Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Diskussion

Autor: Spiegel, G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-488

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Dr. G. SPIEGEL,
Wien-Prag.

1. — Die verschiedenen Auffassungen in der Stabilitätsuntersuchung zentrisch belasteter Bauteile legen den Versuch einer prinzipiellen Klärung dringend nahe. Die Schwierigkeit liegt in der Verwickeltheit des Problems im unelastischen Bereich. Den Bauingenieur interessiert jedoch letzten Endes nicht der genaue Verlauf der Knickspannungen um dessen selbst willen, sondern nur als Grundlage zur Ermittlung einer gleichmässigen Sicherheit gegen Knickgefahr. Dass dieser Gesichtspunkt bisher nicht genügend beachtet wurde und die Einheitlichkeit der Behandlung damit verloren gegangen ist, hat seinen besonderen Grund darin, dass die im allgemeinen grundverschiedenen Werte für die theoretisch genaue Knicklast (im erweiterten Sinne) einerseits und den dieser Last unendlich benachbarten Lastangriff andrerseits in den am weitesten ausgebauten Stabilitätsproblemen der Elastizitätstheorie infolge der Unveränderlichkeit des E-Moduls mit dem Eulerfall der betreffenden Stabschlankheit zusammenfallen.

2. — Theoretisch ist der Fall der zentrischen Knickung durch die Berechnungsformeln von Euler und Engesser-Kármán im elastischen bzw. unelastischen Bereich in einwandfreier Weise gegeben. Handelt es sich aber in der Untersuchung auf Knickung um den konkreten Fall der Wirklichkeit, dann darf wegen der ausserordentlichen Empfindlichkeit bei Labilitätserscheinungen gegen die geringsten, praktisch kaum zu vermeidenden störenden Einflüsse die zentrische Knickung (im strengsten Sinne des Wortes), bei welcher es sich lediglich um die Untersuchung der möglichen Gleichgewichtslagen handelt, nicht in den Mittelpunkt der Betrachtung gestellt werden, wie dies gewöhnlich geschieht. Denn diese ist nur ein (rein geometrischer, nicht technisch-physikalischer) Sonderfall des viel weiter gefassten Begriffes der « ideellen » Knickbelastung.

Bei schlanken Stäben ($\sigma_K < \sigma_P$) ist die kritische Last auf alle Fälle durch die Eulerlast ($K = \frac{\pi^2 E J}{l^2}$ bzw. $\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$) gegeben, welche — wie Zimmermann[1] eingehend nachgewiesen hat — auch bei schwacher Anfangskrümmung immer erreicht wird, wenn die Last an entsprechenden Fehlerhebeln (« ideelle » Belastung) angreift. Erfolgt aber der Uebergang in den labilen Zustand im unelastischen Bereich, dann muss erst die Grösse der Höchstlast gesucht werden, die ein wirklicher, d. h. im Sinne der neueren Knicktheorie « möglichst » gerader Stab ertragen kann.

Vom baustatischen Standpunkte ist aber auch die beim Stabilitätswechsel durch eine ausgesprochene Unstetigkeitsstelle gekennzeichnete ideelle Knickbelastung selbst (Fig. 1) als eine praktisch kaum zu erreichende Grenzlage noch auseinanderzuhalten von der unendlich benachbarten Gleich-

1. Sitzungsberichte d. preuss. Akad. d. Wissensch. phys. math. Klasse 1923, H. XXIII u. XXV ; ferner : « Lehre vom Knicken auf neuer Grundlage », Berlin, 1930, W. Verlag, Ernst u. Sohn.

gewichtslinie mit einem noch allmählichen Uebergang in den labilen Zustand; diese erscheint zur Beurteilung eines zentrisch gedrückten Bauteiles massgebender und muss deshalb den weiteren Untersuchungen zugrunde gelegt werden.

Von der Richtigkeit dieses Sachverhaltes kann schon eine einfache Rechnung auf Grund der bestehenden Formeln für den vollkommen geraden und gleichbeschaffenen Stab Aufschluss geben. Bei einer unendlich kleinen Abweichung vom zentrischen Lastangriff gilt für die kritische Last der ursprüngliche Engessersche Modul vom J. 1889 : $T = E'_n = \left.\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_n$, und dieser ist wesentlich geringer als der Knickmodul für rein zentrische Belastung. Z. B. ergibt sich für den rechteckigen Querschnitt bei $E' = 0,6$ und gleichem λ schon eine über 20 % ige Verringerung des letzteren.

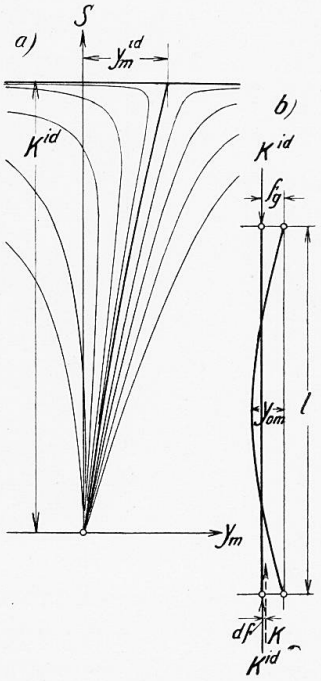

Fig. 1.

3. — Diese ausserordentliche, namentlich im unelastischen Bereich sich geltend machende Empfindlichkeit wird sich in der Grösse der Knicklasten dahin auswirken, dass im Sinne der von Zimmermann erstmalig in exakter Weise formulierten Aufgabe (Nr. 2) der durch seitliche Ausbiegungen und damit verbundenen zusätzlichen Biegungsspannungen allmählich sich vorbereitende kritische Zustand wesentlich durch die allmähliche Abnahme des veränderlichen E' — Moduls bedingt ist. Für die ideelle Knicklast ist demnach nicht nur die unmittelbare Umgebung von σ_K sondern der gesamte Verlauf der σ-ε Linie bis zu dieser Grenze von Einfluss.

Unter Zugrundelegung einer der vollkommenen Geradheit nahekommenden Systemlinie des Stabes und unter Berücksichtigung der in gemeinsamer Wirkung erfolgenden Zusammendrückung und Verbiegung ergibt sich in der allg. Gl. $\sigma_K = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2}$ in dem nach Nr. 2 für uns in Betracht kommenden Belastungsfall der Modul

$$T = E'_n + \frac{\nu}{\varepsilon_n} \sum_{1}^{n-1} \frac{1}{2} (\varepsilon_r + \varepsilon_{r+1}) \; (E'_r - E'_{r+1}) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

der auf Grund der abgeleiteten Formänderungslinie (E' — ε — Linie) des betreffenden Werkstoffes zu berechnen ist. (Fig. 2) ν ist ein mit ε_r veränderlicher Beiwert.

Durch Uebergang zum Integral folgt aus 1) die unmittelbare Berechnung der Knickschlankheiten λ_K und der dazu gehörigen σ_K -Werte mittels der einfachen Beziehung :

$$\lambda_K = \varkappa_K \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon_K}}$$

Der Beiwert $\varkappa$ ist aus der im allgemeinen ohne Schwierigkeit analytisch

annäherungsweise bis nahe zur oberen Fliessgrenze festlegbaren E'-Linie in einfacher Weise zu bestimmen [1].

Der weitere Verlauf von σ_K, namentlich im Bereich der kürzeren Schlankheiten hat vorwiegend theoretisches Interesse und ist nur auf Grund hypothetischer Annahmen zu ermitteln.

4. — Die praktische Bedeutung der hier gestreiften Fragen liegt in der Erfassung und Bemessung des Sicherheitsgrades gegen Knicken auf rationeller Grundlage. Auch hierin bestehen noch vielfach irrige Vorstellungen, so dass diese Frage eine nähere Erörterung angezeigt macht. Beim Knicken selbst handelt es sich um eine Labilitätserscheinung, bei der Bemessung jedoch um

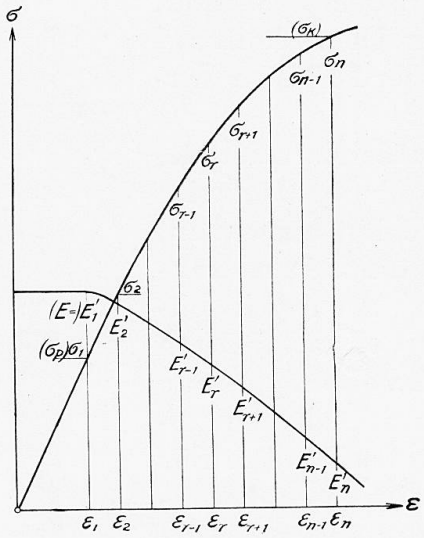

Fig. 2.

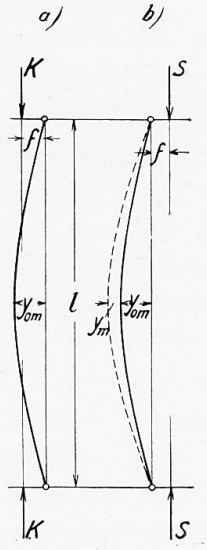

Fig. 3.

eine Inanspruchnahme auf Druck und Biegung [2]. Soweit die Aufgabe einer exakten Fassung zugänglich ist, gibt die erweiterte Knicktheorie die Anhaltspunkte zu ihrer vollständigen Behandlung, die in der Hauptsache folgendermassen liegt : Bei einem zentrisch belasteten Bauteil ist der günstigste Fall durch die in Nr. 2 näher definierte massgebende Last K mit der kritischen Spannung gegeben (Fig. 3 a). Vom praktisch erreichbaren Standpunkt wird aber auch die dadurch erhaltene σ_K-Linie mit der Annäherung an den Fliessbereich noch eine entsprechende Abrückung erfahren, wobei als massgebende Grenzlage für den Bereich der mittleren und kürzeren Schlankheiten die obere Fliessgrenze anzunehmen ist. Der ungünstigste Belastungsfall ist durch eine Verschiebung des Fehlerhebels f (Fig. 3 b) gekennzeichnet. wobei f und y_{om} entsprechend einzuschätzen sind, etwa am einfachsten in der linearen Abhängigkeit $f = \gamma . h$ und $y_{om} = \beta . l$. Diese Belastung ergibt für eine bestimmte Laststufe S als höchste Randspannung σ_{max}. Der Sicherheitsgrad ist dann gegeben durch $n = \frac{K}{S}$.

1. Die nähere Begründung dieser Rechnungsergebnisse soll in einem demnächst erscheinenden Aufsatz nachfolgen. Desgl. auch in einer anderen Arbeit der im folgenden nur angedeutete Weg zur Ermittlung der Knicksicherheit.

2. Vgl. hiezu auch die Ausführungen von M. T. Huber, Warschau : Bericht der II. Brückenbautagung, Wien, 1928, S. 310 ff. Wien, 1930 : J. Springer.

Die Berechnung im besonderen geht von der durch Zimmermann[1] (Seite 88) um den Einfluss des Biegungspfeils y_{om} ergänzten Durchbiegungsgl. $y_m = \varphi\,(f, y_{om})$ der Stabilitätstheorie aus, die mit Rücksicht darauf, dass σ_{max} noch im elastischen Bereich liegen muss, auch im Falle der unelastischen Knickung anwendbar ist. Mit Hilfe der obigen Ansätze für f und y_m und der Momentengl. $M_{max} = S.\,(f + y_{om} + y_m)$ gewinnt man eine allgemeine Beziehung zwischen λ und n von der Form :

$$n^2 - 2pn - \varkappa q$$

Welche die unmittelbare und bequeme Berechnung von n für jede Stabschlankheit ermöglicht.

Durch vergleichende Gegenüberstellung der Ergebnisse für verschiedene Stabquerschnittsformen und ursprüngliche Stabmittellinien kann der richtige Mittelwert von n festgelegt werden, wobei noch ein prozentualer Zuschlag für rechnerisch nicht erfassbare Einflüsse zu berücksichtigen ist.

5. — Mehr als auf irgend einem anderen Gebiete hat sich in der Knicktheorie die vielfach gewonnene Erfahrung bestätigt, dass die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen der Wirklichkeit auf deduktivem oder spekulativem Wege allein nicht geklärt werden kann. Es mag uns heute selbstverständlich erscheinen, dass die Euler-Formel vom J. 1744 nur so lange zutreffen kann, als die ihr zugrunde liegenden Voraussetzungen (konstanter E-Modul) erfüllt sind, und doch waren es erst die bahnbrechenden Versuche Tetmajers, welche der bereits überhaupt in Abrede gestellten Formel die Grenze ihres Geltungsbereichs zuwiesen. Auf der nun endgültig geschaffenen Grundlage fanden die Arbeiten Engessers[1] ihre weitere Ergänzung durch die späteren Versuche Kármáns[2], die wieder eine Reihe theoretischer Erkenntnisse zeitigten, aber auch deren Mängel und die Notwendigkeit ihrer Weiterbildung erkennen liessen. Dies ergab sich einerseits in einer Erweiterung dieser Versuche auf die Fälle exzentrischen Lastangriffs durch die Schweizer Versuche[3], die ausser den unmittelbaren Ergebnissen noch als weitere Frucht das « T.-K.-V.-S.-B.-Verfahren » von Roš und Brunner zur Bemessung exzentrisch gedrückter Stäbe brachten. Es fussen aber auch überdies darauf die grundlegenden Untersuchungen von E. Chwalla[4], die zum ersten Male das Gleichgewichtsproblem gedrückter Stäbe aus Baustahl in seinem Zusammenhang erfassten. Anderseits stellte sich aber auch die Notwendigkeit heraus, die Versuche Kármáns, namentlich in Anbetracht der grösseren Streuungen ausserhalb des Eulerbereichs zu vervollkommnen, um über den genaueren Verlauf der Knickspannungen in diesem, gerade für die Baupraxis so wichtigen Gebiet Klarheit zu erlangen. Hier setzten die Versuche des Deutschen Stahlbau-Ver-

---

1. Zeitschrift d. hann. Arch. u. Ing. Verein 1889, S. 455; Schweiz. Bauztg, 1895, S. 24
2. Untersuchungen über Knickfestigkeit, Forschungsheft 81 des V.D.I. Berlin, 1910.
3. M. Roš und J. Brunner : Die Knicksicherheit von an beiden Enden gelenkig gelagerten Stäben aus Konstruktionsstahl. Bericht Nr. 13 d. Eidg. Materialprüfungsanstalt Zürich, 1926.
4. Die Stabilität zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe aus Baustahl. Sitzungsberichte d. Akad. d. Wissensch. math. naturw. Klasse, S. 469 ff., Wien, 1928.

bandes (W. Rein)[1] ein, und in den höher als bei Kármán erreichten Knicklasten war auch der Anstoss zur weiteren Klärung des Knickproblems gewiesen. Die richtige Deutung des Beobachtungsmaterials ergab die erweiterte Knicktheorie Zimmermanns[1] (Seite 88) und als deren weitere Folge die in der vorliegenden Abhandlung angeschnittenen Fragen in ihrer Anwendung im unelastischen Bereich.

Man ersieht, dass es immer der richtig eingeleitete Versuch ist, der gleichzeitig auch berufen ist, neues Licht in unsere theoretischen Erkenntnisse zu bringen, und so dürften auch die letztgenannten Versuche[1] zum weiteren Ausbau der Knicktheorie in einer Weise beitragen, wie es auf anderem Wege kaum möglich wäre.

Traduction.

1. — Les différentes interprétations auxquelles donnent lieu les recherches concernant la stabilité conduisent à la nécessité impérieuse de tenter une mise au point de principe. La difficulté de la question réside dans la complexité que prend le problème dans le domaine plastique. En fin de compte, l'ingénieur chargé d'une construction ne se préoccupe pas de l'allure de la variation des contraintes de flambage, en elles-mêmes, mais uniquement à titre de point de départ pour la détermination d'un degré de sécurité uniforme contre les risques de flambage. Cette manière de voir n'a pas été suffisamment prise en considération jusqu'à maintenant et il en est résulté une certaine divergence dans les conceptions. La raison en est tout particulièrement que les valeurs foncièrement différentes, en général, pour la charge de flambage théorique exacte (dans son sens large), d'une part, et pour les contraintes pratiques infiniment voisines de cette charge, d'autre part, arrivent à coïncider dans les problèmes de stabilité les plus étendus que pose la théorie de l'élasticité, par suite du caractère invariable du module E suivant Euler pour le degré de finesse considéré.

2. — Théoriquement, la question du flambage sous l'action des charges axiales se trouve traitée d'une manière parfaite, dans les domaines élastique et plastique, avec les formules d'Euler et d'Engesser. Lorsqu'il s'agit toutefois d'étudier le flambage dans un cas concret correspondant à la réalité, et étant donnée l'extrême sensibilité des phénomènes d'instabilité vis-à-vis des influences perturbatrices les plus faibles, qu'il est d'ailleurs presqu'impossible d'éviter dans la pratique, il ne faut pas considérer le flambage axial (au sens le plus rigoureux de terme), dans l'étude duquel on n'envisage que la recherche des positions d'équilibre possibles, comme constituant le cœur de la question, ainsi qu'on le fait couramment. Il ne constitue en effet qu'un cas particulier (purement géométrique et non pas physique) de la question beaucoup plus large que pose la notion de la charge de flambage dans son sens intégral (idéal).

---

1. Versuche zur Ermittlung der Knickspannungen für versch. Baustähle, Ausg. B H. 4 d. Berichte d. Ausschusses f. Versuche im Stahlbau. Berlin, 1930, J. Springer.

recherches, se greffèrent également les travaux de base d'E. Chwalla [1] qui aborda, pour la première fois, dans son ensemble, le problème de l'équilibre des barres comprimées en acier de construction. Par ailleurs, la nécessité se fit sentir de pousser les essais de Kármán, particulièrement en ce qui concerne les grandes divergences constatées en dehors du domaine d'Euler, afin d'obtenir des données plus précises sur l'allure des contraintes de flambage dans cette région, qui présente une telle importance pour la pratique. C'est ici que viennent se placer les essais effectués par le Deutscher Stahlbau-Verband (W. Rein) [2], les efforts pour arriver à une meilleure compréhension du problème du flambage portant même sur des charges de flambage plus élevées que celles qu'avait atteintes Kármán. L'importance du rôle que joue le matériau soumis à l'observation conduisit Zimmermann à publier sa théorie développée du flambage [1] (v. p. 93), puis à pousser l'étude des questions abordées par cette étude dans le domaine plastique.

On voit que les essais judicieusement entrepris nous permettent toujours de développer nos connaissances dans le domaine théorique et c'est ainsi que les dernières séries de travaux expérimentaux que nous venons de citer [2] doivent contribuer eux aussi à faire progresser la théorie du flambage dans des conditions qu'il aurait été à peine possible de réaliser différemment.

Zusammenfassung.

Auf Grund der Versuchsergebnisse des Deutschen Stahlbau-Verbandes und der daraus hervorgegangenen erweiterten Knicktheorie Zimmermanns wird die Frage einer prinzipiellen Klärung unserer bisherigen Berechnungsgrundlagen aufgeworfen.

Die gewöhnlich in den Mittelpunkt der Betrachtung gestellte zentrische Knickbelastung (Euler und Engesser-Kármán) ist nur ein Sonderfall des weiter gefassten Begriffes der « ideellen » Knickbelastung ; die der letzteren unendlich benachbarte Belastung K mit noch stetigem Uebergang in den labilen Zustand ist massgebend zur Ermittlung einer gleichmässigen Sicherheit und im allgemeinen vom ganzen Verlauf der Arbeitslinie unterhalb σ_K abhängig. Der Sicherheitsgrad $n = \frac{K}{S}$ ist durch die Randspannung σ_{max} infolge der entsprechend einzulegenden Last S bedingt ; $n = f(\lambda)$ kann analytisch festgelegt werden.

Résumé.

L'auteur pose la question d'une justification de principe des bases de calcul adoptées jusqu'à maintenant, justification s'appuyant sur les résultats des essais effectués par le Deutscher Stahlbau-Verband et sur la théorie du flambage telle qu'elle a été étendue par Zimmermann.

1. Die Stabilität zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe aus Baustahl, Rapports de Séance, Akad. d. Wissensch. math. naturw. Klasse, page 469, Vienne, 1928.

2. Versuche zur Ermittlung der Knickspannungen für versch. Baustähle, Ausg. B H. 4 d. Ausschusses f. Versuche im Stahlbau. Berlin, 1930, J. Springer, éditeur.