Die Zähigkeit des Stahles, die Wirkung der raschen und der wiederholten Beanspruchungen

Autor(en): **L'Hermite, R.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **2 (1936)**

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-2765

I 4

Die Zähigkeit des Stahles, die Wirkung der raschen und der wiederholten Beanspruchungen.

La ductilité de l'acier, l'action des efforts rapides et des efforts répétés.

The Ductility of Steel; the Effect of Rapidly Imposed and Repeated Loading.

R. L'Hermite,

Directeur adjoint des Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris.

Die meisten Arbeiten, die sich auf die Zähigkeit des Stahles und der Auswirkung derselben auf die Sicherheit der Bauwerke beziehen, heben den Einfluß des Faktors „Zeit" nicht deutlich genug hervor. Es besteht kein Zweifel, daß dieser Faktor eine hervorragende Rolle spielt, besonders in jenen Fällen, wo die äußeren Kräfte rasch wirken, d. h. wenn die Belastungs- und Dehnungsgeschwindigkeiten groß sind. Dies tritt ein für dynamische Lasten, für welche eine Spannungsangleichung im allgemeinen nicht eintritt.

Für einen durch die Kraft F beanspruchten festen Körper ist die relative Formänderung zwischen zwei Punkten die Summe von zwei Formänderungen: einer elastischen, die mehr oder weniger rasch mit der Kraft F wieder verschwindet, und einer zweiten bleibenden oder plastischen Formänderung. Damit tritt die Frage der elastischen Nachwirkungen auf, die von *Volterra* in der Physik eingeführt wurde. In diesem Sonderfall werden wir sagen, daß der Angriff einer kleinen Kraft dF nicht unmittelbar die gesamte Deformation, elastische und plastische, erzeugt. Bei der Belastung und bei der Entlastung tritt eine zeitliche Verschiebung in der Verformung ein; die Folge davon ist ein Deformationsrückstand abhängig von einer Funktion Φ der elastischen Nachwirkung. Der Wert der Funktion Φ nimmt in unbestimmter Weise mit der Zeit ab. Unter diesen Bedingungen lautet der Ausdruck der elastischen Formänderung wie folgt:

$$x(t) = \int_0^t M[(t-r), F]\, N(F) \cdot \frac{dF}{dr}\, dr$$

der Ausdruck der plastischen Deformation lautet:

$$x'(t) = \int_0^t \mathfrak{M}[(t-r), F]\, \mathfrak{N}(F) \cdot \frac{dF}{dr}\, dr$$

Der erste Ausdruck gilt für alle Fälle der Belastung und der Entlastung; der zweite Ausdruck ist nur in dem Falle gültig, wo $\frac{dF}{dr}$ positiv ist. Im Falle der wiederholten Belastung, beispielsweise, wird die plastische Formänderung bei der ersten Belastung erreicht, sie kann in erster Annäherung durch eine Anfangskonstante ausgedrückt werden.

Für M(t) ergibt die Rechnung in erster Annäherung $M = 1 - e^{-\lambda t}$ und für N eine von der Beschaffenheit des betrachteten Körpers abhängige Funktion. In gleicher Weise haben wir

$$\mathfrak{M} = \alpha - \beta \cdot e^{-\mu t}.$$

Auf diesem Wege erhalten wir eine gewisse Anzahl von Ausdrücken, deren Anwendung geläufig ist:

Plastisches Fließen unter konstanter Last

$$x'(t) = [\alpha t + \beta (1 - e^{-\mu t})]\, \sigma(F).$$

(Diese Formel stimmt genau mit jener von Professor *Roš* auf experimentellem Wege ermittelten Formel.)

Elastische Deformation unter einer nach bestimmtem Gesetze wachsenden Last

$$x(t) = \frac{F(t)}{E} - \frac{1}{E}\int_0^t e^{-\lambda(t-r)} \frac{dF}{dr} \cdot dr$$

Für den Fall einer linear zunehmenden Last hat man:

$$x(t) = \frac{p}{E}\left(t - \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda}\right)$$

das erste Glied stellt die gesamte elastische Formänderung und das zweite Glied die Verzögerung oder elastische Hysteresis dar.

Die Formänderung unter einer mit der Zeit sinusförmig veränderlichen Kraft

$$x(t) = \frac{p}{E} \cdot \sin \varkappa\eta t - \frac{\varkappa\eta p}{E} \cdot \frac{\lambda \cos \varkappa\eta t + \varkappa\eta \sin \varkappa\eta t}{\lambda^2 + \varkappa^2\eta^2}$$

Das zweite Glied stellt die Abnahme der Schwingweite der Formänderung in Funktion der Frequenz dar. Durch den Vergleich dieses zweiten Gliedes mit den experimentellen Ergebnissen bei wiederholter Biegung kann der Beiwert λ berechnet werden. Für einen Kohlenstoff-Stahl mit einer Bruchgrenze von 60 kg/mm² fanden wir den Wert λ gleich $5{,}25 \cdot 10^3$.

Die gesamte Formänderung unter einer wachsenden Last ist durch den Ausdruck gegeben:

$$X(t) = \frac{F(t)}{E} - \frac{1}{E}\int_0 e^{-\lambda(t-r)} \frac{dF}{dr}\, dr$$

$$+ \alpha \int_0^t \mathfrak{N}(F)\,(t - r) \frac{dF}{dr}\, dr + \beta \int_0^t \mathfrak{N}(F)\,(1 - e^{-\mu(t-r)}) \frac{dF}{dr}\, dr$$

Die genaue Betrachtung dieser Funktion zeigt, daß die plastische Formänderung für eine bestimmte Gesamtlast mit zunehmender Belastungsgeschwindigkeit abnimmt. Der Fall der raschen Belastungszunahme tritt für die Bauwerke sehr häufig auf; es ist also augenscheinlich, daß für ein gleiches Bauwerk verschiedene Anpassungsfähigkeiten und Plastizitätsgesetze vorausgesetzt werden müssen, je nachdem es sich um einen Stoß oder um eine langsame Belastung handelt.

Experimentelle Untersuchungen bezüglich dieser Fragen haben ferner gezeigt, daß für den Fall einer harmonisch wiederholten Belastung der Elastizitätsmodul mit der Zeit veränderlich ist. Wir haben überdies beobachtet, daß diese Änderung von der Schwingweite der Belastung abhängt. Für eine kleine Belastung nimmt der Beiwert λ ab und nähert sich dem Endwert λ; der Körper paßt sich den Beanspruchungen an, denen er unterworfen ist. Im Gegensatz dazu weist der Quozient λ eine Zunahmetendenz auf, sobald die Schwingweite der Kraft eine genau bestimmte Grenze überschreitet. Dieser Grenzwert zwischen den beiden Erscheinungen ist ungefähr gleich der Dauerfestigkeit, die für den gleichen Körper in unabhängiger Weise gemessen worden ist. Man findet hier die bisher fehlende Verbindung zwischen der Verformung und dem Bruch für den Fall der wiederholten Belastung. Dies stimmt übrigens mit den Messungen der Fähigkeit der Milderung überein; nach diesen Messungen nehmen die logarithmischen Dekremente der Schwingungen, hervorgerufen durch aufeinander folgende Impulse ab, wenn man sich unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze, und zu, wenn man sich oberhalb dieser Grenze befindet.

Diese Theorie gibt uns die Möglichkeit, die Frage der Fortpflanzung der Schwingungen in festen Körpern zu studieren. Fügen wir bei, daß mit Rücksicht auf die hohen Schwingungszahlen und die geringen Schwingungsweiten der akustischen Schwingungen z. B., die plastischen Erscheinungen bezüglich der Fortpflanzung eine eingeschränkte Rolle spielen. Einzig die elastische Hysteresis kann eine gewisse Bedeutung haben. Aus unseren ersten Gleichungen folgt die allgemeine Gleichung der Fortpflanzung einer Erschütterung:

$$\delta \frac{d^2u}{dt^2} = E \frac{d^2u}{dx^2} + \int_0^t e^{-\lambda(t-r)} \frac{d^3u}{dx^2\,dr}\,dr$$

und

$$\delta \frac{d^2u}{dt^2} = E \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{E}{\lambda} \cdot \frac{d^3u}{dx^2dt} - \frac{E}{\lambda^2} \frac{d^4u}{dx^2dt^2} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{E}{\lambda^n} \frac{d^{n+2}u}{dx^2dr^n} + \ldots$$

Da λ einen hohen Wert hat, kann obige Gleichung auf die beiden ersten Glieder des Ausdrucks rechts beschränkt werden. Die Gleichung stimmt alsdann mit der bereits bekannten Gleichung der Fortpflanzung in zähen Medien überein, wobei $\frac{E}{\lambda}$ den Zähigkeitswert darstellt.