

Une révolution dans l'enseignement des mathématiques?

Autor(en): **Ducrest, F.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **Bulletin pédagogique : organe de la Société fribourgeoise d'éducation et du Musée pédagogique**

Band (Jahr): **93 (1964)**

Heft 8

PDF erstellt am: **18.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Une révolution dans l'enseignement des mathématiques?

Madeleine Goutard, disciple de Caleb Gattegno, a fait ses premières expériences dans l'enseignement des mathématiques à l'aide du matériel Cuisenaire de 1955 à 1960 à Paris, sous la direction de M^{me} Germaine Tortel, à Bogota et dans l'est des Etats-Unis, puis pendant trois ans, jusqu'en 1963, dans la Province de Québec où elle eut le privilège de visiter et de suivre plus de 150 classes. Les résultats des expériences passionnantes qu'elle a réalisées au Canada font l'objet de l'ouvrage intitulé Les Mathématiques et les Enfants (Delachaux & Niestlé, Neuchâtel, 1964).

Remarquons tout d'abord que le livre de Madeleine Goutard n'est pas une initiation à l'emploi du matériel Cuisenaire, ni un guide du maître. Il y aurait un certain danger – et même un danger certain – à s'embarquer dans l'utilisation des réglettes sans avoir, au préalable, suivi un cours d'introduction et lu l'ouvrage fondamental de G. Cuisenaire et C. Gattegno, *Les Nombres en couleurs* (Delachaux & Niestlé) ou *Le Guide introductif aux nombres en couleurs* de C. Gattegno (même éditeur). Les maîtres initiés, qui ont déjà pratiqué cette méthode, liront, par contre, avec beaucoup de profit ce livre extrêmement dense. Par l'originalité des idées pédagogiques qu'il apporte et par l'orientation nouvelle qu'il expose en ce qui concerne l'usage du matériel Cuisenaire, il peut être considéré comme une œuvre capitale. Les horizons insoupçonnés qu'il nous fait découvrir, les étonnantes possibilités des enfants, dès leurs premières années de scolarité, apparaîtront comme une véritable révélation à ceux qui le parcourront sans préjugés pédagogiques et sans partis pris.

On pourra ne pas être entièrement d'accord avec les idées de Madeleine Goutard ; on ne pourra cependant nier qu'elle ait raison sur quantité de points, ni surtout ignorer les très nombreux exemples qu'elle cite à l'appui de ses arguments et qui ne sont pas le moindre intérêt de ce remarquable ouvrage. Elle ouvre des perspectives absolument nouvelles et tout à fait extraordinaires.

Le premier des six chapitres traite du...

danger de l'empirisme.

Les deux erreurs fondamentales d'un enseignement de l'arithmétique sont qu'il peut être trop abstrait ou, conception inverse, qu'il ne se dégage pas du concret. « Il est universellement admis qu'une expérience concrète

doit être à la base de l'enseignement des mathématiques... En réalité, il y a une exagération dans ce sens et les difficultés des enfants peuvent aussi venir de ce qu'on les laisse à un niveau trop exclusivement concret et à des méthodes de pensée trop empiriques. »

L'avantage d'un matériel, tel que les réglettes Cuisenaire, est de permettre aux enfants d'accéder à la compréhension des *structures mathématiques* et de les libérer de la nécessité de recourir à un support concret.

L'auteur insiste sur un point qui prêtera certainement à discussion : « ... Ce ne sont pas les résultats qui importent le plus et les enfants sont capables de les trouver mentalement lorsqu'on a su s'en désintéresser pour observer les dynamiques qui les conditionnent. Il est beaucoup plus profitable d'utiliser le matériel pour découvrir ce qui permet ensuite d'effectuer toute opération mentalement. »

Dans les trois phases de l'utilisation du matériel, la première, la *recherche empirique*, est nécessaire (familles de sommes équivalentes, de produits équivalents, de différences équivalentes et de fractions équivalentes). Il ne s'agit pas à ce stade d'insister sur la mémorisation et de harceler les enfants par de nombreuses questions visant à obtenir une réponse précise. Bien que transitoire, cette phase, si elle est bien conçue et laissée relativement libre, a une grande importance sur le plan psychologique. Mais il faut passer à la deuxième phase qui est l'*effort de systématisation*.

Après avoir glané au hasard, il convient d'organiser les découvertes et de « faire naître une exigence d'absolu ». On s'achemine alors vers les découvertes rationnelles, vers la prise de conscience des structures mathématiques : associativité et commutativité de l'addition, commutativité de la multiplication, dynamiques de compensation. L'enfant est amené à trouver de nouvelles équivalences, mais, cette fois-ci, sans l'aide des réglettes.

On arrivera ainsi à la *maîtrise des structures*, c'est-à-dire à une « libération naturelle par rapport au matériel ». Ce matériel ne doit pas être « une machine à calculer aveuglément selon des procédés mécaniques, ni un moyen d'illustrer de façon concrète un raisonnement abstrait... Ceux qui veulent que ce soit les objets qui enseignent des vérités toutes faites aux enfants se condamnent à l'échec, même s'ils emploient un matériel didactique aussi excellent que le matériel Cuisenaire. Ce qui doit être éduqué, c'est le sens du projet, de l'expérimentation, du questionnement par rapport à la réalité matérielle et la faculté d'élaborer au fur et à mesure un langage qui mette en forme les données de l'expérience... Il n'est pour l'esprit de commencement véritable que les commencements psychologiques. »

On passera alors à la découverte, sans l'aide du matériel, mais en partant de situations matérielles données et construites, des familles de sommes et de produits équivalents en faisant appel aux dynamiques mathé-

matiques, de différences équivalentes, alors qu'on en restera peut-être au stade empirique en ce qui concerne les fractions équivalentes, celles-ci présentant un caractère plus complexe.

Ces trois stades ne correspondent pas à une suite chronologique du développement de l'intelligence. Il ne s'agit donc pas de faire coïncider la recherche empirique avec tel âge déterminé et la systématisation avec un âge suivant ; ce sont en réalité des phases pédagogiques qui peuvent fort bien concerner des enfants de 6 et 7 ans. Et c'est là, me semble-t-il, l'un des aspects fondamentaux de cette révolution dans l'enseignement des mathématiques annoncée dans le titre de cet article.

Le chapitre II traite de...

l'élaboration de l'écriture mathématique.

Là encore, les idées émises par Madeleine Goutard susciteront, à n'en pas douter, de nombreuses réactions et certains se refuseront à suivre l'auteur dans sa démarche pédagogique et psychologique.

Une double erreur pédagogique doit être évitée si l'on veut que l'écriture mathématique soit facilement dominée par des enfants de 6 ans :

a) un point de départ purement formel (écrire des pages entières de chiffres, qui ne sont que la copie d'un modèle, en veillant à ne pas dépasser les réglures). Pour l'enfant, l'écriture consiste à tracer de petits dessins, alors que l'écriture, qui n'est pas une fin en soi, doit toujours être mise au service de la pensée.

« Quand on n'a rien à dire, on ne doit rien écrire. » A vouloir identifier le signe et le nombre, on donne aux symboles la valeur d'une réalité absolue alors qu'ils ne sont que des conventions renvoyant au signifié. « On ne devrait donner un signe que lorsque l'esprit le réclame parce qu'il en a besoin pour s'exprimer à un moment donné. »

b) La deuxième erreur concerne plus particulièrement ceux qui emploient le matériel Cuisenaire ; elle consiste à passer directement du matériel à la notation et par conséquent à associer nombre et couleur. On ne peut dire indifféremment que la réglette rose est la réglette quatre ; elle ne vaut quatre que si je la mesure avec la réglette blanche ; mais elle vaudra deux si je la compare à la réglette rouge, ou encore $\frac{1}{2}$ si elle est comparée à la réglette brune. La notation ne doit pas transcrire une situation donnée par le matériel (copie) ; elle s'appuie certes sur « l'expérience acquise dans la manipulation du matériel, mais elle ne peut s'élaborer que lorsque l'esprit se dégage de celui-ci et le domine. Entre l'exploration perceptive du matériel et l'écriture, prend place une phase fort importante d'élaboration consciente de l'expérience qui, si elle est négligée, ferme l'accès à la compréhension de l'univers des signes. »

On admet qu'il faut être en possession d'un langage pour pouvoir en

aborder l'écriture, alors qu'en mathématique on exige que l'enfant écrive avant qu'on lui ait donné la possibilité de développer un langage mathématique. En voulant passer directement des objets aux signes, « on a négligé d'élaborer un langage qui permette à l'enfant d'énoncer clairement un jugement mathématique, le matériel étant absent. *On ne devrait jamais inviter un enfant à écrire avant qu'il soit capable de formuler clairement ce qu'il a l'intention d'écrire.* Si un enfant ne maîtrise pas l'écriture en général. L'auteur s'élève contre la conception généralement est trop abstraite, c'est parce qu'on l'a laissé dans l'inconscient. Il n'y a d'écriture possible qu'au niveau conscient. »

L'écriture mathématique est bien plus facile que l'écriture alphabétique des langues modernes : petite quantité de signes, simplicité du tracé, symboles traduisant directement les idées. Parce qu'elle est idéographique, l'écriture mathématique constitue une excellente initiation à l'écriture en général. L'auteur s'élève contre la conception généralement admise de l'écriture voulant qu'on exige dès le début une écriture moulée, régulière; celle-ci va nécessairement engendrer une écriture lente, craintive, qui fait qu'on oublie ce que l'on a à dire tant on est préoccupé par la perfection du tracé. « Exige-t-on du bébé qui fait ses premiers pas qu'il marche sur une planche étroite ? » Il est souhaitable qu'au début l'enfant écrive gros, sans hésitation, afin que sa pensée, centrée sur ce qu'il veut exprimer, ne soit pas distraite et détournée par les obstacles de l'écriture. Les divers signes seront introduits, trouvés, au fur et à mesure des besoins de la pensée mathématique et de la richesse des expériences qui sont à l'origine de cette pensée. M^{lle} Goutard préconise la *libre composition mathématique*. La copie est nuisible et retarde considérablement les petits ; il vaut beaucoup mieux laisser les enfants écrire ce qu'ils veulent sur une feuille blanche ; on développera ainsi leur pouvoir de création et on leur facilitera cet abandon, ce détachement du matériel, qui est absolument indispensable. Il ne faudra que fort peu de temps pour apprendre à écrire les principaux signes de base. A l'appui de cette théorie de l'élaboration de l'écriture mathématique, Madeleine Goutard cite un très grand nombre d'exemples allant du plus simple : $(4 = 3 + 1 = 1 + 3 = 1 + 2 + 1 ; 10 - (3 + 2 + 1) = 4 ; 5 = (9 + 10) - (9 + 5)$, au plus compliqué : $14 = \sqrt{49} + \sqrt{(\sqrt{49})^2} ; 8 = \frac{1}{\sqrt{1/2} \times 32} \times 32 ;$ exemples de compositions libres d'enfants de 6 ans d'une classe publique primaire des environs de Montréal. L'examen de ces exemples montre une évolution si rapide (un intervalle de 6 mois au plus sépare les exemples les plus simples des plus difficiles) et un enrichissement tellement incroyable de la pensée mathématique qu'on a peine à en croire ses yeux.

Le chapitre III traite de...

la numération.

Toute numération, quelle que soit la base adoptée, se fonde sur trois opérations : addition, multiplication et élévation à une puissance. Ainsi que signifie 786, en base 10 ? $7 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 6$.

L'auteur décèle trois raisons qui font que l'enseignement de la numération est généralement défectueux à l'école primaire :

a) connaissance insuffisante des trois opérations sur lesquelles se fonde la numération, ces trois opérations s'enchaînant tout naturellement : cas particuliers de l'addition conduisant normalement à la multiplication ($3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$) et cas particuliers de la multiplication amenant à l'élévation à une puissance ($3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$) ;

b) abus du comptage qui amène à confondre le nom des nombres avec ces nombres eux-mêmes ; l'enfant récite au lieu de construire ;

c) présentation comme d'un absolu de ce qui n'est que convention :
– convention du choix de la base (10 pour notre système décimal)
– convention de la disposition des chiffres
– convention de la lecture (trente-trois en français, drei und dreissig, en allemand).

Il vaudrait mieux faire découvrir le principe d'un système de numération et adopter les conventions mathématiques de base ; puis, ayant ainsi construit les nombres, amener les enfants à découvrir les avantages de certaines conventions d'écriture. Lorsque les enfants ont construit eux-mêmes les nombres et qu'ils peuvent en parler techniquement, alors seulement il convient de leur donner les noms des dizaines, etc., utilisés dans le langage courant.

Ainsi, si on a 4 570, on dira d'abord : 4 dix à la puissance 3, plus 5 dix à la puissance 2, plus 7 dix à la puissance 1, plus 0 ; puis, lorsque les enfants auront travaillé dans des bases différentes et qu'ils se seront familiarisés avec la construction des nombres, on remplacera 4 dix à la puissance 3 par 4 mille, etc...

Au chapitre IV, il est parlé...

des techniques du calcul.

Les techniques du calcul sont liées : *a)* au système de numération en usage, *b)* à la connaissance solide de quelques faits numériques concernant les petits nombres (compléments, facteurs), *c)* à la connaissance des lois algébriques permettant les transformations opératoires. La loi distributive de la multiplication est d'importance capitale dans les tech-

niques du calcul. On trouvera aussi, et c'est une découverte importante, qu'il n'y a pas qu'une seule manière d'effectuer une opération quelle qu'elle soit, et les enfants s'inventeront des chemins bien différents, parfois inattendus et souvent très rapides, pour résoudre telle ou telle opération ; de toute façon, chacun choisira le chemin qui lui paraîtra le plus commode, celui qui se révélera finalement le plus rapide pour lui.

De nombreux exemples éclairent le lecteur, tel celui-ci, d'une petite fille de 8 ans : $1024 : 64 = 4^5 : 4^3 = 4^2 = 16$.

On en conclura qu'il faut laisser aux enfants une grande liberté dans le choix des techniques ; les techniques traditionnelles et usuelles ne seront pas systématiquement éliminées, mais pas imposées non plus comme seules orthodoxes et valables.

Les problèmes appliqués

Dans le chapitre V, l'auteur ne cache pas ses sentiments à l'égard des problèmes traditionnels qu'elle qualifie de « petites anecdotes artificielles présentées sous forme de devinettes » et qui n'ont le plus souvent rien d'enfantin, n'étant que la projection de la mentalité de l'adulte qui essaie de faire partager aux enfants ses propres intérêts. Elle a donc imaginé de faire composer des problèmes par les enfants eux-mêmes, entreprise difficile, mais qui réussit au-delà de toute attente si l'on sait créer un climat propice et résister à une intervention inopportune.

La lecture de ces problèmes révèle que les enfants n'ont nulle peine à faire passer dans ces inventions divers épisodes de leur vie à l'école ou à la maison ; ils y mettent aussi une grande part d'imagination ; ils y feront intervenir leurs lectures, les contes qu'ils ont entendus, l'histoire biblique, l'actualité, et certaines compositions collectives prennent l'allure de véritables « contes mathématiques ».

Voici, à titre d'exemples, deux problèmes inventés par des élèves de 6 ans :

Le petit Poucet avait semé 1034 miettes de pain et les petits oiseaux en avaient mangé 2^6 . Combien restait-il de miettes de pain ? (Hélène, 6 ans.)

Pierre a la grippe. Il a 7 microbes sur la langue et 5 dans le nez. Cela fait 12 microbes. (Daniel, 6 ans.)

N'est-ce pas charmant ?

La pesanteur pédagogique

En guise de conclusion, Madeleine Goutard constate que les enfants ont, en réalité, beaucoup plus d'aptitudes en mathématiques qu'on avait coutume de le penser ; c'est donc que les obstacles rencontrés se trouvent

bien davantage en nous que dans le manque de capacité des enfants ou dans la prétendue difficulté de la science mathématique.

Aussi devons-nous nous dépouiller de nos habitudes inconscientes et de nos préjugés. Cet effort est indispensable si nous voulons découvrir le secret d'un progrès constant et voir nos élèves s'épanouir, si nous voulons encore leur faire prendre conscience de la fécondité de leur esprit.

Ce serait un grave péché pédagogique que de croire que l'enfant ne peut pas comprendre. Il faut d'ailleurs reviser notre conception de la facilité : « Le difficile, c'est de débiter au niveau de ce qui est statique, structuré, fragmentaire, rigide, formel. Le facile, c'est de commencer par l'analyse tâtonnante et progressive d'une réalité donnée dans toute sa richesse et sa complexité et de poursuivre cette analyse jusqu'à la découverte des dynamiques constructives... Tout enseignant qui ne mise pas sur les plus hauts pouvoirs de l'esprit se condamne à être étrié et trop exclusivement utilitaire. »

Les réponses n'ont en elles-mêmes pas tellement d'importance ; ce qui importe, c'est la relation tout entière ; ce sont les transformations qui sont essentielles.

« C'est au niveau du conscient que l'exigence doit se situer... Elle doit être faite de patience, de confiance et de vigilance. Parce qu'elle est une exigence de conscience, elle n'est pas contraignante, mais au contraire libératrice de l'esprit. »

Il vaut la peine de lire et de méditer ces pages qui sont animées d'un enthousiasme convaincant et qui sont aussi un magnifique acte de foi dans les possibilités trop souvent et trop généralement méconnues et diminuées de l'enfant.

Comme le dit l'auteur : « Nous sommes en présence d'une nouvelle éthique de l'éducation, où celle-ci n'est plus conçue à sens unique. Sortant d'une vision trop condescendante de l'enfance, nous pensons que cette dernière mérite une place beaucoup plus importante dans la connaissance de l'homme... Ceux qui explorent l'enfance se trouvent aussi devant le mystère surprenant de l'esprit. Tous les jours ils découvrent que l'enfant est beaucoup plus que ce qu'ils avaient imaginé et ils restent, tel Pascal, en contemplation devant l'infinie grandeur de cet autre infiniment petit. »

Inévitablement, le beau livre de Madeleine Goutard choquera certains par l'audace de sa pensée si résolument novatrice ; mais il sera surtout, pour beaucoup, l'occasion d'un retour sur soi-même et il remplira alors son but d'être un « outil de réflexion ».

F. DUCREST

N.B. Une relation du cours que Madeleine Goutard a donné à Genève, sous les auspices du Service de la recherche pédagogique, paraîtra dans le prochain numéro du *Bulletin pédagogique*.