. 4: Überlappende Beugungsscheibchen (Rayleigh-Kriterium).

pelstern mit 6.2 und 9.5 mag hellen Komponenten). Sehr helle oder lichtschwache Paare lassen sich gemäss verschiedenen Experimenten ebenfalls schlechter auflösen, dies obwohl z.B. lichtschwache Sterne kleinere Beugungsscheibchen offenbaren.

### Definitionsvermögen

Wohl die Mehrheit aller Amateure und sogar auch einige Professionelle glauben, dass der Durchmesser des kleinsten noch wahrnehmbaren isolierten Details eines flächenhaften Objektes (eines Planeten z.B.) höchstens gleich dem Wert des Trennvermögens nach Rayleigh (6) ist. Ein Refraktor mit 102 mm Öffnung könnte demnach keine Details



zeigen, die kleiner als 1.36" sind. Das aber ist falsch. Keine Formel kann die Sichtbarkeit eines Details auf dem Mond oder auf den Planeten zum Ausdruck bringen, da diese von der Form und vom Kontrast des Objektes abhängt. Dieses Problem wurde experimentell eingehend untersucht. Als erstes können wir ganz einfach Beobachtungen von blossen Auge

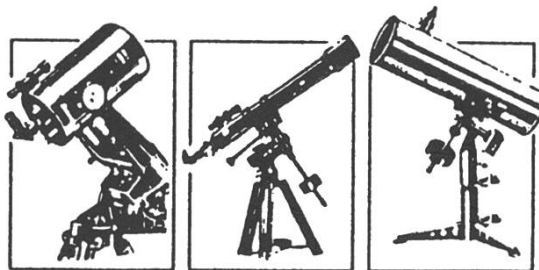
durchführen, wobei wir vorausschicken, dass das *Trennvermögen* des Auges bei weissem Licht ungefähr 60" beträgt (Foucault-Test für das Auflösungsvermögen, bei maximalem Kontrast). Nach W.H. Pickering lassen sich dunkle runde Flecken wahrnehmen, deren Durchmesser bei 30" liegen. Einer der Autoren (J.D.) hat 1942 und 1943 diesbezüg-



Abb. 5: Die Rille im Alpental (Pfeile) mit einer Breite von nur 0.27". Belichtet mit einem Celestron 14 ( $f/D=60$ ) 1.5 s auf Kodak TP 2415 (Süden oben). Aufgenommen in Cotonou (Benin) von Jean Dragesco.

DER GEHEIMTIP  
für jegliche Teleskope

Tiefste Preise  
Kompetente Beratung  
Volle Garantie



Tel. 031/311 21 13

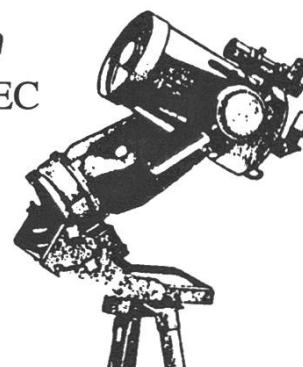
Fax 031/312 27 14

Meine Empfehlung:

Das Celestron C8  
Ultima PEC. Das leistungs-  
starke Schmidt-Cassegrain-  
Fernrohr mit 20 cm Spiegel,  
2 Meter Brennweite, ausgezeichnete  
Nachführung, Motor mit 9 Volt Batterie,  
3 Geschwindigkeiten, gut transportabel.

**Celestron**

• Ultima-8 PEC



NEWTON von Parks Optical, hervorragende Optik, stabile  
Montierung, kleiner Preis.

TELRAD-Sucher (USA), der beste zur Zeit erhältliche Sucher, da  
der ganze Himmel sichtbar bleibt. Ein Muss für jeden Astroamateur,  
Preis nur sFr. 85.-.

PARKS, CELESTRON, VIXEN, TELE VUE.

FELDSTECHER, BÜCHER, SONNENFILTER, ALLES ZUBEHÖR,  
OKULARE USW.

BEIM KAUF EINES TELESKOPES SIND CA. 2 STD BERATUNG  
EINGESCHLOSSEN.

lich eigene Beobachtungen durchgeführt. Sein rechtes Auge (das bessere) erreichte bei weissem Licht mit Foucault's Auflösungstest ein Trennvermögen von 56". In Tabelle 1 sind einige der Beobachtungen von 1942 bis 1943 wiedergegeben. Diese Resultate sind in Übereinstimmung mit jenen von Pickering und Maunder.

Pickering und Maunder haben bereits vor mehr als 90 Jahren erkannt, dass ein Telegraphendraht mit einer scheinbaren Dicke von 0.44 bis 1.2" von blossen Auge erkannt werden kann (abhängig von der Helligkeit des Himmels). Y. Legrand und C. Fabry haben dann 1937 bestätigt, dass ein solcher Draht von blossen Auge erkannt werden kann, wenn er nur eine Bogensekunde scheinbare Dicke aufweist, was einem Sechzigstel des Trennvermögens entspricht! Entsprechende Resultate hat man mit astronomischen Instrumenten erhalten: Die Cassini-Teilung in den Ringen von Saturn konnte mit einem schlechten 65-mm-Refraktor ausgemacht werden, als deren Breite um 0.5" herum lag. Bei günstiger Ringneigung reichen auch kleinere Instrumente. Bei einem Test des 28-cm-Refraktors der Harvard-Universität (Cambridge, MA) konnte man ein menschliches Haar auf hellem Hintergrund erkennen, das nur 0.029" mass! Pickering schliesslich erspähte mit einem 25-

cm-Refraktor eine schwarze Linie mit 0.03".

Wohlverstanden, es handelt sich um Extremfälle. Wie auch immer, wir müssen eingestehen, dass sich Details auf ausgedehnten Objekten (Mond, Planeten etc.) beobachten und fotografieren lassen, die viel kleiner sind als das theoretische Trennvermögen eines gegebenen Instrumentes. Alles hängt von ihrer Form und ihrem Kontrast ab (ausge-

Art des Details	Kontrast		
	1	0.7	0.4
Dunkler runder Fleck	31"	35"	43"
Heller runder Fleck	25"	28"	33"
Dunkle Linie (100mal länger als breit)	5"	6.5"	9"

Tab. 1: Auflösungstest am Auge.

hend von einem guten Instrument und praktisch verschwindend kleiner Luftturbulenz). Man sollte sich deshalb nicht über die «Heldentaten» gewisser Astrofotografen von heute wundern. Diese bleiben trotzdem begrenzt durch die atmosphärischen Turbulenzen. Gérard Thérin hat die Möglichkeiten seines 20-cm-Instrumentes bei keinem seiner überwältigenden Aufnahmen ausgeschöpft, ebensowenig Christian Arsidi mit seinem 30.6-cm-Teleskop. Auch das 106-cm-Teleskop auf dem Pic du Midi hat «noch Brot auf dem Brett». Im Jahre 1986 hat einer der Autoren dieser Zeilen (J.D.) eine





*Abb. 6: Die Krater Janssen und Piccolomini durch den 130-mm-Refraktor von Jean Dragesco. Bei  $f/D=65 \frac{1}{2}$  s auf TP 2415 (Süden oben). Die feinsten Details (Pfeil) haben etwa 0.8" Ausdehnung.*

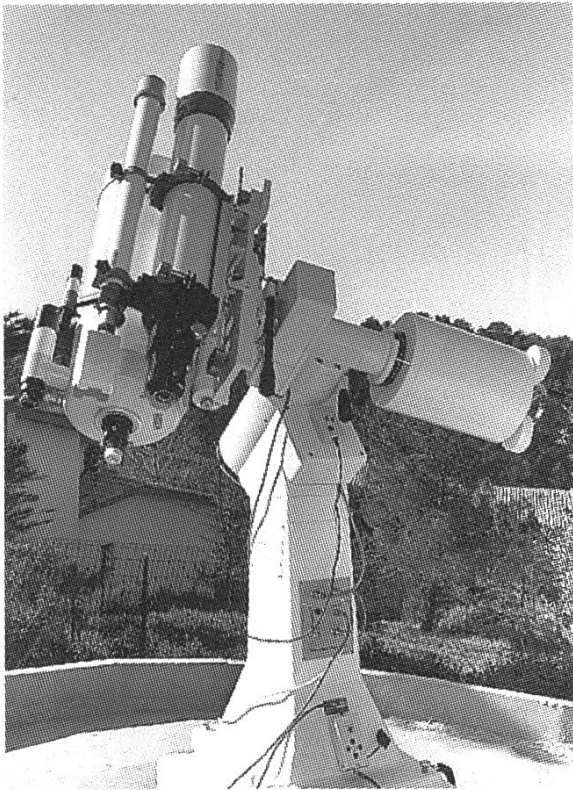


Abb. 7: Das Instrumentarium von Jean Dragesco mit einem Mewlon 250-mm-Cassegrain von Takahashi und dem 130-mm-EDT-Refraktor von Astro Physics.

Aufnahme von Mars gemacht, welche die vielleicht beste je an diesem Instrument erhaltene darstellt. Trotzdem, das auf der Aufnahme erkennbare Definitionsvermögen ist weit von den reellen Möglichkeiten dieses Gerätes entfernt. Die Astronomen des Pic du Midi haben dies übrigens 1988 und 1990 bewiesen: Unter Verwendung einer CCD-Kamera und Spezialfiltern konnten sie (nicht zuletzt dank der kurzen Belichtungszeiten und nachträglicher Bildverarbeitung) Details nahe dem *Trennvermögen* des Teleskops registrieren. Alles was wir weiter oben gesagt haben rechtfertigt die Annah-

me, dass die Astronomen auf dem «Pic» noch weiter gehen können. Das Weltraumteleskop Hubble sollte nun (nach der erfolgreichen Reparatur), da es nicht mit atmosphärischen Turbulenzen zu kämpfen hat, Einzelheiten von unglaublicher Feinheit registrieren können (kontrastreiche fadenförmige Details hinunter bis auf 0.01"). ☆

*Jean Dragesco ist Professor für Zoologie. Als engagierter Amateurastronom ist der heute 74jährige durch seine hervorragenden Astrofotografien und Planetenskizzen bekannt geworden. Markus Hägi studiert an der ETH-Zürich Physik und beschäftigt sich mit Planeten- und Deep-Sky-Beobachtungen.*

## Literatur

- [1] Dawes, W.R.: Catalogue of Micrometrical Measurements of Double Stars, Introduction. Mem. R.A.S., Vol. 35, No. 4, p. 137
- [2] Dragesco, J.: La vision dans les instruments astronomiques et l'observation physique des surfaces planétaires. L'Astronomie, 1969
- [3] Fabry, C.; Arnulf, A.: La vision dans les instruments. Ed. Revue d'Optique, 1973
- [4] Lewis, T.: On the Class of Double Stars which can be observed with Refractors of Various Apertures. Obs., Vol. 37, No. 479, p. 378
- [5] Pickering, W.H.: Definition and Resolution. Pop. Astr., Vol. 28, No. 9, p. 510
- [6] Sidgwick, J.B.: Amateur Astronomer's Handbook. Pelham Books, London 1979 (4th edition)
- [7] Treanor, P.J.: On the Telescopic Resolution of Unequal Binaries. Obs., Vol. 66, No. 831, p. 255