

# Anleitung zur Auflösung geometrischer Aufgaben, von Dr. Christian Nagel

Autor(en): **Strauch, G.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **Allgemeine schweizerische Schulblätter**

Band (Jahr): **9 (1843)**

Heft 9-10

PDF erstellt am: **13.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Kenner von vorn herein zugestehen; denn aus dem ungeheuren Material gerade das Nothwendigste auszuwählen und in übersichtlicher Darstellung passend zu ordnen, um Schülern und Lehrern einen sicher führenden Leitfaden in die Hand zu geben, ist keine Kleinigkeit. — Herr Hattemer hat wirklich mit Fleiß und Sachkenntniß gearbeitet, und verfährt, namentlich in der Satzlehre, obgleich ihm hier der Boden noch nicht ganz geebnet war, da Grimm's Syntax noch zu den frommen Wünschen gehört, mit einer großen logischen Schärfe; auch wollen wir nicht unerwähnt lassen, daß der äußere Druck die Uebersicht sehr erleichtert, was bei der ungeheuren Stoffmasse auf den dreihundert Seiten des Buches nicht unwesentlich ist. — Obgleich wir in vielen einzelnen Punkten mit dem Verf. nicht harmoniren, so können wir doch das Buch aus voller Ueberzeugung allen denen empfehlen, welche sich mit dem gegenwärtigen Stande der historischen Sprachforschung in übersichtlicher Weise bekannt machen wollen. — Schließlich machen wir noch auf Etwas aufmerksam, das uns an diesem Buche sehr gefallen hat, und das von Allen, die ähnliche Werke schreiben, nachgeahmt zu werden verdient; Herr Hattemer hat nämlich in der Satzlehre durchweg nur Beispiele aus Göthe und Schiller gewählt. In sprachlichen, für die Jugend bestimmten Werken soll man nur Beispiele aus solchen Schriftstellern entnehmen, deren Klassizität unbestritten ist, und nicht, wie es oft der Fall ist, hier und dahin greifen, ohne andere Rücksicht als darauf zu nehmen, daß der Schuh auf den bereit liegenden Leisten passe. — X. —

**Anleitung zur Auflösung geometrischer Aufgaben, von Dr. Christian Nagel, Professor der Mathematik am Obergymnasium und an der oberen Realschule zu Ulm. Ein Anhang zu jedem Lehrbuche der ebenen Geometrie, insbesondere aber zu dem von demselben Verfasser herausgegebenen. Ulm, 1840, Verlag der Stettin'schen Buchhandlung. VI, 88, S. und 7 lithographirte Tafeln.**

Der Verf. will durch dieses Buch eine *t h e o r e t i s c h e* Anleitung geben zur Auflösung geometrischer Aufgaben nach der Methode der alten Griechen, d. h. zur Auflösung geometrischer Aufgaben mit Anwendung von rein geometrischen und mit Vermeidung von allen kalkulativen Hilfsmitteln. Dieses geht aus dem Buche selbst hervor, wenn gleich dessen Titel sich nicht bestimmt hierüber ausspricht.

Sowie überhaupt die Anwendungen das sicherste Mittel sind, daß

sich der Anfänger die Lehren seiner Wissenschaft vollkommen aneigne, d. h. das Lückenhafte ausfülle, dem Mangelhaften nachhelfe und die bei ihm noch unsichere und schwankende Grundlage befestige; so bieten insbesondere die Uebungen in Auflösung rein geometrischer Aufgaben eines der vorzüglichsten Unterrichtsmittel, und wurden auch zu allen Zeiten als solche anerkannt und empfohlen, da sie in sehr hohem Grade geeignet sind, den Verstand zu bilden, die Urtheilskraft zu heben, den Scharfsinn zu wecken, die Erfindungsgabe zu beleben, den Forschungsgeist anzuregen zc.

Ein Buch, wie das vorliegende, gehört keineswegs zu den überflüssigen Unternehmungen; und so unterzieht sich Ref. gerne der Mühe, über dasselbe zu berichten. Er will die bemerkenswertheften Punkte desselben hervorheben, und, um sich bequem vorwärts und rückwärts auf diese beziehen zu können, mit fortlaufenden Zahlen versehen. Auch zielt die ganze Haltung dieses Berichtes darauf hin, daß am Ende jeder Leser in den Stand gesetzt sein möge, über vorliegendes Buch selbstständig das richtige Urtheil zu fällen.

Des Buches Inhalt ist folgender: Zuerst kommt eine sogenannte Einleitung, welche in Nr. 2 bis Nr. 6 beurtheilt ist.

Hierauf kommen drei Abschnitte, mit folgenden Titeln:

- I) **Erster Abschnitt.** Ueber die Aufgabe, ihre verschiedenen Arten und ihre verschiedenen Theile, beurtheilt in Nr. 7 bis Nr. 11.
- II) **Zweiter Abschnitt.** Die verschiedenen Wege, um zur Auflösung geometrischer Aufgaben zu gelangen, beurtheilt in Nr. 12 bis Nr. 17.
- III) **Dritter Abschnitt.** Die geometrische Analysis, beurtheilt in Nr. 18 bis Nr. 20.

1) In der Vorrede Seite IV sagt der Verf., daß er die erste Hälfte dieses Buches in das Einladungsprogramm zu den alljährlich an seiner Anstalt wiederkehrenden Feierlichkeiten habe aufnehmen lassen. Ob aber so eine Arbeit zur Programmliteratur passe, kann später (man sehe Nr. 21) entschieden werden.

2) **Einleitung.** Seite 1. Der Verf. sagt: „Die Geometrie, wie die ganze Mathematik, ist nicht nur eine Wissenschaft, sondern auch eine Kunst.“ Er würde besser gethan haben, zu sagen: „Die Geometrie, wie die ganze Mathematik, hat nicht nur eine theoretische, sondern auch eine künstlerische Seite“; denn so hätte er sowohl einen richtigeren Ausdruck gewählt, als auch einen besseren Zusammenhang mit dem Folgenden

hergestellt, indem er weiter sagt: „Bei dem Unterrichte in  
 „der Arithmetik wurden diese beiden Seiten längst  
 „ins Auge gefaßt; ja das materielle Bedürfniß der  
 „Anwendung überwog sogar oft so sehr die formelle  
 „Bedeutung der Wissenschaft, daß die Lösung der  
 „Aufgaben als Hauptsache betrachtet und ohne alle  
 „theoretische Begründung mechanisch eingeübt  
 „wurde.“

3) Seite 2 fährt er nun fort: „Gerade das Umgekehrte  
 „geschah in der Geometrie. Man begnügte sich gar  
 „häufig, die Wissenschaft nur nach ihrem Hauptin-  
 „halte darzustellen, und beschäftigte sich höchstens  
 „noch mit den Fundamentalaufgaben derselben  
 „etwa in der Ausdehnung, wie sie die Elemente  
 „Euklid's gaben. Auch hier hat die neuere Zeit eine  
 „lobenswerthe Aenderung hervorgebracht. Man  
 „hat einsehen gelernt, daß selbst vom rein wissen-  
 „schaftlichen Standpunkte aus eine ausgedehntere  
 „Uebung in der Lösung von Aufgaben von großem  
 „Werthe ist zc.“ — Hiergegen erwiedert Ref., daß allen diesen  
 Behauptungen die Geschichte geradezu widerspricht. Alle Geometer  
 des Alterthums und der neueren Zeit haben nicht allein die Uebung  
 in der Auflösung geometrischer Aufgaben dringend empfohlen, sondern  
 haben auch selbst sehr weitläufige Aufgabensammlungen geschrieben.

Schon Plato beschäftigte sich so viel mit geometrischen Aufgaben,  
 daß er die geometrische Analysis erfand. So berichten Diogenes  
 Laertius und Proklus (Commentar über das erste Buch des Euklides).  
 Von Plato selbst besitzen wir keine Schrift über Geometrie.

Newton hielt die Methode der Alten sehr hoch und rühmte die  
 Mathematiker seiner Zeit, welche in Anwendung derselben Geschicklich-  
 keit hatten, besonders den Huggens. Was aber Newton lobte und  
 empfahl, hat zu jeder Zeit Anklang gefunden, und namentlich in  
 England ist die Methode der Alten stets in hohen Ehren geblieben.

Sammlungen geometrischer Aufgaben gibt es eine ungeheure  
 Menge.

Euklides (300 Jahre vor Chr.) hat drei Sammlungen geschrie-  
 ben: die Data, die Porismata und die Perter an einer Oberfläche.  
 Die beiden letzten Werke sind verloren gegangen.

Apollonius von Pergä (200 Jahre vor Chr.) hat viele Schrif-  
 ten verfaßt, welche geometrische Aufgaben enthalten. Besonders wich-

tig war seine Schrift über die Kreisaufgaben, welche den Titel hat: „Von den Berührungen.“ Die Schriften des Apollonius waren bei den Alten besonders wegen der darin angewandten geometrischen Analysis sehr angesehen, sind aber alle verloren gegangen, bis auf die einzige, welche den Titel führt: „de sectione rationis.“ Eine von Newton sehr geschätzte Schrift.

Pappus aus Alexandrien (375 Jahre nach Chr.) hat uns eine sehr schätzbare Sammlung von Aufsätzen und Aufgaben mit ihren Auflösungen hinterlassen, die er aus vielen damals vorhandenen Schriften zusammengetragen hat. Aus diesem Werke lernt man vorzüglich den Geist der geometrischen Analysis der Alten kennen. In der Vorrede zu dem siebenten Buche hat er uns den Inhalt der wichtigsten geometrisch-analytischen Werke derselben angezeigt, wovon wir ohne ihn nicht einmal die Titel wissen würden.

Vieta (+ 1608) stellte die Schrift des Apollonius über die Berührungen wieder her. Diese Schrift ist ein Beweis des geometrischen Scharfsinnes ihres Verfassers.

Ein weiterschweifiges Werk über geometrische Analysis und Synthesis ist folgendes: Caroli Renaldinii de resolutione et compositione mathematica, libri duo. Patavii 1668. 535 pag. fol. Dieses Werk enthält einen sehr reichen Vorrath von Beispielen. Die Data des Euklides sind darin aufgenommen.

Die Data des Euklides, nach der Ausgabe von Robert Simson, hat J. C. Schwab übersetzt. Stuttgart 1780. Der Uebersetzer hat eine sehr lehrreiche Sammlung geometrischer, nach der analytischen Methode der Alten aufgelöster Probleme beigelegt, welche zugleich als Beispiele zur Anwendung von den Daten dienen.

Gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts und im Laufe des jetzigen sind in den verschiedenen Ländern Europa's geometrische Aufgabensammlungen, theils vorzügliche, theils mittelmäßige und schlechte in zahlloser Menge erschienen; und alle entschuldigen ihr Dasein damit, daß sie vorgeben, einem noch unbefriedigten Bedürfnisse abzuhelfen. Die Titel dieser Bücher anzugeben, würde einen ungeheuren Raum erfordern; ich beschränke mich daher auf ein einziges, weil Herr Nagel dasselbe auch kennt:

Aufgaben=Systeme und Sammlungen aus der ebenen Geometrie, zu einem selbständigen Unterrichte in der Analysis geordnet und durch Gesetze vorbereitet von H. v. Holleben und P. Garvien. Zwei Bände. Berlin 1831 und 1832. Bei Reimer. Der erste Band hat 19 und

der zweite 42 Figurentafeln. Der Inhalt des ersten Bandes besteht aus einer theoretischen Anleitung zur Auflösung der Aufgaben mit rein geometrischen Hilfsmitteln, und dazu kommen noch leichte Aufgaben mit ihren Auflösungen; der Inhalt des zweiten Bandes besteht aus Aufgaben und deren Auflösung, welche schon schwieriger sind.

Hiermit habe ich den thatsächlichen Beweis geführt, daß die sogenannte künstlerische Seite in der Geometrie niemals vernachlässigt worden ist; und wenn wirklich hier und da in einigen Schulen der geometrische Unterricht so ertheilt wurde oder noch wird, wie Herr Nagel ausspricht, so liegt die Schuld an den Lehrern, denen er durch sein Buch eben so gewiß nicht aufhilft, als es gewiß ist, daß ihnen die früheren Bücher Nichts geholfen haben.

4) In der Note Seite 2 und 3 sagt der Verfasser, es sei zu tadeln, daß selbst von Vielen, die sich dem Lehrberufe widmen, die algebraische Behandlungsweise der Geometrie auf Kosten der rein geometrischen mit so großer Vorliebe bearbeitet werde. Dadurch bilde sich eine Klasse von Lehrern, welche zwar vielleicht (!!) für die Wissenschaft Vieles zu leisten im Stande sind, aber für die Zwecke der Schule gerade an dem Mangel leiden, was als das Geeignete betrachtet werden muß, die Kraft des Schülers und seinen mathematischen Sinn zu wecken, während sie besitzen, was an diesem Orte nur in geringer Ausdehnung brauchbar ist. — Dagegen erwiedert Ref.: Herr Nagel spricht mit zu wenig Achtung von der Anwendung der Algebra auf die Geometrie; denn abgesehen davon, ob die rein geometrische oder die algebraische Behandlungsweise geistbildender sei, so muß Herr Nagel doch wissen, was die algebraische Methode leistet, und daß deshalb derjenige, welcher eine Untersuchung vornimmt, die Methode anwenden darf, die an Resultaten die ergiebigste ist. Oder glaubt Herr Nagel, daß Männer, welche sich viel mit Anwendung der Algebra auf Geometrie beschäftigen, dadurch abgehalten werden, auch die rein geometrische Methode zu pflegen? Diese Frage beantwortet sich von selbst, wenn man Herrn Nagel auf die Thatsache aufmerksam macht, daß in der neuesten Zeit in Deutschland, Frankreich und England bedeutende Männer aufgetreten sind, welche die rein geometrische Methode so vervollkommenet und erweitert haben, daß dieselbe bereits zur wahren Manie geworden ist und jeder auch nur einigermaßen sich vor Einseitigkeit wahrende Mathematiker an diesem Aufschwunge eines Zweiges seiner Wissenschaft Antheil nimmt. Oder glaubt Herr Nagel gar, daß Männer, welche sich viel mit Anwendung der Algebra auf Geometrie beschäftigen, dadurch unfähig würden,

die rein geometrische Methode in ihrem Unterrichte gehörig zu würdigen? Diese Frage beantwortet sich dadurch, daß Herr Nagel wissen muß, wie wenig das ist, was im Unterrichte vorkommt, d. h. wenn im Unterrichte auch noch fünfzig Mal mehr vorkommt, als durch das vorliegende Buch des Herrn Nagel geleistet wird, so ist es doch noch ungeheuer wenig für einen solchen, der sich mit Recht einen Lehrer der Mathematik nennt. Auf den Ausspruch des Herrn Nagel, daß Lehrer, welche sich viel mit Anwendung der Algebra auf Geometrie beschäftigen, „vielleicht“ Vieles für die Wissenschaft zu leisten vermögen, stellt Referent an ihn die Frage: Fällt dieses „vielleicht“ bei denen hinweg, welche vorzugsweise die rein geometrische Methode pflegen? —

5) Nachdem Herr Nagel auf Seite 2 gesagt hat: „Auch hier hat die neuere Zeit eine lobenswerthe Aenderung hervorgebracht. Man hat einsehen gelernt, daß selbst vom rein wissenschaftlichen Standpunkte aus eine ausgedehntere Übung in der Lösung von Aufgaben von großem Werthe ist zc. zc.“ spricht er abermals auf Seite 5: „so erscheint die Übung im Lösen von geometrischen Aufgaben als ein sehr wichtiger Theil des mathematischen Unterrichtes, wie dieses auch gewichtige Stimmen unter den Pädagogen bereits (!!) anerkannt haben.“

Darauf erwiedert Ref.: Haben denn diese Pädagogen, welche Herr Nagel zwar nicht nennt, aber doch als Autoritäten anruft, auch nicht gewußt, daß schon die Gelehrten des Alterthums dergleichen Übungen empfohlen und das Material dazu ausgearbeitet haben? und daß seit Wiederherstellung der Wissenschaften nicht nur diese Empfehlung der alten Gelehrten beachtet und ihre dahingehörigen Arbeiten benützt worden sind, sondern daß man zu diesen Arbeiten noch so unendlich viele neue hinzugefügt hat? O daß doch diese Pädagogen vermeinen müssen, eine neue wichtige Entdeckung gemacht zu haben, während sie sich unter so vielen Berufsgenossen herumtreiben, denen diese Wahrheit aus dem grauen Alterthume her überliefert ist, und die sich bereits in dieselbe unerschütterlich eingelebt haben!

6) Zu Seite 5 und 6. Herr Nagel hat seinem Lehrbuche der ebenen Geometrie eine Sammlung von Aufgaben angehängt, die aber nicht aufgelöst sind. Und um diesen Anhang (so spricht er auf Seite 6) für Lehrer und Schüler brauchbarer zu machen, versucht er in vorliegendem Buche eine Anleitung zur Auflösung geometrischer

Aufgaben. Er glaubt, eine solche Anleitung möchte vom Standpunkte des Unterrichtes aus wohl zweckmäßiger sein, als eine Schrift, in welcher sich die Auflösungen selbst von sämmtlichen in dem erwähnten Anhange enthaltenen Aufgaben finden würden zc. Kurz, der Verf. spricht sich so aus, als wenn er der Erste wäre, welcher eine solche Anleitung schreibt. — Hier hat Ref. zu bemerken, daß sich eine solche Anleitung in dem bereits erwähnten Werke von Garvien und Holleben befindet; und er wird nachweisen, daß Herr Nagel dieses Werk so benützt hat, daß er sein Buch keinen Versuch nennen darf, sondern vielmehr einen Auszug aus besagtem Werke nennen sollte.

7) In dem ersten Abschnitte Seite 12, 13, 14 stellt Herr Nagel eine Eintheilung der geometrischen Aufgaben auf. Sein Eintheilungsprinzip ist, bestimmte und unbestimmte Aufgaben zu unterscheiden. Seite 12 sagt er: Eine Aufgabe, zu deren Lösung unendlich viele in Größe und Form verschiedene Figuren konstruirt werden können, ist eine unbestimmte. Seite 14 sagt er: Eine Aufgabe ist eine bestimmte, wenn die zu ihrer Lösung konstruirten Figuren entweder in Rücksicht auf Form und Größe einander gleich, also kongruent sind, oder wenn zwar mehrere nach Form und Größe verschiedene Figuren der Aufgabe Genüge leisten, wenn aber die Anzahl dieser Figuren eine endliche, bei der Lösung selbst zu bestimmende ist. — Hiergegen bemerkt Ref.: Die von Herrn Nagel aufgestellten Definitionen einer bestimmten und einer unbestimmten Aufgabe sind höchst unbeholfen; sie sind so leicht zu verbessern, daß es jeder Leser selbst kann. In dem Buche von Garvien und Holleben (Seite 4—11) ist dieser Gegenstand viel besser und erschöpfender abgehandelt; namentlich findet man daselbst auch die Eintheilung der geometrischen Aufgaben in örtliche und unörtliche, welche Unterscheidung sehr wichtig ist.

8) Seite 15. Um die Zahl der verschiedenen Theile einer Aufgabe kennen zu lernen, gibt Herr Nagel eine (wie er sich ausdrückt) in allen Beziehungen vollständig gelöste Aufgabe. — Hiergegen bemerkt Ref.: Das Buch des Verf. soll eine theoretische Anleitung zur Auflösung geometrischer Aufgaben sein; er hätte also besser gethan, alle Theile einer Aufgabe zuerst aufzuzählen und theoretisch auseinander zu setzen. Dann hätte immer noch eine durchgeführte Aufgabe nachfolgen können. Die Art und Weise aber, wie hier Herr Nagel mit der Thüre in das Haus fällt, muß bei jedem nur einigermaßen vernünftigen Leser ein widerwärtiges Gefühl erwecken, das sich immer einstellt, wenn ein Schriftsteller, sei es aus Mangel an Klarheit der



Gebanken oder gar aus Mangel an Darstellungsvermögen stecken bleibt; man möchte so gerne nachhelfen; allein die Sache ist einmal gedruckt; und daß er stecken geblieben, das ist und bleibt nun sein unabwendbares Schicksal. Herr Nagel hätte besser gethan, wenn er auch hier seinem Muster (Garv. und Holl. Seite 12) treu geblieben wäre; hier sind in der That die Theile einer Aufgabe aufgezählt und sodann theoretisch auseinander gesetzt.

9) Seite 17 spricht Herr Nagel von der Bestimmung eines Punktes. Diese Untersuchung steht in Garv. und Holl., S. 9, Seite 15 2c.

Seite 18 und 19 spricht er von der Konstruktion der Dreiecke. Diese Untersuchung steht in Garv. und Holl. Seite 16 2c.

Seite 23 spricht er von den Bedingungen der Aufgaben und macht z. B. auf die einander widersprechenden Bedingungen aufmerksam. Diese Untersuchung steht in Garv. und Holl. Seite 14.

Ueberhaupt ist zu bemerken, daß der ganze §. 4 des Herrn Nagel entnommen ist aus Garv. und Holl. von Seite 15—30, wo die unörtlichen Aufgaben, und von Seite 31—41, wo die örtlichen Aufgaben vorkommen.

10) Auf Seite 16 zählt Herr Nagel fünf verschiedene Theile einer Aufgabe her, nämlich: die Aufgabe im engeren Sinne, die Analysis, die Konstruktion, den Beweis, die Determination. Sodann läßt er sich (in §. 4, Seite 16—24) ins Weite und Breite aus über den ersten Theil, d. h. was die Aufgabe im engeren Sinne sei. Hierauf übergeht er den zweiten Theil, d. h. die Analysis, und läßt sich (in §. 5, Seite 24—28) aus über den dritten Theil, d. h. über die Konstruktion. Da stehen dann die denkwürdigen Worte: „Ueber die Konstruktion kann hier um so weniger gesagt werden, weil sie zu genau mit der Analysis zusammenhängt, als daß ohne Letztere alle Beziehungen, in denen sie hier zur Sprache kommen sollte, gehörig entwickelt werden könnten.“ — Hiergegen erwiedert Ref.: Warum hat Herr Nagel die gute Ordnung verlassen und die Konstruktion vor der Analysis abgehandelt, da er doch sieht, daß er stecken bleibt? Etwa damit sich sein Buch von dem der Herren Garv. und Holl. unterscheide? In letzterem Buche ist (§. 22, Seite 41) die gute Ordnung beobachtet, und deßhalb hat sich kein solcher Stein des Anstoßes gefunden, wie in Herrn Nagel's Buch.

11) In §. 6 und 7, Seite 28—32, handelt Herr Nagel von dem Beweise und der Determination. — Dieses alles steht in Garv. und Holl., Seite 41—76. Zu seiner größten Verwunderung und Erbauung

muß Ref. lesen, wie Herr Nagel (Seite 31) die Trigonometrie nicht mehr zur Elementargeometrie rechnet. Ref. fordert ihn auf, sich in dieser Beziehung in den besten geometrischen Lehrbüchern und Systemen Rath zu holen; dann wird er schon kennen lernen, was elementare und höhere Geometrie ist. Oder wenn Herr Nagel sich sein eigenes System macht, was für einen Namen gibt er dem Zweige der Geometrie, welcher bis jetzt von allen gründlichen Sachkennern mit dem Namen „höhere Geometrie“ belegt worden ist?

12) Im zweiten Abschnitte §. 1, Seite 33 und 34, zählt Herr Nagel die verschiedenen Wege zur Auflösung der geometrischen Aufgaben her. Dieses steht in Garv. und Holl., Seite 104.

13) In §. 2, Seite 34—40 setzt Herr Nagel auseinander, was Auflösung durch Analogie sei. Dieses steht in Garv. und Holl., Seite 131—134.

14) In §. 3, Seite 40—44 setzt Herr Nagel auseinander, was Auflösung durch Reduktion sei. Dieses steht in Garv. und Holl., Seite 123—134. Uebrigens bemerkt Ref., Herr Nagel hätte wohl gethan, auseinander zu setzen, daß das Wort Reduktion zwei ganz verschiedene Bedeutungen in der Mathematik hat.

Einmal versteht man unter Reduktion diejenige Verkürzung der Form eines kalkulativen Ausdruckes, wobei die neue Form ganz den gleichen Werth hat, wie die ursprüngliche. Z. B. die Form  $\frac{6}{8}$  ist gleichbedeutend mit  $\frac{3}{4}$ , oder die Form  $2a - b + 3b - a$  ist gleichbedeutend mit  $a + 2b$ .

Dann versteht man unter Reduktion die Zurückführung eines Problems auf ein anderes, welches schon gelöst ist. So betrachtet man in der Algebra die allgemeine Gleichung irgend eines Grades als aufgelöst, wenn man sie um einen einzigen Grad erniedrigt hat; ebenso betrachtet man in der Geometrie die Aufgabe, „einen Kreis zu suchen, der irgend drei der Größe und Lage nach gegebene Kreise berührt“, als gelöst, wenn man sie auf folgende Aufgabe, „einen Kreis zu suchen, der durch einen festen Punkt geht und zwei der Größe und Lage nach gegebene Kreise berührt“, zurückgebracht hat. — In dieser letzten Bedeutung hat Herr Nagel das Wort Reduktion gebraucht.

15) In §. 4, Seite 44—48, setzt Herr Nagel auseinander, was Auflösung der Aufgaben durch Lehrlätze sei. Dasselbe steht in Garv. und Holl., Seite 106—109, auch Seite 116—123, und §. 8, Seite 12—15.

Seite 46 spricht Nagel von bekannte und unbekanntem Lehrsätzen, wie Garv. und Holl. in §. 2 und 3, Seite 106–108. Auch hat er bei dieser Untersuchung sogar die nämliche Aufgabe beibehalten, welche sich in Garv. und Holl. vorfindet; d. h., Herr Nagel hat Seite 46 die Aufgabe: „ein Dreieck zu konstruiren, von welchem eine Seite AB und die zu den beiden anderen Seiten gehörigen Transversalen AD und BE gegeben sind“, welche sich genau bei Garv. und Holl. Seite 106 wieder vorfindet, indem daselbst steht: „Man soll ein Dreieck aus einer Seite und den beiden Transversalen, welche von den Endpunkten dieser Seite und den Mitten der beiden anderen Seiten begrenzt werden, konstruiren.“

16) In §. 5, 6, 7, Seite 48–62, spricht Herr Nagel von den geometrischen Orten. Alles dieses steht in Garv. und Holl., Seite 109–116.

In §. 5 gibt er den Begriff eines geometrischen Ortes, was ein von jeher ganz bekannter Gegenstand der Geometrie ist.

In §. 6 folgen die wichtigsten Lehrsätze über die geometrischen Orte, welche ebenfalls längst bekannt sind.

In §. 7 (Seite 55–62) spricht Nagel von der Auflösung der Aufgaben durch geometrische Orte. Auch hier begeht er wieder die schon einmal (man sehe Nr. 8) gerügte Unbeholfenheit, daß er wieder, anstatt eine theoretische Auseinandersetzung vorausgehen zu lassen, mit der Thüre in das Haus fällt und gleich Anfangs seine Zuflucht zu einem Beispiele nimmt. Auch hier hätte Herr Nagel besser gethan, seinem Muster treu zu bleiben; denn auch über diesen Punkt steht in Garv. und Holl. Seite 109 und 110 vorerst eine theoretische Auseinandersetzung.

17) Bei Garv. und Holl. findet sich auch (Seite 116–123) die Auflösung geometrischer Aufgaben durch Data. — Nagel hat diese Auflösungsart ganz übergangen und (wie er sich in der Vorrede Seite V ausspricht) mit der Auflösung durch Lehrsätze und Reduktion zusammenfallen lassen. Man dürfte also erwarten, daß er in den §§. 3 und 4 (Seite 40–48) die oben besagte Auflösungsart ein wenig auseinander gesetzt hätte. Allein man findet in diesen §§. nicht einmal an bemerkt, was denn eigentlich der Begriff der Data sei. Daß aber nicht bei allen Leuten, denen Herr Nagel mit seinem Buche Dienste leisten will, vorausgesetzt werden darf, sie hätten einen vollständigen Begriff davon, das bedarf keines näheren Nachweises. Um sich kurz fassen zu

können, verweist Ref. auf Garv. und Holl. S. 116 und 117, wo Alles auseinandergesetzt ist.

18) Im dritten Abschnitte handelt Herr N. von der geometrischen Analysis. (S. 1, Seite 63—69.) Nachdem er S. 63 in Form einer Einleitung die schon längst abgenützten Worte ausgesprochen hat, daß bei Auflösung geometrischer Aufgaben das angeborene Geschick in Verbindung mit Uebung die Hauptsache sei, flüchtet er sich wieder vorerst zu einem Beispiele, um das Wesentliche, worin die geometrische Analysis bestehe, auseinanderzusetzen. Seite 66—69 wird er dann theoretisch. Dazu hat Ref. dieselbe Bemerkung zu machen, welche er schon früher (Nr. 8 und Nr. 16) gemacht hat. Man vergleiche Garv. und Holl., Seite 48, 53, 54, 59, 68 und 105—138, und man wird schon auf Seite 48 erkennen, daß Herr Nagel auch hier sehr übel gethan hat, seinem Muster untreu zu werden.

19) In S. 2, Seite 69—71 spricht Hr. N. von dem Zusammenhange der Analysis mit der Konstruktion und dem Beweise. Man sehe Garv. und Holl. Seite 48, 49, 69 und 74.

20) Von Seite 72—88 sind acht durchgeführte Aufgaben, also Musteraufgaben. Hierzu ist Nichts weiter zu bemerken, als daß sich alle diese Aufgaben in vielen anderen geometrischen Aufgabensammlungen bereits vorfinden. Ob aber Hr. N. gerade die zweckmäßigsten und interessantesten gewählt habe, darüber läßt sich wenigstens hier nicht rechten; auch ist nur zu oft, was mehr oder weniger zweckmäßig und interessant sei, bloße Geschmacksache.

21) Hiermit ist nun nachgewiesen, daß vorliegendes Buch keine solche Leistung ist, wie man sie nach dem Stande der mathematischen Literatur erwarten darf, daß dasselbe also schon deshalb ein ganz überflüssiges Unternehmen war; denn es enthält keine theoretische Untersuchung, keine Methode, ja nicht einmal eine einzige Aufgabe, die dem Verfasser eigenthümlich wäre und nicht schon in anderen Büchern, namentlich in dem von Garv. und Holl., angetroffen werden könnte. Somit ist durch dieses Buch weder die Wissenschaft gefördert, noch der Schule ein Dienst geleistet.

Da aber das Buch gar nichts Neues enthält, so paßt auch sein Inhalt nicht zur Programmenliteratur; denn durch die Programme sollen den Lehrern Gelegenheit gegeben werden, gründliche und gediegene Leistungen, deren Inhalt entweder hinsichtlich der Wissenschaft oder hinsichtlich der Methode neu und interessant, aber zu einem selbständigen Werke nicht ausgedehnt genug ist, bekannt machen zu können. Und eben weil dieses der Zweck der Programmenliteratur ist, so hat

man sich von jeher bei den Versammlungen der gelehrten Gesellschaften dahin ausgesprochen, alle Anstalten, welche Programme drucken lassen, möchten zusammenstehen und dieselben gegen einander austauschen; denn dies sei ein höchst wichtiger Verkehr geistiger Produktionen.

Es wird aber auch jeder Leser dieser Beurtheilung unwillkürlich zu dem Gedanken veranlaßt werden, daß ein Buch keine Stellen haben sollte, aus denen hervorgeht: 1) dem Verfasser desselben sei die Geschichte der Wissenschaft, über die er schreibt, unbekannt (Nr. 3 und 5); 2) oder der Verf. habe nicht die Kenntniß der älteren und neueren Literatur seiner Wissenschaft (Nr. 3 und 6); 3) oder es mangle ihm am Darstellungsvermögen oder an der Klarheit der Gedanken (Nr. 8, 10, 16, 18); 4) oder er wisse nicht zu würdigen, daß gute Anordnung das beste Mittel einer glücklichen Durchführung sei (Nr. 10); 5) oder er unterlasse es, die Quellen anzugeben, aus denen er geschöpft habe, um seiner eigenen Arbeit den Schein der Neuheit zu verschaffen (fast alle Artikel dieses Aufsatzes passen hieher, namentlich aber Nr. 6 und 15). Und so fort.

Hiermit endigt Ref. und bemerkt nur noch, daß seine Leser deshalb, weil er so viele Hinweisungen auf das Buch von Garvien und Solleben gemacht hat, nicht der Meinung sein möchten, als habe er gleichzeitig auch über dieses Buch irgend ein Urtheil abgeben wollen. Ein solches Urtheil ist dem vorliegenden Aufsätze durchaus fremd.

Muri im Kanton Aargau, am 2. September 1843.

Dr. G. Strauch.

**Die Elemente der Geometrie nebst einem geordneten Stufengange von 80 Aufgaben aus der Konstruktions-, Verwandlungs- und Theilungs-Lehre.** Für Schulen und zum Privatunterrichte. Nach einem neuen und erleichternden Systeme bearbeitet von J. J. Hablühel, Lehrer und Geometer. Schaffhausen, Verlag der Hurter'schen Buchhandlung. VI und 104 S. und 33 Figurentafeln.

Dieser Titel ist zwar geeignet, die Meinung zu erregen, als habe der Verf. die Zahl derjenigen Bücher, die denselben Zweck, den er seinem Buche auf die Stirne geschrieben, erreichen sollen, wirklich um eines vermehrt; wer aber den Inhalt des vorliegenden Buches auch nur flüchtig betrachtet, erkennt sogleich, daß es ein Erzeugniß des