

# Essais: signification et application des résultats

Autor(en): **Maier-Leibnitz, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht**

Band (Jahr): **2 (1936)**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-2916>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Essais; signification et application des résultats.

## Versuche, Ausdeutung und Anwendung der Ergebnisse.

Test Results, their Interpretation and Application.

Dr. Ing. H. Maier-Leibnitz,

Professor an der Technischen Hochschule, Stuttgart.

### A. La poutre simple à âme pleine.

Afin de rendre plus significatifs les essais effectués sur des poutres continues nous montrerons d'abord comment se comporte une poutre simple de portée  $l$  (fig. 1) chargée en son milieu [1]. Il s'agit d'une poutre I 14 · 14 qui possède, sur la base des dimensions réelles de la poutre, les caractéristiques suivantes:  $F = 43,2 \text{ cm}^2$ ,  $J = 1525 \text{ cm}^4$ ,  $W = 214 \text{ cm}^3$ . Quatre éprouvettes prélevées dans

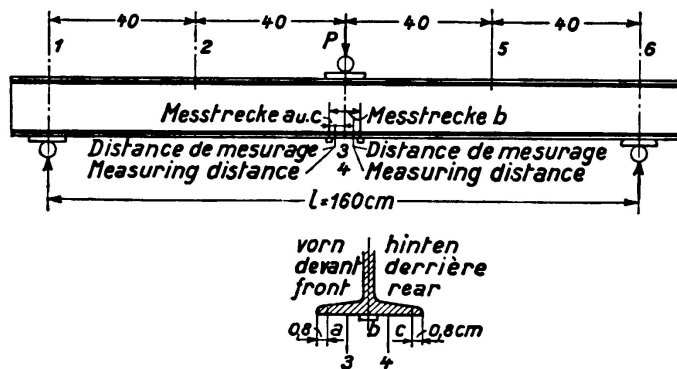


Fig. 1.

les ailes ont donné une contrainte d'écoulement moyenne  $\sigma_s = 2,437 \text{ t/cm}^2$ . La fig. 2 montre les flèches totales et permanentes au milieu de la poutre, la fig. 3 les allongements totaux et permanents (moyens) des distances entre repères a et c, situées au milieu de la poutre sur l'aile inférieure. On a observé que des écailles se détachaient au-dessous de l'aile comprimée lorsque  $P = 12,8 \text{ t}$  et pour une charge  $P_v = 17,15 \text{ t}$  la poutre a fléchi transversalement, ce qui l'a rendue définitivement inutilisable.

Par *résistance* d'une telle poutre, on peut entendre bien des choses. En partant du point de vue qu'une poutre devient inutilisable dès l'apparition de déformations permanentes, on pourrait entendre par résistance  $[P_T]$ , la valeur de  $P$ , pour laquelle la limite d'écoulement est atteinte dans la fibre extrême de la section du moment maximum, et à partir de laquelle, pour un  $P$  croissant, on obtient des allongements et des flèches permanents. Le moment



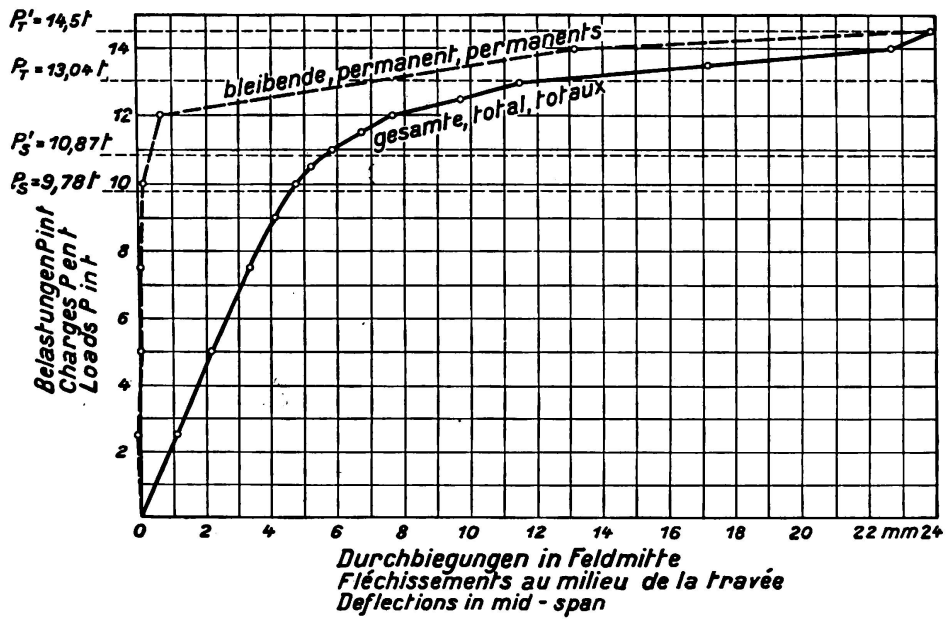


Fig. 2.  
Poutre 11a.  
Moyenne des fléchissements du point milieu de la poutre 3, 4.

qui agit dans notre cas est à cet instant:  $M_s = W \cdot \sigma_s = 214 \cdot 2,437 \text{ tcm}$  et la résistance  $[P_T] = \frac{4 W \cdot \sigma_s}{l} = 13,04 \text{ t}$ . La fig. 3 montre qu'effectivement des déformations permanentes commencent à se produire pour cette charge.

On a souvent essayé de déterminer par calcul le «moment supportable»  $M'_s$  qui ne peut être dépassé et qui correspond au moment intérieur des tensions lorsque toute la section est plastifiée (par ex. *Grüning* dans [2]; *Fritsche* [3]; *Hartmann* [4]; *Fritsche* [5] ainsi que dans les autres articles et les méthodes de calcul de *Prager* et *Kuntze* indiqués dans [5]). Ainsi que *Fritsche* le démontre

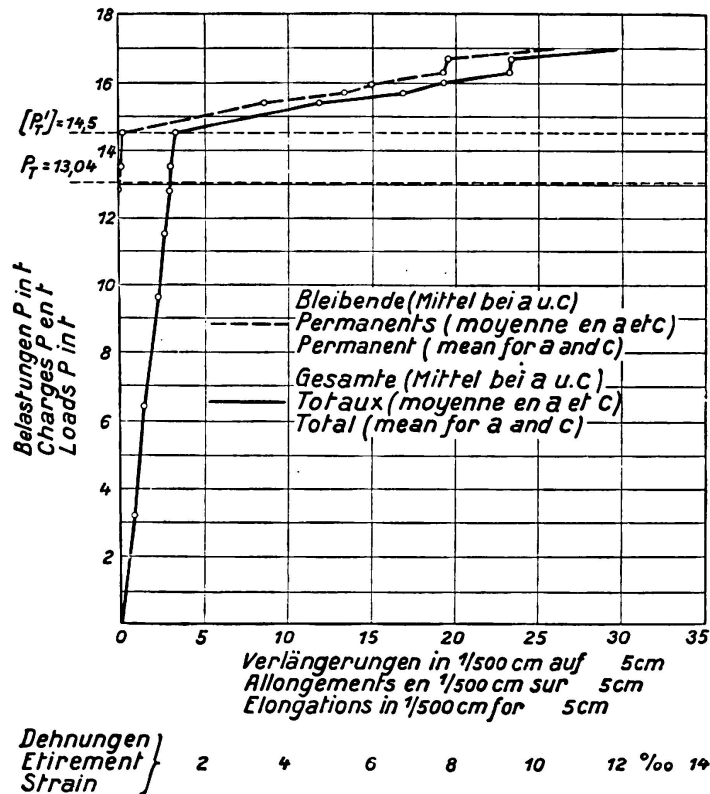


Fig. 3.  
Poutre 11a.

dans [5], on ne peut s'attendre que dans une marge très large à une concordance mathématique entre les essais et les calculs (les sections ne restent pas planes avec l'accroissement de la plasticité; oscillations dans la hauteur de la limite d'écoulement; solidifications locales).

Dans l'essai que nous considérons, on peut très bien lire sur la fig. 3 et même sur la fig. 2 un  $[P'_T] = 14,5$  t à partir duquel les allongements permanents à l'aile inférieure au-dessous du point d'application de la force ainsi que les flèches, croissent à peu près sans entrave. Le moment que peut supporter notre poutre,  $M'_s$  est  $\frac{[P'_T] \cdot l}{4} = 580$  tcm (cf. aussi chapitre Da).<sup>1</sup> Nous avons dans ce cas

$$\frac{[P'_T]}{[P_T]} = \frac{14,50}{13,04} = 1,10.$$

Les essais publiés dans [1] ont donné pour une disposition de la charge suivant la fig. 1, le rapport  $\frac{14,70}{12,66} = 1,16$  pour un profilé I *Burbach*  $\frac{152}{127}$  et  $\frac{8,30}{7,61} = 1,09$  pour une poutrelle I 16.

De toute façon il n'est pas exact, ainsi que l'a déjà fait remarquer *M. Grüning* dans [2], de donner au  $P_v$  indiqué ci-dessus ou au  $P_w$  du travail de *Stüssi-Kollbrunner* [6] une signification déterminante pour la résistance ou de désigner la résistance par ces valeurs.

Pour l'interprétation qualitative des essais, décrits dans les chapitres B à E, effectués sur des poutres continues ou encastées, ainsi que pour le projet de procédé simple de dimensionnement de ces poutres, il est important d'indiquer que d'une manière analogue à la fig. 4a, la courbe OCDE de la fig. 4b (identique à la fig. 5 de [1]) représente la flèche permanente  $f$  d'une poutre AB (ou de même la déformation  $\varphi$ ) en fonction de la charge  $P$  (ou du moment en travée  $\frac{Pl}{4}$ ). Afin de simplifier cette interprétation, on peut remplacer la ligne brisée CDE par l'horizontale FG et la courbure de la poutre de la fig. 4a après la décharge par un angle au point milieu, c'est-à-dire introduire les valeurs

$$\varphi = \frac{2f}{l} \text{ et } f = \frac{\varphi l}{4}$$

Cette *hypothèse simplifiée d'interprétation* provient de ce que l'on admet qu'en principe la poutre ne peut pas supporter un moment plus grand que  $M'_s = \frac{[P'_T]l}{4}$ , dans le cas que [ nous avons considéré un moment plus grand que  $M'_s = 580$  tcm et que ] sous l'effet de ce moment la poutre prend la forme d'une ligne brisée. C'est comme si l'on admettait au point d'application de la force et sous l'effet de  $[P'_T]$  la formation d'une articulation dans laquelle un moment intérieur  $M'_s$  maintenant l'équilibre, s'opposait au moment en travée.

<sup>1</sup> Si l'on se représente les points de mesurage des fig. 2 et 3 reliés par des courbes, on pourrait aussi lire  $[P'_T] = 15$  t; on aurait alors  $M'_s = 600$  tcm.

D'autres essais sur la poutre simple sont décrits dans [7], [8], [9], [10] et [11].

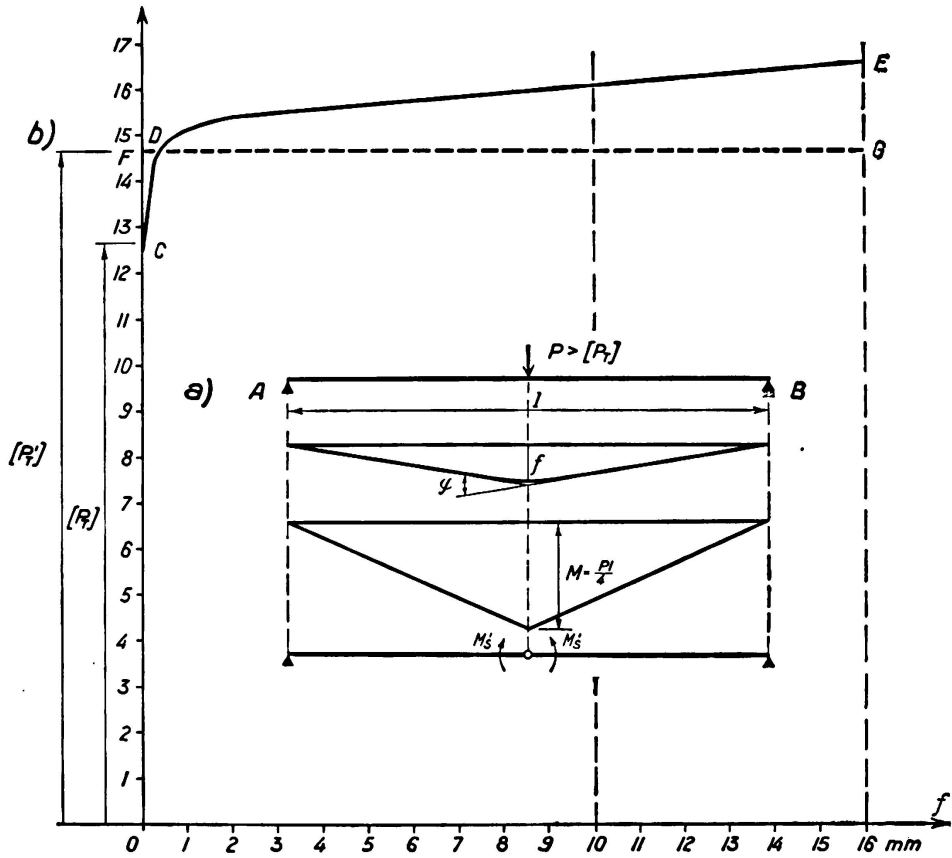


Fig. 4.

**B. Poutres continues sur deux ouvertures et identiquement chargées dans les deux travées.**

La fig. 5 donne un aperçu des essais effectués par l'auteur avec deux I 16 accouplés, essais décrits dans [11]. Quatre cas y sont comparés entre eux et l'on a reporté les valeurs  $P_{adm}$  qui, d'après la théorie ordinaire engendrent la tension  $\sigma_{adm} = 1,2 \text{ t/cm}^2$ : cas I, poutre simple; cas II, poutre continue posée

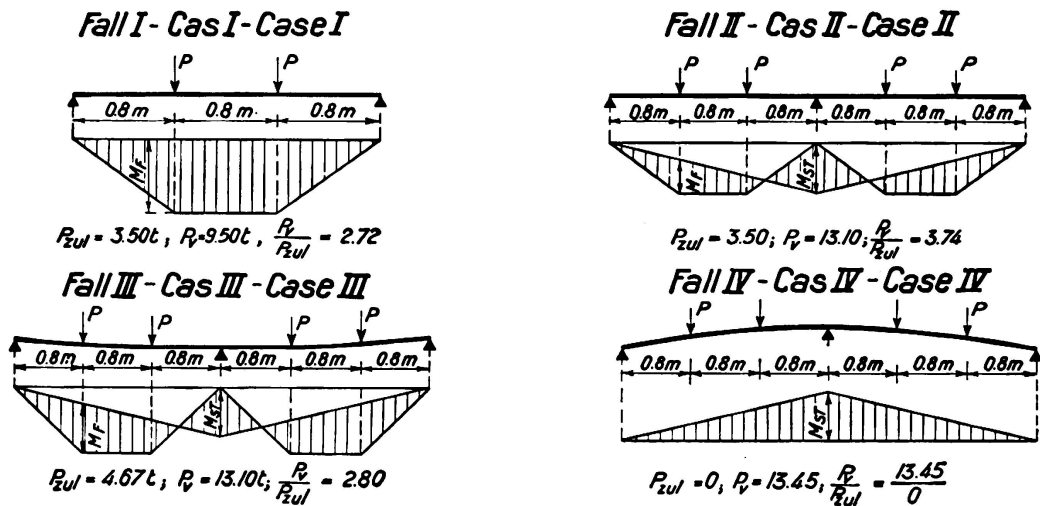


Fig. 5.

sur des appuis de même hauteur; cas III, poutre continue dont l'appui central a été abaissé de telle sorte que le moment en travée  $x =$  le moment sur l'appui  $=$  le moment admissible:  $W \cdot \sigma_{adm}$ ; cas IV, poutre continue dont les appuis extrêmes ont été abaissés de telle sorte que le moment admissible:  $W \cdot \sigma_{adm}$  apparaisse au droit de l'appui central. Le refus de toutes les poutres s'est produit pour des charges  $P_v$  par amollissement aux environs des points d'application des forces extérieures après l'apparition de déformations permanentes inadmissiblement élevées. Les flèches mesurées au milieu des travées sont reportées pour les quatre cas dans la fig. 6.

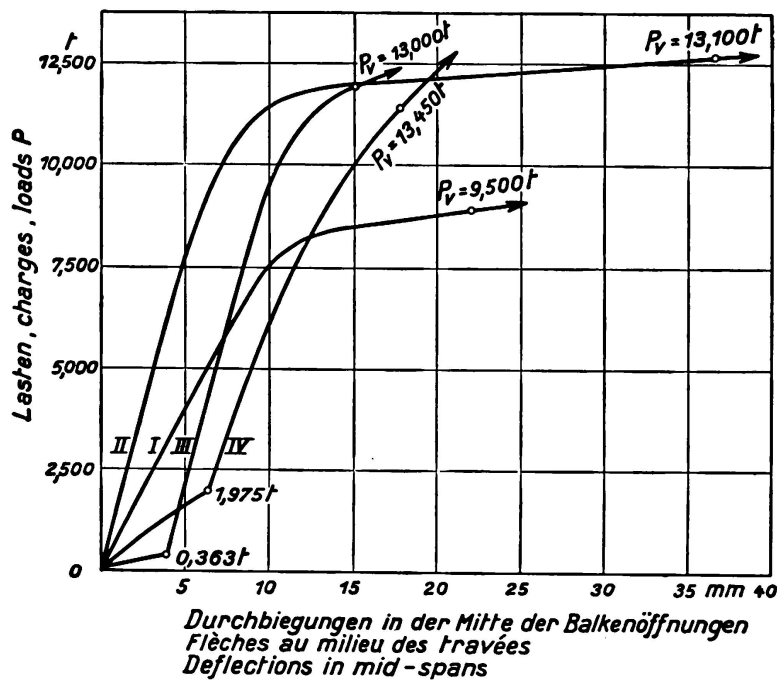


Fig. 6.

Dans l'essai de la poutre du cas I on observa les premières lignes d'écoulement dans la semelle tendue au-dessous des points d'application des forces pour un  $[P_T] = 7,5$  t, c'est-à-dire pour une tension calculée de  $2,70$  t/cm<sup>2</sup> (plus petite que l'effort moyen d'écoulement de  $2,94$  t/cm<sup>2</sup> obtenu dans les essais de traction). Les essais ont montré que l'on pouvait admettre  $[P'_T] = 8,5$  t. Le moment qui peut être supporté est donc de  $M'_s = 8,5 \cdot 80 = 680$  tcm. Le moment résistant effectif est pour les deux profilés de  $222$  cm<sup>3</sup>  $M_s = W \cdot \sigma_s$  est pour un  $\sigma_s = 2,70$  t/cm<sup>2</sup> de  $222 \cdot 2,7 = 600$  tcm et pour un  $\sigma_s = 2,94$  t/cm<sup>2</sup> de  $665$  tcm.  $\frac{[P'_T]}{[P_T]} = 1,14$ ;  $\frac{M'_s}{M_s} = \frac{680}{600} = 1,14$  ou  $\frac{680}{665} = 1,02$ . On voit ainsi que l'on ne peut déterminer  $M'_s$  en partant de la limite d'écoulement obtenue dans les essais de traction.

### Essais cas II.

Les observations les plus importantes faites au cours de l'essai sont contenues dans la fig. 7, les fléchissements moyens sont donnés dans la fig. 8 et les allon-

<sup>2</sup> Les valeurs de la résistance des poutres simples sont placées entre crochets [ ]. Donc  $[P_T]$  et  $[P'_T]$  se rapportent toujours ici et dans la suite aux poutres simples de comparaison.

gements mesurés à l'aile supérieure sur une distance de 100 mm au droit de l'appui central sont représentés par la fig. 9. Les caractéristiques de la section calculées d'après les dimensions effectives des poutres ont été additionnées et sont:  $F = 43 \text{ cm}^2$ ,  $J = 1727 \text{ cm}^4$ ,  $W = 211 \text{ cm}^3$ ; la tension moyenne d'écoulement, déterminée par essais de traction, est de  $2,51 \text{ t/cm}^2$ . Si de là, on voulait calculer  $M'_s$ , on obtiendrait suivant la désignation du chapitre A,  $M_s = 211 \cdot 2,51 = \sim 530 \text{ tcm}$ . Dans ce cas on obtiendrait pour  $M'_s$ , d'après *M. Grüning* [2]:

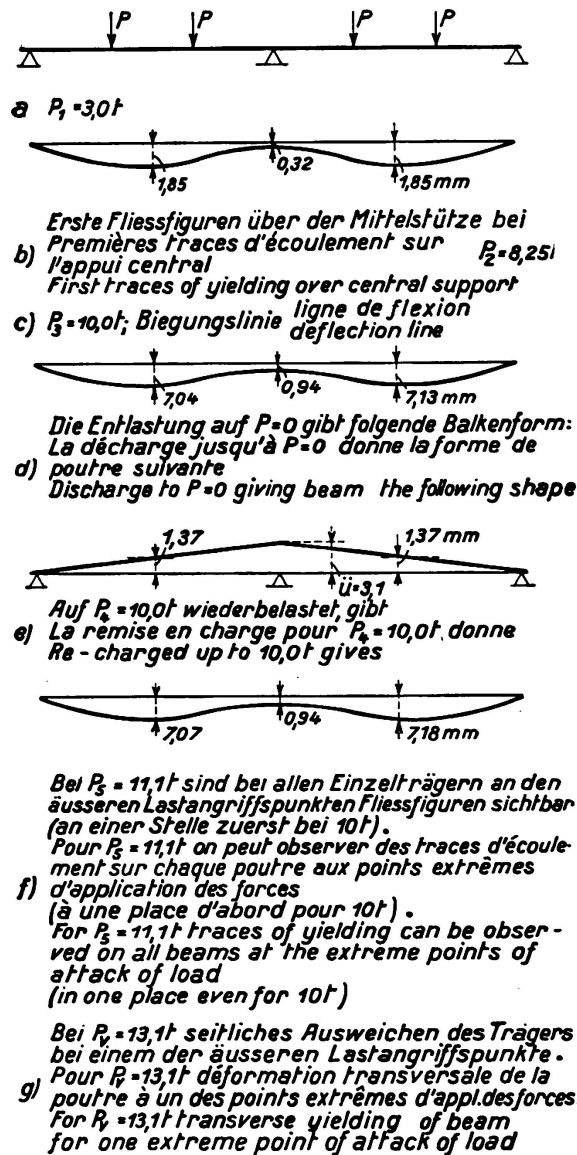


Fig. 7.

Représentation de l'essai principal II.

$232 \cdot 2,51 = 585 \text{ tcm}$ , d'après *Fritsche* [3] (p. 854):  $1,16 \cdot 530 = 620 \text{ tcm}$ . Les observations au cours de l'essai ont montré que, au-dessus de l'appui central, les premières lignes d'écoulement sont apparues entre l'âme et l'aile supérieure lorsque  $P = 8,25 \text{ t}$  pour un des profilés (et lorsque  $P = 8,50 \text{ t}$  pour l'autre), c'est-à-dire pour un moment  $M'_s = \frac{Pl}{3} = 8,25 \cdot 80 = 660 \text{ tcm}$  (et  $8,50 \cdot 80 = 680 \text{ tcm}$ ). On peut très bien voir d'après la fig. 8 qu'à partir d'une charge  $P'_s = \sim 8,25 \text{ t}$ , les fléchissements commencent à croître plus fortement.

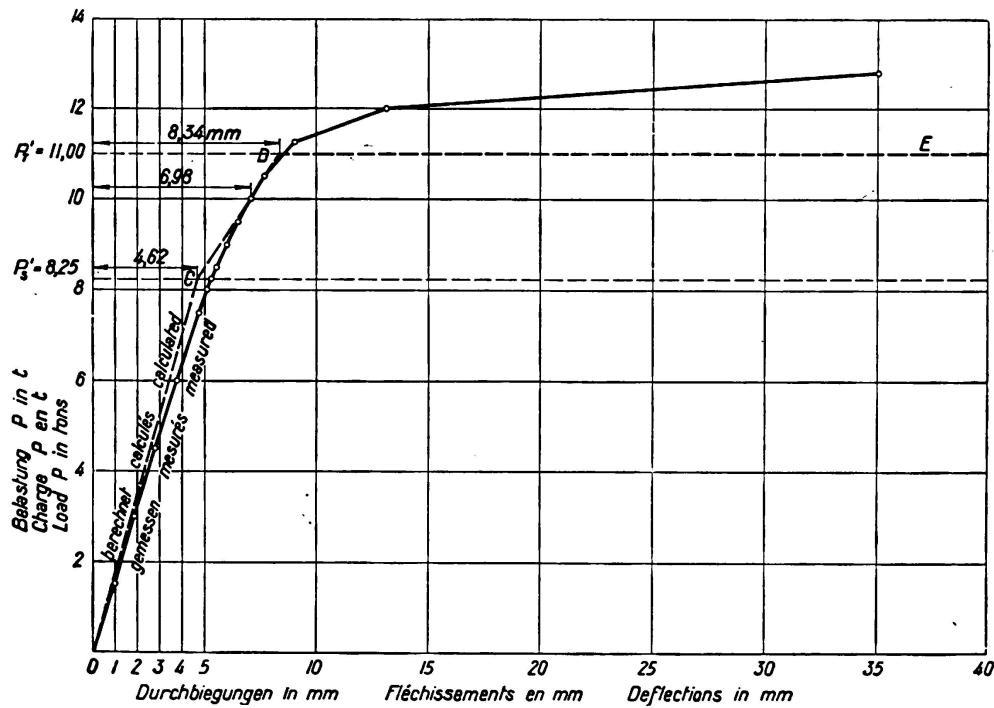


Fig. 8.

Pour l'interprétation de l'essai à l'aide de l'hypothèse simplifiée expliquée à la fin du chapitre A) on utilisa la valeur  $M'_s = 660 \text{ tcm}$ . On obtient ainsi les relations de la fig. 10.

$P'_s$  est la valeur de la charge  $P$  pour laquelle, en admettant des relations purement élastiques, le moment sur appui  $M_{st} = M'_s$  (fig. 10 a);  $P'_s = \frac{M_s \cdot 3}{l} = \frac{660 \cdot 3}{240} = 8,25 \text{ t}$ . Si la charge dépasse  $P'_s$ , les moments sur, les appuis ne

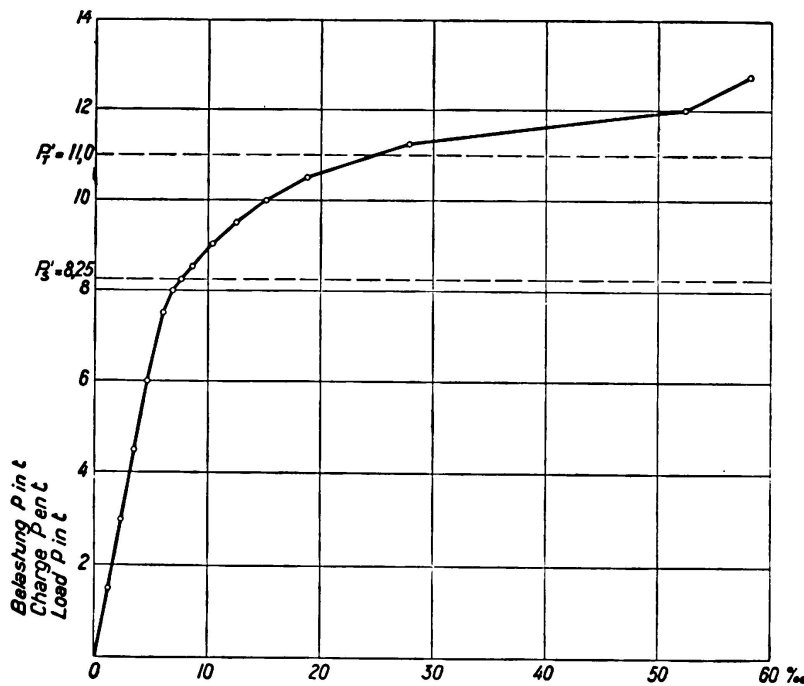


Fig. 9.

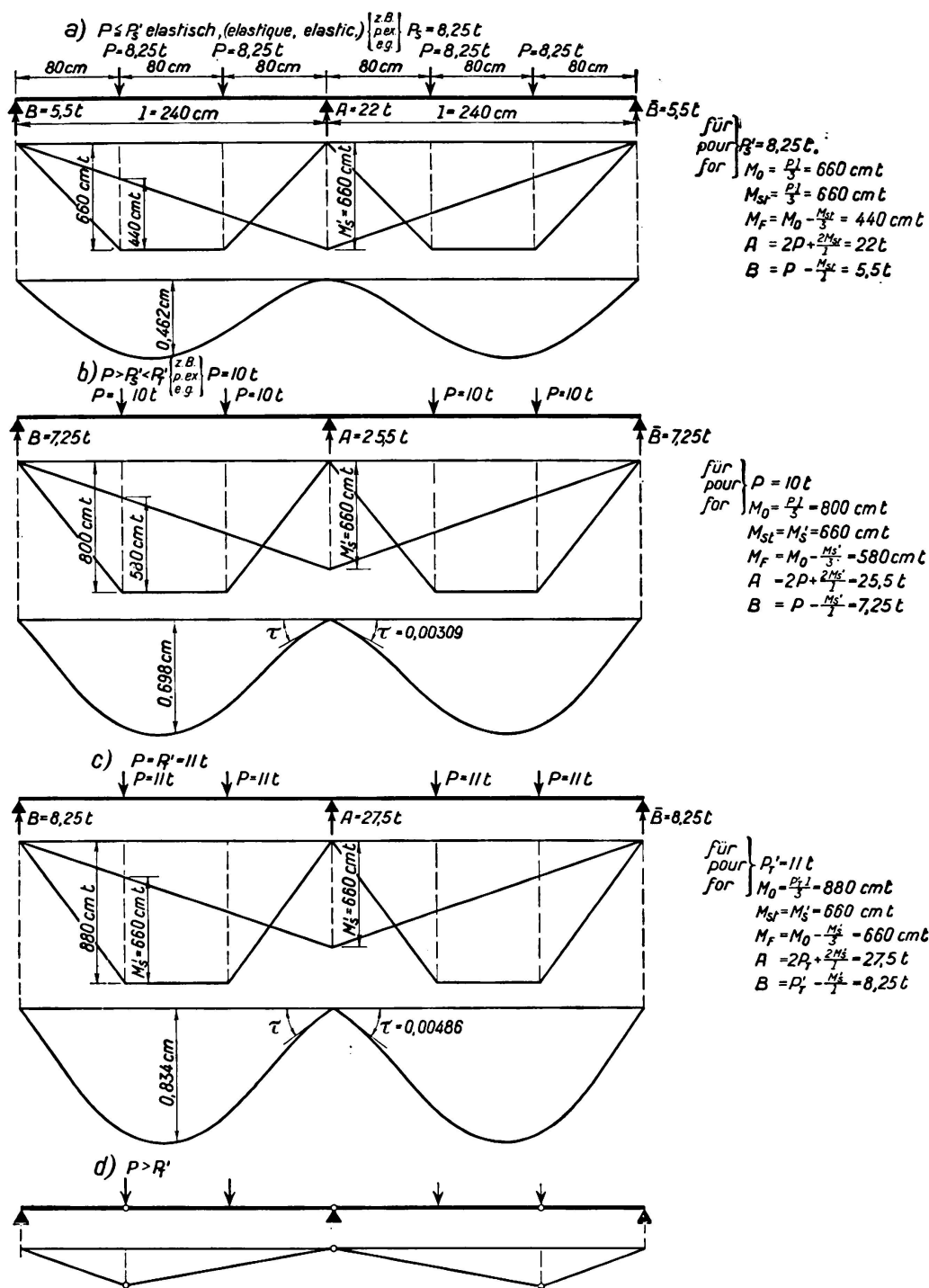


Fig. 10.

peuvent plus augmenter  $M'_s$  (fig. 10b). La résistance est atteinte pour  $P'_T$ , une charge pour laquelle le moment en travée  $M_F = \frac{P'_T \cdot l}{3} - \frac{M'_s}{3}$  a précisément la valeur  $M'_s$  (fig. 10c). On a donc  $P'_T = \frac{4 M'_s \cdot 3}{3 \cdot l} = \frac{4 \cdot 660}{240} = 11 t$ . La fig. 8 montre qu'effectivement à partir de  $P = 11,25 t$ , les flèches croissent beaucoup plus fortement avec des charges croissantes, de telle sorte que la poutre devient

pratiquement inutilisable pour des charges plus élevées. (Si l'on avait basé le calcul sur un  $M'_s = 680 \text{ tcm}$ , ainsi que cela a été mentionné ci-dessus on aurait obtenu  $P'_s = 8,5 \text{ t}$  et  $P'_T = 11,66 \text{ t}$  ce qui représente mieux encore les relations effectives).

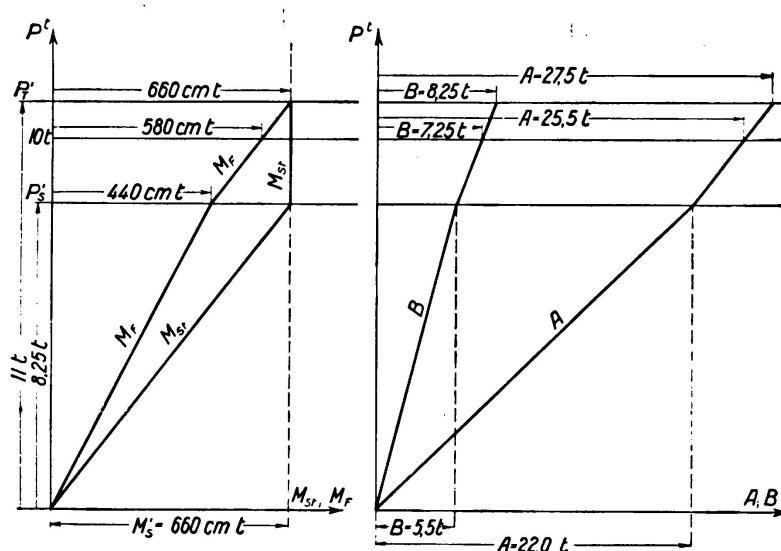


Fig. 11.

La fig. 11 contient les valeurs ajoutées à la fig. 10.

En ce qui concerne les déformations, on a les rapports donnés par les fig. 10 et 12 si l'on se base sur l'hypothèse simplifiée d'interprétation avec  $J = 1727 \text{ cm}^4$ ,  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  et sans tenir compte des déformations engendrées par les efforts tranchants. Les flèches de 4,62 mm, 6,98 mm et 8,34 mm calculées pour  $P = 8,25 \text{ t}$ ,  $P = 10,0 \text{ t}$  et  $P = 11 \text{ t}$  sont reportées dans la fig. 8. On voit qu'une ligne brisée OCDE correspond pour les fléchissements aux hypothèses de calcul et que ces fléchissements croissent sans limite lorsque  $P'_T$  est atteint.

Au moyen de l'hypothèse simplifiée d'interprétation on peut finalement représenter d'une façon expressive comment dans le domaine  $P > P'_s < P'_T$  l'égalisation se fait entre le moment sur l'appui,  $M_{st}$ , et le moment en travée  $M_F$ . La ligne de flexion de la fig. 10b montre que la poutre  $BA\bar{B}$  a acquis une déformation permanente formant un angle  $\varphi = 2 \cdot 0,00309$  au point A qui peut être considéré comme une articulation. Si l'on décharge la poutre  $BA\bar{B}$ , elle doit prendre la forme dessinée à la fig. 12c avec un appui relevé de  $\bar{u} = 0,00309 \cdot 240 = 0,741 \text{ cm}$ .

Si on la recharge, la surélévation  $\bar{u}$  doit d'abord être annulée par une charge  $X = \frac{48 \cdot E \cdot J \cdot \bar{u}}{l^3} = 1,167 \text{ t}$  (fig. 12e). A cette charge correspond sur l'appui de la poutre  $BA\bar{B}$  un moment positif  $M_x = \frac{1,167 \cdot 480}{4} = 140 \text{ tcm}$ . Si l'on applique de nouveau les charges de 10 t, il se produit un moment total sur appui de  $M_{st} \cdot \text{el} - M_x = \frac{10 \cdot 240}{3} - 140 = 660 \text{ tcm}$  (fig. 12b). Comme ce moment, d'après nos hypothèses, n'engendrent que des déformations purement élastiques lors d'une nouvelle surcharge avec des forces de 10 t tout se passe dans le domaine purement élastique. Pour terminer, la surface hachurée des moments de la fig. 12b est de nouveau valable. On peut exprimer ceci comme



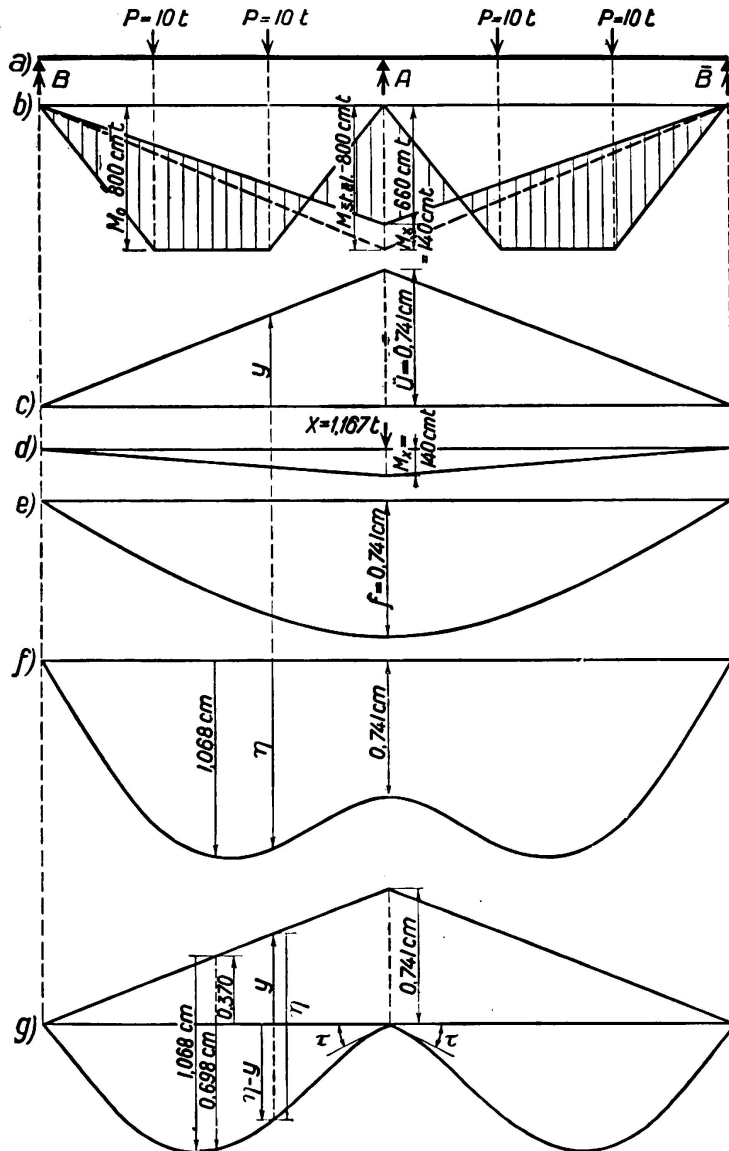


Fig. 12.

suit: d'abord agit la force  $X$  qui engendre un moment sur appui  $M_x = 140 \text{ cm}$ ; ensuite, par des charges de  $10 \text{ t}$  le moment sur appui augmente d'une façon purement élastique jusqu'à  $M_{st \cdot el} - M_x = \frac{Pl}{3} - 140 = 10 \cdot 80 - 140 = 660 \text{ cm}$ .

On obtient les flèches  $\eta$  de la poutre  $B\bar{A}\bar{B}$  primitivement surélevée au début de la remise en charge en tant qu'ordonnées de la courbe des moments d'une poutre  $\bar{B}\bar{B}$ , chargée par la surface hachurée des moments de la fig. 12b multipliée par  $\frac{1}{EJ}$ . La fig. 12f représente la ligne de flexion calculée de la sorte.

Comme contrôle on doit obtenir au point A une flèche  $\bar{u}$ . Si l'on reporte à partir de l'axe (ordonnées  $y$ ) les flèches  $\eta$  de la poutre surélevée de  $\bar{u} = 0,741 \text{ cm}$  avant la remise en charge (fig. 12g), les ordonnées  $\eta - y$  représentent la forme de l'axe de la poutre rechargée, qui correspond exactement avec la forme de l'axe lors de la première mise en charge avec  $10 \text{ t}$  (fig. 10b).

Si l'on compare l'interprétation précédente des stades de la mise en charge, de la décharge et de la remise en charge avec  $10 \text{ t}$ , avec les résultats des essais (fig. 7) on a en principe concordance pour autant qu'il se produise un relè-

vement de la poutre sur l'appui intermédiaire après l'application et l'enlèvement de la charge de 10 t et que la remise en charge se fasse tout-à-fait élastiquement. Il ne faut évidemment pas s'attendre à une concordance numérique car à part les simplifications de l'hypothèse d'interprétation il faudrait considérer les variations dans les caractéristiques de la section ainsi que le comportement de la poutre par rapport aux relations de déformation (influence des efforts tranchants,  $E$ ,  $\sigma_s$ ) et parce que d'autre part il était impossible lors des essais de maintenir les trois appuis exactement à la même hauteur pour toutes les variations de la charge. De toute façon, l'essai a clairement montré que si pour une charge plus grande que  $P'_s$ , le moment sur appui ne croît pas au-dessus de  $M'_s$ , lorsque le moment en travée augmente c'est parce que la poutre se déforme automatiquement de telle façon que la poutre primitivement droite subit un relèvement  $\ddot{u}$ . Le relèvement pourrait très bien se faire par pliage à froid au moyen d'une machine et aurait le même effet, par rapport à la réduction du moment sur appui, qu'un abaissement artificiel de même grandeur de cet appui. Les calculs donnent pour  $P = 10$  t et 11 t des valeurs de  $\ddot{u}$  de 7,41 mm et 11,65 mm pour une longueur totale de la poutre de 480 cm; l'essai a donné des valeurs plus faibles.

*En résumé on peut dire ce qui suit:*

1° Dans le cas considéré, l'interprétation et les hypothèses simplifiantes sur lesquelles on s'est basé forment pour les applications pratiques des bases suffisamment exactes pour la détermination de la résistance de la poutre continue considérée. Dans tous les cas on est sûr lorsqu'on introduit pour la poutre simple le «moment supportable»  $M_s = W \cdot \sigma_s$  et de calculer pour la poutre ci-dessus,  $P_s$  et  $P_T$  avec ce  $M_s$  d'après la fig. 11.

2° Les définitions suivantes servent de base à l'hypothèse simplifiée d'interprétation:

- a)  $P'_s$  est la charge limite pour laquelle la mise en charge, la décharge et la remise en charge se font tout-à-fait élastiquement.
- b) Pour  $P > P'_s$ , < qu'une charge limite supérieure  $P'_T$  il est essentiel que d'abord aux environs de la section où, d'après la théorie de l'élasticité, existe le plus grand moment de flexion, il se produise des déformations limitées pratiquement sans danger qui correspondent à un pliage à froid de la barre. La décharge et la remise en charge se font d'une façon purement élastique.
- c)  $P'_T$  est la charge limite dont le dépassement entraîne l'équilibre instable de la poutre (cf. par ex. fig. 10d).

3° La poutre se comporte comme suit:

- a) Pour  $P_s$  apparition des premières petites déformations permanentes,
- b) à partir  $P'_s$  ces déformations croissent de façon sensible sans influencer cependant l'applicabilité de la poutre,
- c) pour  $P > P'_s$ , <  $P'_T$  la décharge et la remise en charge se font tout-à-fait élastiquement,
- d) pour  $P > P'_T$  les déformations permanentes croissent dans de telles proportions que la poutre devient pratiquement inutilisable,
- e) pour  $P_v$  la poutre ne supporte plus du tout.

Une interprétation des résultats des essais III et IV nous entraînerait trop loin. Dans le cas III,  $P'_s$  est retardé et dans le cas IV avancé par rapport au cas II dont nous venons de parler. Dans les trois cas  $P'_T$  atteint à peu près la même valeur.

Dans [12] sont décrits les essais proposés par *J. H. Schaim* avec des poutres simples et continues de deux travées de 4 m avec mêmes charges concentrées (4 par travée). Voir aussi la fig. 13 et [13].

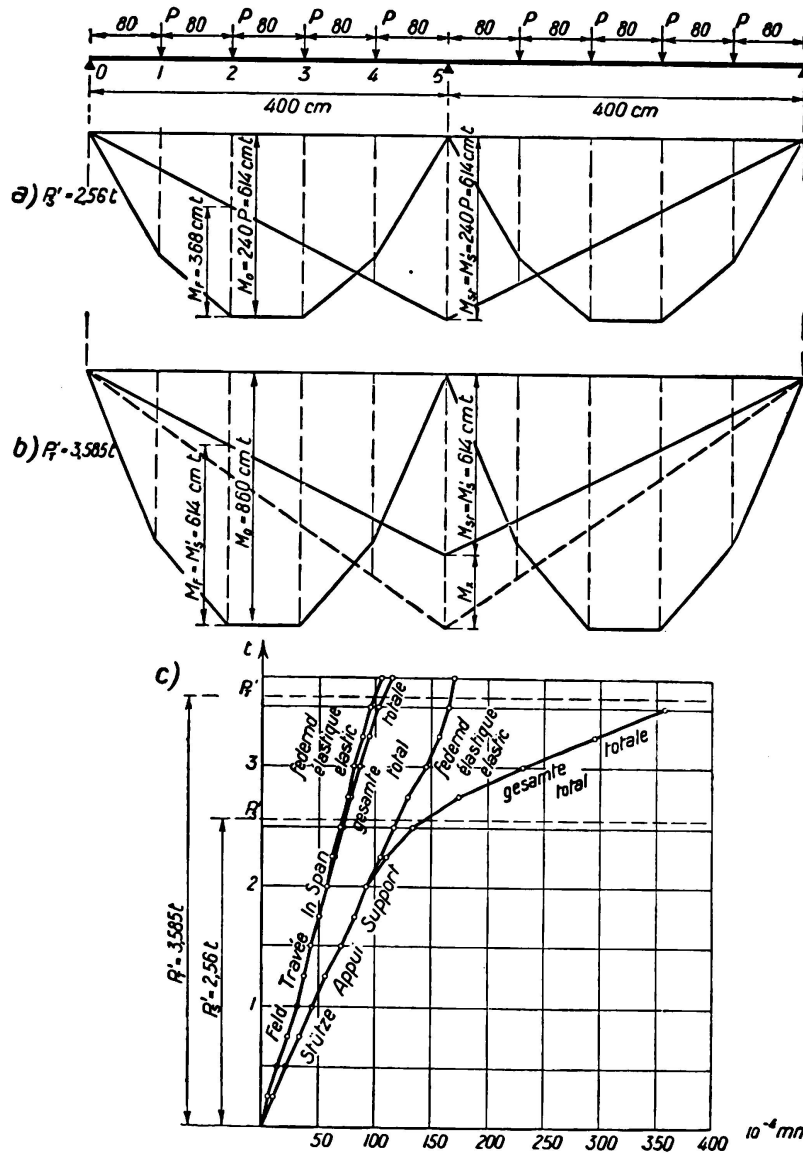


Fig. 13.

On peut supposer que  $M'_s = \sim 614$  tcm ( $= \sim 234 \cdot \sigma_s = 234 \cdot 2,62$ ). Dans l'essai 1 sur une poutre simple chargée de 4  $P$  et pour un  $\sigma_s = 2,645$  t/cm<sup>2</sup> la poutre ne supportait déjà plus pour  $P_T = \frac{10}{4}$  t, c'est-à-dire pour un moment de  $240 \cdot \frac{10}{4} = 600$  tcm et dans l'essai 4 ( $\sigma_s = 2,895$  t/cm<sup>2</sup>), les flèches croissaient fortement à partir de  $P = \frac{10}{4}$  t;  $P_v$  était de  $\frac{12,03}{4} = 3,01$  t.

Pour  $M'_s = 614$  tcm on a:  $P'_s = \frac{614}{240} = 2,56$  t. La fig. 13c (allongement total

et élastique en travée et sur appui) nous montre que les déformations permanentes commençaient déjà pour  $P = 2 \text{ t}$ . Ceci provient de ce que, ainsi qu'il est dit dans [12] p. 14, en cours de l'essai «il s'est produit un relèvement relatif de l'appui central et par conséquent un accroissement des tensions en ce point». Il en résulte que  $M_{st} = M'_s$  a été déjà atteint pour  $P < P'_s$ . La valeur  $P'_T$  est atteinte parce que dans la section 2 :  $M_F = M_o - \frac{2}{5}M_{st} = M'_s$ , ce qui signifie que  $240 P'_T - \frac{2}{5}M'_s = M'_s$ ; d'où  $P'_T = 3,585 \text{ t}$ . La poutre n'a plus rien supporté pour  $P_v = \frac{19}{4} = 4,75 \text{ t}$ .

Tandis que dans ce que nous venons de dire ainsi que dans ce qui suivra on a considéré des charges croissant de 0 à  $P'_T$  (à  $P_v$ ), les essais de *O. Graf*, décrits dans [14], concernent la détermination de la résistance à la fatigue de poutres en acier St. 37 simples et continues sur deux travées.

### C. Poutres à âme pleine, continues à deux travées et chargées sur une seule.

Lorsque sur la poutre continue à travées égales AB et BC (fig. 14) on applique qu'une seule charge, par ex. la charge P à la distance a de l'appui de gauche, la poutre se comporte élastiquement jusqu'à la charge  $P'_s$  (fig. 14b) on

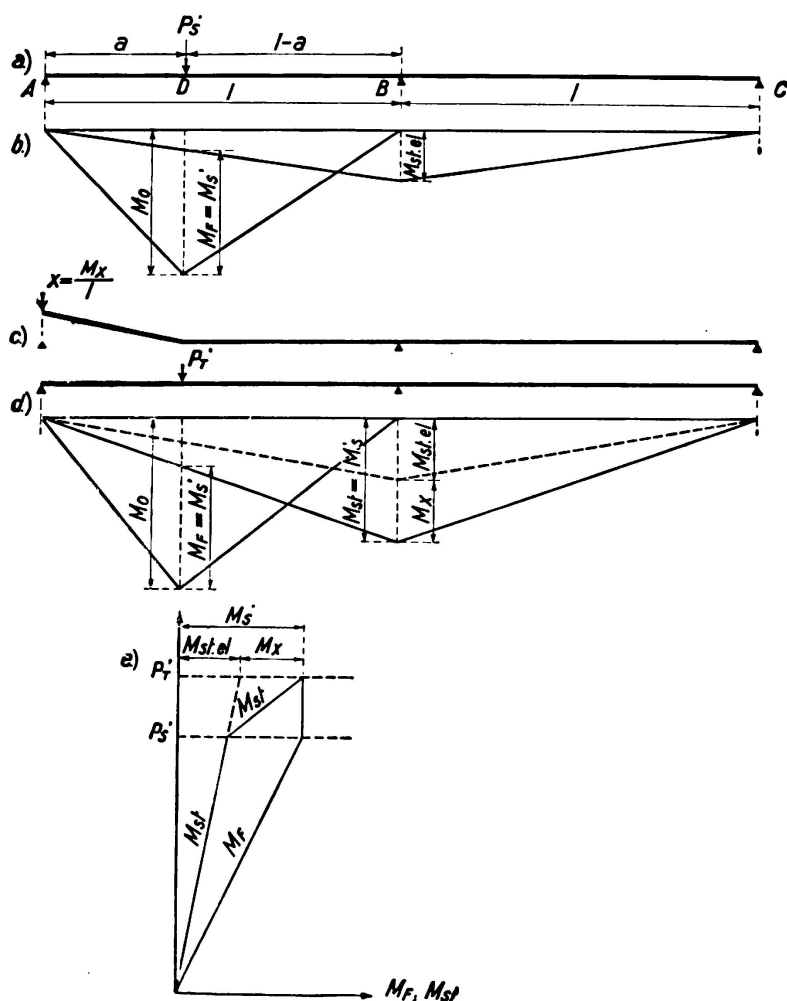


Fig. 14.

c'est-à-dire aussi longtemps que le moment en travée  $M_F$  est plus petit que  $M'_s$ . Le moment sur appui, délimité par la ligne de fermeture, est ici  $M_{st\ el}$ . Pour une charge  $P P'_s$ , on obtient la répartition des moments à partir de la surface des  $M_o$  et d'une ligne de fermeture telle que le moment en travée  $M_F$  ne peut croître au-dessus de  $M'_s$ . La charge limite  $P'_T$  est atteinte lorsqu'aussi le moment sur appui  $M_{st} = M'_s$  (fig. 14d). La condition s'exprime ainsi

$$\frac{l-a}{l} \cdot a \cdot P'_T - \frac{a}{l} \cdot M'_s = M'_s$$

et de là

$$P'_T = \frac{M'_s \left(1 + \frac{a}{l}\right) l}{a(l-a)}$$

Les fonctions  $M_F(P)$  et  $M_{st}(P)$  sont représentées à la fig. 14e.

Pour  $P > P'_s < P'_T$  et pour le cas limite  $P = P'_T$  (fig. 14d) on peut s'imaginer d'après ce que nous avons vu sous B) le moment sur appui  $M_{st}$  décomposé en deux:  $M_{st\ el}$  et  $M_x = M_{st} - M_{st\ el}$ . La partie  $M_x$  correspond après la décharge à une pliure visible de la poutre (pliure a froid) au-dessous

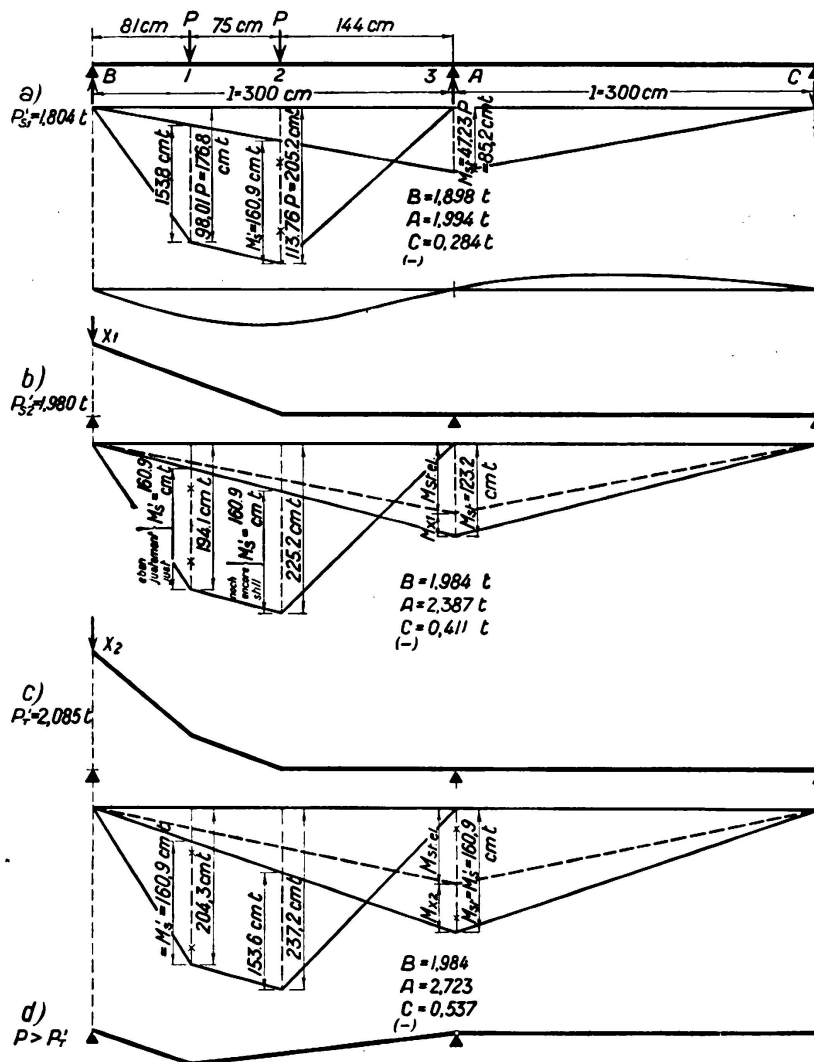


Fig. 15.

du point d'application de la force (fig. 14c) telle que lors de la remise en charge une force  $X = \frac{M_x}{I}$  amène d'abord l'extrémité relevée de la poutre sur l'appui. Tout se passe ensuite élastiquement lorsque l'on applique de nouveau une charge croissant de 0 à P. Au moment  $M_x$  engendré par la force X s'ajoute la partie purement élastique  $M_{st\,el}$  correspondant à la valeur de P. On pourrait facilement déterminer la forme de la poutre en partant de la ligne élastique de la travée AB comme on l'a déjà montré sous B).

Dans les essais de *Hartmann*, décrits dans [4], deux charges agissent dans la travée de gauche de la poutre. Il s'agit de  $I : J = 328 \text{ cm}^4$ ,  $W = 54,7 \text{ cm}^3$ ,  $\sigma_s = 2,51 \text{ t/cm}^2$  et  $M_s = 54,7 \cdot 2,51 = 137,5 \text{ tcm}$ . Si l'on choisit d'après les données de [4], p. 79,  $M'_s = 160,9 \text{ tcm}$  ( $= 1,16 M_s$ ) on obtient en se basant

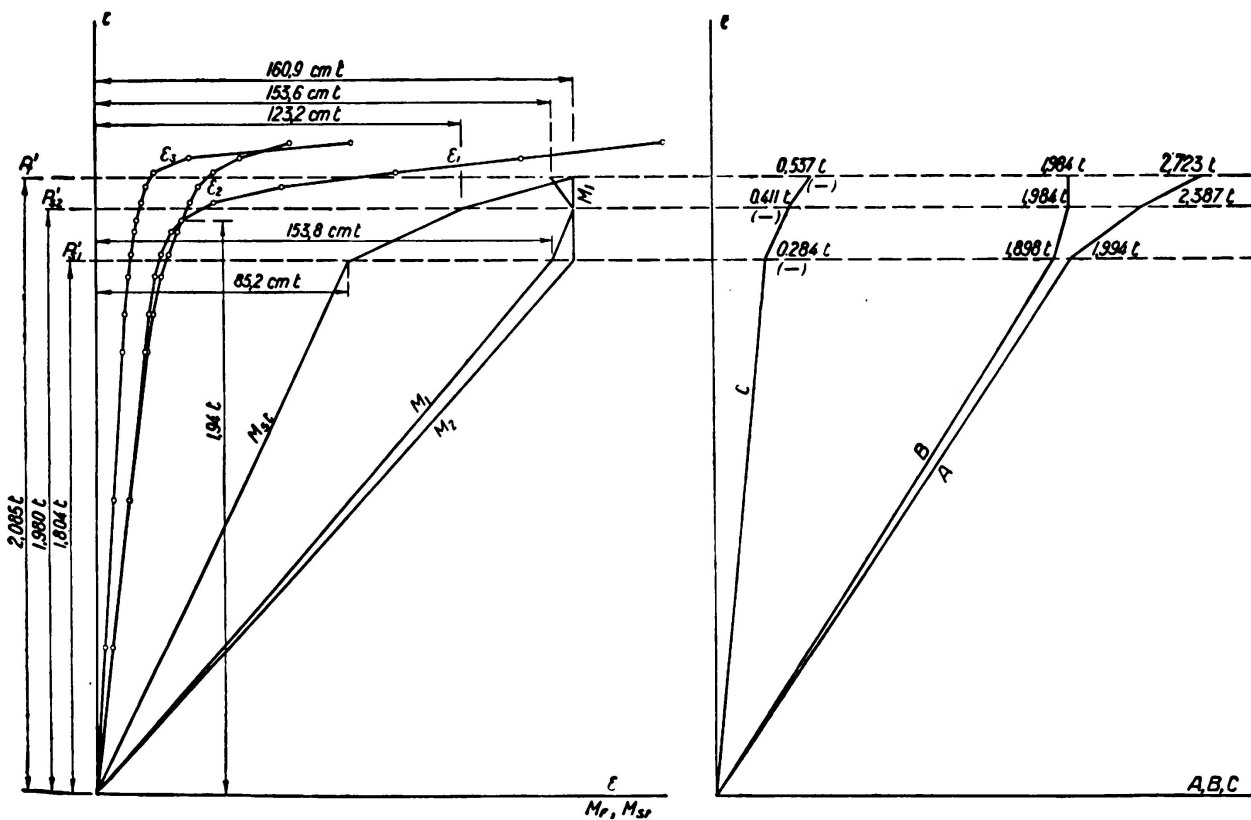


Fig. 16.

sur l'hypothèse simplifiée d'interprétation, les relations représentées aux fig. 15 et 16. Jusqu'à  $P'_{s1}$ , les déformations sont purement élastiques. La répartition des moments s'obtient en partant de la surface des  $M_0$  et de la ligne de fermeture conditionnée par  $M_{st\,el}$ . Pour  $P'_{s1} = 1,804 \text{ t}$  (fig. 15a) le moment en travée à la section 2 atteint la valeur  $M'_s$ . Lorsque  $P > P'_{s1}$ , et que l'on décharge, la poutre présente une pliure au-dessous du point d'application de la force 2; pour  $P = P'_{s2} = 1,980 \text{ t}$  (fig. 15b) les deux moments en travée, aux points 1 et 2, deviennent égaux à  $M'_s$ . Lorsque  $P > P'_{s2}$  les moments en travée au point 2 deviennent plus petits que  $M'_s$ . Si l'on décharge alors, une nouvelle pliure de la poutre apparaît au point 1. Pour la valeur limite  $P'_T = 2,085 \text{ t}$  (fig. 15c) le moment en 1 et le moment sur appui sont tous deux  $= M'_s$ . On peut ima-

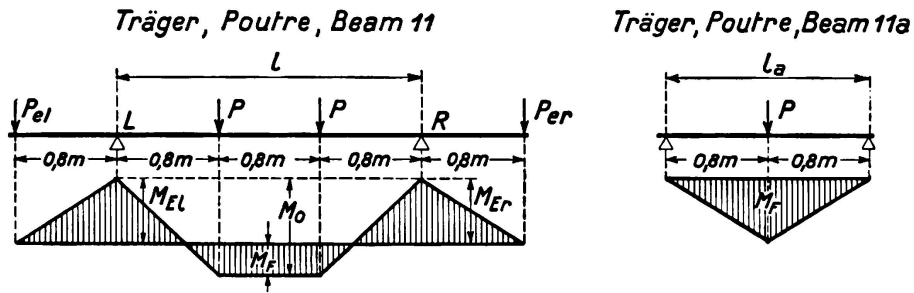


Fig. 17.

$$\begin{aligned}
 P_{zul.} &= 4,82t; & P_T' &= 14,5t; & P_V &= 15,0t; \\
 \text{adm. perm.} & & & & & \\
 \frac{P_T'}{P_{zul.}} &= 3,01t; & & & \frac{P_V}{P_{zul.}} &= 3,11t; \\
 \text{adm. perm.} & & & & \text{adm. perm.} &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{zul.} &= 6,42t; & [P_T'] &= 14,5t; & P_V &= 17,15t; \\
 \text{adm. perm.} & & & & & \\
 \frac{[P_T']}{P_{zul.}} &= 2,26t; & & & \frac{P_V}{P_{zul.}} &= 2,67t; \\
 \text{adm. perm.} & & & & \text{adm. perm.} &
 \end{aligned}$$

giner le moment sur appui par exemple de la fig. 15c décomposé en deux  $M_{x_2}$  et  $M_{st. el.}$ . La partie  $M_{x_2}$  correspond à une force  $x_2$  qui lors de la remise en charge de la poutre amène la partie relevée sur l'appui et permet que tout se passe élastiquement sous l'effet de la nouvelle surcharge. Les fonctions  $M_1(P)$ ,  $M_2(P)$  et  $M_{st}(P)$  sont reportées dans la fig. 16. On a encore reporté, de [4] (fig. 13), les allongements  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  correspondant à différentes surcharges et déterminés par un essai. On voit qu'aussi longtemps que le moment en travée en 1 n'a pas atteint la valeur  $M'_s$ , les allongements  $\epsilon_2$  sont plus grands que les allongements  $\epsilon_1$ . Pour  $P = 1,94 t$ , c'est-à-dire aux environs de  $P'_{s_2} = 1,98 t$ , les deux lignes se coupent, les allongements  $\epsilon_1$  deviennent plus grands que les allongements  $\epsilon_2$ . On a interrompu l'essai pour  $P = 2,2 t$ .

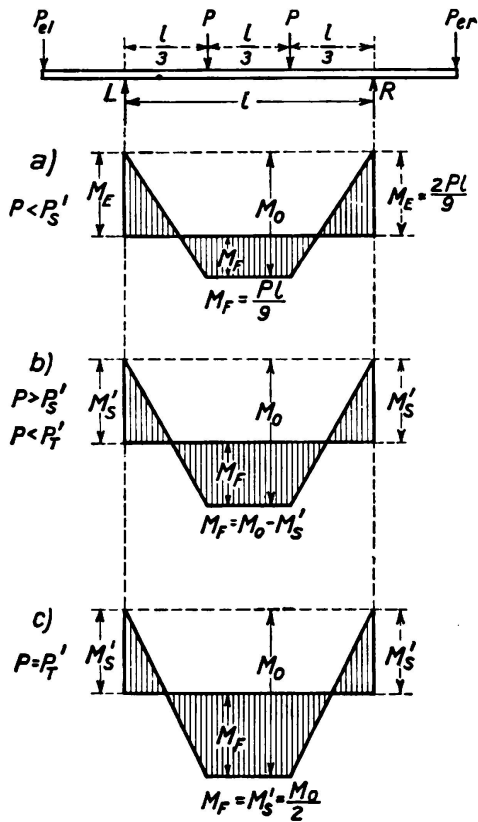


Fig. 18.

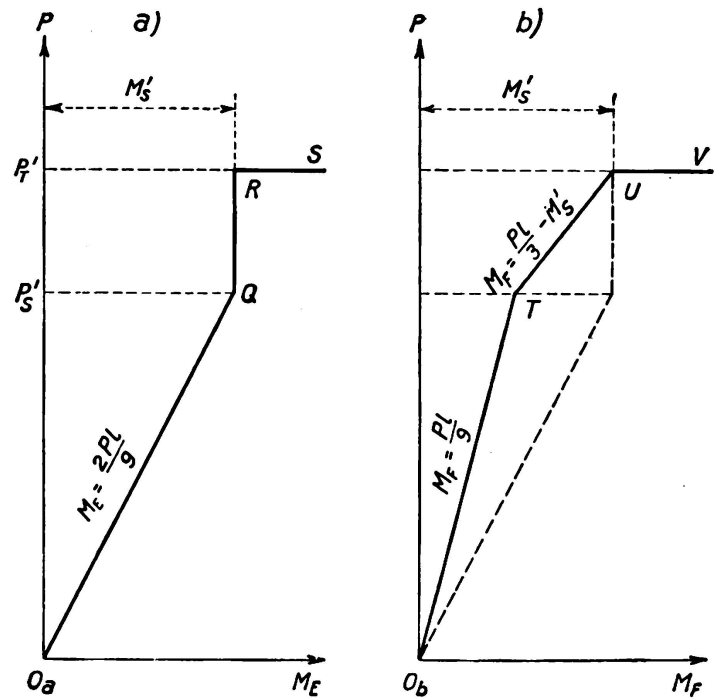


Fig. 19.

#### D. La poutre encastree.

a) Essais tels que lors de la mise en charge on fit en sorte que les sections sur les deux appuis restent exactement verticales.

Nous parlerons dans ce qui suit de la poutre 11 des essais publiés par l'auteur dans [1]. Dans la fig. 17 ainsi que dans la fig. 5 sous B) on a comparé  $P_{adm}$ ,  $P'_T$  et  $P_v$  pour la poutre encastree (poutre 11) et pour une poutre simple de comparaison (poutre 11a) dont le comportement aux essais fut traité sous A). Les deux poutres furent prélevées sur le même profilé I 14 · 14. Les forces  $P_e$  portées dans la fig. 17 furent mesurées au cours de l'essai et appliquées de telle sorte que pour chaque degré de charge les sections L et R restent exactement verticales afin de s'approcher autant que possible des hypothèses de calcul de la poutre totalement encastree.

En tenant compte de ce que nous avons dit sous B) et C) ainsi que de l'hypothèse simplifiée d'interprétation, il faut distinguer dans la charge d'une poutre encastree les différents stades représentés à la fig. 18:

a) Jusqu'à une charge  $P'_s$  tout se passe élastiquement (fig. 18a). On a:

$$M_o = \frac{Pl}{3}; M_E = \frac{2Pl}{9}; M_F = M_o - M_E = \frac{Pl}{9}.$$

b) Pour une charge  $P'_s = \frac{9 \cdot M'_s}{2l}$  le moment sur appui atteint la valeur du «moment supportable»  $M'_s$ . Lorsque  $P > P'_s$  les moments  $M_E$  ne peuvent plus croître d'une façon appréciable au-dessus de  $M'_s$  (fig. 18b). On a:

$$M_E = M'_s; M_F = M_o - M'_s.$$

Dans ce stade il se produit une modification de l'angle formé par la tangente à la ligne de flexion (horizontale dans le domaine élastique) et l'axe primitivement droit de la barre. L'enlèvement des charges montre une déformation (pluie à froid) de la poutre telle que les encorbellements sont pliés vers le bas à partir des points L et R. Afin de satisfaire aux hypothèses de calcul il faut, lors d'une remise en charge, appliquer des forces  $P_{el}$  et  $P_{er}$  (chacune = X), agissant de bas en haut qui amèneront en position exactement verticale, les sections au droit des appuis. Il en résulte des moments  $M_x$  qui, de même que sous B) et C), sont égaux à  $M_{E\ el} - M'_s$ .

c) Sous la charge  $P'_T$  on a aussi le moment en travée

$$M_F = \frac{P'_T \cdot l}{3} - M'_s = M'_s$$

C'est le cas pour  $P'_T = \frac{6 M'_s}{l}$

Lorsque les charges croissent encore la poutre se trouve en équilibre instable.

Les fonctions  $M_E(P)$ ,  $M_F(P)$  sont représentées à la fig. 19 sur laquelle on peut encore directement lire les valeurs  $P'_s$  et  $P'_T$  pour un  $M'_s$  donné.

De la poutre de comparaison 11a dont il a été parlé sous A), on peut tirer

$$M'_s = \frac{[P'_T] \cdot la}{4} = \frac{14,5 \cdot 160}{4} = 580 \text{ tcm.}$$



De la relation donnée sous b) on peut tirer maintenant:

$$P'_s = \frac{9 \cdot 580}{2 \cdot 240} = 10,87 \text{ t}$$

et de la relation donnée sous c)

$$P'_T = \frac{6 \cdot 580}{240} = 14,50 \text{ t}$$

D'après les hypothèses de calcul de l'interprétation simplifiée, pour  $J = 1525 \text{ cm}^4$ ,  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  (voir sous A) on a reporté dans la fig. 20 les déformations

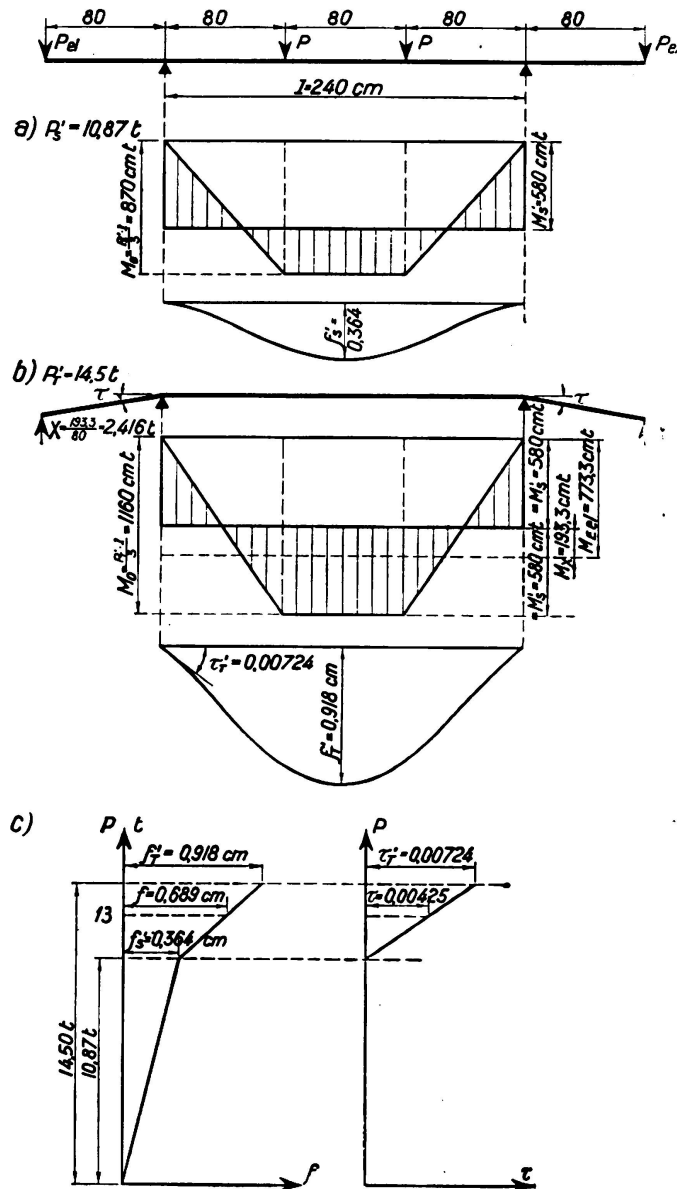


Fig. 20.

engendrées par les charges limites  $P'_s = 10,87 \text{ t}$  et  $P'_T = 14,5 \text{ t}$  en même temps que les fonctions  $f(P)$  et  $\tau(P)$ .

Ainsi que nous l'avons dit, on a mesuré au cours de l'essai les forces supplémentaires  $P_{el}$  et  $P_{er}$  et par le fait même les moments d'encastrement  $M_E = 80 \cdot P_e$ ,

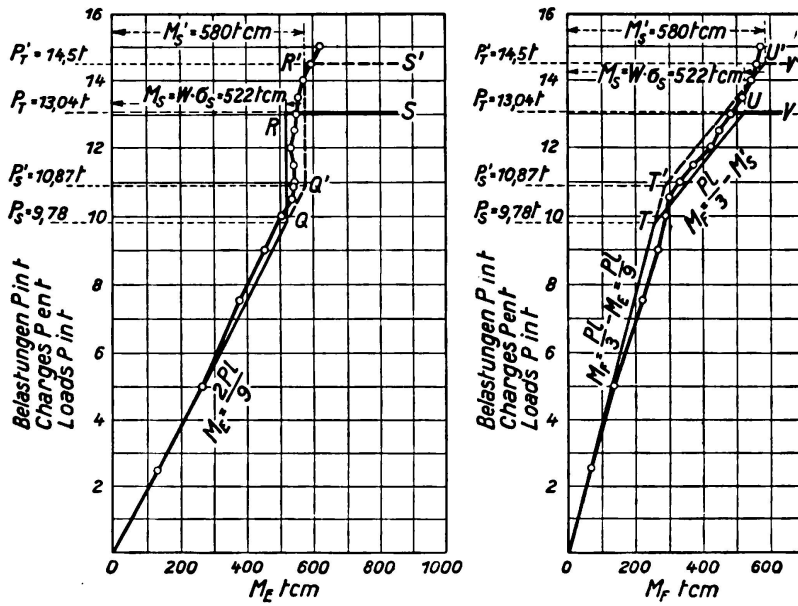


Fig. 21.  
Poutre 11.

ainsi que les moments en travée  $M_F = M_o - M_E$ . Ces valeurs sont portées d'une manière analogue à la fig. 19 dans la fig. 21 où l'on a aussi indiqué les lignes pour  $M_E$  et  $M_F$  que l'on obtient en calculant  $P_S$  et  $P_T$  à l'aide de  $M_S = W \cdot \sigma_s$ . Ceci peut être recommandable lorsque l'on veut être du côté sûr dans la détermination préliminaire de la résistance effective. Pour permettre de comparer les flèches calculées de la fig. 20, on a reporté dans la fig. 22 les flèches mesurées au milieu de la travée. Elles sont déjà plus grandes que les flèches calculées pour  $P < P_s$ . Il semble que la cause en est, ainsi qu'on peut le voir de la fig. 21, dans le fait que les moments en travée sont plus grands dans les essais que dans les calculs.

Dans la fig. 23 où sont reportées les flèches aux extrémités de la poutre, l'intérêt se porte sur les déformations permanentes qui, en tenant compte des

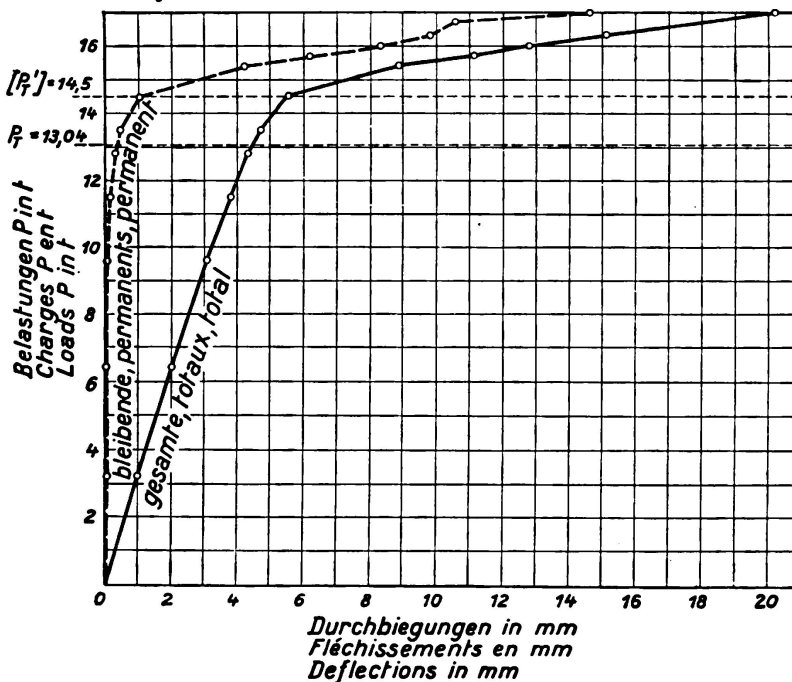


Fig. 22.

hypothèses de calcul sont proportionnelles aux angles  $\tau$  (fig. 20). La fig. 24 représente les allongements mesurés sur les appuis et en travée.

b) Essais effectués sur des poutres dont les extrémités sont encastrées dans un mur.

G. v. Kazinczy a décrit dans [15] des essais effectués sur un profilé I 16 d'une portée de 5,60 et 6,0 m.<sup>3</sup> Les poutres étaient dimensionnées avec  $M = \frac{pl^2}{24}$ . Aux encastremets la résistance manquante fut supportée par une dalle de béton

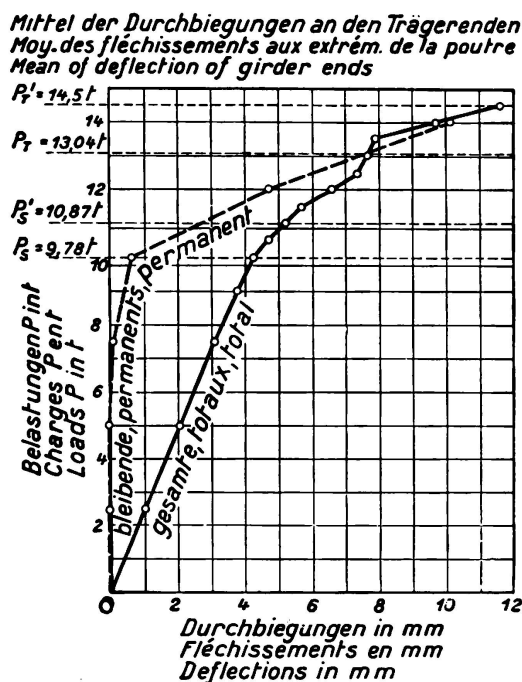


Fig. 23.

avec armature posée en haut, servant de membrure comprimée. En se basant sur les essais, G. v. Kazinczy dit qu'une poutre en I encastrée, non enrobée dans du béton doit être dimensionnée pour un moment  $M = \frac{pl^2}{16}$ , que la poutre soit partiellement ou totalement encastrée. Il démontre encore qu'une section dans laquelle la limite d'écoulement est atteinte, doit être envisagée comme une articulation avec moment de flexion constant pour une surcharge croissante.

Dans [16], F. v. Emperger rapporte sur des essais semblables effectués sur une poutre simple et sur 6 poutres encastrées de manières différentes dans un mur (I 15 portée 4,0 m)<sup>4</sup> F. v. Emperger dit qu'en maintenant certaines hypothèses sur l'encastrement dans le mur «l'action de la poutre métallique est telle qu'elle peut résister jusqu'au moment maximum de  $\frac{Pl}{16}$ ».

<sup>3</sup> Les premiers essais cités ne furent connus de l'auteur qu'à la fin 1928, et les seconds en 1930 seulement.

<sup>4</sup> Les premiers essais cités ne furent connus de l'auteur qu'à la fin 1928 et les seconds en 1930 seulement.

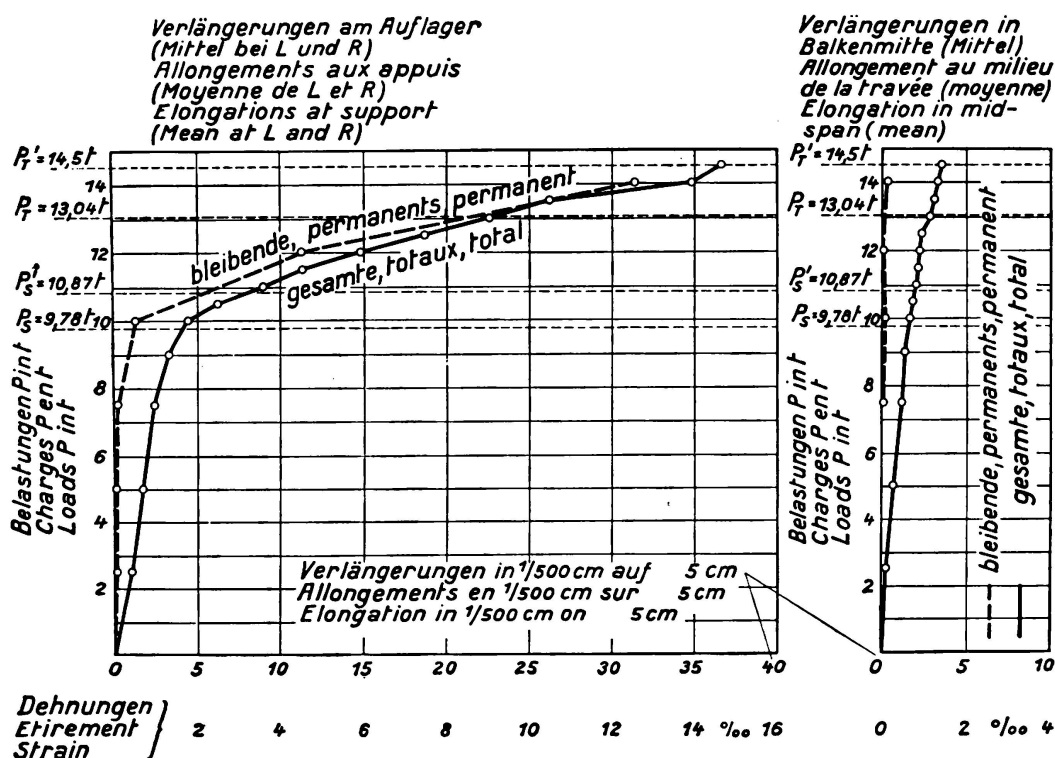


Fig. 24. Poutre 11.

E. Poutre à âme pleine continue sur trois travées chargée uniquement dans la travée médiane.

Les valeurs publiées dans [6] par F. Stüssi et C. F. Kollbrunner (barre 532/6 et 534/8) nous permettent de déterminer d'après l'hypothèse simplifiée d'interprétation le comportement représenté aux fig. 25 et 26 d'une barre chargée de 0 à  $P'_T$ . Il s'agit d'une profilé I  $\frac{46}{35}$  dont  $J = 16,73 \text{ cm}^4$  et  $W = 7,28 \text{ cm}^3$ . Pour des éprouvettes prélevées sur les ailes on a obtenu, avec un écart de  $\pm 10 \%$ , une limite moyenne d'écoulement  $\sigma_s = 3,36 \text{ t/cm}^2$ . D'après les valeurs de l'essai exécuté sur des poutres continues (barres 532/6 et 534/8 dans [6] et les fig. 14 et 16 de ce rapport, identique à la fig. 27 de notre travail) on peut conclure que (par hasard)  $M'_s = 7,28 \cdot 3,36 = 24,46 \text{ tcm}^5$ . Comme dans le domaine élastique, en ne tenant compte que des déformations engendrées par les moments de flexion  $M_{st} = 3,214 P$  et  $M_F = (15 - 3,214) P = 11,78 P$ , on obtient  $P'_s = \frac{24,46}{11,786} = 2,075 \text{ t}$ . Puisque pour  $P > P'_s$  le moment sur appui suivant la fig. 26a  $= M_o - M_F = 15 P - M'_s$ , il résulte de  $15 \cdot P'_T - M'_s = M'_s$ , que  $P'_T = \frac{2 \cdot 24,46}{15} = 3,26 \text{ t}$ . D'après le procédé employé sous A), B) et C) on a dessiné sur la fig. 25b avec  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  la ligne de flexion pour

<sup>5</sup> D'après une communication écrite de F. Stüssi, on obtient de la ligne de flexion pour une poutre de comparaison de  $l = 60 \text{ cm}$  chargée en son milieu [ $P'_T$ ] = 1,71 t, ce qui correspond à un  $P_T = 1,63 \text{ t}$ . Par conséquent il faudrait introduire pour l'interprétation de l'essai  $M'_s = 1,71 \cdot 15 = 25,65 \text{ tcm}$  au lieu de  $M'_s = 24,46 \text{ tcm}$ . En admettant  $M'_s = 24,46 \text{ tcm}$ , on se trouve du côté sûr en ce qui concerne la détermination de  $P'_T$ .

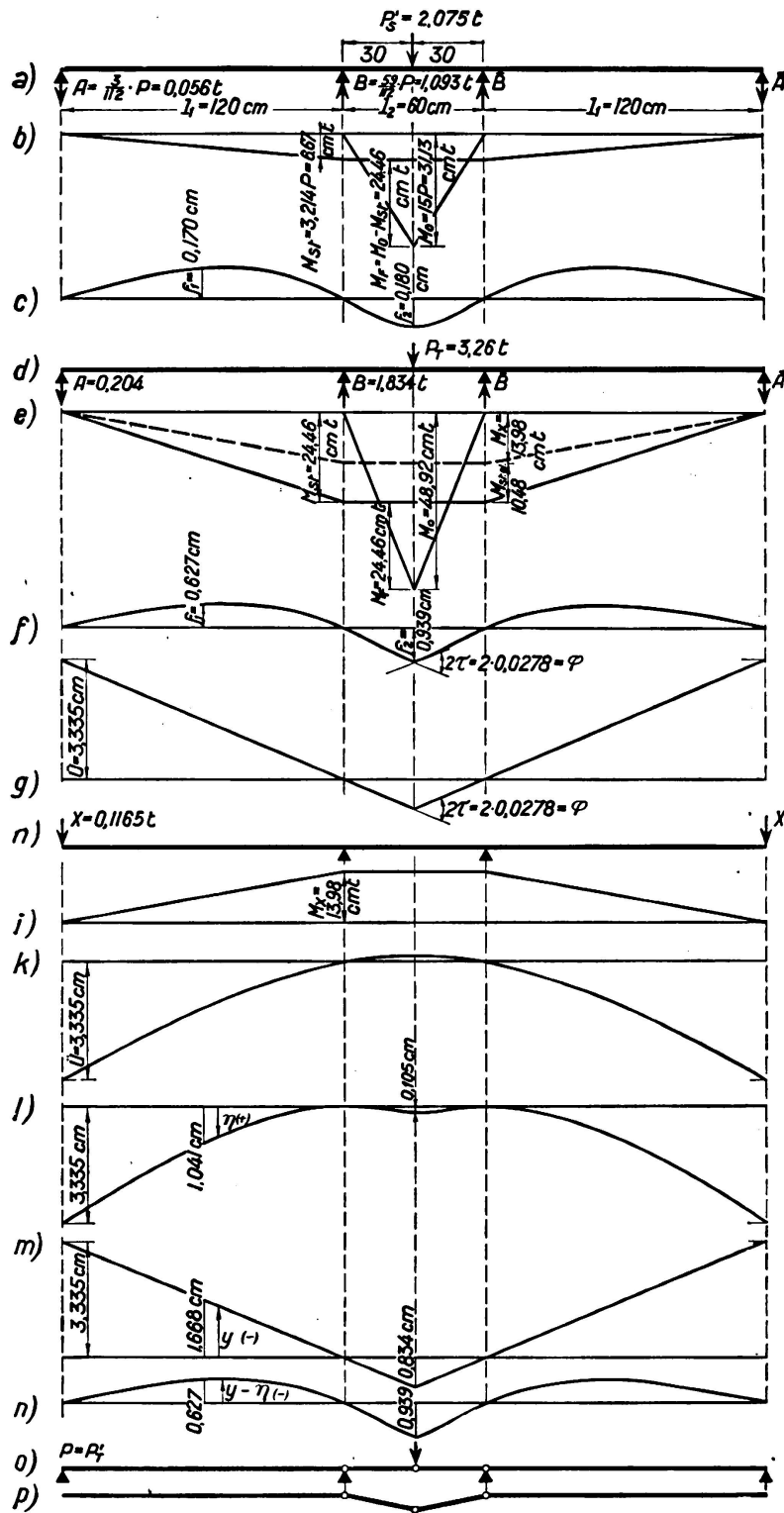


Fig. 25.

le cas limite  $P'_s = 2,075 t$  en ne tenant compte que des déformations engendrées par les moments de flexion. Dans le cas limite,  $P'_T = 3,26 t$ , la ligne des moments de la fig. 25e donne, pour  $M_0 = 15 \cdot P = 48,92$  cm, un moment sur appui  $M_{st} = 48,92 - 24,46 = 24,46$  cm. Pour ce cas, la courbe de fléchissement (et en même temps la forme de l'axe de la poutre) est reportée dans la fig. 25e de A en B et de  $\bar{A}$  en  $\bar{B}$ . Au milieu de la travée  $l_2$  apparaît un angle

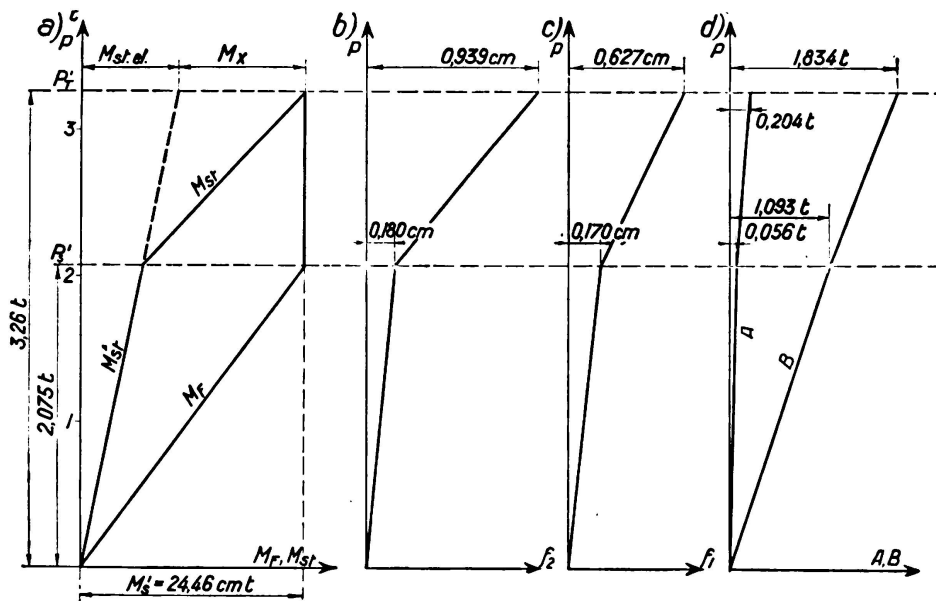


Fig. 26.

$\varphi = 2 \tau = 2 \cdot 0,0278$ . Après la décharge, l'axe a l'aspect représenté à la fig. 25g avec en A et  $\bar{A}$  un relèvement  $\ddot{u} = 0,0278 \cdot 120 = 3,335$  cm. Lors de la remise en charge il faut d'abord supprimer ce relèvement par deux forces X de 0,1165 t chacune, dont la surface des moments est représentée à la fig. 25i et la ligne de fléchissement à la fig. 25k qui correspond à des flèches de 3,335 cm ( $= \ddot{u}$ ) sous A et  $\bar{A}$ . La remise en charge avec  $P'_T = 3,26$  t se fait tout-à-fait élastiquement. Le diagramme des moments de la fig. 25e est de nouveau valable en ce sens qu'en plus du moment  $M_x = 0,1165 \cdot 120 = 13,98$  tcm intervient encore le moment sur appui  $M_{st,el} = 3,214 \cdot 3,26 = 10,48$  tcm. La réaction en A se compose de deux parties: d'abord X, puis la fraction élastique  $\frac{3}{112} \cdot 3,26 = 0,0873$  t, en tout  $= 0,204$  t. La courbe des fléchissements de la poutre déformée de la fig. 25g est calculée à partir des appuis  $B\bar{B}$  d'après la ligne des moments de la fig. 25e; elle est représentée à la fig. 25l (ordonnées  $\eta$ ). On obtient la forme de l'axe après la nouvelle application de  $P'_T = 3,26$  t (fig. 25n), en faisant la somme ( $\eta + y$ ) sans négliger le signe. Par exemple au

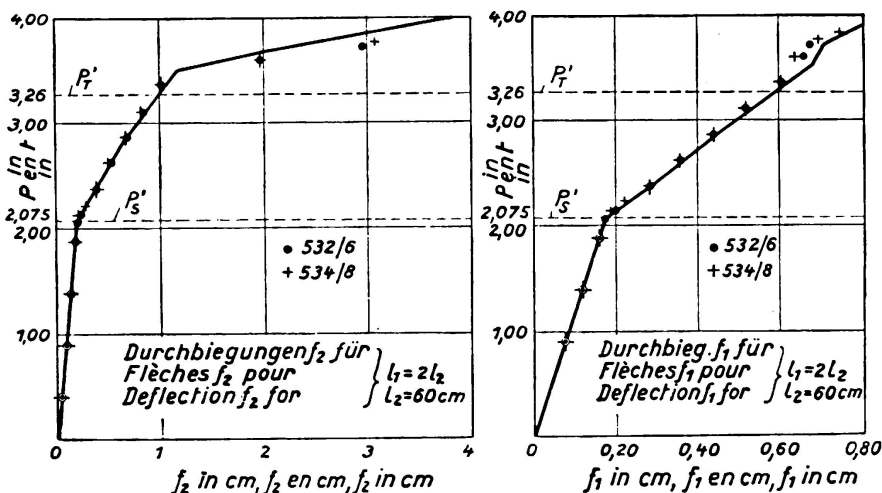


Fig. 27a, b.

milieu de la travée médiane  $f_2 = 0,105 + 0,834 = 0,939$  cm, au milieu de la travée latérale  $f_1 = + 1,041 - 1,668 = - 0,627$ .

En partant des fig. 25c et f on a reporté dans les fig. 26b, c et d, de la même manière que dans B et C les relations:  $f_2$  (P) fléchissement dans la travée centrale,  $f_1$  (P) fléchissement dans la travée latérale ainsi que A (P) et B (P).

A titre de comparaison on a reporté dans les fig. 27a et b les fléchissements mesurés dans les travées centrale et latérale. On y a aussi reporté les valeurs  $P'_s$  et  $P'_T$ . On peut voir clairement que  $P'_T$  caractérise la véritable résistance. Les

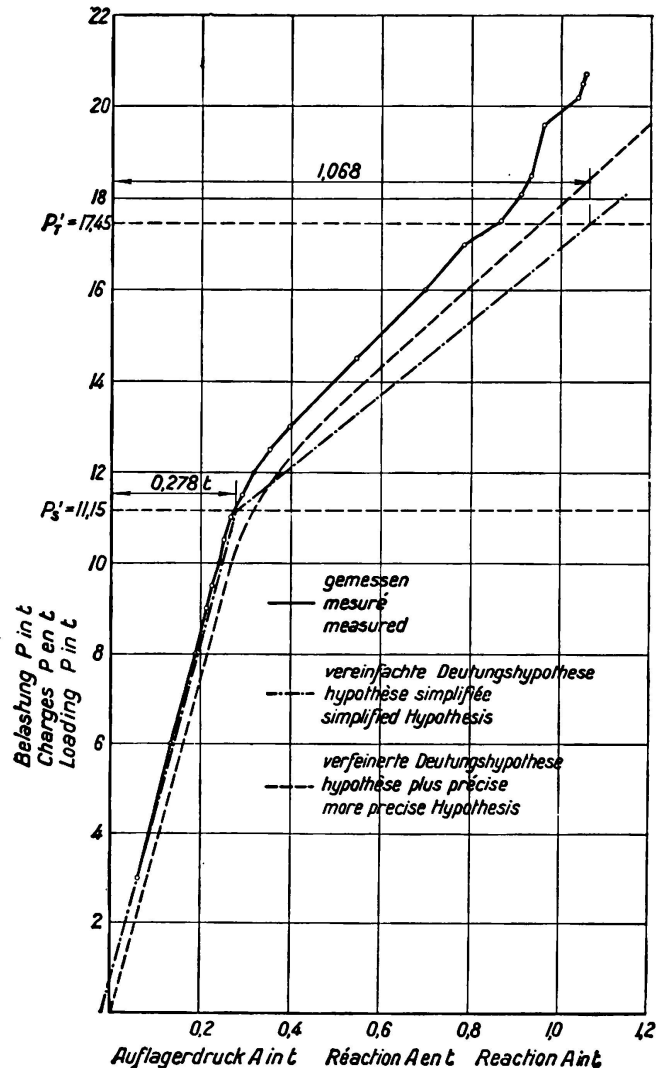


Fig. 28a.

valeurs d'essai  $P_w = 3,902$  t pour lesquelles la poutre «s'en va» (résistance = épuisée, déformations  $-\infty$ ) ne doivent pas être prises pour caractériser la résistance [voir sous A) et B)]. Lorsque  $P > P'_T$  les fléchissements par exemple croissent beaucoup plus rapidement que lorsque  $P < P'_T$ . Les valeurs mesurées coïncident en fait dans ce cas avec les valeurs calculées d'après l'hypothèse d'interprétation.

Afin de mettre au clair la question de l'allure des moments entre  $P'_s$  et  $P'_T$ , l'auteur a entrepris en mai 1936, des essais correspondant aux relations de la fig. 25 [17]. Il utilisa un profilé I 10 · 10 et des portées  $l_1 = 2,40$  m et  $l_2 = 1,20$  m.

Par un essai comparatif sur une poutre simple, chargée en son milieu, on a déterminé un  $M'_s$  de 262 tcm. En négligeant l'influence de la charge permanente et l'influence de la déformation engendrée par les forces de cisaillement, on obtient

$$P'_s = 11,12 \text{ t} \quad \text{et} \quad P'_T = 17,47 \text{ t}.$$

Dans la fig. 28 nous avons reporté les valeurs moyennes, déterminées par essai, des réactions d'appui en A et  $\bar{A}$  et dans la fig. 28b nous avons tracé les moments en travée et les moments sur appuis déterminés en tenant compte du

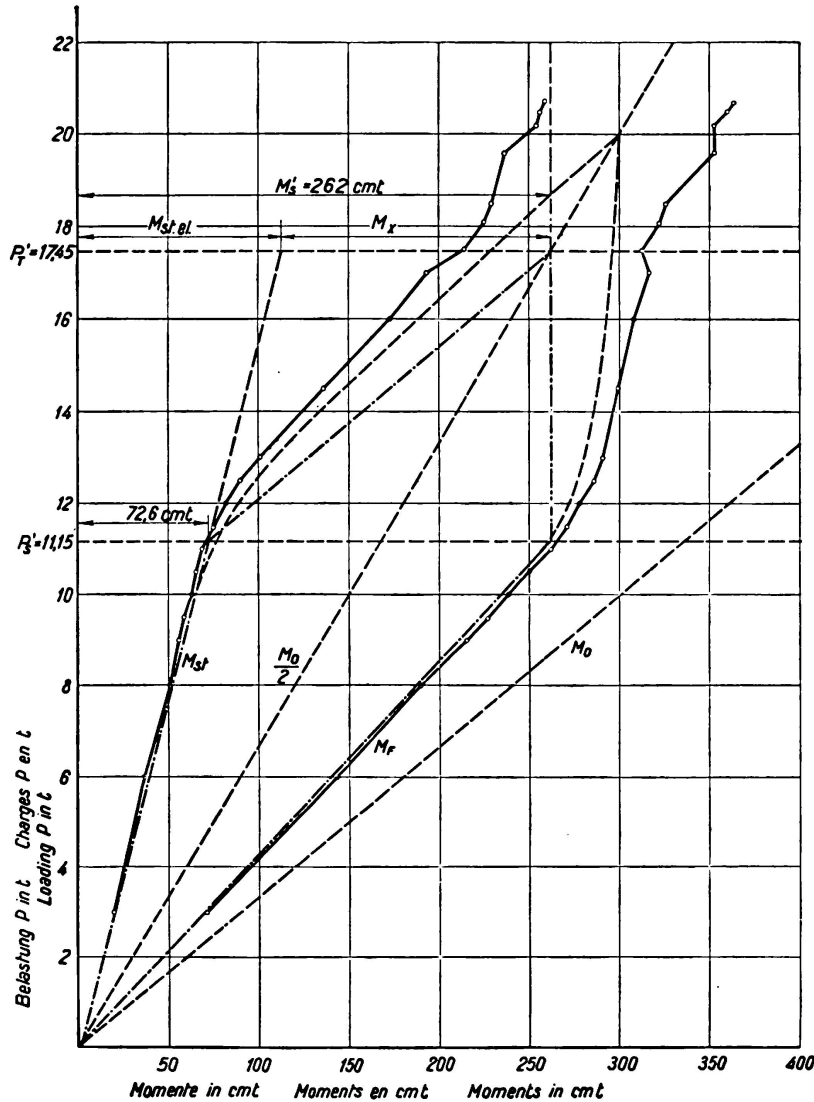


Fig. 28 b.

poids propre, pour les différentes variations de charge. Dans  $P'_s = 11,15$  t et dans  $P'_T = 17,45$  t nous avons aussi pris en considération l'influence du poids propre. La fig. 28c représente les fléchissements mesurés au milieu de la travée médiane.

Ainsi que le montre la fig. 28b les moments effectifs en travée et sur appuis s'écartent sensiblement des valeurs (en traits-points) déterminées d'après l'hypothèse simplifiée d'interprétation. On voit cependant très clairement que les valeurs  $P'_s$  et  $P'_T$  sont caractéristiques pour le comportement réel de la poutre. (Voir aussi à ce sujet la fig. 28c où l'on voit très bien que les fléchissements



ne commencent à croître fortement qu'à partir de  $P'_T$ .) Pour  $P > P'_s$ , les moments en travée croissent au-dessus de  $M'_s$ . La résistance pratiquement utilisable de la poutre est seulement atteinte aussitôt qu'au droit des appuis commencent aussi à apparaître des déformations permanentes, c'est-à-dire aussitôt que  $M_{st}$  arrive aux environs de la valeur  $M'_s$ .

Du fait que les deux moments ne sont pas égaux sous la charge  $P'_T$ , il ne faut toutefois pas en conclure que la résistance pratiquement utilisable de la poutre continue est réduite par rapport à  $P'_T$ . D'ailleurs il faut expliquer les

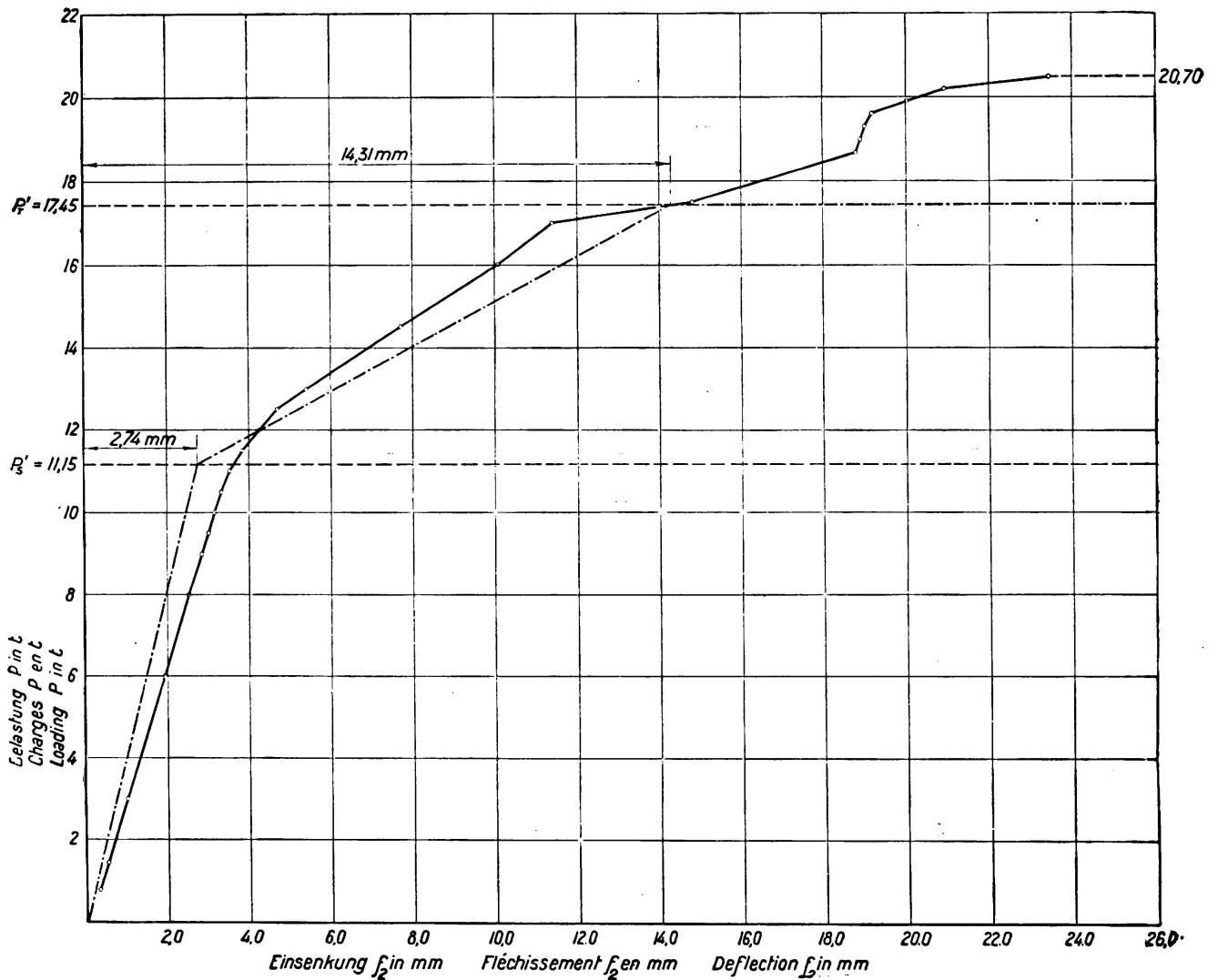


Fig. 28 c.

écarts dans  $M_{st}$  et  $M_F$  par le fait que suivant l'hypothèse simplifiée d'interprétation, on a choisi dans la fig. 4 une droite horizontale FG en remplacement de la courbe CDE. Si l'on emploie la ligne polygonale CDE, déterminée par les essais, on obtient, en ne tenant pas compte de l'influence du poids propre et des déformations engendrées par les forces de cisaillement et ainsi qu'il est démontré dans [17], l'allure des moments en travée et sur appuis également reportée (en petits traits) dans la fig. 28b.

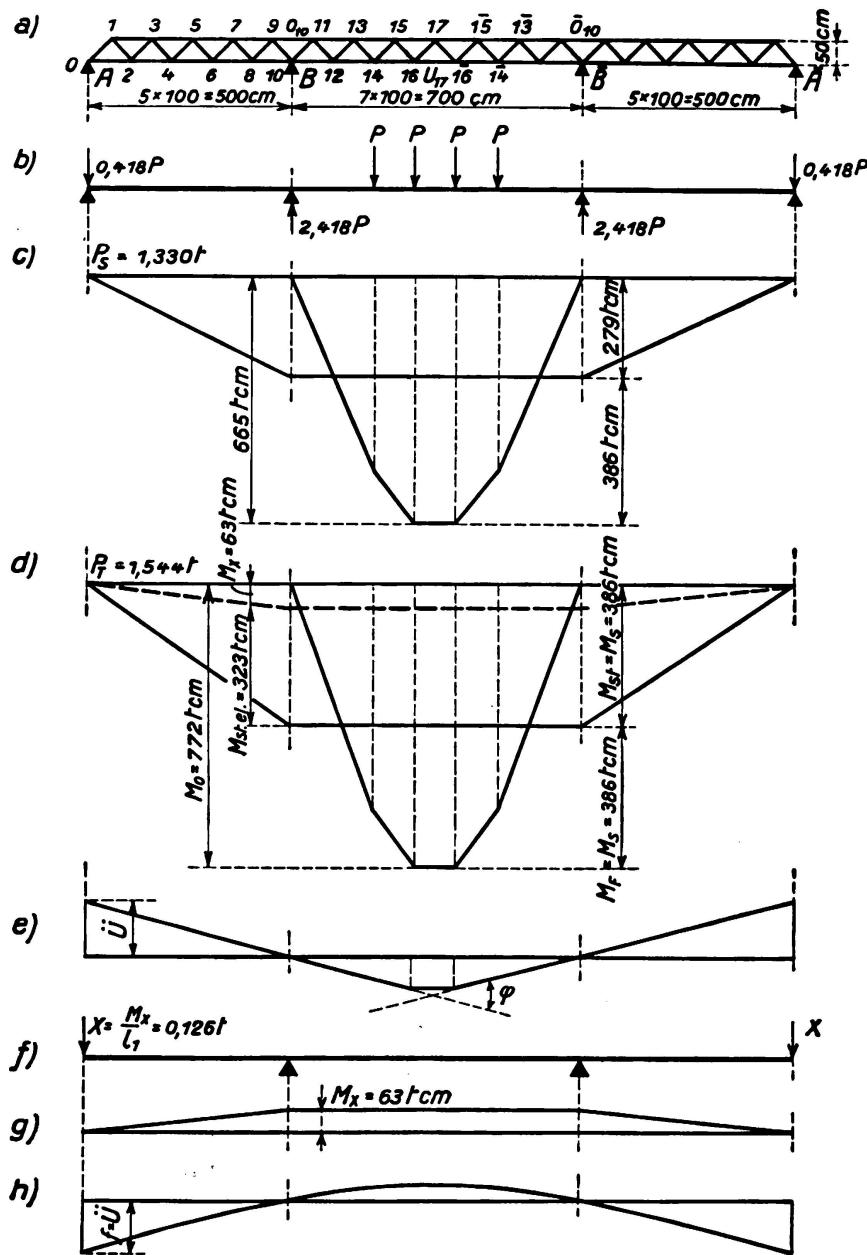


Fig. 29.

Les lignes pointillées pour  $M_F$  et  $M_{st}$  ne sont évidemment valables que pour autant que  $M_{st} < M_s$ . Sous l'effet de la charge  $P^*$ , correspondant à ce cas limite, la forme de la barre présente, après la décharge, une pliure non seulement au milieu de la poutre, mais aussi au droit des appuis.

#### F. Poutre réticulée à membrures parallèles continue sur trois travées.

Les essais commencés par *M. Grüning* et exécutés par *G. Grüning* et *E. Kohl* [18] furent effectués sur la poutre de la fig. 29a. Les barres de la membrure supérieure au droit des appuis intermédiaires ainsi que les trois barres du milieu de la membrure inférieure furent construites de telle sorte que l'on pouvait les changer. Après coup on construisit une articulation à vis au noeud 17. On détermina par mesurage les réactions aux appuis A et  $\bar{A}$  au cours des différents stades de mise en charge.

Au cours d'un des premiers essais, les sections de barres  $O_{10}$ ,  $U_{17}$  et  $\bar{O}_{10}$  étaient de  $2,88 \text{ cm}^2$  chacune, leur limite d'écoulement  $\sigma_s = 2,68 \text{ t/cm}^2$ . Le moment supportable  $M_s = 2,88 \cdot 50 \cdot 2,68 = 386 \text{ tcm}$ . Si l'on néglige l'influence de la charge permanente on a obtenu, pour quatre charges identiques appliquées aux points 14, 16,  $\bar{16}$  et  $\bar{14}$ , des réactions de  $0,418 P$  purement élastiques aux appuis extérieurs et par conséquent des réactions de  $2,418 P$  aux appuis intermédiaires, un moment sur appui de  $0,418 \cdot 500 P = 209 P$  et un moment maximum en travée de  $(500 - 209) P = 291 P$ . Les charges  $P_s$  pour lesquelles la barre  $U_{17}$  atteint la limite d'écoulement, sont d'après la fig. 29c:  $291 P_s = M_s = 386 \text{ tcm}$ , d'où  $P_s = 1,33 \text{ t}$ . C'est d'après la fig. 29d que l'on peut calculer les charges  $P_T$  qui engendrent des tensions d'écoulements dans les barres  $O_{10}$  et  $\bar{O}_{10}$ :  $M_{st} = M_o - M_s = M_s$ , c'est-à-dire  $500 P_T = 2 \cdot 386 \text{ tcm}$  d'où  $P_T = 1,544 \text{ t}$ . Les relations entre  $M_{st}$ ,  $M_F$ ,  $P_s$  et  $P_T$  sont à tirer de la fig. 30a. Si l'on décharge la poutre chargée jusqu'à  $P_T$ , on constate dans la

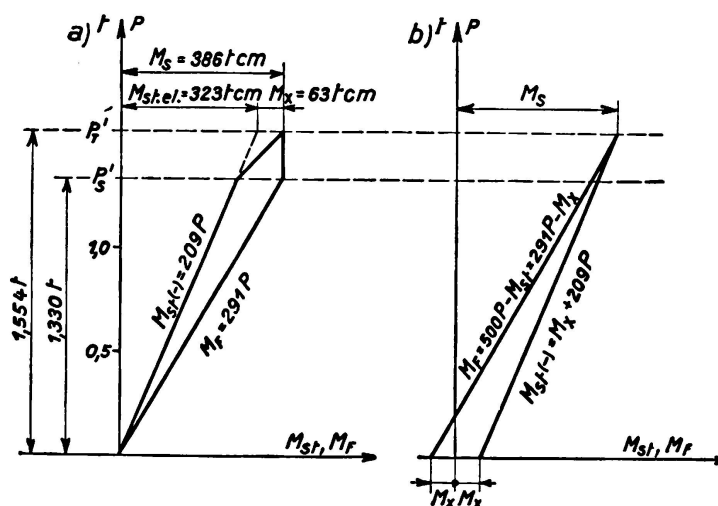


Fig. 30.

membrane inférieure des déformations permanentes suivant la fig. 29e. La ligne de flexion présente sous le point 17 un angle  $\varphi$  qui permet de calculer le relèvement  $\bar{u}$ . Lorsque l'on recharge la poutre, des forces  $X$  (fig. 29f) doivent d'abord amener les appuis extérieurs dans leur position primitive. Il en résulte un moment sur appui  $M_x = X \cdot l_1$  auquel s'ajoute pour une charge allant jusqu'à  $P_T$ :  $M_{st\,el} = 209 \cdot P_T = 323 \text{ tcm}$ . De  $M_x + M_{st\,el} = M_s$  on peut tirer (fig. 29d)  $M_x = 63 \text{ tcm}$  et  $X = 0,126 \text{ t}$ . Le fléchissement  $f$ , qui correspond à  $X$ , de l'extrémité de la barre doit être égal à  $\bar{u}$ . On peut tirer de là  $\varphi$  et l'allongement permanent  $\Delta s$  de la barre  $U_{17}$  (on aurait aussi pu calculer  $\Delta s$  à partir de la déformation de la poutre A, B, 16, 17,  $\bar{16}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{A}$ ). Les relations qui existent lors d'une remise en charge sont représentées à la fig. 30b. La fig. 31 donne les valeurs d'essai tirées de la fig. 7 de [18]. En fait elles concordent avec les valeurs de l'interprétation de l'essai (fig. 29 et 30) lorsque l'on néglige le poids propre et lorsque l'on admet une articulation sans frottement au point 17.

Dans les essais donnés sous [18] on prit des barres qui sur une partie de leur longueur possédaient des sections réduites. Les charges dépassèrent  $P_T$ . On rechercha aussi l'influence sur la résistance de l'abaissement des appuis. Un relèvement unique des appuis extérieurs n'a pas diminué la résistance. Des

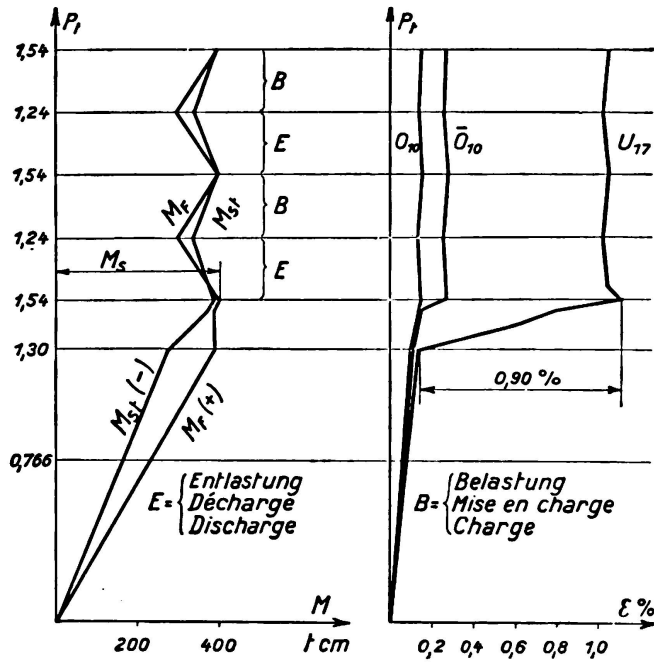


Fig. 31.

relèvements et abaissements consécutifs pour une surcharge  $P_T$  mettent en danger l'existence de la poutre.

Au sujet des conclusions à tirer des essais, qui demandent encore à être poursuivis, nous renvoyons le lecteur à [18] p. 72.

Il serait très important de connaître la résistance effective de poutres réticulées continues dont les barres critiques possèdent des affaiblissements produits par exemple par les trous de rivets.

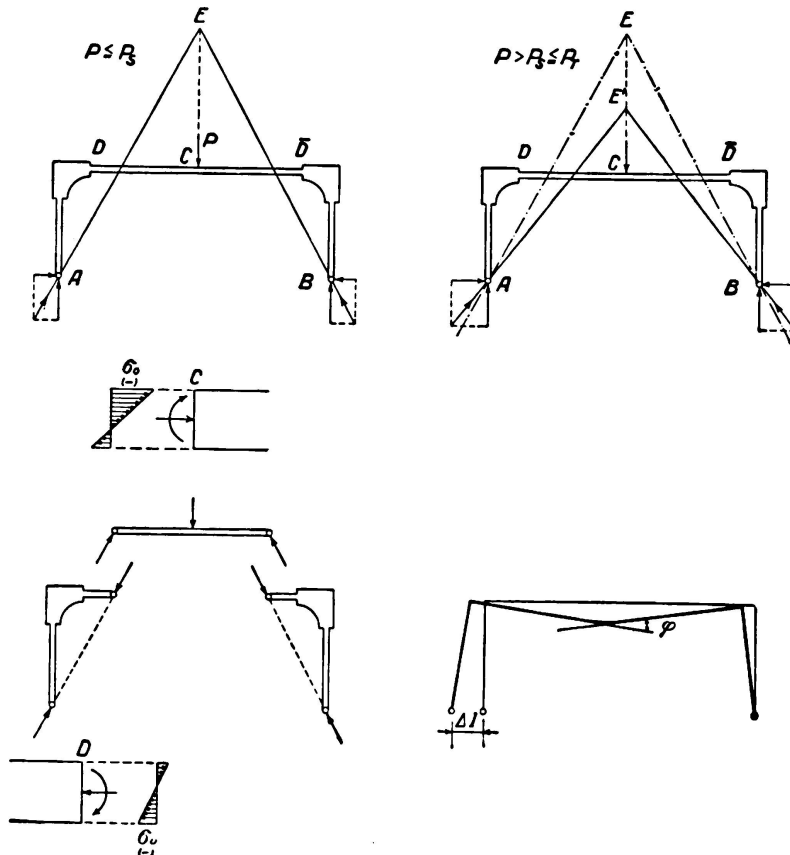


Fig. 32.

*G. Poutres en cadre dont la traverse est horizontale.*

Dans [19], K. Girkmann décrit un essai qu'il a effectué et pour lequel la fig. 32 est valable.

La poutre en cadre AB, avec angles à première vue surdimensionnés, fut chargée au milieu de la traverse par une force croissante P. Il existe d'abord la ligne de pression AEB qui correspond, dans les sections C et D aux sollicitations dessinées. La plus forte sollicitation se trouve à la fibre supérieure de la section C (compression).

Sous l'effet d'une charge  $P_s$ , cette tension atteint la limite d'écoulement. Lorsque la charge croît encore,  $P > P_s$ , les parties de la traverse, situées aux environs de C se déformeront plastiquement de telle sorte que si l'on substitue

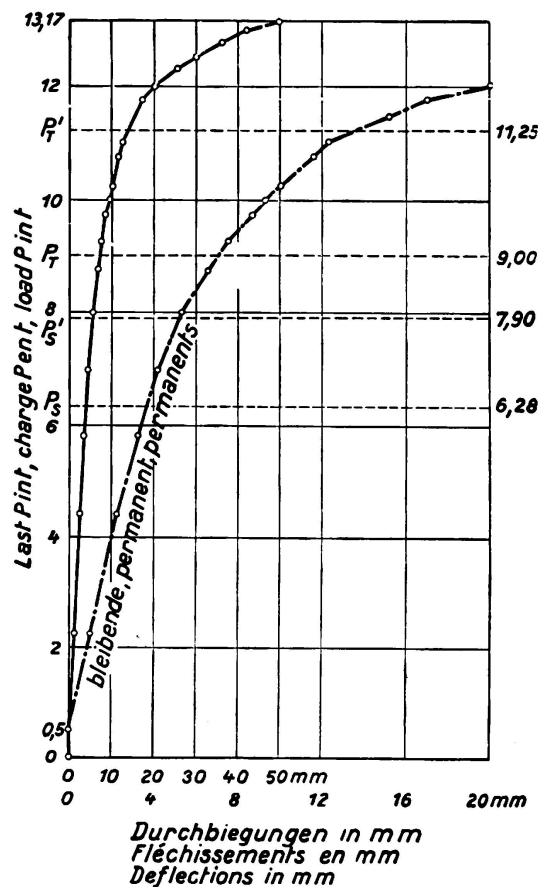


Fig. 33.

à l'appui fixe un mobile, cet appui se déplace de  $\Delta l$  vers l'extérieur. Ceci signifie que pour des valeurs  $P > P_s$  la poussée horizontale est plus grande que d'après la théorie ordinaire. La ligne des pressions devient plus plate. Le cadre commence à faillir définitivement, même si la limite d'écoulement est atteinte dans la section D (en bas). Dans les applications pratiques on peut calculer avec une approximation suffisante la charge supportable en considérant le cas où la ligne des pressions passe au milieu entre D et C, plus exactement entre les points du noyau déterminants pour  $\sigma_o$  en C et pour  $\sigma_u$  en D. Si l'on prend dans les calculs les sections sans réduction pour les rivets, on a :

$$P_{adm} = 2,88 \text{ t} \quad \text{pour } \sigma_{adm} = 1,2 \text{ t/cm}^2; P_s = 6,28 \text{ t}$$

lorsque à un seul endroit (en haut en C)  $\sigma_s = 2,62 \text{ t/cm}^2$  est atteint;  $P_T = 9,0 \text{ t}$

comme charge qui peut pratiquement être supportée. On y a supposé que la section C agit comme un articulation dès que la limite d'écoulement est atteinte dans sa fibre supérieure.

La théorie ordinaire admet dans le cas du cadre soumis aux essais une résistance de 6,28 t. L'essai a montré que pour  $P = 11,25$  t seulement (fig. 33) les fléchissements croissent rapidement au milieu de la traverse.  $P'_T$  est alors  $= 11,25$  t et  $P'_s = \sim P'_T \cdot \frac{P_s}{P_T} = \sim 11,25 \cdot \frac{6,28}{9,00} \sim 7,9$  t. Pour  $P_v = 13,17$  t une fissure se forme dans la paroi d'un trou de rivet au milieu de la traverse. Les autres observations faites au cours de cet essai sont contenues dans [19].

### Résumé.

Sur la base de nombreuses figures, l'auteur expose les résultats des essais effectués pour la mise au net de différentes questions concernant la théorie de la plasticité. Dans chaque cas on peut démontrer que la résistance effective n'est pas déterminée par la charge  $P_s$ , pour laquelle, lors de l'application de la théorie de l'élasticité, la limite d'écoulement est atteinte dans un membre quelconque de la poutre, mais une charge plus grande  $P_T$ . Pour la détermination de cette charge effective, nous avons employé un procédé (hypothèse simplifiée d'interprétation), employé aussi pour l'interprétation des essais, qui fournit des valeurs suffisamment exactes pour les applications pratiques. Il n'y a aucune raison de préciser plus encore l'interprétation des essais et la méthode de détermination de  $P_T$ .

### Nomenclature

des mémoires les plus importants sur la question de l'influence de la plasticité de l'acier sur le dimensionnement des ouvrages métalliques, principalement en tout et qui concerne des essais.

- F. Bleich:* La Ductilité de l'Acier. Son application au dimensionnement des systèmes hyperstatiques.  
*L'Ossature Métallique 3 (1934), p. 93.*
- F. Bleich:* La théorie et la recherche expérimentale en construction métallique.  
*L'Ossature Métallique 3 (1934), p. 627.*
- H. Bleich:* Über die Bemessung statisch unbestimmter Stahltragwerke unter Berücksichtigung des elastisch-plastischen Verhaltens des Baustoffes.  
*Bauingenieur 13 (1932), p. 261.*
- [8] *F. Bohny:* Über die Verwendung von Nickelstahl im Brückenbau (p. 90 Versuch mit I 30).  
*Der Eisenbau 2 (1911), p. 79.*
- [9] *J. E. Brik:* Über den Knickwiderstand der Druckgurte vollwandiger Balkenträger (contient des indications concernant des recherches sur pontes simples).  
*Der Eisenbau 3 (1912), p. 51 und 4 (1913), p. 189, 192, 353.*

- Eisenmann:* Theorie und Statik plastischer Träger des Stahlbaues.  
*Stahlbau 6 (1933), p. 25. Erwidernng 6 (1933), p. 54.*
- [16] *F. v. Emperger:* Versuche mit eingespannten Balken in Heft 5 der Mitteilungen über Versuche ausgeführt vom Eisenbetonausschuß des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins.  
*F. Deuticke, Leipzig und Wien 1917.*
- [3] *J. Fritsche:* Die Tragfähigkeit von Balken aus Stahl mit Berücksichtigung des plastischen Verformungsvermögens.  
*Bauingenieur 11 (1930), p. 851, 873, 888.*
- J. Fritsche:* Die Tragfähigkeit von Balken aus Baustahl bei beliebig oft wiederholter Belastung.  
*Bauingenieur 12 (1931), p. 827.*
- [5] *J. Fritsche:* Grundsätzliches zur Plastizitätstheorie.  
*Stahlbau 9 (1936), p. 65.*
- [19] *K. Girkmann:* Über die Auswirkung der „Selbsthilfe“ des Baustahls in rahmenartigen Stabwerken.  
*Stahlbau 5 (1932), p. 121.*
- [14] *O. Graf:* Über Dauerversuche mit I-Trägern aus St. 37.  
*Stahlbau 7 (1934), p. 169.*
- [18] *G. Grüning & E. Kohl:* Tragfähigkeitsversuche an einem durchlaufenden Fachwerkbalken aus Stahl.  
*Bauingenieur 14 (1933), p. 67.*
- Martin Grüning:* Die Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung.  
*Broschüre Berlin 1926.*
- [2] *M. Grüning-Kulka:* Bautechnik 6 (1928), p. 274.
- [4] *F. Hartmann:* Die Formänderungen einfacher und durchlaufender Stahlträger. Mit einem Versuch.  
*Schweiz. Bauzeitung 101 (1933), p. 75.*
- F. Hartmann:* Über die Erhöhung der zulässigen Inanspruchnahme von stählernen Brücken.  
*Zeitschrift des Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins 1935, Heft 21/22 und 23/24.*
- A. S. Joukoff:* Principes d'application de la plasticité au calcul des constructions métalliques hyperstatiques.  
*L'Ossature Métallique 3 (1934), p. 379.*
- F. Kann:* Der Momentenausgleich durchlaufender Traggebilde im Stahlbau.  
*Broschüre, Verlag de Gruyter & Co. 1932.*
- F. Kann:* Rechnerische Untersuchungen über die Größe des Fließbereiches in stählernen Durchlaufbalken unter Berücksichtigung des Momentenausgleichs.  
*Stahlbau 5 (1932), p. 105. Berichtigung (1932), p. 160.*
- [15] *G. v. Kazinczy:* Kisérletek befalozott tartókkal. (Recherches sur pontres encastrées).  
*Betonszemle 2 (1914), Nr. 5, 6, 7.*
- G. v. Kazinczy:* Bemessung von statisch unbestimmten Konstruktionen unter Berücksichtigung der bleibenden Formänderungen.  
*Internationaler Kongreß für Eisenbau, Liège Septembre 1930.*
- [13] *G. v. Kazinczy:* Statisch unbestimmte Tragwerke unter Berücksichtigung der Plastizität.  
*Stahlbau 4 (1931), p. 58.*
- G. v. Kazinczy:* Die Weiterentwicklung der Plastizitätslehre.  
*Sonderdruck aus dem 12. Jahrgang der „Technica“, Budapest 1931.*
- G. v. Kazinczy:* Die Bemessung unvollkommen eingespannter Stahl I-Deckenträger unter Berücksichtigung der plastischen Formänderungen.  
*2<sup>e</sup> vol. des Mémoires de L'A.I.P.C., Zurich 1934.*

- N. C. Kist:* Die Zähigkeit des Materials als Grundlage für die Berechnung von Brücken, Hochbauten und ähnlichen Konstruktionen aus Flußeisen.  
*Der Eisenbau 11 (1920), p. 425.*
- N. C. Kist:* Ductility as a base for design-computation of steel bridges and structures instead of proportionality of stress and strain.  
*La Technique des Travaux, Liège September 1930.*
- N. C. Kist:* La Déformation en palier de l'acier substituée à la loi de Hooke comme base de calcul de la résistance des ponts et charpentes métalliques.  
*Science et Industrie. Edition: Construction et Travaux Publics. Mars 1933.*
- O. Knackstedt:* Beitrag zur Ermittlung der wirklichen Tragfähigkeit statisch unbestimmter Vollwandträger aus Stahl unter Berücksichtigung der plastischen Verformung.  
*Dissertation, Braunschweig 1932.*
- O. Lienau:* Der Einfluß der Streckung auf die Tragfähigkeit durchlaufender Eisen-träger.  
*Zeitschrift Der Schiffbau 29 (1928), p. 532.*
- [11] *Maier-Leibnitz:* Beitrag zur Frage der tatsächlichen Tragfähigkeit einfacher und durchlaufender Balkenträger aus Baustahl St. 37 und aus Holz.  
*Bautechnik 6 (1928), p. 11, 27.*
- Maier-Leibnitz:* Diskussionsbeitrag im Bericht über die 2. Internationale Tagung für Brückenbau und Hochbau.  
*Wien 1928, p. 257.*
- [1] *Maier-Leibnitz:* Versuche mit eingespannten und einfachen Balken von I-Form aus St. 37.  
*Bautechnik 7 (1929), p. 313. Berichtigung (1929), p. 366.*
- Maier-Leibnitz:* Artikel: „Zulässige Beanspruchung“ in Luegers Lexikon der Gesamten Technik und ihrer Hilfswissenschaften.  
*Luegers Lexikon der gesamten Technik ca. 1930.*
- [17] *Maier-Leibnitz:* Frage der tatsächlichen Tragfähigkeit durchlaufender vollwandiger Balken aus Baustahl mit drei Feldern.  
*Stahlbau 9 (1936).*
- [7] *H. F. Moore:* The strength of I-beams in flexure (également des indication en ce qui concerne la littérature pour recherches sur poutres simples.  
*Bulletin Nr. 68 der University of Illinois, Engineering Experiment Station vom 1. September 1913.*
- [10] *K.A. Müllenhoff:* Versuche an schmiedeeisernen Blechträgern (enthält Versuche von F. Mc. Kibben der Lehigh Universität an einfachen Balken).  
*Der Eisenbau 4 (1913), p. 157.*
- [12] *J. H. Schaim:* Der durchlaufende Träger unter Berücksichtigung der Plastizität.  
*Stahlbau 3 (1930), p. 13.*
- E. Siebel und H. F. Vieregge:* Über die Abhängigkeit des Fließbeginns von Spannungs-  
verteilung und Werkstoff.  
*Mitteilungen aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Eisenforschung 1934,  
Band XVI, Lieferung 21.*
- [6] *F. Stüssi und C. F. Kollbrunner:* Beitrag zum Traglastverfahren.  
*Bautechnik 13 (1935), p. 264.*
- F. Stüssi:* Sicherheit statisch unbestimmter Fachwerke bei Veränderung einzelner  
Stabquerschnitte. Beitrag zur wirtschaftlichen Verstärkung statisch un-  
bestimmter Fachwerkträger mit geringsten Eingriffen.  
*Bautechnik 9 (1931), p. 603.*
- F. Stüssi:* Aktuelle baustatische Probleme der Konstruktionspraxis.  
*Schweiz. Bauzeitung 1935, tirage à part.*



Leere Seite  
Blank page  
Page vide