**Zeitschrift:** Baselbieter Heimatblätter

**Herausgeber:** Gesellschaft für Regionale Kulturgeschichte Baselland

**Band:** 28 (1963-1964)

**Heft:** 1-2

**Artikel:** Wie unsere Vorfahren beim Zählen und Rechnen die Hände und die Finger verwendeten

**Autor:** Stohler, Hans

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-859377

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 15.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

**Organ der Gesellschaft für Baselbieter Heimatforschung**
**Vierteljährliche Beilage zum Landschäftler**
**Nr. 1/2** **27. Jahrgang** **Dezember 1963**

Inhalt; Hans Stohler, Basel, Wie unsere Vorfahren beim Zählen und Rechnen die Hände und die Finger verwendeten - Heinrich Weber, Waldenburg, Carl Spitteler und Waldenburg - C. A. Müller, Basel, Blick vom Belche - Ernst Zeugin, Pratteln, Störche in Pratteln und Schweizerhalle - Peter Stöcklin, Diegten, Zur Geschichte der Kirche von Diegten

# Wie unsere Vorfahren beim Zählen und Rechnen die Hände und die Finger verwendeten

Von *Hans Stohler*

Professor *Rudolf Fueter*, Ordinarius für Mathematik an der Basler Hochschule, pflegte zu sagen: «Man muss mathematische Probleme möglichst einfach und unterhaltend gestalten, denn sie bieten schon an sich genug Schwierigkeiten.»

Die gleiche fortschrittliche Auffassung beachtend, verbinden wir im nachfolgenden kleinen Aufsatz das Sachliche mit dem Geschichtlichen und erleichtern dabei, wie es vor Zeiten auch bei uns üblich war, das Zählen und das Rechnen durch die Einbeziehung der Hände und der Finger. Dieses Verfahren, meistens kurz als «*Fingerrechnen*» bezeichnet, ist heute vielfach in Vergessenheit geraten, obwohl es sich dazu eignen dürfte, um eine willkommene Abwechslung in das Einüben des Einmaleins zu bringen, und das allen Freunden der alten Bräuche dartun könnte, wie originell man sich früher beim Kopfrechnen behalf. Besonders reizvoll ist die uralte Methode, dank der jedermann kleinere zweistellige Zahlen miteinander multiplizieren konnte, sofern er das Zusammenzählen und das Einmaleins bis fünf mal fünf beherrschte [1].

## I. Das Zählen und die Hand

Auf welche einfache Weise ein Hirte schon vor drei Jahrtausenden seine Tiere zählte, vermitteln uns die Gesänge des griechischen Dichters *Homer*, in denen dieser die Heldentaten und Irrfahrten des listenreichen *Odysseus* schildert. Darnach durchschreitet der göttliche Meergreis musternd seine Robbenherde und zählt die Tiere.

«Hat er dann aber alle zu fünfen gezählt und besichtigt,
legt er sich mitten hinein wie ein Hirt in die Herde der Schafe.» Odyssee 4, 412

Die Zählung in Gruppen von Fünfen geht zweifellos auf die fünf Finger der Hand zurück, und die Griechen sprachen denn auch beim Zählen und Rechnen vom «*Fünfern*». Auch aus der Sprache primitiver Völker lässt sich zuweilen auf das Fünfern schliessen. So heisst beim amerikanischen Indianerstamm der Dene-Dindje

| | | |
|---|---|---|
| eins | «Das Ende ist umgebeugt» | (Kleinfinger) |
| zwei | «Es ist wieder umgebeugt» | (Ringfinger) |
| drei | «Die Mitte ist gebeugt» | (Mittelfinger) |
| vier | «Es ist noch einer übrig» | (Daumen) |
| fünf | «An meiner Hand ist es fertig» oder «Meine Hand stirbt» | |

Dabei stellen sich die Indianer vor, dass die Finger aufrecht stehen und nacheinander zusammensinken.

Man findet ferner als Bezeichnungen für

| | |
|---|---|
| zehn | «Meine Hände sind tot», für |
| 15 | «Meine Hände sind tot» und «Ein Fuss ist tot» und für |
| 20 | «Ein Mensch stirbt» |

Seltsam klingen für uns freilich die mit solchen Umschreibungen gemachten Zahlenangaben. Würde man z. B. die Bibelstelle im Evangelium Johannis V, 5: «Es war aber ein Mann daselbst acht und dreissig Jahre krank gelegen» für einen Papuastamm auf Neu-Guinea übersetzen, so bekäme sie folgende Gestalt: «Ein Mann krank gelegen, ein Mensch (20), beide Hände (10), ein Fuss (5) und III Jahre.

Nicht von ungefähr wurde früher der von der Hand abgeleiteten *Zahl 5* grosse Beachtung beigemessen. Fünf war der Minerva, der Göttin der Gerechtigkeit, heilig. Nach dem griechischen Weisen Aristoteles gibt es vier Elemente oder «Seiende»: Feuer, Wasser, Luft und Erde. Dazu kommt als fünftes Element der Aether oder das alles umfassende Göttliche. Daher ist noch heute das fünfte Seiende, d. h. die «quinta essentia» oder die «*Quintessenz*» eine Umschreibung für das «Wesentliche». Die Römer massen ihre Kräfte bei fünf Leibesübungen: Sprung, Diskuswerfen, Wettlauf, Ring- und Faustkampf. Die Mohammedaner haben ihre fünf Gebete. Die Engländer lernten in Ostindien ein Getränk kennen, bestehend aus den fünf Stoffen Gewürz, Arrak, Zucker, Zitronensaft und Wasser, das sie nach dem indischen Zahlwort «*Punsch*» = fünf bezeichneten. Einen Fünftrank mixte man schon im alten Griechenland aus Wein, Gerstengraupen, Honig, geriebenem Ziegenkäse und Zwiebeln. — Wohl bekomm's!

Warum fünf eine heilige Zahl sei, erklärt *Friedrich Schiller* in den Piccolomini II. 1, wo er den Astrologen Seni sagen lässt:

«Fünf ist
des Menschen Seele. Wie der Mensch aus Gutem
und Bösem ist gemischt, so ist die Fünfe
die erste Zahl aus Grad' und Ungerade.»

Das *Sternfünfeck*, auch *Drudenfuss* und *Pentagramm* genannt, war das Geheimzeichen der über die ganze damalige Welt verbreiteten Schülerschar des griechischen Philosophen und Religionsstifters *Pythagoras*, nach dem der Lehrsatz vom rechtwinkligen Dreieck benannt ist (Bild 1). Die gleiche fünfzackige Sternfigur diente bis in die neuere Zeit zur Abwehr von Unheil und bösen Geistern. In *Goethes* «*Faust*», erster Teil, wird Mephistopheles durch einen Dru-

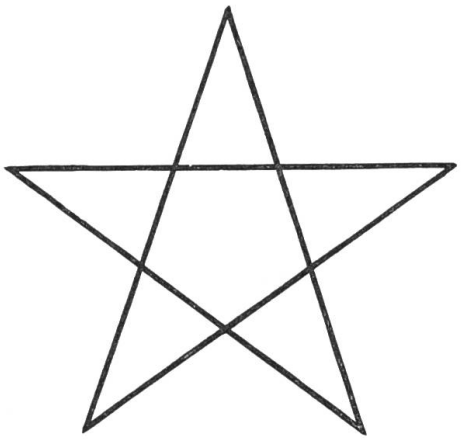

*Bild 1.* Der Drudenfuss oder das Pentagramm

denfuss davon abgehalten, die Schwelle des Studierzimmers zu überschreiten, und er erklärt:

«Gesteh' ich's nur! dass ich hinausspaziere
verbietet mir ein kleines Hindernis,
der Drudenfuss auf Eurer Schwelle.

Vom grossen *Purpurpentagramm*, das den Käsbissenturm der alten *Prattler Dorfkirche* schmückt, liess sich noch nicht eindeutig feststellen, wann und warum es erstmals aufgemalt wurde, ob es zur Abwehr der berüchtigten Hexen auf

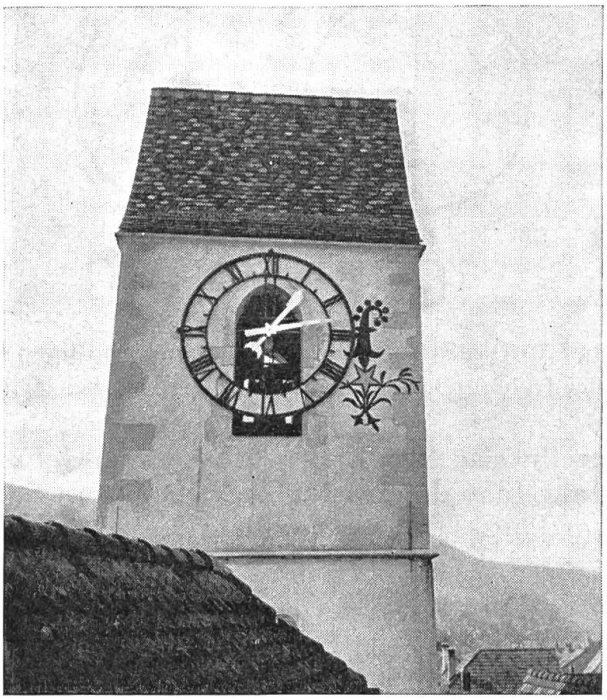

*Bild 2.* Das unter dem Wappenstab am Prattler Kirchturm angebrachte Purpurpentagramm
Photo: Hansfranz Stohler

der Hexmatte westlich des Dorfes dienen sollte, ob es als sinnvolle Zierde oder, wie auf den Bannsteinen, als Dorfsymbol von Pratteln gedacht war (L 8) (Bild 2).

## II. Die Lettern als Zahlzeichen

Die *Griechen* verwendeten schon ein Jahrtausend vor Christi die Buchstaben ihres Alphabetes als Zahlzeichen, z. B.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Alpha | $\alpha$ | als 1, | Beta | $\beta$ | als 2, | Gamma | $\gamma$ | als | 3 etc. |
| Jota | $\iota$ | als 10, | Kappa | $\varkappa$ | als 20, | Lambda | $\lambda$ | als | 30 etc. |
| Rho | $\varrho$ | als 100, | Sigma | $\sigma$ | als 200, | Tau | $\tau$ | als | 300 etc. |

Es war demnach $\sigma\lambda\beta = 232$ $\varrho\alpha = 101$ $\tau\varkappa = 320$ etc.

Solche Zahlzeichen waren zum Rechnen sowohl umständlich als auch wenig übersichtlich. Daher ist es begreiflich, dass sich die griechischen Mathematiker mehr mit der Geometrie befassten als mit der Arithmetik (L 1, II. S. 73 f. und L 5).

Unter den *römischen Zahlzeichen*, die um das Jahr 1500 in den deutschen Rechenbüchern durchwegs die «*Teutschen Zahlen*» genannt wurden, befinden sich nur einzelne Buchstaben. Man schrieb i für 1, v für fünf und dachte dabei wohl an die gespreizte Hand. Das x war 10 und bedeutete zwei, an den Spitzen zusammenstossende, Buchstaben v. Das L = 50 wird von «libra = Waage» abgeleitet und bedeutete «etwas richtig Gewogenes». Für 1000 verwendete man im frühen Mittelalter nicht das M = Mille, sondern ein Kreislein mit senkrechtem Durchmesser, und D = 500 war die rechte Hälfte dieses Zeichens (vgl. Bild 3). (L 1, II. S. 86 f.)

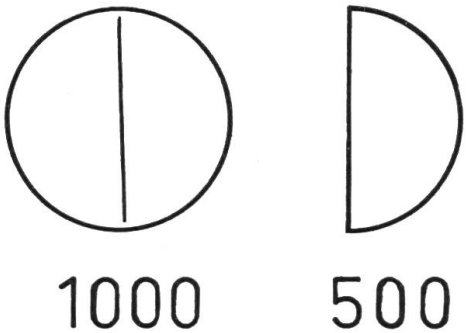


*Bild 3.* Das Zeichen für Tausend und Fünfhundert in der frühmittelalterlichen Form der römischen Zahlen

Die frühere Schreibweise für 1000 geht aus dem *Jahreszahlrätsel* hervor, dessen Lösung das Jahr 1356 des grossen Erdbebens von Basel angibt. Das Rätsel hat folgenden Wortlaut:

| | | |
|---|---|---|
| «Ein ringge und sin dorn | Φ | |
| Trü rossysin verkorn (auserkoren) | CCC | |
| Ein zimmeraxt und der gelten zahl | L | VI |
| Da (ver)fyel Basel überal.» | | |

Die «gelten» waren Weingefässe der Weinleuten- oder Geltenzunft. Auf der Hochzeit zu Kana befanden sich nach dem Ev. Johannis II, 6 sechs Gelten (L 1, II. S. 92).

Zuweilen wurden in lateinischen Texten die Buchstaben i, v, x etc. bis M kurzerhand als Zahlen aufgefasst. So lässt sich z. B. die Legende von den *Elftausend Jungfrauen* leicht erklären, die von Köln nach Rom pilgerten und in Basel betend zur Martinskirche emporstiegen. In einer vergilbten Urkunde las

man wahrscheinlich von XI M. J. (XI MULIERES JUVENES) und deutete das M als 1000, womit sich die erstaunliche Zahl von Elftausend Jungfrauen ergab.

Um keine Legende handelt es sich dagegen bei der Voraussage des Weltunterganges anhand von römischen Buchstabenzahlen durch *Michael Stifel* (1487—1567), Pfarrer in Lochau, dem heutigen Annaburg südöstlich von Wittenberg. Stifel fand in der Offenbarung S. Johannis I, 7 eine Ankündigung, die Martin Luther folgendermassen ins Deutsche übersetzte:

«Siehe, er kommt mit den Wolken, und werden ihn sehen alle Augen, und die ihn gestochen haben; und werden heulen alle Geschlechter der Erde. Ja, Amen.»

Das ist zweifellos ein klarer Hinweis auf den *Weltuntergang*, sagte sich Stifel, nur fehlt die Angabe des *Zeitpunktes*, in dem das Unheil hereinbrechen wird. Er bestimmte zunächst das Unglücksjahr aus dem für ihn bedeutsam scheinenden lateinischen Text der obigen Bibelstelle, der auch im Evangelium Johannis 19, 37 sowie im Propheten Sacharja 12, 10 vorkommt und lautet:

«Videbunt in quem transfixerunt»

Darin fand der eifrige Bibeldeuter als Buchstabenzahlen

| | | |
|---|---|---|
| einmal das M | also | 1000 |
| einmal das D | „ | 500 |
| einmal das X | „ | 10 |
| viermal das V | „ | 20 |
| dreimal das I | „ | 3 |
| Summa summarum | | 1533 |

O Schreck! Das eben begonnene Jahr 1533 musste den Weltuntergang bringen . . .

Fieberhaft wandte Stifel seine chronographische Methode auf weitere Stellen der heiligen Schrift an und errechnete daraus, dass die Welt am 18. Oktober um 8 Uhr morgens untergehen werde. Feierlich verkündete der Pfarrer seine unheilvolle Entdeckung von der Kanzel herab, und von da an war die Kirche von Lochau jeden Sonntag überfüllt. Jedermann wollte die flammenden Predigten hören, mit denen der vom Ergebnis seiner Forschungen tief beeindruckte Stifel die Kirchgänger zur Busse mahnte. Im weitern freuten sich die meisten Zuhörer des Lebens und sagten sich: Wenn wir doch untergehen sollen, dann ist es gleichgültig, ob wir bis zum 18. Oktober arm sind wie die Kirchenmäuse.

Am prophezeiten Tag füllte schon bei Sonnenaufgang eine erregte Menge die Lochauer Kirche, während der Pfarrer von der Kanzel herab die Aufgeregten ermahnte, ihre Sünden zu bekennen und zu bereuen. Als aber Stunde um Stunde verfloss und nichts geschah, ward die Massenpsychose auf einmal wie fortgeblasen. Einige Bauern stürmten auf die Kanzel, schlugen aber den falschen Propheten nicht tot, sondern begnügten sich damit, ihn gebunden vor den Richter zu schleppen.

Stifel hatte als Prediger versagt, aber das Glück war ihm hold. *Martin Luther* schätzte Stifels ausgezeichnete mathematische Begabung und verschaffte ihm eine Professur an der Hochschule von Wittenberg. Hier war der gescheiterte Pfarrer an seinem Platz, weist doch *Johannes Tropfke* in seiner ausführlichen, im Jahre 1924 abgeschlossenen «Geschichte der Elementarmathematik» gegen zweihundertmal auf Entdeckungen und Arbeiten von Stifel hin (L 2).

Auch hat sich bis auf unsere Tage als *Kinderreim* das Spottlied erhalten, das die Wittenberger Studenten auf ihren berühmten Mathematikprofessor sangen:

Stifel, musst sterben,
Bist noch so jung-jung-jung.
Stifel, musst sterben,
Bist noch so jung.
Wenn das der Absatz wüsst,
Dass Stifel sterben müsst!
Stifel, musst sterben,
Bist noch so jung.

Von der gleichen seltsamen Chronographie berichtet auch *Rudolf Schwarz* in seiner humorvollen Geschichte eines zurückgebliebenen Zürcher Bauerndorfes [2]. Darin hat es Pfarrer Zacharias Hollenberger aufgegeben, seine fortschrittlichen Jugendpläne zu verwirklichen. Er widmet seine Mussestunden der Chronographie und befindet sich wohl dabei. Als seine Lebensaufgabe betrachtet er es nämlich, eine chronographische Weltgeschichte in Alexandrinerversen zu verfassen, worin die Jahreszahlen der Ereignisse aus den in der Beschreibung auftretenden römischen Zahlenbuchstaben abgelesen werden können. Trotz jahrelangem Bemühen ist aber die einzigartige Welthistorie noch in den entlegenen Urväterzeiten stecken geblieben, in denen für M und D viel Verwendung bestand.

Hollenwegers bernischer Freund und Pfarrkollege Abraham Beyeler befasst sich mit der heimatlichen Geographie. Er beschreibt das Berner Oberland in Versen und gibt diesen eine Form, die es erlaubt, die Höhe der erwähnten Gipfel aus den römischen Zahlenbuchstaben abzulesen.

## III. Das Rechnen mit römischen Zahlen

Anhand der römischen Zahlzeichen lassen sich die Rechenprobleme besser übersehen als vermittelst der griechischen Buchstabenzahlen, doch wird selbst bei einfachen Additionen das Verfahren schon weitaus umständlicher, als wir es dank dem indisch-arabischen Zahlensystem durchführen können.

Vermehren wir beispielsweise 1409 um 144, so ergibt die römische Schreibweise:

MCDIX und CXLIV = M CCCC V IIII und C XXXX IIII =
M CCCCC XXXXVIIIII III = MDLIII = 1553

Mehr Ueberlegung verlangt das Vervielfachen kleiner Zahlen, z. B. 14 mal 19 = ?

XIV mal XIX = XIIII mal XVIIII = C + L + XXXX + XVIIII +
XVIIII + XVIIII + XVIIII = C + LXXXXX + XXXVVVV + VV + V + I =
CCLXVI = 266

Beide Beispiele veranschaulichen, wie umständlich man bei uns vor 1500 mit Zahlen rechnen musste. Von da an begann die goldene Zeit der *Rechenmeister*, die habliche alte und junge Leute in das indisch-arabische Zahlensystem einführten sowie ihnen die Anfangsgründe des Rechnens mit arabischen Zahlen und die Verwendung des Rechentisches lehrten. Der bekannteste Rechenmeister war der Sachse *Adam Riese* (1492—1559), der mehrere Rechenbüchlein verfasste und den wir zuweilen noch heute als Kronzeuge für richtiges Rechnen anrufen. So sagte mein Vater öfters, wenn er die Richtigkeit einer Rechnung unterstreichen wollte: «Drei mal Vier ist Zwölf nach Adam Riese.»

Trotzdem waren die Kenntnisse im Zahlenrechnen selbst bei hochgestellten Personen sehr dürftig. In seinem Bändchen «Wie man einstens rechnete» schreibt E. Fettweis: «Noch Ende des 16. Jahrhunderts tun sich Hieronymus

Froben [3] und Andreas Ryff [4], zwei bekannte Kaufleute, etwas darauf zugute, dass sie bei der Division das Resultat richtig herausfinden.» Besonders schlecht war es auf dem Lande mit dem Kopfrechnen bestellt. Man verliess sich vornehmlich auf den Kalender. Daher trug der bekannte Rosiuskalender noch im Jahre 1916 auf der Rückseite das Einmaleins.

Von einer originellen Frau, die nur mit römischen Zahlen rechnen konnte, erzählt uns *Gottfried Keller* im «Grünen Heinrich» I/6:

«Sie konnte nur schwierig Gedrucktes lesen, hingegen weder schreiben noch mit arabischen Zahlen rechnen, welch letztere zu kennen ihr nie gelang; sondern ihre ganze Rechenkunst bestand in einer römischen Eins, einer Fünf, einer Zehn und einer Hundert. Sie führte kein Buch und besass nichts Geschriebenes, war aber jeden Augenblick imstande, ihren ganzen Verkehr, der sich oft auf mehrere Tausende in lauter kleinen Posten belief, zu übersehen, indem sie mit grosser Schnelligkeit das Tischblatt mittelst einer Kreide, deren sie immer einige Endchen in der Tasche führte, mit mächtigen Säulen jener vier Ziffern bedeckte.

Hatte sie aus ihrem Gedächtnis alle Summen solchergestalt aufgesetzt, so erreichte sie ihren Zweck einfach dadurch, dass sie mit dem nassen Finger eine Reihe um die andere ebenso flink wieder auslöschte, als sie dieselben aufgesetzt hatte, und dabei zählend die Resultate zur Seite aufzeichnete. So entstanden neue kleinere Zahlengruppen, deren Bedeutung und Benennung niemand kannte als sie, da es immer nur die gleichen vier nackten Ziffern waren und für andere aussahen wie eine altheidnische Zauberschrift!»

## IV. Das Rechnen mit den Fingern

Wegen der oben beschriebenen mangelhaften Beherrschung der Rechenkunst standen die Hand als einfache, stets *griffbereite Rechenmaschine* und das Rechnen mit den Fingern in hohem Kurs. Daher ist es heute reizvoll, zu erfahren, wie man mit dieser Maschine rechnete. Dabei beschränken wir uns auf die Multiplikation von zwei ganzen, höchstens zweistelligen Zahlen, die wir mit A und B bezeichnen, und unterscheiden je nach der Grösse von A und B verschiedene Fälle:

Fall 1: *A und B seien Zahlen von 5 bis 10*

Wir wählen 5 als Grundzahl und berechnen als Beispiel $A \times B = 8 \times 9$. Dann betragen die Ueberschüsse über 5, die wir allein in die Rechenmaschine einsetzen, 3 und 4. Das Einsetzen erfolgt, indem wir an der einen Hand 3 Finger, an der andern Hand 4 Finger hoch strecken, so dass 2 Finger und 1 Finger gebeugt bleiben (vgl. die *Bilder 4a und 4b).* Im weitern schreiben wir statt «Anzahl der Finger» kurz «Finger» und erhalten als

Regel 1: *Zum Zehnfachen der Summe der gestreckten Finger ist das Produkt der gebeugten Finger hinzuzuzählen,* d. h.
*die gestreckten Finger ergeben zusammen die Zehner und die miteinander multiplizierten gebeugten Finger die Einer des Resultates.*

Darnach ergibt unser Beispiel:

$A \times B = 8 \times 9 = 10$ mal $(3 + 4) + 2$ mal $1 = 72$ oder
$3 + 4 = 7$ sind die Zehner und 2 mal $1 = 2$ die Einer.

Die meisten Leserinnen und Leser werden weitere Beispiele rechnen, um sich von der Richtigkeit der Regel 1 zu überzeugen. Kenner der Algebra ziehen

die allgemeine Nachrechnung mit Buchstaben vor. Sie bezeichnen die Ueberschüsse über 5 mit a und b, womit $A = 5 + a$ und $B = 5 + b$ wird. Dann ergibt sich

$$A \times B = (5 + a) \times (5 + b) = 25 + 5a + 5b + a \times b$$

Zu dieser Summe zählen sie $5a + 5b$ hinzu und ziehen wieder $5a + 5b$ ab, wobei sich der Betrag nicht ändert und nach einer günstigen Umstellung der Posten übergeht in

$$A \times B = 5a + 5b + 5a + 5b + 25 - 5a - 5b + a \times b$$

Nun ist $25 - 5a - 5b + a \times b = (5 - a) \times (5 - b)$, wobei $5 - a$ und $5 - b$ die *Ergänzungen* der gestreckten Finger auf 5 darstellen, also mit den gebeugten Fingern übereinstimmen, somit

$$A \times B = 10 \times (a + b) + (5 - a) \times (5 - b)$$

Darin sind $a + b$ die Zehner des Resultates und $(5 - a) \times (5 - b)$ die Einer, was durchaus der Regel 1 entspricht.

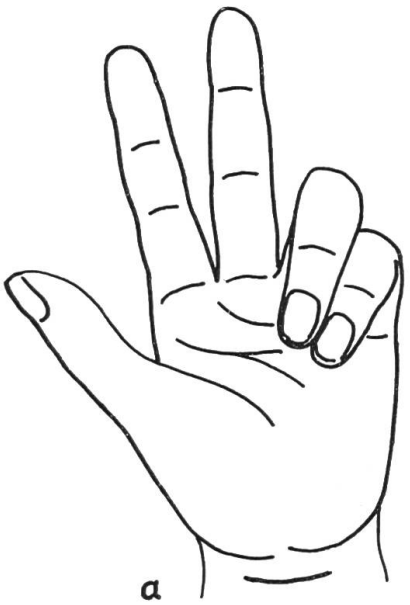


*Bild 4a.* Der Ueberschuss der Zahl 8 über 5 dargestellt durch drei hochgehaltene Finger der linken Hand. Zeichnung: Frieda Fricker

*Bild 4b.* Der Ueberschuss der Zahl 9 über 5, dargestellt durch vier hochgehaltene Finger der rechten Hand Zeichnung: Frieda Fricker

Fall 2: *A und B sind Zahlen von 10 bis 15*

Wir wählen als Grundzahl 10 und rechnen als Beispiel $A \times B = 13 \times 14$. Dann sind die Ueberschüsse über 10 bei A 3 und bei B 4. Wir heben an der linken Hand 3 Finger, an der rechten Hand 4 Finger hoch und rechnen nach der

Regel 2: *Zum Zehnfachen der um 10 vergrösserten Summe der gestreckten Finger der beiden Hände ist das Produkt derselben Finger hinzuzuzählen.*

Also ergibt sich für unser Beispiel:

$$13 \times 14 = 10 \times (10 + 3 + 4) + 3 \times 4 = 182$$

Wir können auch folgende Ueberlegung machen:

Da weder das 10 von A noch das 10 von B in der Rechenmaschine zum Ausdruck kommt, müssen wir 10 mal 10 als Vorausbetrag in Rechnung stellen und die zehnfache Summe der Ueberschüsse sowie das Produkt der Ueberschüsse hinzufügen. Somit kann man auch schreiben:

$$13 \times 14 = 100 + 10\ (a + b) + a \times b$$

Wiederum werden die meisten Leserinnen und Leser die Richtigkeit der Regel an weitern Zahlenbeispielen überprüfen, während die Kenner der Algebra anhand von Buchstaben nachrechnen. Bezeichnen letztere die Ueberschüsse über 10 mit a und b, womit A zu 10 + a sowie B zu 10 + b wird, und also die Ausrechnung ergibt:

$$A \times B = (10 + a) \times (10 + b) = 100 + 10 \times a + 10 \times b + a \times b \quad \text{d. h.}$$
$$A \times B = 10 \times (10 + a + b) + a \times b \text{ oder } 100 + 10 \times (a + b) + a \times b$$

was ebenfalls der Regel 2 entspricht.

Fall 3: *A und B seien Zahlen von 15 bis 20*

Wir wählen 15 als Grundzahl und rechnen das Beispiel $A \times B = 18 \times 19$. Dann sind die Ueberschüsse über 15 (die gestreckten Finger) 3 bei A und 4 bei B. Ferner betragen die Ergänzungen der gestreckten Finger auf 5 (d. h. die gebeugten Finger) 2 bei A und 1 bei B. Hierauf erfolgt die Multiplikation nach der

Regel 3: *Zum Zwanzigfachen der um 10 vergrösserten Summe der gestreckten Finger ist das Produkt der gebeugten Finger beizufügen.*

Damit wird

$$A \times B = 18 \times 19 = 20 \times (10 + 3 + 4) + 2 \times 1 = 342$$

Die Kenner der Algebra werden 15 in 10 + 5 zerlegen und die 15 überschreitenden Ueberschüsse mit a und b bezeichnen, also rechnen

$$A \times B = (10 + 5 + a) \times (10 + 5 + b) = 100 + 50 + 10b + 50 + 25 + 5b + 10a + 5a + ab = 200 + 15a + 15b + 25 + a \times b$$

Wir addieren 5 a + 5b und subtrahieren 5a + 5b, so dass

$$A \times B = 200 + 20a + 20b + 25 - 5a - 5b + a \times b \quad \text{oder}$$
$$A \times B = 20 \times (10 + a + b) + (5 - a) \times (5 - b)$$

was der Regel 3 entspricht.

Fall 4: *A und B seien Zahlen von 11 bis 20*

Wir wählen als Grundzahl 10 und als Beispiel $A \times B = 13 \times 18$. Dann sind 3 und 8 die Ueberschüsse, und die Rechnung erfolgt nach der

Regel 4: *Zum Zehnfachen der um 10 vergrösserten Summe der beiden Ueberschüsse ist das Produkt derselben Ueberschüsse zuzuzählen.*

Also ergibt sich:

$$A \times B = 13 \times 18 = 10 \times (10 + 3 + 8) + 3 \times 8 = 210 + 24 = 234$$
$$\text{oder auch} \quad 13 \times 18 = 100 + 10 \times (3 + 8) + 3 \times 8$$

Die algebraische Ueberprüfung machen wir zur Abwechslung anhand des *Kreuzvervielfachens*, das schon den Indern bekannt war und von den venetianischen Kaufleuten als «multiplicare per crocetta» bezeichnet wurde [5]. Dabei schreiben wir die Grundzahlen und die Ueberschüsse in die Ecken eines Quadrates und verbinden die Werte, die miteinander zu multiplizieren sind, mit kurzen Strichen, rechnen also nach dem Schema:

$$\left.\begin{array}{ll} 10\text{———}10 & 10 \times 10 \\ \quad\times & 10a + 10b \\ a\text{———}b & a \times b \end{array}\right\} = 10 \times (10 + a + b) + a \times b$$

was der Regel 4 entspricht.

Neben kleinen Additionen wird in den ersten drei Fällen nur die Kenntnis des Einmaleins bis fünf mal fünf vorausgesetzt. Im vierten Fall kommt das Einmaleins bis zehn mal zehn hinzu. Der primitive Rechner wird instand gesetzt, mit geringen Vorkenntnissen grössere Multiplikationen durchzuführen.

Vermittelst des Kreuzvervielfachens lassen sich leicht *weitere Regeln* aufstellen, beispielsweise für das Produkt zweier Zahlen von 21 bis 30. Dabei wählen wir als Grundzahl 20 und erhalten als Ueberschüsse über 20 die Werte a und b. Dann ergibt

$$\left.\begin{array}{ll} 20\text{———}20 & 20 \times 20 \\ \quad\times & 20a + 20b \\ a\text{———}b & a \times b \end{array}\right\} = 20 \times (20 + a + b) + a \times b$$

D. h.: *Das Zwanzigfache der um Zwanzig vermehrten Summe der beiden Ueberschüsse ist um das Produkt der Ueberschüsse zu vergrössern.*

Anhand dieser wenigen Beispiele haben wir versucht, den Leserinnen und Lesern eine Vorstellung des originellen Verfahrens zu vermitteln, das sich auf Hände und Finger stützte und zweifellos auch bei uns dort einsetzte, wo das frühere primitive Rechnen versagte. Wie bei jedem Rechnen ist aber auch beim Fingerrechnen ein gewisses Mass an Uebung notwendig. Daher schrieb schon *Leonardo von Pisa*, der um das Jahr 1200 das indisch-arabische Zahlensystem in den Klöstern des Abendlandes bekannt machte und damit sowohl dem schriftlichen Rechnen als auch dem Kopfrechnen zu einem ungeahnten Aufschwung verhalf, folgende Mahnung:

«*Man muss beim Vielfachen an den Fingern ständig üben, damit der Geist zugleich mit den Händen im Zusammenzählen und Vielfachen beliebiger Zahlen gelenkig wird.*»

**Anmerkungen**

[1] Die komplizierten Fingerzahlen eines Beda Venerabilis (L 1, II. S. 1 bis 25), dank denen Händler bis in die Neuzeit das Feilschen unter einem Tuch verbergen konnten, lassen wir weg. Ueber den Rechentisch und seine Verwendung im alten Basel folgt nächstens ein weiterer Aufsatz.

[2] Rudolf Schwarz, «Das Vau in Schnitzlikon», 2. Aufl., Basel 1919.

[3] 1501—1564, Buchdrucker in Basel.

[4] 1550—1603, Seidenhändler in Basel, des Rats und Deputat.

[5] Der Rechenkünstler Ferrol hat sich vor einem halben Jahrhundert kräftig für die Kreuzmultiplikation eingesetzt und bei seinen Zuhörern grossen Anklang gefunden, vgl. Philipp Maenchen, Handbuch des Unterrichtes an höheren Schulen, Bd. 13, «Mathematik», Frankfurt a. M. 1928, S. 11 f., Rechenkünstler.

**Literatur** (L 1 bis L 8):

1. Die beste Vertiefung in die angedeuteten Probleme bewirkt das gründliche Studium des zweibändigen Werkes «Karl Menninger, Zahlwort und Ziffer, Eine Kulturgeschichte der Zahl», Göttingen 1957/1958. Wir verweisen ferner auf 2. Die siebenbändige Geschichte der Elementarmathematik von Johannes Tropfke, Leipzig und Berlin 1921 bis 1924, 3. Walter Lietzmann, «Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen», Dritte Auflage, Breslau 1928, 4. Karl Menninger, «Rechenkniffe», Breslau 1940, sowie aus der Mathematisch-Physikalischen Bibliothek, Leipzig und Berlin, auf 5. Löffler, «Ziffern und Ziffernsysteme», 6. Witting und Gebhardt, «Beispiele aus der Geschichte der Mathematik», 7. Timmerding, «Der goldene Schnitt», 8. Fettweis, «Wie man einstens rechnete». Das Pentagramm am Prattler Kirchturm schildern kleine Aufsätze des Verfassers in der Prattler Zeitung vom 17. III. 53, 10. IV. 53 und 22. II. 57.