Discussion

den, im Gegensatz zu dem Fall der Biegung durch Druckkräfte von verschiedener Exzentrizität.

Fig. 2 gilt für die erste Annäherung, d. h. wenn die Steigung der Biegungslinie im Vergleich zu 1 vernachlässigt wird [1]. Die genauere Rechnung gibt keine wesentliche Aenderung, ausgenommen in der Nähe des Verzweigungspunktes, wie in Fig. 3 schematisch angedeutet ist. Die Abbildungen setzen eine genügend hohe Proportionalitätsgrenze voraus. Bei begrenzter Elastizität ergeben sich analoge Zusammenhänge von weniger einfacher Form. Man vergleiche die Rechnungen von L. Karner [2] und E. Chwalla [3] für den Sonderfall $w_2 = w_1$.

Traduction.

Dans les barres soumises à une compression centrée, à chaque charge correspond en général un état d'équilibre déterminé et la question de l'instabilité ne se pose pas. L'étude du cas d'exception a fait l'objet de travaux, effectués d'ailleurs indépendamment, de Zimmermann [4] et de Chwalla [5].

Supposons une barre prismatique, ne supportant aucun effort, que l'on soumet, dans le plan de rigidité minimum, à une charge de compression appliquée excentriquement ;

$$P = \psi P_E$$

(P_E = charge de flamblage d'Euler). Supposons que les excentricités aux deux extrémités de la barre soient de même importance, mais de signes contraires. Le milieu de la barre se trouve sur la droite qui joint les points d'application des efforts et ne subit aucune flexion. Les courbes de déformation par flexion pour $\psi < 1$ sont symétriques par rapport à ce point et stables. Si $\psi = 1$, l'équilibre est alors labile et l'on a :

$$w(\zeta) = w_1 \cos \pi\zeta + C \sin \pi\zeta$$

le coefficient C pouvant prendre des valeurs arbitraires (Voir figure 1).

Pour des excentricités inégales w_1 et w_2 la déformation par flexion au milieu de la barre est donnée par :

$$w_M = \frac{w_1 + w_2}{2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\psi}\right)}$$

La relation entre w_M et ψ est indiquée sur la figure 2 pour différentes valeurs du coefficient w_2/w_1. Pour

$$w_2 = - w_1$$

---

1. K. von Sanden und F. Tölke, Ueber Stabilitätsprobleme dünner, kreiszylindrischer Schalen. Ingenieur-Archiv 3 (1932).
2. L. Karner, Vorbericht S. 20.
3. E. Chwalla, Die Stabilität zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe aus Baustahl. Sitzungsberichte der Wiener Akademie, Wien, 1928.
4. H. Zimmermann, Lehre vom Knicken auf neuer Grundlage, Berlin, 1930, page 41.
5. E. Chwalla, Eine Grenze elastischer Stabilität unter exzentrischem Druck. Z. angew., Math. Mech. 10 (1930) et : Lösungstypen elastostatischer Probleme. Dito 11 (1931).

on a :

$$w_M = 0$$

tant que ψ reste inférieur à 1. Pour $\psi = 1$, on obtient, suivant la première approximation du calcul, un état d'équilibre indifférent. Dans ce cas, w_M ne peut nullement constituer une mesure de la déformation. La figure 3 représente la déformation au quart de la barre w_V, en fait pour

$$w_2 = -0,99\ w_1$$

et pour le cas limite :

$$w_2 = -w_1$$

Cette déformation tend vers la valeur limite $w_V = 0,707\ w_1$ lorsque la charge augmente, $\psi \longrightarrow 1$.

Pour la charge d'Euler elle-même, on arrive à un point de bifurcation des conditions d'équilibre élastique. Il existe par suite une limite de stabilité, par opposition au cas de la flexion par suite de contraintes de compression suivant des excentricités différentes.

La figure 2 se rapporte à la première approximation, suivant laquelle on néglige l'accentuation de la courbe de flexion par rapport à 1 [1]. Un calcul plus précis n'accuse aucune modification sensible, si ce n'est au voisinage du point de bifurcation, ainsi qu'il est représenté d'une manière schématique sur la figure 3. Ces figures sont établies en supposant une limite de proportionnalité suffisamment élevée. Lorsque l'élasticité est limitée, on obtient des relations analogues sous une forme moins simple. Voir à ce sujet les calculs de L. Karner [2] et de Chwalla [3] pour le cas particulier correspondant à $w_2 = w_1$.

Dr. Ing. h. c. M. ROŠ,

Professor an der Eidgenössischen Technischen Hochschule und Direktor der Eidgenössischen Materialprüfungsanstalt, Zürich.

Zu den Diskussionsbeiträgen der Herren Professoren M. Broszko (Warschau), F. Hartmann (Wien), E. Chwalla (Brno), L. Baes (Bruxelles) und A. Mesnager (Paris) beehre ich mich, auch namens der wissenschaftlichen Mitarbeiter der E.M.P.A., Dr. Ing. J. Brunner und Dipl. Ing. A. Eichinger, mich wie folgt zu äussern.

Zu Prof. M. Broszko. Alle bisherigen Veröffentlichungen des Herrn Broszko die « Allgemeine Lösung des Knickproblems » betreffend, sowie die Behauptungen in den Diskussionsbeiträgen der Kongresse Wien (1928) und Paris (1932) beruhen auf mathematisch unrichtigen Ableitungen und physikalisch nicht zutreffenden Annahmen.

Im Schlusswort des Wiener Berichtes (Verlag Julius Springer Wien, 1929),

---

1. K. von Sanden et F. Tölke, Über Stabilitätsprobleme dünner kreiszylindrischer Schalen. — Ingenieur-Archiv 3, 1932.
2. L. Karner, Premier Congrès, Rapport Préliminaire, 1932.
3. E. Chwalla, Die Stabilität zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe aus Baustahl Wien. Akad. Vienne, 1928.