

Der Bremgarter Rechentisch : ein Kleinod der manuellen Arithmetik

Autor(en): **Schärlig, Alain**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bremgarter Neujaarsblätter**

Band (Jahr): - **(2003)**

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-965417>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Der Bremgarter Rechentisch – ein Kleinod der manuellen Arithmetik

Ein Erklärungsversuch

VON ALAIN SCHÄRLIG

Beim Rechentisch, der im Bremgarter Rathaus steht und über 300 Jahre alt ist, handelt es sich um ein äusserst seltenes Objekt. In einem Gebiet zwischen Sembrancher (VS) im Süden und Kopenhagen im Norden, Genf im Westen und Dresden im Osten sind nur etwa 30 dieser Tische bekannt. Zudem ist er einer derer, die am schwierigsten zu verstehen sind, nicht nur für jene, die sich bis heute nicht speziell mit Rechentischen befasst haben (was man ja schliesslich nicht in der Schule lernt), sondern auch für den Autor dieser Zeilen, der sie sehr gut kennt. Denn dieser Tisch birgt viele Rätsel.

Wenn es ein «normaler» Tisch wäre, wie jene in den Museen von Thun, Genf oder Basel, so könnte dieser Artikel direkt auf den Punkt kommen und erklären, wie man auf der Tischplatte rechnete und die Rechenpfennige setzte und verschob. Aber die Rätsel zwingen uns, zuerst einmal einige Hypothesen aufzustellen. Im Interesse der Allgemeinheit ist zur Verständlichkeit eine grundsätzliche Einführung nötig darüber, was man über Rechentische weiss (eine andere Lösung wäre, den Hersteller des Tisches oder dessen Auftraggeber zu befragen, doch diese Männer sind seit Jahrhunderten tot, und man kennt nicht mal mehr ihre Namen).

Ein Erbe der Griechen

Die Gesamtheit von Linien und Buchstaben, die auf dem Rechentisch aufgezeichnet sind, nennt sich *Abakus* oder *Rechenbrett*. Schon die Griechen benützten Rechenbretter, die auf Marmorplatten eingraviert waren, auf denen sie als Rechenpfennige Steinchen anordneten. Diese Rechenbretter waren nötig, weil mit ihrem Zahlensystem schriftliches Rechnen nicht möglich war. Die Römer hatten das griechische Zahlensystem übernommen und nur die Zeichen geändert. Darum brauchten sie ebenfalls Rechen-

bretter für ihre Rechnungen. Deren Notwendigkeit ist bei den Römern leichter zu verstehen, denn ihre Zahlen sind uns vertrauter als die der Griechen: Stellen Sie sich zwei notierte römische Zahlen vor und fragen Sie sich, wie Sie diese addieren würden!

Der Linien-Abakus: für die Berechnungen

Im Mittelalter kannte man nur die römischen Zahlen. Also war das Rechenbrett noch immer notwendig. Die arabischen Zahlen verbreiteten sich hierzulande nur sehr langsam und wurden fast nur von Gelehrten gebraucht, und selbst diese benützten mehrheitlich das Rechenbrett weiter. Man kennt metallene Rechenpfennige aus dem 13. Jahrhundert, welche die kleinen Steinchen der Griechen ersetzt hatten. Dank dem Erscheinen von Büchern im 15. Jahrhundert kann man sehen, was bis in diese Zeit aus den alten Rechenbrettern geworden war: Man stellt vor allem fest, dass sie sich kaum verändert hatten. Man setzte die Rechenpfennige auf Linien und nicht mehr in Spalten; die ganze Aufzeichnung war um eine Vierteldrehung verschoben worden, und die Zahlen wurden – anstelle von links nach rechts wie auf den griechischen und römischen Rechenbrettern (**siehe Abb. 1**) – von oben nach unten angeordnet. Das ganze Rechenbrett selbst war nicht mehr in eine Marmorplatte eingeritzt, sondern auf eine Tischplatte aufgemalt oder eingraviert.

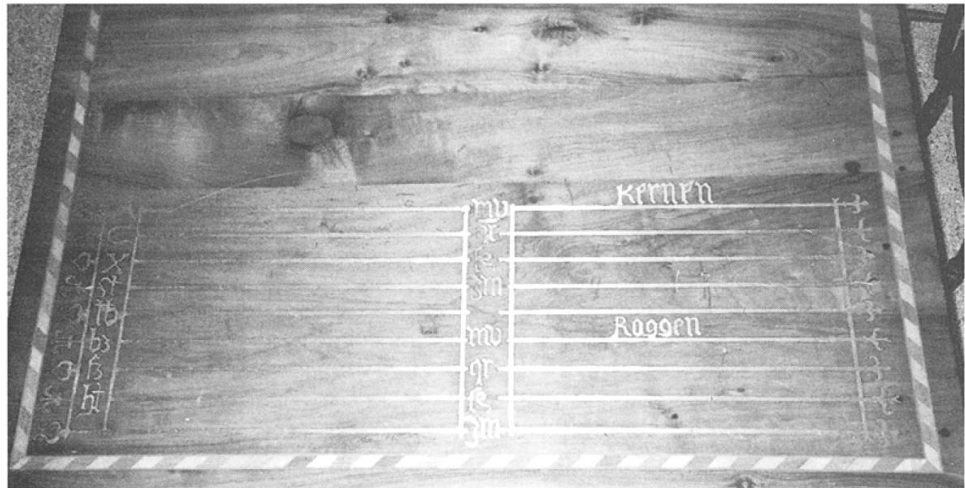
Es hatte so vor allem einen Vorteil des griechischen Systems bewahrt: Um auf einen Blick zu sehen, wie viele Rechenpfennige auf einer Linie lagen, ohne sie zu zählen zu müssen, benutzte man die sogenannten *Fünferstellungen*. Die Zahl 8 beispielsweise bestand aus drei Rechenpfennigen auf der Linie der Einer und aus einem oberhalb der Linie, eine Lage, die dem Wert von 5 entsprach, und die man entsprechend *Fünferstellung* nannte. Dieses System funktionierte auch für 50, 500 und so weiter, so dass jede Zahl mit höchstens vier Steinen nebeneinander dargestellt werden konnte. Wie die Erfahrung zeigt, kann man auf einen Blick maximal vier Dinge in einer Gruppe *erkennen, ohne sie zu zählen*.

Dieses Rechenbrett liess sich ebenso vollkommen mit den arabischen Zahlen nutzen. Man findet den Beweis im bekannten Buch, das der berühmte Adam Riese 1518 herausgab; es erklärt mit Zeichnungen die Funktion der Rechenbretter, die *nur* solche Zeichen aufweisen. Weil es sowohl für Berechnungen als auch für

Der Rechentisch
im Büro
des Stadtmanns.



Die Tischplatte
des Rechentisches.



Die Zeichen des
linken Teils für
Geldberechnungen.



Die Zeichen des
Teils oben rechts
für Rechnungen mit
Kernen/Getreide.



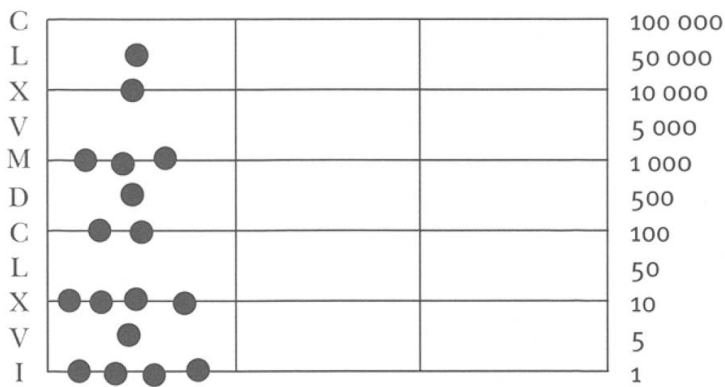


Abb. 1

Ein Linien-Rechenbrett aus dem 15. Jahrhundert, in dessen linker Kolonne die Zahl 63749 dargestellt ist. Die römischen (links) und arabischen Zahlen (rechts) wurden für diese Darstellung zwecks besserer Lesbarkeit hinzugefügt, denn das eigentliche Rechenbrett enthält nur Linien. Wie zu sehen ist, stellt jeder Rechenpfennig die Zahl dar, die der Linie entspricht, auf der er sich befindet (4 Rechenpfennige auf der 10er-Linie ergeben also 40), und vor allem wird die Fünferstellung verwendet, die zwischen die Zeilen zu liegen kommt.

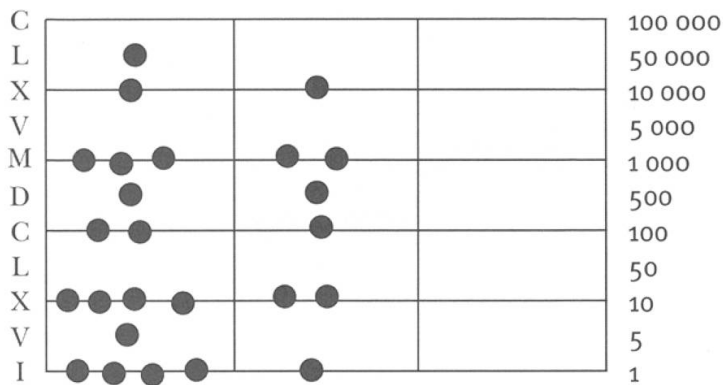


Abb. 2

Derselbe Rechentisch, wo die Zahl 12 621 in der mittleren Kolonne zur Addition vorgesehen ist. Die Operation passiert manuell: Die Rechenpfennige werden in die linke Kolonne hinüberschoben und dann reduziert.

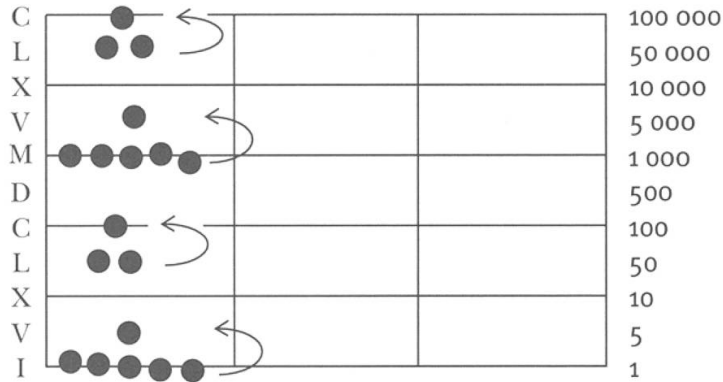


Abb. 3

Die Kürzung: 5 Rechenpfennige auf einer Linie werden durch einen im Zwischenraum darüber und 2 Rechenpfennige aus einem Zwischenraum werden durch einen auf der Linie darüber ersetzt.

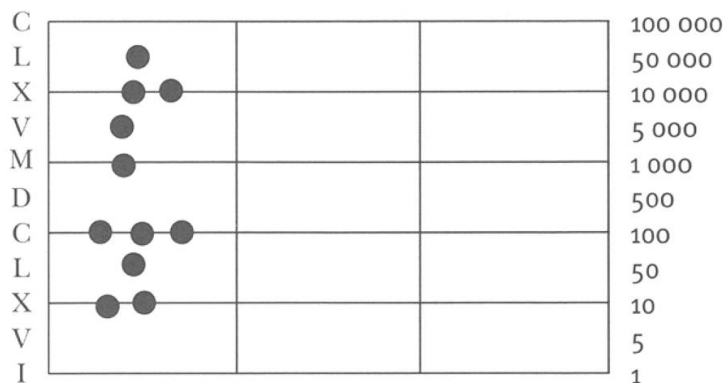


Abb. 4

Nach den Reduktionen. Die 5 Rechenpfennige auf der untersten Linie (5 mal 1) werden beispielsweise in einen Rechenpfennig im Zwischenraum darüber umgewandelt (1 mal 5). Damit liegen dort 2 Rechenpfennige (2 mal 5), die durch einen auf der 10er-Linie darüber ersetzt werden können. So geht es nach ganz oben weiter bis zum Resultat 76370, was der Summe von 63 749 und 12 621 entspricht. Der Leser kann dies überprüfen, indem er den Weg der Rechenpfennige aus Abb. 2 nachvollzieht.

Multiplikationen diente, benützten es vor allem Gelehrte und Geübte. Diese kamen aber mehr und mehr davon ab, je mehr das schriftliche Rechnen mit den arabischen Zahlen sich perfektionierte und Papier billiger wurde.

Der Streifenabakus für die Buchhaltung

Das Rechenbrett, das eben vorgestellt wurde, brachte eine Variante hervor, die noch einiges länger in Gebrauch war und damit dieses griechische Erbe um einige Jahrhunderte verlängerte: Der Streifenabakus, den besonders Kaufleute und Kanzleien verwendeten, und der ausschliesslich der Rechnungsführung diente. Er weist einen Vorteil auf, den die Linien-Rechenbretter nicht bieten: seine praktische Handhabung für nicht-dezimale Zahlensysteme. Bis zur Französischen Revolution, also bis zum Ende des 18. Jahrhunderts, gab es keine dezimalen Währungssysteme. Das erklärt zweifellos, warum dieses Rechenbrett das Erscheinen der arabischen Zahlen und ihre schriftlichen Rechenmöglichkeiten so lange überdauerte.

Abb. 5

Ein Buchhalter hat auf dem Rechentisch von Thun links den Saldo einer Rechnung dargestellt: 2758 Pfund, 18 Schilling und 10 Pfennig. Dann hat er rechts die folgende zu addierende Summe dargestellt: 3 Pfund, 19 Schilling und 3 Pfennig. Man sieht hier und vor allem auch bei der folgenden Figur, dass die Idee der Fünferstellungen beim Linien-Rechenbrett wieder aufgenommen und an den nicht-dezimalen Charakter der Geldeinheiten angepasst wurde.

• •	M		1000 Pfund
•	D		500 Pfund
• •	C		100 Pfund
•	L		50 Pfund
	X		10 Pfund
•	V		5 Pfund
• • •	lb	• • •	1 Pfund (libra, livre) = 20 Schilling
•	βX	•	10 Schilling
•	V	•	5 Schilling
• • •	β	• • • •	1 Schilling (solidus, sou) = 12 Pfennig
•	VI		6 Pfennig
• • • •	D	• • •	1 Pfennig (denarius, denier)

Das Schlossmuseum Thun besitzt drei dieser Streifenabaki, darunter ein wundervolles Stück mit auf dessen Tafel eingelegten Intarsien. Dieses soll uns – mit leicht modernisierten Zeichen (siehe Abb. 5) – als Beispiel dienen. Er war konzipiert für Rechnungen in Pfund nach dem karolingischen Währungssystem und besitzt die Besonderheit, dass die Währungszeichen in der Mitte der Streifen positioniert sind, während sie normalerweise links liegen. Das Pfund ist unterteilt in 20 Schillinge, die selbst wiederum in 12 Pfennige unterteilt werden.

20 Schillinge = 1 Pfund
12 Pfennige = 1 Schilling

Wie auf dem dargestellten Rechenbrett zu sehen, wurde die Fünferstellung hier mit Streifen zu 5, 50 und 500 Pfund aufgenommen. Und sie wurde sogar an kleine Münzen mit Streifen zu 5 und 10 Schillingen und zu 6 Pfennigen angepasst. Mit dieser List liegen für jeden Betrag maximal vier Rechenpfennige auf einem Streifen, beziehungsweise fünf auf jenem für die Pfennige.

Pfund, Schilling und Pfennig addieren: ein Kinderspiel auf einem Rechentisch!

Pfund, Schilling und Pfennig miteinander zu verrechnen ist nicht gerade eine begeisternde Sache – die Briten machten bis

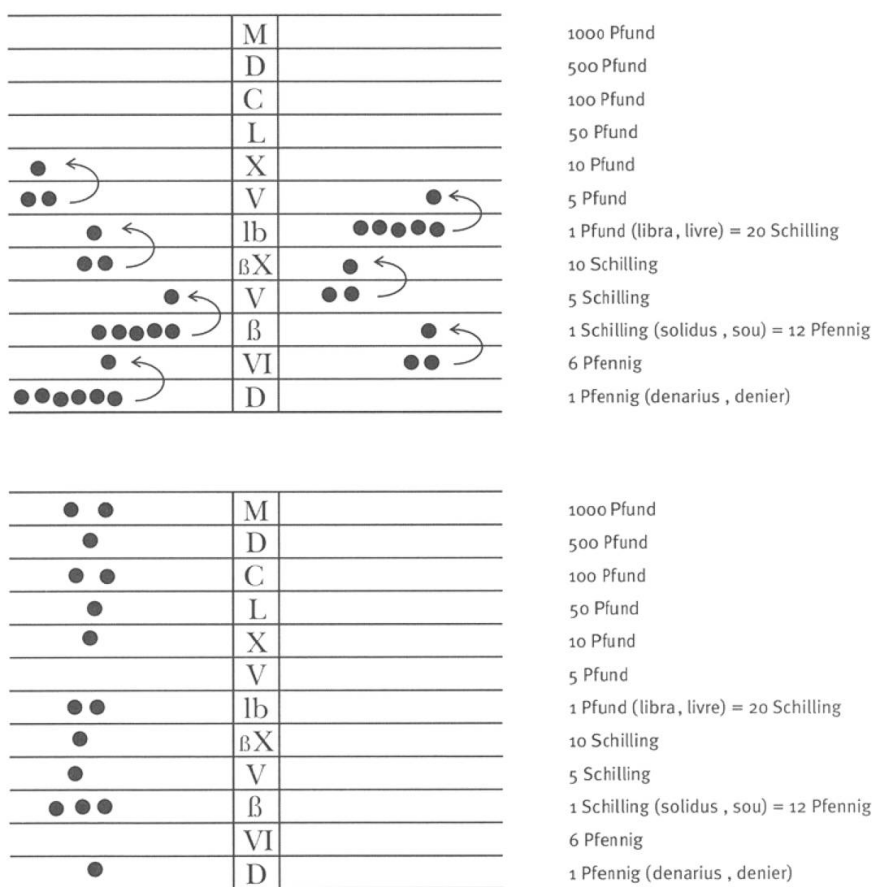


Abb. 6
Die Kürzungsregeln des Thuner Tisches. 6 Rechenpfennige im Pfennig-Streifen werden beispielsweise ersetzt durch einen Rechenpfennig im 6-Pfennig-Band, und 2 Rechenpfennige dort werden ersetzt durch einen im Schilling-Streifen. Die Schillinge wiederum sind unterteilt in Fünfer- und Zehnerstufen: 5 Rechenpfennige im Schilling-Streifen werden ersetzt durch einen Rechenpfennig im 5-Schilling-Streifen und so weiter. Ab den Pfund wiederholt sich der Rhythmus: Einmal 5 Rechenpfennige, einmal 2, und so weiter.

Abb. 7
Der Buchhalter hat die Rechenpfennige von rechts in den linken Teil geschoben und dabei die Kürzungen ausgeführt. Einige davon wurden in der Legende zu Abb. 6 angedeutet. Über dem Pfund läuft alles wie beim Linien-Rechenbrett ab, ausser, dass die Rechenpfennige der Fünferstellung jetzt auf ihrem eigenen Streifen liegen. Das Resultat ergibt 2762 Pfund, 18 Schilling und ein Pfennig, wie der Leser leicht überprüfen kann.

1971 mit genau dieser Unterteilung ihre Erfahrungen (wobei ein Pfennig dort Pence genannt wurde) –, doch auf dem Rechentisch von Thun ist das überhaupt kein Problem!

Die Rechnung, die mit **Abb. 5** beginnt und mit **Abb. 7** endet, zeigt dies: Während eine solche Addition für uns schriftlich einige Übung erfordert, erfolgt sie auf dem Rechenbrett fast maschinell. Man hat beinahe den Eindruck, das Rechenbrett rechne selbst, so wie ein Taschenrechner.

Abakus mit vereinfachten Streifen

Diese Rechenbretter sind die effizientesten für die Buchführung. Aus unbekanntem Gründen existierte aber eine vereinfachte Version ohne Fünferreihe. Dazu gehören beispielsweise die Rechentische der Stadt Basel (einer davon ist in **Abb. 8** dargestellt). In den Rechenkammern der grossen Städte wurden die Rechnungen jeweils gleichzeitig von zwei oder drei Buchhaltern durchgeführt, um Fehler zu vermeiden.

Abb. 8

Die drei Rechenbretter eines Tisches aus Basel. Auf dem linken liegt eine Addition bereit: 1267 Pfund, 13 Schilling und 10 Pfennig plus 683 Pfund, 7 Schilling und 5 Pfennig. Der Tisch misst über zwei Meter, und folglich wurde die Darstellung hier wesentlich verkleinert. Entsprechend kleiner erscheinen auch die Rechenpfennige. Man muss sich die beiden Rechenbretter daneben auch voller Rechenpfennige vorstellen, mit je einem Buchhalter davor!

m	•		m							
c	••	••••	c							
X	•••• ••	••••	X							
lib	•••• •••	•••	lib							
ſ	•••• ••••	••••	ſ							
ð	•••• ••	•••• •	ð					m	c	X
								lib	ſ	ð

Man musste warten, bis 12 Rechenpfennige auf dem Pfennig-Streifen lagen, um sie durch einen auf dem Schilling-Streifen zu ersetzen, und dort wiederum wurden 20 Rechenpfennige durch einen auf dem Pfund-Streifen ersetzt. Darüber hinaus rechnete man dezimal: 10 Rechenpfennige wurden jeweils durch einen auf dem nächsthöheren Streifen ersetzt. Damit war allerdings der Vorteil verloren, den die Griechen entdeckt hatten, nämlich, dass die Zahl der Rechenpfennige pro Linie immer mit einem Blick erfasst werden konnten. Diese Tische verlangten darum nach einer Liste: Wie beim Jassen wurden Gruppen von vier oder fünf Rechenpfennigen gebildet, um sie nicht jedes Mal einzeln nachzählen zu müssen. Beim Ausprobieren merkt man sofort, dass Vierergruppen wesentlich leichter zu erfassen sind. Da das tatsächliche Verfahren unbekannt ist, gehen wir hier von einem solchen System aus⁽¹⁾.

Bremgarten: Ein kompliziert vereinfachter Rechentisch

Aus dem bereits Geschilderten geht hervor, dass es sich beim Bremgarter Tisch (wie bei der Basler Variante) um eine vereinfachte Version handelt. Aber um dem hier üblichen Mass- und Währungssystem gerecht zu werden, waren auch wieder *Kompli-*

¹⁾ Wohl besteht, was das Legen der Rechenpfennige auf diesen vereinfachten Tafeln angeht, eine weitere Hypothese. Sie trifft stark auf die Basler Tische zu, weniger jedoch auf jenen von Bremgarten, weshalb hier nicht näher darauf eingegangen wird; entwickelt ist sie im Buch «Compter avec des jetons».

zierungen nötig. Die Tafel besitzt dazu noch die Besonderheit, dass die Rechenpfennige nicht auf die Streifen, sondern auf die Linien gelegt wurden; das Prinzip bleibt dabei allerdings dasselbe.

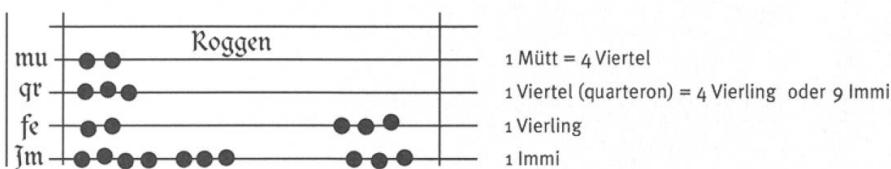
Gehen wir von der Hypothese aus, dass dieser Tisch auf Bestellung der Stadt Bremgarten angefertigt wurde und nicht aus einer anderen Region stammt. Das ist eine durchaus vernünftige Annahme, denn zahlreiche Städte und Bürgerschaften besaßen Rechentische, die teilweise noch heute existieren. Der Rechentisch der Burgergemeinde Sembrancher wurde 1671 hergestellt und steht wie bisher an seinem Platz. Er dient heute als Sitzungstisch des Gemeinderats.

Auch der Tisch von Bremgarten stammt gemäss den Bestimmungen der Historiker aus dem 17. Jahrhundert. Seit dieser Zeit dürfte er der Buchhaltung der Stadt gedient haben, insbesondere für die Berechnung der Abgaben und Steuereinnahmen. Zudem besitzt er eine weitere Besonderheit: Die Linien und Zeichen sind mit Blei aufgetragen, während sie gewöhnlich mit Einlegearbeiten ganz aus Holz dargestellt oder einfach eingraviert wurden.

Kernen und Roggen

Beginnen wir mit dem rechten, einfacheren Teil. Es geht hier nicht um Geld, sondern um Naturalabgaben, in diesem Fall um Getreide. Die Bücher⁽²⁾ von Anne-Marie Dubler (die freundlicherweise im persönlichen Gespräch einige bestimmte Punkte bestätigt hat) erlauben es, den Gebrauch der beiden Rechenbretter einzuordnen. Er betrifft Kernen (entspelzter Dinkel, eine alte Weizen-Form, die praktisch nicht mehr angebaut wird) und Roggen.

²⁾ Die im Text erwähnten Bücher sind am Schluss des Artikels beschrieben.



Im Getreidehandel wurde in Volumen gemessen (wie es bis in die 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts üblich war). Die gebräuchlichste Einheit war der Viertel, dessen Volumen sich von Ort zu Ort unterschied. In Bremgarten entsprach er etwa 23 Litern. Die nächsthöhere Einheit war das Mütt zu 4 Vierteln. Die nächstklei-

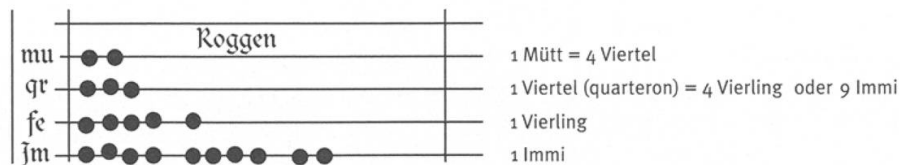
Abb. 9
Eines der Rechenbretter für Getreide auf dem Bremgarter Tisch, ohne Schnörkel und mit den Buchstaben des Computers dargestellt, die dem Original am nächsten kommen. Der Buchhalter hatte einen Saldo von 2 Mütt, 3 Viertel, 2 Vierling und 7 Immi. Und hat eben 3 Vierling und 3 Immi für die Addition vorbereitet.

4 Viertel = 1 Mütt
 4 Vierling = 1 Viertel

nerer Einheit war der Vierling, ein Viertel eines Viertels. Parallel wurde das Immi verwendet, das kleiner war als der Vierling und als Abgaben-Einheit diente. Die Luzerner Müller beispielsweise zogen für ihre Arbeit pro Mütt zwei Immi ab.

Abb. 10

Der Buchhalter hat die Rechenpfennige von rechts nach links geschoben und dabei Vierergruppen gebildet, um mit einem Blick die Zahl der Jetons auf einer Linie erfassen zu können.



Es ist darum möglich, dass auf unserem Tisch die Immi für die Abgaben stehen, welche die Stadt in ihrer Mühle an der Reuss erhob, oder für eine Steuer, die sie in Naturalabgaben einzog. Wie dem auch sei, die vier Masseinheiten auf den beiden Rechenbrettern für Getreide spielten sicher die selbe Rolle wie bei den Geldrechnungen, nur dass man Getreidevolumen und nicht Geldbeträge zusammenzählte. Solche Abgaben in Naturalien waren üblich und sind auch für Bremgarten kaum erstaunlich, wo die Bewohner hauptsächlich von der Landwirtschaft lebten.

Was macht man mit den Immi-Rechenpfennigen?

Der Anteil am Viertel, den das Immi ausmachte, war von Ort zu Ort verschieden. Im Aargau und in Zürich brauchte es 9 davon für einen Viertel (was für Bremgarten ein Immi von etwa $2\frac{1}{2}$ Litern ausmachte), in Luzern jedoch brauchte es 10, in Schwyz 16 und in Graubünden sogar deren 24. Weil dieses Mass jünger ist als die anderen, steht es nicht in einem klaren Verhältnis zu ihnen, und damit stehen wir vor der ersten Komplikation. Und vor dem ersten Rätsel.

Die vier Streifen jedes Rechenbrettes lassen sich leicht identifizieren: Zuoberst das Mütt, darunter der Viertel (nach dem welchen Begriff *quarteron*, abgekürzt *qr*), dann der Vierling (abgekürzt mit *f* und einem merkwürdigen *e*, das auch für ein *l* stehen könnte) und schliesslich das Immi, abgekürzt *Im*. Die Sache wird aber kompliziert, wenn es um das Addieren geht. Vier Rechenpfennige auf der Linie der Viertel werden ersetzt durch einen Rechenpfennig auf der Linie der Mütt. Und vier Rechenpfennige auf der Linie der Vierlinge werden ersetzt durch einen Rechenpfennig

auf der Linie der Viertel. Aber was macht man mit der Linie der Immi, wenn dort die Summe von neun Rechenpfennigen erreicht wird?

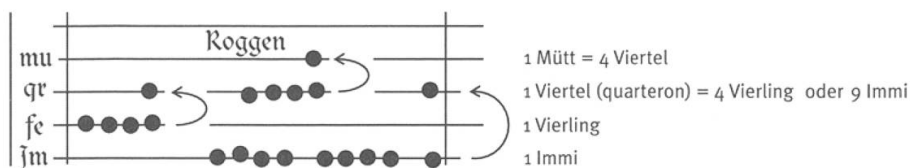


Abb. 11.

Die Kürzungsregeln auf dem Rechenbrett für Getreide: 9 Rechenpfennige auf der Immi-Linie oder 4 auf der Vierling-Linie werden ersetzt durch einen auf der Viertel-Linie. Vier auf letzterer werden wiederum ersetzt durch einen auf der Mütt-Linie.

Da handelt es sich um das erste Rätsel, das nach einer neuen Hypothese verlangt. Und hier kann uns eine vertiefte Kenntnis der anderen Rechentische weiterhelfen. Weil man nicht von einem Immi auf einen Vierling kommen kann (es wären $2\frac{1}{4}$ Rechenpfennige auf der Linie der Immi durch einen Rechenpfennig auf der Linie der Vierlinge zu ersetzen, was nicht geht), müssen wir annehmen, dass der Buchhalter *direkt* von den Immi zu den Viertel gewechselt und die Vierlinge dabei übersprungen hat.

Ein (fast) einzigartiger Fall

Ein solcher Sprung ist äusserst ungewöhnlich, denn er ist bei keinem anderen Rechentisch zu sehen ausser bei jenem, den das Landesmuseum in seinem Depot Affoltern aufbewahrt (und dessen Rechenbrett dem von Bremgarten so sehr ähnelt, dass man von nahen Verwandten sprechen kann). Schliesslich muss man sich der Augenscheinlichkeit wohl beugen: Dieser Sprung ist die einzige plausible Erklärung für das Vorgehen auf unserem Tisch. Die Hypothese darf folglich als Lösung des Rätsels betrachtet werden.

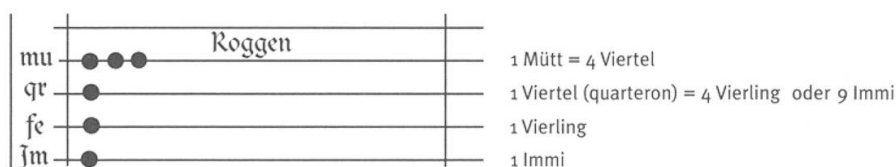


Abb. 12

Nach der Kürzung sieht der Buchhalter seinen neuen Saldo: 3 Mütt, 1 Viertel, 1 Vierling und 1 Immi.

Diese neue Eigenheit des Bremgarter Tisches kommt möglicherweise von der alten Gewohnheit her (als das Immi noch nicht existierte), Getreideberechnungen auf einem Rechenbrett mit drei statt vier Streifen (bzw. Linien) mit Mütt, Viertel und Vierling zu machen. Das würde auf die besprochenen Tische für Geldberech-

nungen absolut zutreffen. Man wird darauf – indem man eine Linie für die Immi beifügen wollte – festgestellt haben, dass der Übergang von den Immi zu den Vierling mathematisch unmöglich war. Der direkte Sprung von den Immi zu den Viertel war die Folge. Damit aber noch nicht genug der Sprünge, denn auch das Rechenbrett für Geldberechnungen legt einen Sprung nahe.

Bevor wir das Geld betrachten, halten wir fest, dass auf den Rechenbrettern für Volumenberechnungen auf der Linie der Mütt viel mehr als bloss vier Rechenpfennige liegen konnten. Man darf also nicht denken, Bremgarten wäre arm gewesen, weil es insgesamt *nie mehr als* vier Mütt Kernen oder Roggen einzunehmen vermochte, was nur je 368 Litern (oder einem Drittel Kubikmeter) entsprächen. Man kann annehmen, dass bei der Buchführung Seite um Seite (zu je zehn bis zwölf Beträgen) vorgegangen wurde, und man für jede Seite wieder bei Null begann (wie es bei der Buchhaltung bestimmter Kollektiven zu beobachten ist, etwa bei der Münsterfabrik von Strassburg). Die beiden Rechenbretter bedeuten also keineswegs eine Begrenzung der eingeforderten Mütt.

Das Rechenbrett für Geldberechnungen

Die linke Seite des Tisches ist für Geldrechnungen bestimmt und damit hauptsächlich für Steuereinnahmen, wie wir sie heute noch kennen. Zuerst erkennt man die Pfund an der Linie in der Mitte, was vermuten lässt, dass die Rechnungen in dieser Einheit gemacht wurden (wir werden am Schluss des Artikels allerdings sehen, dass hier auch eine andere Hypothese möglich wäre). Das Pfund ist mit *lb* abgekürzt, wobei ein horizontaler Strich, der Schnörkel, anzeigt, dass es sich bei der Abkürzung um eine Geldeinheit handelt, wie das oft gemacht wurde. Darunter liegen in absteigender Reihenfolge der Batzen (abgekürzt *bz*), der Schilling (abgekürzt *ß* wie in Thun) und der Heller (abgekürzt *hl*), dessen Bezeichnung in einigen Regionen jene des Pfennigs ersetzte. Über dem Pfund findet man zuerst eine merkwürdige Einheit, die uns vor ein neues Rätsel stellt, und darüber die Klassiker X (10 Pfund), C (100 Pfund) und M (1000 Pfund).

Der Batzen erscheint hier wie das Haar in der Suppe der klassischen karolingischen Abfolge *Pfund, Schilling, Pfennig* (oder *Heller*), die man auf vielen «vereinfachten» Rechenbrettern wie

demjenigen von Basel findet. Auch er stellt ein Rätsel auf diesem Rechenbrett für Geldberechnungen dar. Immerhin ist klar, dass es sich um Batzen handelt. Wir werden später zeigen, wie er sich in die Rechnungen einfügen lässt.

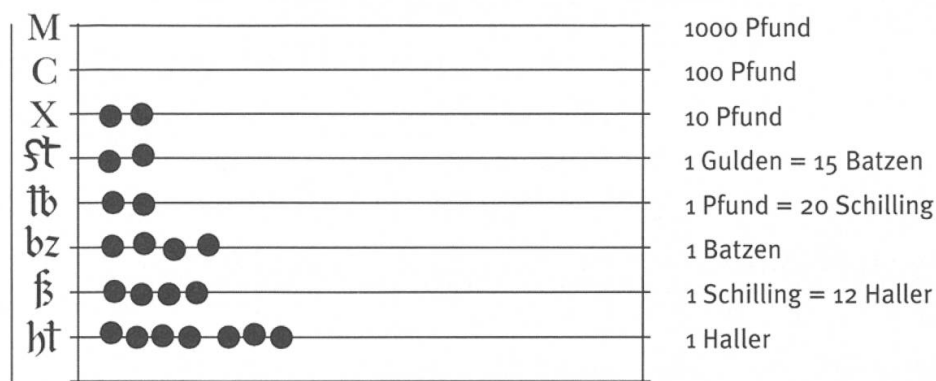


Abb. 13
Das Rechenbrett für Geldberechnungen auf dem Bremgarter Tisch mit modernisierten Ziffern und einigen Rechenpfennigen.

Eine merkwürdige Geldeinheit

Die merkwürdige Einheit sagt uns nicht einmal klar ihren Namen. Für einige (z.B. Hergenhahn und seine Mitautoren) handelt es sich um ein *Stück* (abgekürzt *St*), das sich wiederum auf *Kopfstück* bezieht, eine Reichsmünze aus dem 16. Jahrhundert, die in der Schweiz 15 Batzen gegolten haben soll (wo sie aber nicht als Rechnungswährung angesehen wurde). Wahrscheinlicher scheint aber, dass es sich beim Anfangsbuchstaben, den man für ein *S* hält, in Tat und Wahrheit um ein *f* mit starken Rundungen oben und unten handelt, das für *Florin* steht. Man findet in alten Handschriften tatsächlich oft den so abgekürzten Florin⁽³⁾.

Auf unserem Tisch wäre der Buchstabe neben dem *f* folglich kein *t* sondern ein *l* mit einem horizontalen Strich, um die Abkürzung als Geldeinheit zu markieren. Die Linie würde demnach dem Gulden gelten, hier auf französisch abgekürzt wie der Viertel auf dem rechten Rechenbrett.

Man muss betonen, dass die Lettern auf dem Rechentisch mit einer gewissen Ungeschicklichkeit ausgeführt wurden, wie sie sich auch bei den Walliser Tischen von Sembrancher und aus dem Schloss Chillon zeigt. Dies lässt einen ziemlich grossen Interpretationsspielraum offen.

Man ahnt es: Dieser Gulden zeigt sich als ein neues Rätsel, als ein zweites Haar in der Suppe. Er hat sich wie ein Störfaktor in die regelmässige Folge von *1 Pfund*, *10 Pfund*, *100 Pfund* und

3) Der Autor möchte an dieser Stelle Anne Geiser, Direktorin des Lausanner Münzkabinettes, danken, dass sie ihm diese Interpretation vorschlug. Richard Hergenhahn bestätigte persönlich, dass sie angesichts der deutschen und Deutschschweizer Quellenlage durchaus plausibel sei.

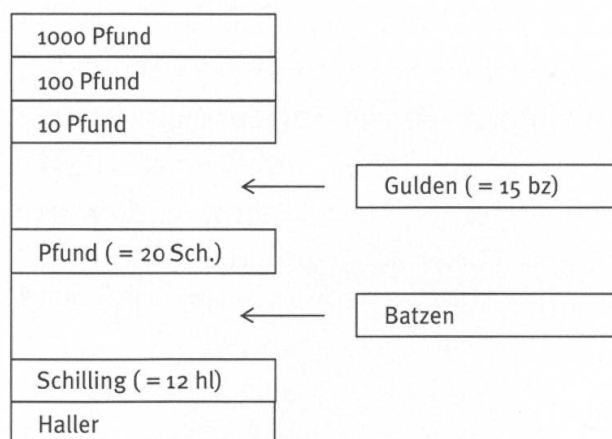
1000 Pfund geschlichen, die typisch ist für die meisten «vereinfachten» Rechenbretter wie dem von Basel. Wir haben damit auf diesem Teil des Tisches zwei Probleme zu lösen. Aber wir sehen gleich, dass es sich dabei eigentlich nur um ein einziges Rätsel handelt.

Der Batzen und der Gulden «obenauf»

Man weiss, vor allem dank dem Buch von Martin Körner, dass die Schatzmeister einiger Schweizer Städte als Referenzwährung *gleichzeitig* das Pfund und den Gulden mit einem internen Verrechnungssatz benutzten. Nehmen wir darum an, dass in Bremgarten beide Währungssysteme verwendet wurden, wie es **Abb. 14** andeutet. Damit wird aus den zwei Rätseln eines: Weiss man, dass in der ganzen Region der Gulden aus 15 Batzen bestand, bleibt nur noch die Verbindung zwischen den beiden Systemen, also der Wechselsatz, der gefunden werden muss.

Die Deutung der beiden rätselhaften Buchstaben als *Kopfstück*, die oben geschildert und verworfen wurde, würde am folgenden übrigens nichts ändern. Auch dieses Stück entspricht nämlich 15 Batzen. Man kann sich angesichts dessen sogar fragen, ob der Gulden in Bremgarten vielleicht Kopfstück genannt wurde. Aber wir bleiben bei der Interpretation Gulden.

Abb. 14
Die Verzahnung der zwei Systeme: Die Währungen links sind unter sich mit festen Verbindungen dargestellt, wie auch die Währungen rechts. Es gilt also nur noch, das Wechselverhältnis zwischen den beiden Systemen zu finden: Wie viele Pfund ergeben einen Gulden?



Der Wechselsatz, den wir suchen, liefert uns Körner und seine Mitautoren im bemerkenswerten Werk über die Währungen der alten Schweiz. Eine Aufstellung darin zeigt, dass in den drei Gemeinden Vogteien neben den klassischen *Pfund*, *Schilling* und *Pfennig* unter anderen auch der *Gulden* und der *Batzen* in Gebrauch waren.

Da Bremgarten nie unter direkter Berner Herrschaft stand, lässt sich damit die Hypothese aufstellen (eine mehr!), dass für Bremgarten eher die oben erwähnten Währungssysteme galten und nicht das Berner Münzsystem (das fast im gesamten heutigen Aargau verwendet wurde, aber *eben nicht* in den Gemeinen Vogteien). Eine andere Hypothese wäre, dass der Rechentisch dem Zürcher Münzsystem folgte, das Bremgarten 1415 angenommen hatte. Aus Gründen, die später ausgeführt werden, lassen wir diese Möglichkeit hier aber beiseite.

Gemäss Körners Darstellung des Münzsystems der Gemeinen Herrschaften gilt für die Verbindung zwischen Pfund und Gulden, und damit für die Verbindung zwischen den beiden Währungssystemen, die den Schlüssel zu unserem Rätsel bildet, folgendes:

$$2\frac{1}{2} \text{ Pfund} = 1 \text{ Gulden.}$$

Dieselbe Darstellung bestätigt auch das Verhältnis zwischen den anderen Einheiten unter sich wie folgt (wobei die beiden Systeme wie auf dem Tisch unterschieden werden):

$$20 \text{ Schillinge} = 1 \text{ Pfund}$$

$$12 \text{ Pfennige} = 1 \text{ Schilling}$$

$$15 \text{ Batzen} = 1 \text{ Gulden}$$

Erinnern wir uns daran, dass der Name *Heller* manchmal für den Pfennig gebraucht wurde, was hier sicher der Fall war. Bemerket sei zudem, dass der Batzen auf unserem Tisch sehr wahrscheinlich ein sogenannt *guter Batzen* war, der sich vom gewöhnlichen Batzen durch einen etwas höheren Wert unterschied.

Aus den vorausgehenden Ausführungen folgt demnach dieses Verhältnis, um die zwei Systeme zu verbinden:

$$5 \text{ Pfund} = 2 \text{ Gulden}$$

$$6 \text{ Batzen} = 1 \text{ Pfund}$$

Gott sei dank liegen alle diese Entsprechungen in ganzen Zahlen vor. Damit sind sie nämlich kompatibel mit den Rechenpfennigen. Aber sie lassen sich nicht durchgehend von der einen Einheit in die andere überführen, womit wir mit der selben Situation konfrontiert sind wie beim Immi: Man kann nicht fortwährend von der Schilling-Linie zur Batzen-Linie aufsteigen, denn $3\frac{1}{3}$ Rechenpfennige auf der Schilling-Linie ergäben einen Rechenpfennig auf der

Batzen-Linie (wenn 6 Batzen einem Pfund entsprechen und damit 20 Schilling, dann ist ein Batzen $3\frac{1}{3}$ Schilling wert). Ähnlich verhält es sich mit dem Übergang vom Pfund zu den Gulden, wo *zwei-einhalb* Rechenpfennige auf der Pfund-Linie durch einen auf der Gulden-Linie zu ersetzen wären.

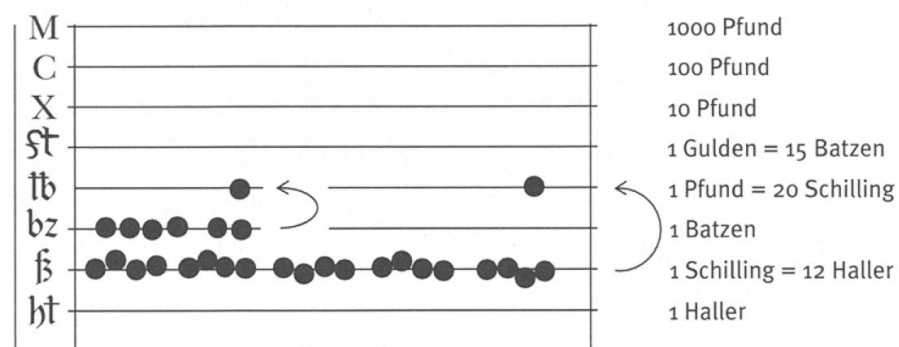
Zwei neue Sprünge

Normalerweise würde man den Hinweis auf die Münzen der Gemeinen Vogtei fallen lassen, weil man auf allen bekannten Brettern – allen anderen! – regelmässig von unten nach oben hochrechnet, Streifen um Streifen oder hier Linie um Linie. Weil unser Tisch aber schon beim Getreide-Rechenbrett Sprünge aufweist und man sich dank der Arbeiten von Frau Dr. Dubler darüber sicher sein kann, muss man sich der Augenscheinlichkeit erneut zuwenden: Der Hypothese über die neuen, anscheinend unangebrachten Sprünge im Geld-Rechenbrett.

So ist anzunehmen, dass man von den Schillingen *und* den Batzen auf die Pfund hochrechnete, anstatt von den Schillingen zu den Batzen und dann von den Batzen zu den Pfund, wie es einer aufsteigenden Rechnung bei den anderen Tischen entsprochen hätte. 20 Rechenpfennige auf der Schilling-Linie *oder* 6 auf der Batzen-Linie wurden demnach durch einen Rechenpfennig auf der Pfund-Linie ersetzt. Und man kann annehmen, dass es so weiter ging mit den Pfund und den Gulden: 10 Rechenpfennige auf der Pfund-Linie *oder* 4 auf der Gulden-Linie wurden ersetzt durch einen auf der X-Linie, die 10 Pfund entspricht. Das stellen die Pfeile in den **Abbildungen 15 und 16** dar.

Damit ist der Geld-Teil des Rechenbrettes funktionsfähig, aber nur für eine sehr aufmerksame Person.

Abb. 15
Auf dem Geld-Rechenbrett werden 20 Rechenpfennige auf der Schilling-Linie durch einen auf der Pfund-Linie ersetzt. Und ebenso werden 6 Rechenpfennige auf der Batzen-Linie durch einen auf der Pfund-Linie ersetzt.



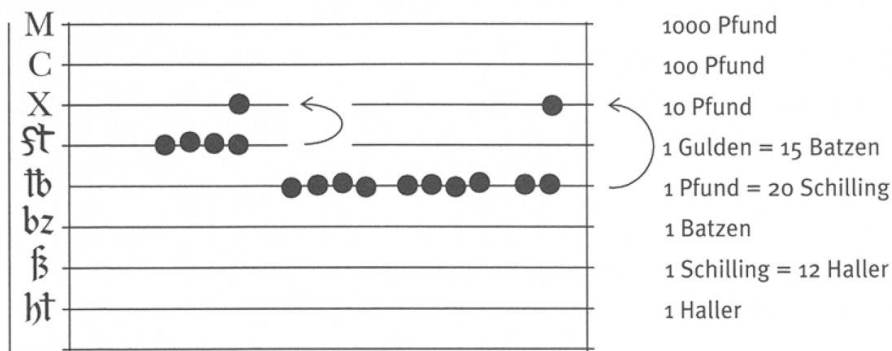


Abb. 16
 Gleichfalls werden 10 Rechenpfennige auf der Pfund-Linie durch einen auf der 10-Pfund-Linie ersetzt. 4 Rechenpfennige auf der Gulden-Linie reduzieren sich demgemäss durch einen auf derselben 10-Pfund-Linie. Die weiteren Kürzungsregeln sind klassisch: 12 Heller ergeben einen Schilling, 10 Rechenpfennige auf der 10-Pfund-Linie werden durch einen auf der 100-Pfund-Linie ersetzt und so weiter.

Eine enge Bindung zwischen den zwei Systemen.

In **Abbildung 13** kann man also sehen, dass eine Summe von 22 Pfund, 2 Gulden, 4 Batzen, 4 Schilling und 7 Heller dargestellt ist. Man kann sich nun fragen, ob der Buchhalter in so einem Fall nicht eher abwärts gerechnet hätte, von 2 Gulden auf 5 Pfund, um so von der geraden Anzahl Gulden zu profitieren, die sich eben in Pfund umwandeln liesse. Das wäre nicht der klassische Fall, denn bei den anderen Tischen rechnete man immer aufsteigend. Doch müssen wir ohnehin vom «klassischen Fall» wegkommen, angesichts der zwei Referenzwährungen Pfund und Gulden, wie sie Bremgarten und sicher auch an anderen Orten der Region, deren Tische die Zeit nicht überdauerten, üblich waren.

Wir können auch die Möglichkeit ins Auge fassen (die wir allerdings nicht dargestellt finden), dass der Buchhalter seine Rechnungen zumindest für die Abschlussbuchung in eine einzige Geldeinheit zu bringen versuchte. Wenn es sich bei dieser Einheit um das Pfund handelte, folgten daraus u.U. Umrechnungen folgender Art:

Der Gulden wird durch 15 Rechenpfennige auf der Linie der Batzen ersetzt (denn 1 Gulden entspricht 15 Batzen). Oder 2 Rechenpfennige auf der Linie der Gulden werden durch 5 Rechenpfennige auf der Pfund-Linie ersetzt (denn $2\frac{1}{2}$ Pfund entsprechen 1 Gulden).

Danach wird jeder Rechenpfennig auf der Batzen-Linie durch 3 Rechenpfennige auf derjenigen der Schillinge und durch 4 auf derjenigen der Heller ersetzt (denn ein Batzen entspricht $\frac{1}{6}$ Pfund und damit 40 Heller, die wiederum in 3 Schillinge [= 36 Heller] und 4 Heller umgewandelt werden können).

Oder drei Rechenpfennige auf der Batzen-Linie werden durch 10 Rechenpfennige auf der Schilling-Linie ersetzt (denn 3 Batzen entsprechen einem $\frac{1}{2}$ Pfund).

Abb. 17

Auf dem Rechenbrett von Abb. 13 mit dem Betrag von 22 Pfund, 2 Gulden, 4 Batzen, 4 Schilling und 7 Heller hat der Buchhalter rechts den folgenden Betrag hinzugefügt, den es zu addieren gilt: 4 Gulden, 1 Pfund, 3 Batzen, 8 Schilling und 6 Heller.

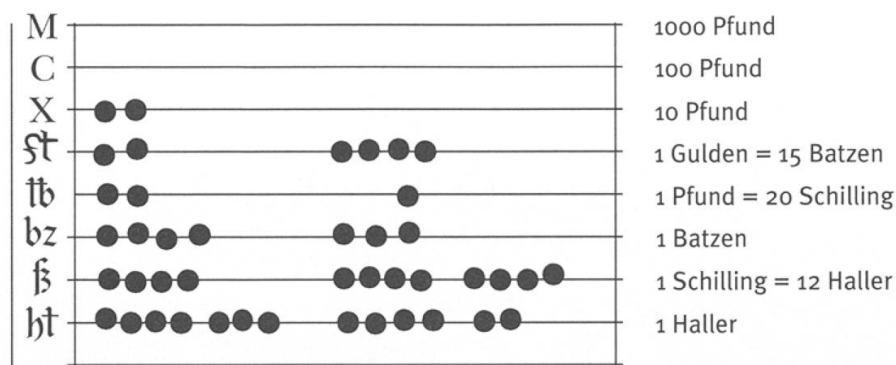
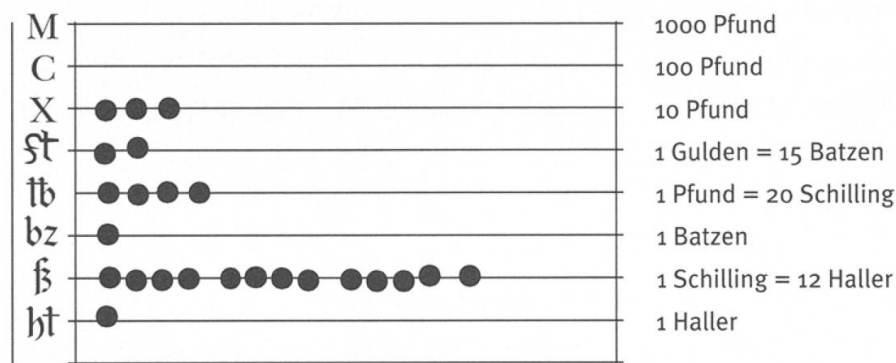


Abb. 18

Der Buchhalter hat die Rechenpfennige von rechts nach links geschoben und dann die Kürzungen durchgeführt. Weil es sich um eine Besonderheit des Tisches handelt, lohnt es sich, diese im Detail darzustellen: Er stellt zuerst fest, dass sich auf der Heller-Linie 13 Rechenpfennige befinden. Einen davon belässt er dort, 12 ersetzt er durch einen Rechenpfennig auf der Schilling-Linie. Dann zählt er 13 Rechenpfennige auf der Schilling-Linie. Diese bleiben dort liegen, da 20 nötig wären für ein Pfund. Auf der Batzen-Linie sieht er 7 Rechenpfennige. Einen belässt er, 6 ersetzt er durch einen auf der Pfund-Linie. Damit liegen dort 4 Rechenpfennige, die bleiben. Auf der Gulden-Linie, wo sich 6 Rechenpfennige befinden, lässt er 2 liegen und ersetzt 4 durch einen auf der 10-Pfund-Linie. Damit liegen auf dieser Linie 3 Rechenpfennige. Abschliessend fasst der Buchhalter den neuen Saldo zusammen: 34 Pfund, 2 Gulden, 1 Batzen, 17 Schilling und 1 Heller.



So etwa kann man sich vorstellen, wie Gulden und Batzen in die drei karolingischen Grundeinheiten «einverleibt» wurden. Das ist eine mögliche Lösung des Rätsels, die sich auf die Hypothese der Gemeinen Vogteien stützt, die wiederum von einem Wechselsatz von $2\frac{1}{2}$ Pfund = 1 Gulden ausgeht.

Die «Zürcher» Hypothese

Hier müssen wir auf die sogenannte Zürcher Hypothese zu sprechen kommen und begründen, wieso als Erklärungsansatz nicht diese gewählt wurde. Das Zürcher System war fast gleich wie dasjenige der Gemeinen Vogteien und unterschied sich eigentlich nur im Wechselsatz zwischen Pfund und Gulden: Es brauchte nur 2 Pfund für 1 Gulden statt $2\frac{1}{2}$ und damit $7\frac{1}{2}$ Batzen statt 6 für ein Pfund. Damit ergeben sich folgende Verhältnisse, die sich von den vorangehenden wenig unterscheiden:

- 20 Schilling = 1 Pfund
- 12 Pfennig = 1 Schilling
- 15 Batzen = 1 Gulden
- 2 Pfund = 1 Gulden
- $7\frac{1}{2}$ Batzen = 1 Pfund

Das sieht nach nichts aus, doch das bringt eine Erschwernis in der Handhabung der Rechenpfennige: Man kann nicht mehr Batzen in Pfund umwandeln, da die Anzahl Rechenpfennige, die man auf der Batzen-Linie wegnehmen müsste (nämlich $7\frac{1}{2}$) nicht ganzen Stücken entspricht. Man muss also warten, bis 15 Batzen vorliegen, um sie dann direkt in 1 Gulden umwandeln zu können und die Pfund damit zu überspringen.

Das wäre ein Sprung mehr. Die Hypothese ist nicht absurd, und vielleicht wurde in Bremgarten so gerechnet. Das wäre *eine andere* Lösung des Währungsrätsels, die auf einem *weiteren* Tauschverhältnis von $2\text{ Pfund} = 1\text{ Gulden}$ basiert.

Aber weil es hier darum geht, die Mechanik des Rechentisches vorzustellen, konzentrieren wir uns auf eine Hypothese, und zwar auf die einfachste. Oder zumindest auf die am wenigsten komplizierte.

Und wenn X, C und M Gulden entsprächen?

Man könnte einen ganzen Abschnitt des Artikels neu schreiben und dabei die Gulden statt das Pfund betonen: Die Buchstaben X, C und M stünden vielleicht für Gulden. Und die obige Gehirn-Gymnastik, mit welcher alle Einheiten auf das Pfund zurückgeführt werden, könnten wir ebenso für die Gulden (und die dazugehörenden Batzen) durchführen. Aber hier geht es wie gesagt um das Funktionsprinzip, und darum genügt eine einzige Hypothesen-Serie.

Do it yourself!

Um sicher zu gehen, dass die Schüler alles gut verstanden haben, lassen die Lehrer sie *Übungen* lösen. Wir sind zwar nicht in der Schule, aber eine Übung kann hier ebenso nützlich sein. Der linke Teil des Bremgarter Rechentisches, der auf der nachfolgenden Seite (mit modernisierten Zeichen wie bei den anderen Illustrationen) abgebildet ist, dient uns dabei als Grundlage.

Es lohnt sich, ihn zu fotokopieren und dabei auf A3 zu vergrößern. Als Rechenpfennige eignen sich Fünfrappenstücke (also eine Investition von 3 Franken für 60 Rechenpfennige, dazu die Fotokopierkosten). Natürlich können Sie auch 50-Rappen-Stücke verwenden, doch die Sache kostet sie dann schon 30 Franken (am billigsten und modernsten kämen sie mit 1-Cent-Euromünzen

M
C
X
ſt
tb
bz
ß
ht

weg). Und wenn Sie sich wie Karl der Kühne fühlen wollen (er rechnete an einem Tisch ähnlich dem in Basel mit Rechenpfennigen aus Gold, ihm zur Seite zwei Schatzmeister mit silbernen), kann Sie niemand hindern, mit Goldvreneli zu üben.

Aber nun auf zur Tat. Wenn der Saldo des Buchhalters der Stadt eines Morgens 236 Pfund, 3 Gulden, 4 Batzen, 8 Schilling und 7 Heller beträgt, wie gross wird er, wenn 6 Pfund, 3 Schilling und 7 Heller hinzukommen?

Und dann noch

2 Gulden und 3 Batzen?

Und schliesslich noch

38 Pfund, 3 Gulden, 5 Batzen, 12 Schilling und 3 Heller sowie 15 Schilling und 7 Heller?

Sie finden die Lösung, wie sich das Rechenbrett nach der ersten und nach der letzten Operation darstellt, auf der letzten Seite dieses Beitrags angegeben.

Die Nummer 1 weltweit

Rechentische ähnlich jenem von Thun sind mit etwas Übung ziemlich einfach in der Handhabung. Jene nach der Art der Basler sind etwas anspruchsvoller wegen der grossen Zahl der Rechenpfennige, die sich auf einem Band ansammeln können. Aber der von Bremgarten ist der schwierigste, denn er verlangt sehr viel Aufmerksamkeit: Nicht nur wegen der vielen Rechenpfennige auf einer Linie, sondern auch wegen der unregelmässigen Reduktionen (z.B. 6 Batzen für ein Pfund oder 4 Gulden für 10 Pfund, die zu den Klassikern 12 Heller für einen Schilling und 20 Schilling für ein Pfund dazukommen). Und vor allem sind es die Sprünge, die den Gebrauch so erschweren.

Dieser Tisch kann als *Nummer 1 der Welt* bezeichnet werden, zusammen mit dem, welcher das Landesmuseum besitzt – vorausgesetzt, der Schwierigkeitsgrad gilt als Kriterium. Aber ganz abgesehen von jedem Wettbewerbsgedanken handelt es sich hier um einen Kulturgut von äusserst hohem Wert, das es verdiente, einen gebührenden Platz zu bekommen. Und das es verdiente, auch den Besuchern des Rathauses gezeigt zu werden, beispielsweise im Eingangsbereich, statt in einem Büro im 3. Stock zu stehen. Das ist der Neujahrswunsch des Autors!

Alain Schärlig

Mathematiker, Dr. oec., Honorarprofessor an der Uni Lausanne, hat verschiedene Bücher über den Gebrauch der Mathematik im Management publiziert und forscht seit einigen Jahren über das Rechnen mit Steinchen und Rechenpfennigen.

Quellen- und Literaturnachweis

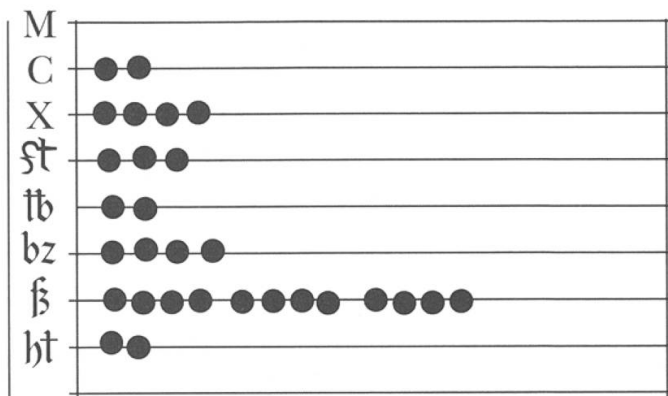
- Barnard, Francis Pierrepont – *The Casting-counter and the Counting-board*. Clarendon Press, Oxford, 1916, 357 Seiten + Tafel.
Abhandlung über Rechenpfennige, einige Rechentische sowie das Rechnen mit Linien-Rechenbrettern.
- Dubler, Anne-Marie – *Masse und Gewichte im Staat Luzern und in der alten Eidgenossenschaft*. Luzerner Kantonalbank und Rex-Verlag, Luzern, 1975, 74 Seiten.
Liefert eine unglaubliche Fülle von Informationen über die Masse, die einst in allen Gegenden der Schweiz in Gebrauch waren.
- Dubler, Anne-Marie – *Müller und Mühlen im alten Staat Luzern*. Rex-Verlag, Luzern und München, 215 Seiten.
Eine vertiefte Studie, die alle Aspekte des Getreideanbaus und des Getreidehandels in den luzernischen Territorien erfasst.
- Hergenhahn, Richard / Reich, Ulrich / Rochhaus Peter – *«Mache für dich Linien ...»*, Katalog der erhaltenen originalen Rechentische, Rechenbretter und -tücher der frühen Neuzeit, Adam-Ries-Museum, Annaberg-Buchholz, 1999, 56 Seiten.
Beschreibung und Fotos von den Autoren bekannten Rechentischen und -teppichen (einige Schweizer Stücke aus Privatbesitz fehlen).
- Körner, Martin – *Solidarités financières suisses au XVIe siècle*, Payot, Lausanne, 514 Seiten.
Doktorarbeit, deren erster Teil eine gute Vorstellung gibt vom Problem der Währungen in der alten Eidgenossenschaft.
- Körner, Martin / Furrer, Norbert / Bartlome, Niklaus – *Währungen und Sortenkurse in der Schweiz, 1600–1799*, Editions du Zèbre, Lausanne, 2001, 512 Seiten.
Alle gebräuchlichen Währungen, ihre Beziehungen untereinander sowie die Kurse der Gold- und Silberstücke, von Kanton zu Kanton dargestellt.
- Schärlig, Alain – *Compter avec des cailloux, le calcul élémentaire sur l'abaque chez les anciens Grecs*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 2001, 339 Seiten.
Eine erschöpfende Studie über die Rechnungen, welche die alten Griechen mit Steinchen auf Marmorplatten durchführten, mit einer Abhandlung über das Rechnen mit dem Rechenbrett in der Renaissance.
- Schärlig, Alain – *Compter avec des jetons, tables à calculer et tables de compte du Moyen Age à la Révolution*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, erscheint voraussichtlich Frühjahr 2003.
Eine vertiefte Beschreibung der Operationen auf den verschiedenen Typen von Rechenbrettern mit Kommentar, Zeichnungen und Fotos aller gegenwärtig bekannten Rechenbretter.

Dank

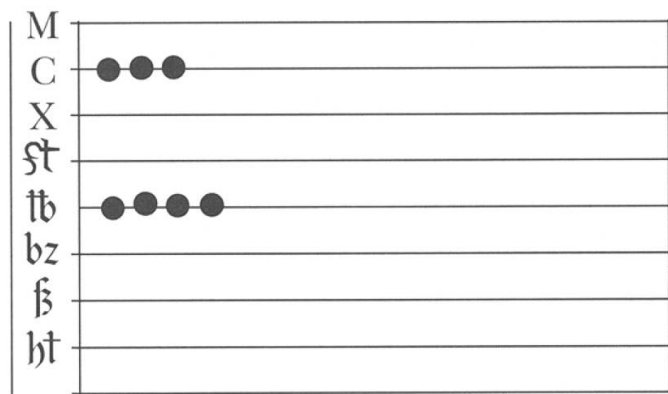
Der vorliegende Artikel wurde vom Autor original in französischer Sprache verfasst. Ein besonderer Dank gilt den beiden Übersetzern der Arbeit, Fabrice Burlet und Philip Gehri.

Fotos: A. Schärlig, Genf

Lösungen zu den Aufgaben



Nach der ersten Operation:
Der neue Saldo beträgt **242 Pfund, 3 Gulden, 4 Batzen, 12 Schilling und 2 Heller.**



Nach der letzten Operation:
Mit der Reduktion sind praktisch alle Rechenpfennige verschwunden.
Der Saldo beträgt 304 Pfund.