Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Diskussion

Autor: Hoost, K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-490

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

La charge de flambage axiale, généralement considérée comme constituant le cœur de la question (Euler et Engesser-Kármán) n'est qu'un cas particulier de la notion plus générale de la charge de flambage idéale; la charge K, infiniment voisine de cette dernière joue, avec le passage encore continu à l'état labile, un rôle capital pour l'obtention d'un degré de sécurité uniforme ; elle dépend, en général, de l'allure de toute la courbe elle-même au-dessous de σ_K. Le degré de sécurité $n = \frac{K}{S}$ est conditionné par les contraintes périphériques σ_{max} résultant de la charge S , la fonction $n = f(\lambda)$ peut être étudiée analytiquement.

Summary.

Based on the results of tests by the German Stahlbau Verband and the extended buckling theory of Zimmermann resulting from them, the question is raised of a clearing-up in principle of the bases hitherto used for our calculations.

The central buckling loading, usually regarded as the most important to be considered (Euler and Engesser-Kármán), is only a special case of the extended conception of the « ideal » buckling loading ; the loading K, infinitely close to the latter, still steadily passing over into the instabile state, is decisive for determining a uniform safety and depends in general on the whole run of the line of work below σ_K . The factor of safety $n = \frac{K}{S}$ conditioned by the stress at the edge, σ_{max}, in consequence of the corresponding load S that has to be applied ; $n = f(\lambda)$ can be found analytically.

Dr. Ing. K. HOOST,
Reg.- und Baurat, Dozent der Technischen Hochschule, Danzig.

In seinem einleitenden Referat über Stabilität und Festigkeit von auf Druck und Biegung beanspruchten Bauteilen sucht Herr Professor Dr. L. Karner u. a. das sehr schwierige, unelastische Gebiet des Knickvorganges tiefer zu erforschen. Wie er ganz richtig angibt, kann dieser Teil des Knickproblems nur allein auf die Prüfungsergebnisse von Druckversuchen der verschiedenen Materialien aufgebaut werden. Dadurch, dass er die gekrümmte Druckstauchungslinie für Stahl geradlinig verlaufen lässt, ergeben sich mit den für diesen Zweck abgeänderten Querschnittsgrössen F^r und J_s^r sehr einfache Beziehungen für die Spannungsermittlung. Die Flächenwerte werden ohne Schwierigkeiten aus der Beziehung der geraden Druckstauchungslinie zum wirklichen Kurvenverlauf erhalten. Hierbei ergibt sich für die abgeänderte Querschnittsgrösse F^r eine Lage des Schwerpunktes, die um eine Exzentrizität e^r von der normalen Lage entfernt ist. Die statische Stabachse weicht um den Betrag e^r von der geometrischen ab. Eine gleiche Exzentrizität ist bereits in

den Ableitungen zu der exakten Knickgleichung von Krohn in seiner Abhandlung « Knickfestigkeit » enthalten. Er kommt zu folgendem Wert :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{P.k + M}{J.K}$$

Hierin bedeutet ρ den Krümmungshalbmesser P und M die äusseren Kräfte, k die Exzentrizität, welche infolge der variablen Stauchungszahl in jedem Querschnitt verschieden gross auftritt, J das Trägheitsmoment des Querschnittes bezogen auf seine Schwerpunktsachse und K eine mittlere Stauchungszahl.

Nach der Integration der Gleichung

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{P(k+y)}{J.K}$$

unter der Annahme, dass k und K unveränderlich sind und weiteren Vereinfachungen erhält Krohn folgenden Wert :

$$\frac{\cos\frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{\sigma_k}{D_k}}}{1-\cos\frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{\sigma_k}{D_k}}} = \frac{\sigma_k}{D_k}\left(\frac{dD}{d\sigma}\right)_k$$

Diese Lösung stellt die Knickgleichung für den allgemeinen Fall dar unter Berücksichtigung, dass die Stauchungszahl D mit der Spannung veränderlich ist.

Da die Formänderungs- und Spannungsverhältnisse eines Stabes im mittleren, dem meist gefährdeten Querschnitt fast stets massgebend sind, halte ich es für zulässig, in der Gleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{P(k+y)}{J.K}$$

für die beiden Grössen k und K diejenigen Werte einzusetzen, die dem mittleren Querschnitt entsprechen und dann diese Grössen für den ganzen Stab als unveränderlich anzunehmen. Unter Berücksichtigung dieser Annahmen habe ich die allgemeine Knickgleichung auf einem anderen Wege ermittelt. Ein Stab, der in der Entfernung k exzentrisch belastet wird, biegt sich um die Grösse δ aus. Durch Auflösung einer Differentialgleichung und verschiedene Vereinfachungen erhalte ich :

$$\lambda = \frac{2}{\sqrt{\frac{\sigma}{D}}}\arccos\frac{k}{\delta+k} = \frac{2}{\sqrt{\frac{\sigma}{D}}}\arccos\frac{\frac{k}{\delta}}{1+\frac{k}{\delta}}$$

Die exakte Lösung nach Krohn zeigt hingegen folgendes Ergebnis :

$$\lambda = \frac{2}{\sqrt{\frac{\sigma_k}{D_k}}}\arccos\frac{\frac{\sigma_k}{D_k}\left(\frac{dD}{d\sigma}\right)_k}{1+\frac{\sigma_k}{D_k}\left(\frac{dD}{d\sigma}\right)_k}$$

Aus diesen beiden Gleichungen ist zu folgern :

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{\sigma_k}{D_k}\left(\frac{dD}{d\sigma}\right)_k$$

Setze ich $D = E$, dem Elastizitätsmodul, so wird $\left(\frac{dD}{d\sigma}\right)_k = 0$ und damit $k = 0$.

Dann ergibt sich $\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$ und $\lambda = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\sigma}{E}}}$ oder $\sigma = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

Bei konstanter Stauchungszahl $D = E$ oder einem Exzentrizitätsmass $k = 0$ erhält man somit die Euler'sche Gleichung.

Setze ich $\sigma = \frac{P}{F}$ und $\frac{k}{\delta + k} = \gamma$ so wird :

$$P = \frac{4\,D.J}{l^2}(\arccos \gamma)^2$$

$$= \frac{4\,D.J}{l^2}\left(\frac{\pi}{2} - \gamma - \frac{1}{6}\gamma^3 \ldots\right)^2$$

Das erste Glied dieser Reihenbildung ist die Kármán'sche Formel :

$$P = \frac{\pi^2\,D.J}{l^2}$$

Demnach liefert dieser Näherungsausdruck zu grosse Werte, wie auch ein Vergleich mit den Versuchsergebnissen zeigt.

Bezeichne ich in der Gleichung

$$\sigma = \frac{4\,D}{\lambda^2}\left(\arccos \frac{k}{\delta + k}\right)^2$$

den Wert $\arccos \frac{k}{\delta + k}$ mit dem Ausdrucke α, so wird die Knickspannung allgemein :

$$\sigma = \frac{4\,D}{\lambda^2}\alpha^2$$

Im elastischen Bereich ergibt sich mit $\alpha = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{k}{\delta + k}$ für $k = 0$ der Wert $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und D dem Stauchungsmass gleich dem Elastizitätsmodul E die Euler'sche Gleichung

$$\sigma_{Euler} = \frac{4\,E}{\lambda^2} \cdot \frac{\pi^2}{4} = \frac{E\,\pi^2}{\lambda^2} = \sigma_E$$

Nehme ich diese Gleichung als Grundlage des Knickspannungswertes, so kann ich schreiben :

$$\sigma = \sigma_E . \frac{D}{E} \cdot \frac{\alpha^2 . 4}{\pi^2} = \sigma_E . 0{,}4053 \frac{D}{E} \cdot \alpha^2 = \sigma_E . \beta$$

Setze ich die Werte für D, $\alpha = \frac{\sigma}{D} \cdot \frac{dD}{d\sigma}$ und λ in die Gleichung ein, so ergeben sich die Werte β der Knickspannungsgleichung.

Trage ich diese Werte als Ordinaten der zugehörigen λ Werte auf s. Fig., so erhalte ich zwischen $\lambda = 35{,}5$ und $\lambda = 92{,}6$ d. h. bis zum Anschluss an die Eulerhyperbel angenähert eine gerade Linie, ebenso zwischen $\lambda = 3{,}7$ und $\lambda = 16{,}5$. Dazwischen d. h. zwischen $\lambda = 16{,}5$ und $\lambda = 35{,}5$ ist die β Linie eine Kurve vom n^{ten} Grad, wobei n ermittelt werden muss.

Als Knickspannungsgleichungen habe ich nunmehr für den elastischen und unelastischen Bereich folgende Werte errechnet :

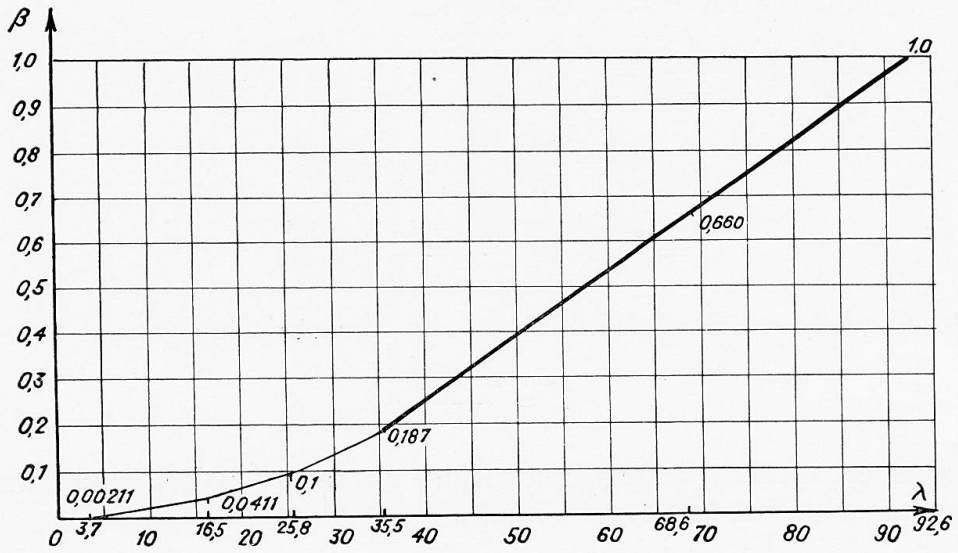

Fig. 1.

$$\sigma = \sigma_E = \frac{E\pi^2}{\lambda^2} \text{ für } \lambda > 92{,}6$$

$$\sigma = \sigma_E [0{,}0142\,\lambda - 0{,}318] \text{ für } \lambda = 92{,}6 \text{ bis } 35{,}5$$

$$\sigma = \sigma_E [0{,}00393\,(\lambda - 16{,}5).\,1{,}22 - 0{,}0411] \text{ für } \lambda = 35{,}5 \text{ bis } 16{,}5$$

$$\sigma = \sigma_E [0{,}00305\,\lambda - 0{,}00918] \text{ für } \lambda = 16{,}5 \text{ bis } 3{,}7$$

Da in der Stahlbautechnik Stabglieder unter einem Schlankheitsgrad von $\lambda = 35{,}5$ nur sehr selten oder garnicht vorkommen, kann ich folgenden Wert als die genaueste und einfachste Knickgleichung im unelastischen Bereich bezeichnen :

$$\sigma = \sigma_E [0{,}0142\,\lambda - 0{,}318]$$

Diese Funktion vom ersten Grade ist für die Anwendung in der Praxis unbedingt zu empfehlen.

Traduction.

Dans son Rapport d'Introduction sur la stabilité et la résistance des pièces travaillant à la compression et à la flexion, M. le Professeur Dr. L. Karner a étudié le processus du flambage en s'efforçant de pénétrer plus avant dans le