Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Théorie des oscillations des ponts et charpentes

Autor: Bleich, Friedrich

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-466

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

travée et dans les ponts suspendus à tablier continu simplement appuyées aux culées. Ann. Ponts et Chauss., 1899, p. 215.

6. Reissner. Schwingungsaufgaben aus der Theorie des Fachwerks. Zeitschrift für Bauwesen, 1903, Seite 135.

7. Zimmermann. Die Schwingungen eines Trägers mit bewegter Last. Berlin, 1896.

8. Timoshenko. Erzwungene Schwingungen prismatischer Stäbe. Zeitschrift für Math. und Phys., 1911, S. 163.

9. Pohlhausen. Berechnung der Eigenschwingungen statisch bestimmter Fachwerke. Zeitschr. für angew. Math. u. Mech., 1921, S. 28.

10. Bleich. Theorie und Berechnung der eisernen Brücken. Berlin, 1924.

11. Bleich. Stahlhochbauten, ihre Theorie, Berechnung und bauliche Gestaltung. Berlin, 1932.

12. Prager. Die Beanspruchung von Tragwerken durch schwingende Lasten. Ing. Archiv., 1930.

TRADUCTION

par M. Gossieaux, Ing., Paris.

Dans le rapport qu'il vient de nous communiquer, M. Homann a présenté d'une manière concise, mais parfaitement claire, tous ceux des problèmes de la dynamique dont la mise au point paraît nécessaire si l'on veut pouvoir effectuer des recherches fructueuses sur les phénomènes d'oscillation qui se manifestent dans les ponts. La multiplicité et l'étroit enchaînement des divers phénomènes dynamiques que l'on observe dans les ponts et dans les autres ouvrages exigent d'une manière impérieuse, avant le commencement des recherches de grande envergure et des observations sur des ponts réels, la solution théorique de nombreuses questions pratiques concernant la dynamique des ouvrages. Si l'on veut, en effet, pouvoir poursuivre, avec quelques chances de succès, les observations et les recherches concernant la construction, dans ces domaines difficiles, il est nécessaire de s'appuyer sur des bases théoriques solides. Inversement, la progression des recherches expérimentales posera des questions théoriques nouvelles. Dans une dépendance aussi étroite entre la théorie mathématique et la recherche expérimentale, dépendance qui a pour conséquence la réciprocité dans l'impulsion et les progrès, je vois la seule condition qui permette d'arriver à une solution heureuse du problème délicat que constitue la dynamique de la construction et, en particulier, la dynamique du pont.

Le but de la présente étude est de présenter, d'une manière générale, et dans ses grandes lignes, l'état actuel de la théorie des phénomènes oscillatoires que l'on rencontre en construction, pour passer ensuite à l'énoncé des problèmes dynamiques qui se posent tout particulièrement en ce qui concerne la construction des ponts.

A. Les oscillations propres et les oscillations forcées dans la construction.

Il existe trois causes principales qui peuvent donner naissance, dans nos ouvrages de construction, à des phénomènes d'oscillation. Ce sont les suivantes :

1. les charges roulantes ;
2. les variations périodiques des charges fixes ou mobiles ;
3. les influences de choc qui sont exercées par les charges.

Les causes 1 et 2 nous conduisent à l'étude du problème des oscillations dites « forcées ». Dans le cadre des exigences de la pratique, ce problème peut, en fait, être considéré comme résolu. Par contre, on n'a pas encore pu résoudre d'une manière satisfaisante, malgré tous les efforts des techniciens, toutes les questions dynamiques qui sont reliées aux influences de choc proprement dites exercées par les charges.

I. Oscillations propres des systèmes élastiques.

Tout système de poutres qui se trouve soumis à une excitation particulière, puis abandonné à lui-même, est l'objet d'oscillations que l'on désigne sous le nom d'oscillations propres, et qui s'éteignent sous l'action de certaines influences d'amortissement, si aucune nouvelle excitation ne s'exerce. Ces oscillations propres peuvent toujours être ramenées à une somme limitée ou illimitée d'oscillations harmoniques, c'est-à-dire à la forme suivante :

$$y = \sum_{r=1}^{\infty} \eta_r \sin(p_r t + \varepsilon_r) \tag{1}$$

dans laquelle on désigne par :

y l'ordonnée du mouvement d'oscillation d'un point de la poutre à partir de sa position initiale d'équilibre ;
p_r 2π fois le nombre d'oscillations par seconde, c'est-à-dire la pulsation ;
ε le décalage de phase ;
η l'amplitude des oscillations, fonction du point considéré et indépendante du temps.

Le système d'oscillations propres défini par l'équation (1) définit la condition dynamique du système. La connaissance des oscillations propres constitue donc la base de toutes les recherches ultérieures sur les phénomènes oscillatoires. Si l'on range les termes de l'équation (1) d'après les valeurs croissantes de p_r (pulsation), le premier terme correspondant à la plus faible valeur de p constitue l'oscillation fondamentale, à laquelle correspond normalement la plus grande valeur de l'amplitude η. Les autres oscillations sont des oscillations harmoniques ; p augmente rapidement avec le rang de r, η diminuant rapidement en même temps.

L'oscillation fondamentale joue un rôle de premier plan, particulièrement dans les problèmes de résonance, c'est pourquoi, dans la plupart des cas, il suffit de connaître la fréquence de l'oscillation fondamentale.

Si, dans le cas le plus général, on considère l'ouvrage comme une charpente constituée par un ensemble d'éléments résistant à la flexion et à la torsion, les éléments individuels exécutent, en tant que faisant partie de cette charpente, des oscillations longitudinales, des oscillations de flexion et des oscillations de torsion. En outre, ils subissent par eux-mêmes des translations et des rotations périodiques. Dans les treillis, même lorsque les barres sont assemblées

aux nœuds d'une manière rigide, les efforts de flexion ne jouent, en règle générale, qu'un rôle peu important ; les tensions secondaires, dans les dispositions en treillis généralement adoptées, n'exercent qu'une influence très faible sur les déformations de la poutre en treillis. Par contre, les déformations longitudinales, qui se traduisent sur les éléments tout entiers par des translations et des rotations périodiques, jouent un rôle important.

Inversement, dans les systèmes constitués par des assemblages en cadres, les oscillations de flexion jouent un rôle prépondérant par rapport aux oscillations longitudinales. Si l'on admet, ce qui se produit dans la plupart des cas, que nos ouvrages se composent de systèmes plans lesquels, sauf cas d'exception, les moments de torsion n'interviennent pas, on peut donc, en première approximation, se contenter d'une théorie dynamique concernant, d'une part, le treillis plan, d'autre part, les éléments plans des charpentes, c'est-à-dire des systèmes constitués par des barres résistant à la flexion et assemblées d'une manière rigide les unes aux autres.

Les périodes des oscillations propres sont déterminées principalement par la valeur et par la répartition des masses, de même que par la rigidité de la charpente. L'oscillation fondamentale est d'autant moins rapide que la masse est plus importante et que la charpente est plus élastique. Les périodes d'oscillation sont peu influencées par de faibles variations de la masse ; il suffira donc, pour la détermination pratique de la période d'oscillation, d'admettre une répartition simple des masses ; le calcul sera ainsi simplifié, sans toutefois que le résultat soit altéré en ce qui concerne la portée pratique.

1. Oscillations propres des treillis.

La détermination de la période des oscillations propres peut être considérablement simplifiée, avec une approximation suffisante, si l'on considère chaque treillis comme un système de n points doués d'une masse élémentaire, situés aux n nœuds d'assemblage de ce treillis, et entre lesquels les efforts dans les barres agissent comme efforts élastiques internes[6,10]. Si, dans le cas général, le treillis est z fois statiquement indéterminé, le problème conduit à :

$$N = 2n - 3 - z$$

équations homogènes de la forme suivante :

$$\left.\begin{aligned} P_k u_k \frac{p^2}{gE} &= \sum_h \frac{F_{hk}}{s_{hk}} [(u_k - u_h)\cos\alpha_{hk} + (v_k - v_h)\sin\alpha_{hk}]\cos\alpha_{hk} \\ P_k v_k \frac{p^2}{gE} &= \sum_h \frac{F_{hk}}{s_{hk}} [(u_k - u_h)\cos\alpha_{hk} + (v_k - v_h)\sin\alpha_{hk}]\sin\alpha_{hk} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

dans lesquelles on désigne par :

$u_k v_k$ les amplitudes des déplacements du nœud k ;

$u_h v_h$ les déplacements de tous les nœuds h qui sont reliés au nœud k par des barres ;

$F_{hk} s_{hk}$ les sections et longueurs respectives des barres qui sont assemblées en k ;

P_k la charge sur l'assemblage en k ;

g, E l'accélération de la pesanteur et le module d'élasticité ;
α_{hk} l'angle de déviation des barres par rapport à un axe fixe x (voir figure 1).

En égalant à zéro le déterminant du système d'équations (2) on obtient l'équation de la période, de laquelle résultent les N valeurs qui correspondent à l'oscillation propre du treillis. Pratiquement, le calcul du déterminant serait très difficile. Toutefois, on peut, d'une manière très simple et avec relativement peu de difficultés, déterminer la période d'oscillation fondamentale et, en cas de besoin, les périodes des oscillations harmoniques, en employant un procédé d'approximations successives indiqué par Pohlhausen [9] et qui permet d'obtenir des résultats concordant avec ceux que donne le procédé graphique prévu par Vianello pour la détermination des cotes des barres au flambage.

On choisit à cet effet, à volonté, un groupe de translations u et v, qui doivent toutefois être compatibles avec les conditions aux appuis et on calcule les charges aux nœuds

$$P u \lambda^2 \quad \text{et} \quad P v \lambda^2$$

en supposant :

$$\lambda^2 = \frac{p^2}{E g} = 1.$$

Puis, soit graphiquement, soit par le calcul, on détermine les efforts correspondants dans les barres S, dont nous désignerons les premières valeurs approchées par S'. Au moyen de ces efforts dans les barres, on détermine les translations u' et v' par exemple, au moyen d'un diagramme de translation de Williot et on calcule une première valeur approchée λ'^2 d'après Pohlhausen, au moyen de la relation :

$$\lambda'^2 = \frac{1}{\sqrt{\Sigma (P u')^2 + \Sigma (P v')^2}} \tag{3}$$

Les sommes entre les parenthèses s'étendent à tous les nœuds du treillis. On détermine ensuite, à l'aide de cette valeur λ'^2, à nouveau, les charges dans les nœuds $P u' \lambda'^2$ et $P v' \lambda'^2$ puis les nouvelles valeurs S'' des efforts dans les barres et les déplacements correspondants $u'' v''$ dans les nœuds, ce qui conduit à une nouvelle valeur approchée :

$$\lambda''^2 = \frac{1}{\sqrt{\Sigma (P u'')^2 + \Sigma (P v'')^2}} \tag{3'}$$

On continue ces calculs jusqu'à ce que deux valeurs successives obtenues pour λ^2 soient suffisamment rapprochées. Cette méthode conduit très rapidement au but, car la convergence des résultats est remarquable et la troisième valeur approchée est généralement suffisante dans la plupart des cas.

En règle générale, il est suffisant de déterminer de cette manière la période d'oscillation propre. Toutefois, rien n'empêche de déterminer également les périodes des oscillations harmoniques, en employant le même procédé.

Le procédé est tout à fait général et peut être employé pour un système de treillis de quelque nature que ce soit, statiquement déterminé ou statiquement

indéterminé, et pour une répartition quelconque des masses; il donne, après deux ou trois approximations successives, d'un calcul simple, des résultats très précis s'il s'agit en particulier du tracé des diagrammes d'efforts, de déformations ou de fléchissements. En ce qui concerne les exemples pratiques, voir (10) et (11).

2. Oscillations propres des charpentes en cadres.

Considérons tout d'abord un élément simple et rigide, que nous pouvons admettre, comme représentant le cas le plus simple d'une charpente en cadres. Il constitue un système admettant un degré de liberté infini. A la place du système fini des équations (2) qui correspondent au treillis et à partir desquelles on détermine la fréquence des oscillations libres, on a l'équation différentielle :

$$\frac{d^4 v}{dx^4} - \frac{\mu}{J} \cdot \frac{p^2}{E} v = 0 \tag{4}$$

L'équation (4) représente l'équation différentielle de l'élément soumis à une charge $\mu \frac{p^2}{E} . v$ où v désigne le fléchissement.

La résolution de cette équation peut être effectuée de la même manière que celle des équations différentielles analogues que l'on rencontre dans la théorie des équilibres instables, c'est-à-dire par adaptation progressive de la ligne élastique aux conditions (4). On peut pour cela, en particulier, employer le même processus que celui que nous avons déjà exposé précédemment et qui, mis en œuvre d'une manière analogue, est applicable non seulement à un élément isolé, mais également à toute charpente constituée par des cadres [11].

Dans ce but, on suppose l'élément rigide, ou le cadre, décomposé en masses ponctuelles isolées, situées à des endroits suffisamment rapprochés les uns des autres. A chacune de ces masses ponctuelles, on attribue un déplacement v tout d'abord supposé arbitraire, mais compatible avec les conditions d'appui du système, ou, si l'on veut également généraliser, des déplacements u et v, u désignant les déplacements suivant la direction longitudinale par rapport à l'élément et v le déplacement suivant une direction perpendiculaire à son axe. On suppose maintenant le cadre chargé, à l'endroit des masses ponctuelles choisies, avec des charges respectives $P u \lambda^2$ et $P v \lambda^2$. P désigne le poids qui correspond, d'une part, aux masses μ des parties de l'élément considérées comme concentrées aux points en question et, d'autre part, aux charges à supporter. On considère tout d'abord :

$$\lambda^2 = \frac{p^2}{Eg} \tag{5}$$

comme égal à 1. Pour ces charges, on détermine par le calcul ou graphiquement les moments fléchissants et les efforts normaux et, par suite, les déformations, suivant le processus courant en statique. On obtient ainsi un premier groupe de déplacements u' et v'. On calcule ensuite une première valeur λ'^2 d'après la formule :

$$\lambda'^2 = \frac{1}{\sqrt{\Sigma (P u')^2 + \Sigma (P v')^2}} \tag{6}$$

et l'on répète le cycle de calcul précédemment exposé. On obtient les déplacements u'' et v'', à partir desquels on peut déterminer à nouveau, suivant l'équation (6), une deuxième valeur plus approchée. On continue suivant la même méthode, jusqu'à ce que l'on obtienne deux valeurs successives λ qui soient suffisamment voisines l'une de l'autre. C'est ce qui se produit souvent dès la valeur λ''.

De cette manière, on arrive, en partant d'une ligne élastique convenable, à dégager les différentes oscillations particulières, les unes après les autres et à calculer les périodes d'oscillation correspondantes.

II. Oscillations forcées d'un système élastique.

Supposons que, en un point quelconque de la charpente, s'exerce une charge P dont la valeur varie périodiquement et que cette variation suive la loi :

$$P(t) = P \sin \omega t$$

La charpente exécutera, lorsqu'un certain état de régime sera atteint, des oscillations ayant la pulsation ω. Ces oscillations ne sont en général pas dangereuses pour la charpente, tant que la fréquence d'oscillation n ne coïncide pas avec l'une des périodes inférieures des oscillations propres, en particulier avec la période de l'oscillation fondamentale. Si toutefois ce fait se produit, le phénomène bien connu de la résonance entre en jeu. L'amplitude des oscillations et, par suite, les contraintes provoquées par ces oscillations, peuvent prendre des valeurs considérables. Si l'amortissement n'est pas suffisamment prononcé, les amplitudes continuent à croître ; les efforts peuvent alors devenir tels que la sécurité de la charpente soit elle-même menacée.

Pour déterminer les dimensions de cette charpente, la question se pose donc maintenant de savoir dans quelle mesure la fréquence de variation n de la charge peut se rapprocher de la fréquence d'oscillation critique ν sans que la sécurité de la charpente soit compromise et de déterminer quelles sont les valeurs effectives des efforts qu'y provoque la charge variable.

1. Solution approchée.

Des hypothèses de simplification conduisent aux formules approchées qui suivent et qui donnent des résultats relativement bons.

a) *Treillis.*

Soit $P^* \sin \omega t$ la charge oscillante qui s'exerce sur un nœud m, soit w le déplacement que subit le nœud m dans la direction du P^*, u et v les déplacements que subissent les autres nœuds ; u, v et w étant constitués par les déplacements dus aux oscillations propres déterminées suivant la méthode de Polhausen et P désignant la charge correspondante s'exerçant aux nœuds. Soit en outre S_k l'effort dans l'élément s_k du treillis qui correspond à ces déplacements et qui est également déterminé par la méthode de calcul des oscillations propres.

L'effort effectif dans l'élément, soit S^*_k sous l'action de la charge oscillante $P^* \sin \omega t$ est donné par :

$$S_k = \frac{\alpha S_k}{1 - \frac{n^2}{\nu^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

avec

$$\alpha = \frac{w}{\Sigma P u^2 \lambda^2 + \Sigma P v^2 \lambda^2}$$

$$\lambda = \frac{p^2}{E . g}$$

Ce calcul doit être exécuté, suivant chaque cas, en tenant compte du mode d'oscillation propre correspondant à la fréquence

$$v = \frac{p}{2\pi}$$

se rapprochant le plus possible de la fréquence

$$n = \frac{\omega}{2\pi}$$

de la charge P^*. n peut être supérieur ou inférieur à ν.

b) Charpentes constituées par des cadres.

On peut appliquer ici une formule tout à fait analogue. Si M^*_k désigne le moment fléchissant qui prend naissance sous l'action de la charge $P^* \sin \omega t$ en un point quelconque k, on a ici :

$$M^*_k = \frac{\alpha M_k}{1 - \frac{n^2}{\nu^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

les désignations étant les mêmes que précédemment. M_k est le moment correspondant aux déplacements u, v, w, au point k.

En examinant les formules (7) et (8) on peut remarquer que lorsque n et ν se rapprochent, et lorsque l'amortissement fait défaut, S (ou M) augmente indéfiniment. D'autre part, les équations simples (7) et (8) permettent de déterminer dans quelle proportion, pour des cas particuliers, la fréquence d'oscillation n peut être voisine de la fréquence critique ν ce qui permet, d'une part, de s'assurer que par suite de l'écart avec la valeur critique, on réalise la sécurité nécessaire et d'autre part, que l'effort dynamique qui s'exerce dans la charpente et qui vient s'ajouter aux efforts mis en jeu par les autres charges fixes, se maintient encore au-dessous du taux admissible.

Le résultat dépend, dans chaque cas particulier, de la précision avec laquelle n est connue, ainsi que de celle avec laquelle on peut déterminer l'oscillation propre critique. Cette détermination peut être effectuée avec une exactitude beaucoup plus grande lorsque toutes les masses entrant en oscillation peuvent être elles-mêmes convenablement déterminées, tant en grandeur qu'en position.

L'écart admissible entre n et ν dépend en outre de l'importance en soi de l'accroissement des efforts résultant de l'influence des oscillations de la charge P par rapport aux efforts produits par les autres charges. Il est évident que l'on ne peut pas donner de règles générales indiquant quelles différences on peut admettre entre n et ν ; on voit toutefois que les formules simples (7) et (8) permettent de déterminer facilement l'écart entre n et ν dans chaque cas particulier suivant l'exactitude de l'évaluation des facteurs qui interviennent dans la précision avec laquelle on connaît les valeurs essentielles n et ν.

2. Solution exacte.

Pour le treillis, il manque dans la littérature correspondante une méthode convenable permettant la détermination précise des déformations et des efforts qui résultent des oscillations forcées, quoiqu'il ne paraisse pas très difficile, en principe, de résoudre cette question d'une manière qui réponde aux besoins de la pratique.

En ce qui concerne les membrures planes des charpentes, Prager [12], Bleich [11], ont indiqué des méthodes plus ou moins générales permettant de résoudre la question des oscillations forcées sous une forme faisant appel à des calculs assez pratiques et sans conduire à un travail trop fastidieux.

Le contrôle qui a été effectué sur les formules (7) et (8), d'après les résultats obtenus en employant les méthodes de calcul rigoureuses, a permis de confirmer la légitimité de ces formules approchées.

B. Problèmes dynamiques concernant la construction des ponts.

Ainsi qu'on le verra dans les discussions qui suivent, la théorie qui vient d'être brièvement exposée et les résultats qu'elle permet d'obtenir suffisent à embrasser une grande partie des questions qui concernent la dynamique du pont. Le remarquable mémoire de M. Homann a permis de voir quelles étaient les questions les plus importantes qu'il importait de prendre en considération.

Les points suivants sont susceptibles d'être traités par le calcul d'une manière plus ou moins satisfaisante.

1. — Oscillations forcées provoquées par des charges roulantes qui se déplacent à une vitesse v ;

2. — Efforts secondaires dus aux influences centrifuges et qui se trouvent mis en jeu sur la trajectoire suivie par la charge roulante et incurvée vers le bas ;

3. — Efforts secondaires résultant des oscillations forcées que produisent les variations périodiques de pression exercées par les roues de locomotives, et qui sont dues à un équilibrage imparfait des masses, ainsi que les efforts secondaires provoqués par les effets de choc périodiques qui se produisent aux joints de dilatation des rails, qui se trouvent généralement à des intervalles réguliers.

Un certain nombre d'investigateurs se sont déjà préoccupés antérieurement de ces problèmes particuliers. Nous nous contenterons seulement de signaler ici Phillips [2], Renaudot [3], Bresse [4], Lebert [5] qui ont traité le problème des

oscillations provoquées dans les ponts par l'influence des charges roulantes. STOKES [1] et ZIMMERMANN ont établi l'influence des forces centrifuges qui prennent naissance à la suite des fléchissements.

Timoshenko [8], le premier, a étudié quelques-unes des questions que pose la dynamique du pont et qui sont susceptibles de recevoir une solution rigoureuse, en employant les équations de Lagrange du deuxième type. Le même problème a été étudié ultérieurement à partir de l'équation différentielle des oscillations transversales des barres rectilignes et, dans la mesure nécessaires en tenant compte de l'influence de la suspension de la charge roulante. On a montré comment il était possible d'arriver par des voies théoriques, aux coefficients de choc qui sont nécessaires dans la pratique [10].

1. Oscillations forcées provoquées par les charges roulantes.

Si l'on suppose qu'une charge isolée P, dont on imagine toutefois que la masse est faible par rapport à la masse de la charpente, roule sur une poutre ayant une portée l et reposant librement sur ses appuis, la vitesse de ce déplacement étant c, on peut déterminer facilement par le calcul les oscillations forcées provoquées par cette charge roulante.

La poutre exécute, outre ses oscillations propres, des oscillations forcées admettant une période égale à :

$$T = \frac{2\,l}{c}$$

Cette période est donc égale au double du temps que met la charge roulante pour parcourir la longueur du pont. Le mouvement est lent par rapport aux oscillations. Le chemin parcouru par le point d'application de la charge est représenté sur la figure 2 à échelle réduite. Le fléchissement atteint sa valeur maximum en un point voisin du milieu. Comme les oscillations forcées sont relativement lentes, il se produit tout d'abord, par suite de la rigidité des ponts actuels, un effet de résonance, pour les vitesses de déplacement de la charge qui sont supérieures à 300 mètres-seconde. Comme ces vitesses ne se présentent pas dans la pratique, il n'y a pas lieu de tenir compte, dans ce problème, des phénomènes effectifs de résonance. L'effort additionnel dû à l'action de la charge roulante atteint, dans les ponts-rail lourds à poutres pleines, environ 10 % de celui qui résulte de l'influence statique de la charge, pour une portée de 5 mètres, et descend environ jusqu'à environ 5 % pour une portée de 150 mètres. Les chiffres exacts sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Tableau 1.

Portées l en mètres :								
4	6	10	15	20	25	50	100	150
Coefficient d'amplification de la charge statique, en %.								
10,3	9,8	8,7	8,7	8,3	8,1	6,8	5,9	5,0

Ces coefficients ont été calculés pour des ponts-rail lourds à poutres pleines, dans des conditions déterminées de poids propre et de rigidité [10]. On peut déterminer facilement des séries de pourcentages semblables pour chaque type de ponts, par exemple, pour les ponts en arc ou pour les ponts suspendus.

Si toute une succession de charges isolées passe sur le pont, les influences de ces charges individuelles sur la poutre subiront des perturbations partielles. Dans le cas le plus défavorable, on constate que l'on peut faire intervenir les mêmes coefficients d'amplification que pour les efforts provoqués par une charge isolée [8, 10].

Si l'on recherche l'influence qu'exerce sur les oscillations la suspension des véhicules, on arrive à la relation simple suivante [10]. Soit ν la fréquence de l'oscillation propre de la poutre, et ν' celle de la suspension supportant une charge P. On a entre l'amplitude des oscillations forcées de la charge suspendue et celle des oscillations de la poutre la relation :

$$\mu = \frac{\left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2}{1 - \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2} \tag{9}$$

Si ν est élevé, ν' faible, μ est très faible, c'est-à-dire que la charge suspendue oscille avec une amplitude notablement inférieure à celle de la poutre.

Les petites ondulations qui, sur la fig. 2, se superposent aux déformations principales, seront donc considérablement aplaties par suite de la suspension de la charge. Dans les ponts de faibles portées, l'influence de la suspension est donc très importante, par suite de leurs oscillations rapides. Dans les ponts de plus grandes portées, cette influence se fait moins sentir. La connaissance de ces influences est particulièrement importante, car précisément dans les ponts de faibles portées l'influence de l'inertie des charges est plus importante et elle se trouve considérablement réduite grâce à la suspension.

2. Influence des forces d'inertie de la charge roulante.

Si l'ont veut considérer les poutres comme non dénuées de poids, il n'est pas possible d'arriver à une solution rigoureuse des questions qui interviennent. La charge P qui roule sur la poutre avec sa masse $\frac{P}{g}$ exerce, par suite de l'incurvation du chemin de roulement, vers le bas, une pression :

$$P' = P\left(1 - \frac{\mu}{g} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \tag{10}$$

expression dans laqnelle μ désigne le coefficient de suspension précédemment déterminé (équation 9). L'influence de cette force est double. Elle agit aussi bien sur les oscillations forcées déterminées plus haut que sur les oscillations libres qui les accompagnent. On a trouvé, grâce à un calcul approché plus poussé, que l'amplification qui en résulte, pour les oscillations forcées considérées dans le paragraphe 1, est dans le rapport de [10] :

$$1 \text{ à } 1 + \frac{8\,M}{p\,l^2}\,\alpha^2 \qquad \text{avec} \qquad \alpha^2 = \frac{c^2\,l^2 p}{\pi^2\,E\,J\,g} \tag{11}$$

M désignant le moment qui correspond à la disposition des charges, $p\,l$ le poids de la charpente et E J la rigidité du pont.

Le tableau 2 qui suit donne le coefficient d'amplification en % de l'influence statique pour le type de pont ayant servi de base à l'établissement du tableau 1.

Tableau 2.

Portée l en mètres :								
4	6	10	15	20	25	50	100	150
Coefficient d'amplification de l'influence statique, en % :								
12,3	8,3	4,9	3,3	2,4	1,9	0,91	0,38	0,23

L'influence des efforts centrifuges verticaux sur les oscillations libres n'est importante que pour les plus faibles portées. Le tableau 3 suivant donne numériquement la valeur de l'amplification de l'influence statique, résultant de ces efforts centrifuges, pour le type de ponts déjà considéré.

Tableau 3.

Portées en mètres :								
4	6	10	15	20	25	50	100	150
Coefficient d'amplification de l'influence statique, en % :								
19,2	11,3	5,3	3,3	2,3	1,7	1,0	0,62	0,27

3. Influences dynamiques exercées par les masses d'équilibrage des roues des locomotives.

Les contrepoids des roues des locomotives réagissent sur le pont suivant la loi :

$$P \sin 2\pi n t$$

Si la valeur de n devient voisine d'une fréquence propre d'oscillation, les phénomènes de résonance entrent en jeu. Dans les locomotives couramment employées pour les trains rapides, on a :

$$c = 30 \text{ m./sec.} \qquad \text{et} \qquad n = 5 \text{ environ.}$$

Dans les ponts à poutres rectilignes ayant une portée de 50 mètres environ, la fréquence de l'oscillation propre est également égale à 5. On risquerait donc, dans les ponts ayant une portée voisine de 50 mètres, de voir se produire des phénomènes de résonance importants. On a toutefois constaté expérimentalement que ce danger était considérablement réduit par suite du décalage de phase qui existe entre les différentes roues d'une même locomotive et par suite de l'amortissement du pont. Il semble donc utile au premier chef de déterminer, par des observations effectuées sur des ponts, les valeurs numériques de ces coefficients d'amortissement, puisque le problème des oscillations forcées amorties peut être considéré comme résolu du point de vue théorique. La détermination de ces coefficients d'amortissement permettrait également d'étudier de plus près une autre question : celle des phénomènes de résonance résultant des oscillations forcées qui sont provoquées par les chocs sur les joints des rails, chocs qui se produisent à intervalles réguliers.

On pourrait ainsi traiter, dans leurs grandes lignes, les principaux problèmes de la dynamique du pont qui rentrent dans le cadre d'un traité théorique. L'étude mathématique de ces questions devrait toutefois partir implici-

tement de cette hypothèse que les charges sont transmises aux poutres principales par l'intermédiaire des longerons et des poutres transversales rigides. L'influence de l'élasticité du tablier de la voie se fait donc sentir comme si une supension intervenait. Il faudrait donc ensuite déterminer complètement, sur des bases théoriques, l'influence qu'exerce le tablier élastique du pont sur les phénomènes d'oscillation, puis déterminer corrélativement l'influence de l'appui élastique que constituent les longerons et les poutres transversales sur ces oscillations.

Zusammenfassung.

Es werden die Methoden zur Berechnung der Eigenschwingungen und der durch periodisch veränderliche Lasten hervorgerufenen erzwungenen Schwingungen dargelegt. Diese Verfahren können bei Fachwerken, bei biegungssteifen Trägern und bei Rahmenkonstruktionen Anwendung finden. Verwendung der vorgeführten Theorien in der Dynamik der Brücken und zwar auf folgende Probleme : 1) Erzwungene Schwingungen der Brücken unter dem Einfluss rasch bewegter Lasten, 2) Einfluss der durch die Durchbiegung der Brücken geweckten lotrechten Fliehkräfte der bewegten Lasten. Der Einfluss der Abfederung der Lasten auf die dynamische Wirkung derselben kann berücksichtigt werden. Als Beispiel werden die Vermehrungszahlen der statischen Spannungen durch die dynamische Wirkung der bewegten Lasten bei schweren Eisenbahnbalkenbrücken vorgeführt.

Résumé.

L'auteur expose les méthodes de détermination des oscillations propres et des oscillations forcées qui sont provoquées par des charges périodiquement variables. Ces méthodes peuvent être employées pour les treillis, les poutres rigides et les charpentes constituées par des cadres.

Il expose ensuite les principes de l'application des théories précédentes à la dynamique du pont, et en particulier aux problèmes suivants :

1. Oscillations forcées provoquées dans les ponts par l'action des charges rapides ;

2. Influence des efforts centrifuges verticaux, provoqués par le fléchissement des ponts sous l'action des charges roulantes.

On peut d'ailleurs tenir compte de l'influence qu'exerce la suspension des charges sur leur action dynamique.

A titre d'exemple, l'auteur montre quelles amplifications subissent les influences statiques par suite de l'action dynamique des charges roulantes, dans les ponts lourds de chemins de fer.

Summary.

The methods are shown for calculating the frequencies of natural vibrations and of forced vibrations caused by periodically fluctuating loads. These methods may be adopted in trusses, in rigid lattice girders and in framed structures. Application of the exposed theories to the dynamics of bridges in the following problems : 1) Forced vibrations in bridges caused by loads moving at a high speed; 2) Influence of the vertical centrifugal forces of the rolling loads, caused by bending of the bridges. The effect of the suspension of the loads on their dynamic action can be taken into consideration. Examples are given of the addition to the static stresses caused by the dynamic action of rolling loads in heavy railway girder bridges.

Leere Seite
Blank page
Page vide