

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Diskussion

Autor: Ros, M. / Eichinger, A.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-499>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Dr. Ing. h. c. M. ROŠ,
 Professor an der Eidgenössischen Technischen Hochschule
 und Direktor der Eidg. Materialprüfungsanstalt, Zürich,

und

A. EICHINGER,
 Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Eidg. Materialprüfungsanstalt, Zürich.

Allgemeine Betrachtungen :

Durch die Versuche, welche in der Eidg. Materialprüfungsanstalt in den Jahren 1926-1929 durchgeführt worden sind¹ ist erbracht, dass das Mass der plastischen Gestaltänderung : δ_g in ebenso einfacher Weise von der Vergleichspannung : σ_g abhängig ist, wie bekannterweise das Mass der elastischen Gestaltänderung : e_g durch dieselbe bedingt ist, nämlich :

$$\begin{aligned} \text{elastisch : } e_g &= \sqrt{e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 - e_x e_y - e_y e_z - e_z e_x + \frac{3}{4}(g_{xy}^2 + g_{yz}^2 + g_{zx}^2)} \\ &= \frac{\sigma_g}{E} \left(1 + \frac{1}{m}\right) \end{aligned}$$

$$\text{worin : } \sigma_g = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

$$\begin{aligned} \text{und plastisch : } \delta_g &= \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2 - \delta_x \delta_y - \delta_y \delta_z - \delta_z \delta_x + \frac{3}{4}(V_{xy}^2 + V_{yz}^2 + V_{zx}^2)} \\ &= \frac{\sigma_g}{D} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\text{sowie gesamt : } \varepsilon_g = e_g + \delta_g = \sigma_g \left\{ \frac{1}{E} \left(1 + \frac{1}{m}\right) + \frac{1}{D} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \right\}$$

| Es sind : | elastisch : | plastisch : | total : |
|---|--|----------------------------------|---------|
| $e_x = \frac{1}{E} \left\{ \sigma_x - \frac{1}{m} (\sigma_y + \sigma_z) \right\}$ | $\delta_x = \frac{1}{D} \left\{ \sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) \right\}$ | $\varepsilon_x = e_x + \delta_x$ | |
| $e_y = \frac{1}{E} \left\{ \sigma_y - \frac{1}{m} (\sigma_z + \sigma_x) \right\}$ | $\delta_y = \frac{1}{D} \left\{ \sigma_y - \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_x) \right\}$ | $\varepsilon_y = e_y + \delta_y$ | |
| $e_z = \frac{1}{E} \left\{ \sigma_z - \frac{1}{m} (\sigma_x + \sigma_y) \right\}$ | $\delta_z = \frac{1}{D} \left\{ \sigma_z - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \right\}$ | $\varepsilon_z = e_z + \delta_z$ | |
| $g_{xy} = \frac{2}{E} \tau_{xy} \left(1 + \frac{1}{m}\right)$ | $V_{xy} = \frac{2}{D} \tau_{xy} \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ | $\gamma_{xy} = g_{xy} + V_{xy}$ | |

1. M. ROŠ u. A. EICHINGER, Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr : I Flussstahl, 1926, III Metalle, 1929 E.M.P.A.

M. ROŠ u. A. EICHINGER, Kongress f. techn. Mechanik, Stockholm, 1930. « Weitere Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr. »

$$\begin{aligned}
 g_{yz} &= \frac{2 \tau_{yz}}{E} \left(1 + \frac{1}{m}\right) & V_{yz} &= \frac{2 \tau_{yz}}{D} \left(1 + \frac{1}{2}\right) & \gamma_{yz} &= g_{yz} + V_{yz} \\
 g_{zx} &= \frac{2 \tau_{zx}}{E} \left(1 + \frac{1}{m}\right) & V_{zx} &= \frac{2 \tau_{zx}}{D} \left(1 + \frac{1}{2}\right) & \gamma_{zx} &= g_{zx} + V_{zx}
 \end{aligned}$$

Ebenso wurde damit erbracht, dass die plastische Volumenänderung ziemlich genau gleich Null ist : $\delta_x + \delta_y + \delta_z = 0$, weil $m = 2$; die mittlere Normalspannung $\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$ ohne Einfluss auf die plastische Formänderung ;

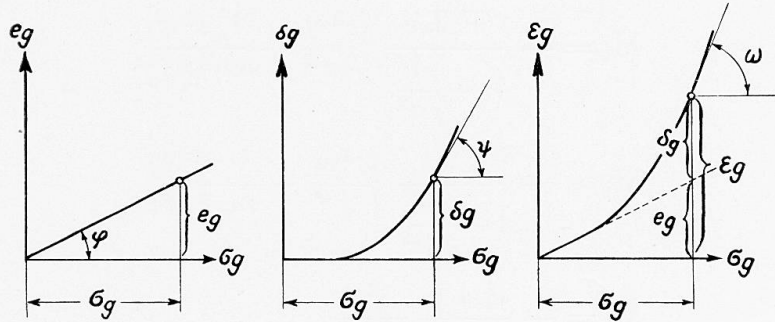


Fig. 1.

sowie dass die Quasiisotropie auch nach dem Ueberschreiten der E-Grenze bewahrt bleibt, da der Plastizitätsmodul D in allen Richtungen derselbe ist.

In bestimmten Fällen ist es günstiger, mit der Tangente an das $\sigma_g - \delta_g$ — Diagramm Fig. 1. zu operieren, statt mit dem D-Modul bzw. mit der plastischen Dehnungszahl $\frac{1}{D} = \frac{2}{3} \frac{\delta_{gx}}{\sigma_{gx}}$.

Das Letztere ist namentlich der Fall bei den Knickproblemen der Platten, von welchen wir beispielsweise die rechteckige Platte behandeln wollen :

Knicken rechteckiger Platten :

Wird die Platte in ebenem Zustand zentrisch durch σ_x^k und σ_y^k bis zur Knicklast gebracht, wobei die Elastizitätsgrenze überschritten ist, so treten bei einer virtuellen Verbiegung der Platte folgende Kräfteänderungen unter der Voraussetzung des Ebenbleibens der Querschnitte auf.

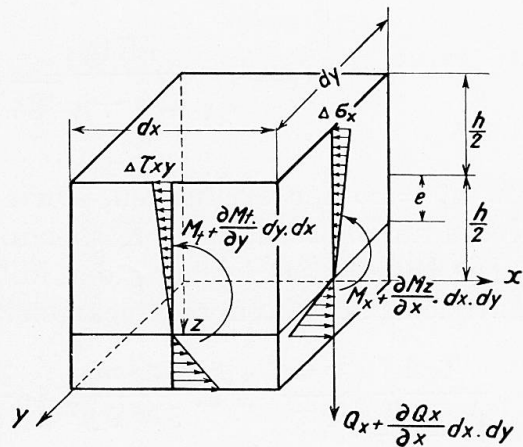


Fig. 2.

$$\begin{aligned}
 \text{Weil : } \Delta \epsilon_x &= \Delta e_x + \Delta \delta_x = \frac{1}{E} \left(\Delta \sigma_x - \frac{\Delta \sigma_y}{m} \right) + \text{tg } \psi \cdot \frac{2}{3} \left(\Delta \sigma_x - \frac{\Delta \sigma_y}{2} \right) \\
 \Delta \epsilon_y &= \Delta e_y + \Delta \delta_y = \frac{1}{E} \left(\Delta \sigma_y - \frac{\Delta \sigma_x}{m} \right) + \text{tg } \psi \cdot \frac{2}{3} \left(\Delta \sigma_y - \frac{\Delta \sigma_x}{2} \right) \\
 \Delta \gamma_{xy} &= \Delta g_{xy} + \Delta V_{xy} = 2 \tau_{xy} \left\{ \frac{1}{E} \left(1 + \frac{1}{m} \right) + \text{tg } \psi \right\}
 \end{aligned}$$

ist, können $\Delta \sigma_x, \Delta \sigma_y, \Delta \tau_{xy}$ daraus ermittelt werden.

Die konkave Seite folgt, was die Spannungsverteilung im Schnitt betrifft, der Tangente an das $\sigma_g - \varepsilon_g$ - Diagramm ($\text{tg } \varphi + \text{tg } \psi$), die konvexe Seite dem $\text{tg } \varphi$ des $\sigma_g - \varepsilon_g$ - Diagrammes d. h. E-Gesetz. Daraus erhält man den Abstand der neutralen Fläche von der Mittelfläche :

$$e = \frac{h}{2} \frac{\sqrt{\text{tg } \omega} - \sqrt{\text{tg } \varphi}}{\sqrt{\text{tg } \omega} + \sqrt{\text{tg } \varphi}} \text{ worin } \text{tg } \omega = \text{tg } \varphi + \text{tg } \psi$$

Nun ist leicht, M_x , M_y , und M_t zu ermitteln, nämlich :

$$M_x = - \frac{E.J.c}{1 - \frac{1}{m^2}} \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\}$$

$$M_y = - \frac{E.J.c}{1 - \frac{1}{m^2}} \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\}$$

$$M_t = - \frac{E.J.c}{1 + \frac{1}{m}} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$\text{worin } J = \frac{h^3}{12} \text{ und } c = \frac{4 \text{tg } \varphi}{E \left\{ \sqrt{\text{tg } \omega} + \sqrt{\text{tg } \varphi} \right\}^2}$$

Bezeichnet man ähnlich wie beim Knicken zentrisch gedrückter Stäbe das Produkt $E.c = T_k = \text{Knickmodul}$, so kommt man zu :

$$T_k = \frac{4 E \text{tg } \varphi}{\left\{ \sqrt{\text{tg } \omega} + \sqrt{\text{tg } \varphi} \right\}^2} = \frac{4 E \frac{1}{\text{tg } \omega}}{\left\{ \sqrt{\frac{1}{\text{tg } \varphi}} + \sqrt{\frac{1}{\text{tg } \omega}} \right\}}$$

Für $m = \infty$ der elastischen, sowie plastischen Deformationen geht der T_k - Modul für plattenförmige Körper in denjenigen für Stäbe über.

Die Differentialgleichung der in beiden Axenrichtungen über die E-Grenze zentrisch gedrückten, rechteckigen Platte lautet bei einer virtuellen Verbiegung :

$$\frac{T_k J}{1 - \frac{1}{m^2}} \left\{ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right\} + h \cdot \left\{ \sigma_x^k \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y^k \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} = 0$$

Es ergibt sich daraus, dass die Durchbiegungsfläche ihre Form auch im Gebiet ausserhalb der E-Grenze nicht ändert, z. B. bei allseitig geführter Platte :

$$\omega = f \cdot \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$$

womit alles gegeben ist, um Knickprobleme rechteckiger Platten auch ausserhalb der E-Grenze bei verschiedenen Randbedingungen lösen zu können.