PARTIE PRATIQUE

Du calcul des volumes

C'est un fait établi que nos leçons doivent être orientées vers la pratique de la vie. Or, dans les calculs journaliers, celui des volumes revient très souvent : mesurage de tas de bois, de pierres, de gravier surtout ; calcul du volume de la terre à enlever, d'une cave à creuser, etc. L'ouvrier, l'entrepreneur, l'agriculteur que ces travaux de mesurage concernent doivent savoir procéder à ces opérations et les vérifier.

L'étude des volumes, assez étendue, est parfois difficile. Pour être bien comprise et bien retenue par l'élève, cette étude doit être divisée d'une façon caractéristique tout en restant rationnelle. Pour alléger le programme de l'école primaire, ce qui laisserait du nouveau pratique pour le cours de perfectionnement, on étudierait au cours supérieur les volumes dont il est parlé dans la 5^{me} série de calcul, complétés peut-être par quelques questions usuelles. Au cours de perfectionnement seraient réservées quelques données de volumes contenues dans la 6^{me} série, notamment et surtout les calculs concernant les troncs de pyramides (tas de gravier), car seuls ces derniers, pour ainsi dire, sont du domaine d'un calcul habituel : tous les autres restent plus ou moins théoriques et ne sont intéressants pour les amateurs que sur les pages d'un cahier ou dans une expérience qui ne se renouvellera qu'accidentellement, par simple curiosité, peut-être ; tel, le volume d'un petit caillou, d'un morceau de fer, etc.

La façon de procéder suivante en cette étude peut-elle avoir quelque valeur ? Nous le demandons à la bienveillance des lecteurs du *Bulletin pédagogique*.

A. **Ecole du jour :** Le cours supérieur étudierait

1° Les volumes a 2 bases égales soit :

le prisme, le cylindre dont la base est un cercle, le cylindre dont la base est une ellipse.

Surface lat. = Contour × H

Volume = Surface du fond × H

Remarque. — A l'étude de ces volumes, se joindrait celle du volume de la maçonnerie d'un prisme creux (fosse à purin) et celle d'un cylindre creux (puits).

Volume = Surface couronne × H

2° Les volumes a 1 base. (Corps terminés en pointe.)
La pyramide et le cône.

Surface lat. = Contour base × $^1/_2$ A (triangle)

$$\text{Volume} = \text{Surface fond} \times {}^1/_3\,\text{H} \quad \begin{cases} \text{Prisme} = 3 \text{ pyramides)} \\ \text{Cylindre} = 3 \text{ cônes)} \end{cases}$$

B. **Ecole de perfectionnement.**

3° Les volumes a 2 bases inégales. (Troncs, leur formation.)

a) *Tronc de pyramide et tas de gravier à bases rectangulaires.*

Soit un tas de gravier à bases rectangulaires dont les dimensions sont : Base inférieure, 9 m. et 5 m. ; base supérieure, 6 m. et 2 m. ; h = 1 m.

$$\text{Volume} = \frac{H}{3} \times \left[\text{Surface B} + \text{surf. b} + \left(\frac{\text{long.B} \times \text{larg. b} + \text{larg.B} \times \text{long.b}}{2}\right)\right] \text{ ou}$$

$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \left[45 + 12 + \left(\frac{9 \times 2 + 5 \times 6}{2}\right)\right] = 27 \text{ m}^3 .$$

N.-B. — Procédé dit des bases croisées, assez fréquemment utilisé et pourtant peu connu.

b) *Tronc de pyramide, tas de gravier à bases carrées.*

Soit un tas de gravier à bases carrées, dont le côté de la base inf. a 6 m., celui de la base sup. 2 m., et la hauteur 1 m.

$$\text{Volume} = \left(\text{Sf. B} + \text{Sf. b} + \sqrt{\text{Sf. B} \times \text{Sf. b}}\right) \times \frac{H}{3} \qquad \text{ou}$$

$$» \quad = \left(36 + 4 + \sqrt{144}\right) \times \frac{1}{3} = 17 \text{ m}^3 \frac{1}{3}, \quad \text{soit } 17 \text{ m}^3 .$$

Observation 1. — Le tas de gravier de 6 m. et 2 m. désigné ci-haut est appelé en pratique « grande pyramide ». La « petite pyramide » désigne un tas à bases carrées de 5 m. et 1 m. de côté.

Observation 2. — Pour les routes cantonales fribourgeoises, on cube les tas de gravier par un autre procédé qui a l'avantage de ne pas exiger de racine carrée.

Ce procédé est donné par la formule suivante [1] :

$$\text{Volume} = (\text{Sf. B} + \text{Sf. b} + 4\,\text{S}) \times \frac{H}{6} .$$

S est la surface d'une base moyenne menée à égale distance des deux bases du tas.

Si nous l'appliquons à la « grande pyramide » précédente, 6 m. et 2 m., nous avons :

$$\text{Volume} = (36 + 4 + 64) \times \frac{1}{6} = 17 \text{ m}^3 \frac{1}{3}, \quad \text{soit } 17 \text{ m}^3 \text{ comme ci-dessus.}$$

$$\text{Dans ce cas} \qquad S = \left(\frac{6+2}{2} \times \frac{6+2}{2}\right) .$$

c) *Tronc de cône.* (Bille, billon.)

Volume = Sf. cercle moyen × long.

Le moment arrive ici d'habituer quelque peu nos élèves à se servir des tables officielles pour le cubage des bois. Au besoin, on fera une course en forêt avec « calibre » ; profiter aussi des avis de forestiers compétents pour la classification des bois.

4° Les volumes sans base précise. (Peu employé.)

La sphère. Surf. $= 4\pi R^2$ Volume $= 4\pi R^2 \times \frac{R}{3}$.

Un tonneau. Voir série 6 : employer la manière de calculer, mais non la formule qui est difficile.

[1] Cette formule est connue en géométrie sous le nom de « formule de Simpson ». (J. A.)

Morceau de fer, pierre, etc. (irrégulier).

Pour obtenir le volume, plonger le corps dans un grand verre par exemple :

r = rayon du verre ; h = différence des niveaux de l'eau.

Volume du corps immergé $= r \times r \times \pi \times h$. V.

Remarques au sujet de l'article précédent

La formule de Th. Simpson [1] :

$$V = \frac{1}{6} h(B + b + 4S),$$

peut servir, telle qu'elle est, pour calculer le volume d'un tas de gravier, non pas seulement à bases carrées, comme le dit M. V., mais aussi à bases rectangulaires. Dans cette formule, h est la distance entre les deux bases ou la hauteur du tas, B est la grande base, b est la petite base, S est l'aire d'une section faite parallèlement aux bases et à une égale distance de celles-ci. Si cette section est un rectangle, comme dans le cas du tas de pierres, la longueur en sera la demi-somme des longueurs des deux bases, la largeur en sera la demi-somme des largeurs de ces mêmes bases. Il est facile de le comprendre, puisque les faces latérales du tas sont des trapèzes.

De cette formule, on déduit celle que M. V. donne pour le tronc de pyramide et le tas de gravier à bases rectangulaires.

Appelons a et b, les dimensions de la grande base ; c et d, celles de la petite base ; et la formule ci-dessus devient :

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{6} h \left[ab + cd + 4\left(\frac{a+c}{2} \times \frac{b+d}{2}\right)\right] \\
&= \frac{1}{6} h \left[ab + cd + \frac{4(a+c)(b+d)}{4}\right] \\
&= \frac{1}{6} h [ab + cd + (a+c)(b+d)] \\
&= \frac{1}{6} h [ab + cd + ab + ad + cb + cd] \\
&= \frac{1}{6} h (2ab + 2cd + ad + cb) \\
&= \frac{1}{3} h \left(\frac{2ab + 2cd + ad + cb}{2}\right) \\
&= \frac{1}{3} h \left(ab + cd + \frac{ad}{2} + \frac{cb}{2}\right).
\end{aligned}$$

$$V = \frac{h}{3}\left(B + b + \frac{\text{long.}B \times \text{larg.}b}{2} + \frac{\text{long.}b \times \text{larg.}B}{2}\right).$$

De la même formule fondamentale de Simpson, on peut encore déduire une autre formule applicable aux tas de gravier dont les bases sont des carrés.

[1] Thomas Simpson (1710-1761), mathématicien anglais.

Appelons a et b, les côtés des carrés de la base inférieure et de la base supérieure, la formule de Simpson donne alors :

$$V = \frac{1}{6}\, h \left[a^2 + b^2 + 4\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{6}\, h\left[a^2 + b^2 + (a+b)^2\right]$$

$$= \frac{1}{6}\, h(a^2 + b^2 + a^2 + b^2 + 2ab)$$

$$= \frac{1}{6}\, h(2a^2 + 2b^2 + 2ab)$$

$$= \frac{1}{3}\, h(a^2 + b^2 + ab)\ .$$

$$V = \frac{1}{3}\, \mathrm{h}(\mathrm{B} + \mathrm{b} + \text{côté B} \times \text{côté b})\ .$$

Pour trouver le volume d'un tas de gravier dont les bases sont des carrés, on fait la somme des deux bases, on y ajoute le produit des côtés des deux carrés, puis on multiplie le tout par le tiers de la hauteur. J. AEBISCHER.

POUR RÉCITATION

JÉSUS A L'ÉCOLE

Les enfants ont cessé de causer et de rire ;
Ils sont bien attentifs et rangés sur leurs bancs,
Devant Jésus en croix qui semble leur sourire,
Alternant le travail, la prière et les chants.
Sur l'ardoise on écrit d'une main inhabile,
Chacun cherche à former des lettres et des traits.
Un petit chérubin, très gentil, très docile,
Montre pour le travail plus d'ardeur que jamais.
Quand il a griffonné la page tout entière,
Il la prend et la tient à hauteur des yeux
Dans ses petites mains ; chacun le considère :
Il a l'œil sur le Christ, le visage joyeux.
« Pourquoi, mon cher petit, pourquoi, dit la maîtresse,
« Tenir l'ardoise en main quand vous n'écrivez plus ? »
Et Fernand, d'une voix pleine de gentillesse,
Répond : « Je veux montrer ma page au Bon Jésus ! »

(La Cloche du Sanctuaire.)