Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Les formules de la stabilité des barres excentriquement comprimées

Autor: Ježek, k.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3009

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

I 9

Les formules de la stabilité des barres excentriquement comprimées.

Formelmäßige Lösung des Stabilitätsproblemes exzentrisch gedrückter Stahlstäbe.

Formulae for the Solution of Eccentrically Loaded Steel Columns.

Dr. Ing. K. Ježek,
Dozent an der Technischen Hochschule Wien.

Les découvertes de *Euler*, de *Engesser* et de *Kármán*[1] ont permis de trouver une solution satisfaisante au problème de la stabilité des barres droites centriquement comprimées. Ce mode de sollicitation est un cas idéal qui ne se présente jamais dans la pratique car le plus petit écart par rapport aux hypothèses faites, comme par exemple une excentricité infiniment faible, mais inévitable, du point d'application de la force ou une courbure de la barre, peut engendrer une flexion additionnelle et produire dans certains cas une réduction tout-à-fait appréciable de la résistance. Dans une barre sollicitée à une compression centrée et à la flexion il peut se présenter un état d'équilibre instable, toutefois seulement lorsqu'un accroissement de la surcharge provoque des déformations permanentes. Cette condition *importante* distingue *fondamentalement* le problème de la détermination de la charge supportable du problème du flambage de la barre droite.

Ce problème de stabilité a été étudié théoriquement et expérimentalement pour la première fois par *Kármán*, en liaison avec ses essais connus sur le flambage des barres soumises à une charge légèrement excentrée.[1] *Kármán* est parti de la courbe de travail d'une sorte d'acier déterminée et il a développé un procédé d'intégration graphique pour la résolution de l'équation différentielle de la ligne élastique; cette partie des travaux de *Kármán* resta très longtemps ignorée. La méthode approximative donnée 13 ans plus tard par *Krohn*[2] partagea le sort des recherches de *Kármán* parce que la suite des calculs n'était pas assez claire et surtout parce qu'il manquait une évaluation mathématique des résultats. Quelques années plus tard *Roš et Brunner* ont développé une méthode graphique approximative; ils portèrent les résultats obtenus sur un diagramme qui, pour la première fois, permettait de déterminer numériquement la relation existant entre la résistance, l'excentricité et l'élancement, pour une loi de déformation déterminée.[3]

---

[1] *Th. v. Karman:* Untersuchungen über Knickfestigkeit. V.D.I. fasc. 81, 1910.

[2] *R. Krohn:* Knickfestigkeit. Bautechnik 1923.

[3] Voir les rapports du 2e Congrès intern. de constructions de Ponts et Charpentes, Vienne 1928 et du 1er Congrès international des Ponts et Charpentes, Paris 1932.

Finalement *Chwalla* a établi, en suivant les déductions de *Kármán*, la solution exacte pour une barre soumise à une compression dont l'excentricité est quelconque.[4]

Toutes ces recherches présentent un inconvénient important: leurs résultats ne peuvent être obtenus que grâce à des calculs très ennuyeux et ne peuvent être représentés que sous forme d'un diagramme ou d'un tableau. Si, d'autre part, on pense qu'il faut avoir à sa disposition un *grand* nombre de diagrammes disposés suivant le *type d'acier* et la *forme de la section*, on constate aisément que ce fait n'est pas seulement une complication, mais presque un empêchement. Il en résulte que les prescriptions de presque tous les pays — à ma connaissance, seules les prescriptions suisses font exception — ne tiennent pas compte des nouvelles connaissances relatives au dimensionnement des barres excentriquement comprimées (probablement à cause de l'absence de formule simple théoriquement justifiée).

Je voudrais brièvement esquisser le chemin qui conduit à une solution, sous forme de formules, de ce problème de stabilité très important pour la construction métallique. Tout d'abord il est possible de remplacer la courbe de déformation des aciers employés actuellement par une courbe de travail idéalement plastique, car une solidification ne peut se produire que pour des barres extrêmement courtes et pratiquement inutilisables, avec un élancement $\lambda < 20$. Les essais de compression exécutés avec soins par le „Deutscher Stahlbauverband"[5] justifient suffisamment l'hypothèse de la validité de la loi de Hooke jusqu'à la limite élastique. Remplaçons d'autre part l'axe déformé par une ligne sinusoïdale, nous obtenons dans le cas le plus simple d'une section rectangulaire, la solution que j'ai donnée sous forme de formules[6] et dont les résultats présentent une concordance parfaite avec les valeurs déduites de l'axe déformé effectif[7] (erreur maxima 3 %). La limite élastique est à déterminer de la façon usuelle, par un essai à la compression. J'ai étudié finalement, avec les mêmes hypothèses, la résistance des barres excentriquement comprimées en fonction de la forme de la section[8]; les conditions de stabilité dans le plan des moments aussi bien que perpendiculairement à ce plan exigent une mise au point, à cause de la faible épaisseur des profilés employés dans la construction métallique. A la fig. 1 nous avons représenté, en fonction du degré d'élancement λ et de la forme de la section, la contrainte axiale critique σ_{kr} au dessus de laquelle un équilibre entre les forces extérieures et les forces intérieures est impossible, pour l'acier 37 le plus souvent employé et pour un degré d'excentricité $m = 1$ (la force agit au bord du noyau). On constate que l'influence de la forme de la section joue un

[4] *E. Chwalla:* Theorie des aussermittig gedrückten Stabes aus Baustahl. Stahlbau 1934 (Exposé du procédé graphique exact).

[5] *W. Rein:* Versuche zur Ermittlung der Knickspannungen für verschiedene Baustähle. Fasc. 4 du Ber. des Aussch. für Versuche im Stahlbau. J. Springer, Berlin 1935.

[6] *K. Ježek:* Näherungsberechnung der Tragkraft exzentrisch gedrückter Stahlstäbe. Stahlbau 1935. — Die Tragfähigkeit axial gedrückter und auf Biegung beanspruchter Stahlstäbe. Stahlbau 1936.

[7] *K. Ježek:* Die Tragfähigkeit des exzentrisch beanspruchten und des querbelasteten Druckstabes aus einem ideal plastischem Stahl. Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften in Wien, Math.-naturw. Kl. Abt. IIa, 143e vol., 7e fasc., 1934.

[8] *K. Ježek:* Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl. J. Springer, éditeur, Vienne 1937.

rôle important dans les barres courtes mais décroit rapidement avec l'augmentation de l'élancement et la réduction de l'excentricité. Ce sont les barres dont la section est en forme de croix qui se comportent le mieux et les barres dont la section est en I ou en T qui se comportent le plus défavorablement; dans les deux derniers cas, la contrainte critique se trouve très peu au dessus de la contrainte limite σ_n du domaine élastique. La courbe des contraintes critiques (courbe de σ_K) pour m = 0,01 est à peu près indépendante de la forme de la section et montre clairement, pour des barres dont le degré d'élancement est moyen, la forte influence, sur la résistance, d'une excentricité extrêmement petite de $^1/_{100}{}^e$ du rayon du noyau central.

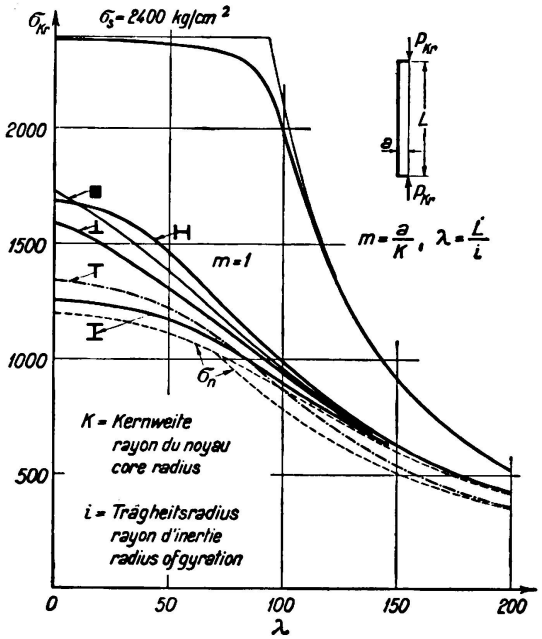
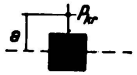
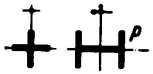
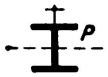


Fig. 1.

Il est finalement possible, en considérant les barres dont la section a une forme quelconque, de déduire une formule approximative valable pour toutes les sortes d'acier. Nous avons donné cette formule unique au tableau I, les coefficients μ_1 et μ_2 sont dépendants de la forme de la section. Pour les barres à section en T il faut employer, au dessous d'une certaine contrainte axiale, une deuxième formule semblablement établie. Ces méthodes de calcul sont valables d'une façon tout-à-fait générale pour les barres axialement comprimées et sollicitées à la flexion, lorsque l'on prend comme module d'excentricité dans un sens tout-à-fait large, le rapport du moment de flexion (par rapport à la barre non déformée) à la force axiale; pour plus de détails je renvoie le lecteur à mes publications. Pour $\mu_1 = 1$ et $\mu_2 = 0$ on obtient les formules nécessaires au calcul de la courbe des σ_n dessinée en traits discontinus à la fig. 1.

Pour le dimensionnement des barres *théoriquement soumises à une compression centrée* je propose d'introduire dans le calcul une excentricité inévitable d'au moins $^1/_{100}{}^e$ du rayon du noyau central; on obtient ainsi avec $m_o = 0{,}01$ et $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 0$ une «*formule de flambage*» simple qui s'accorde fondamentalement avec le fait, aujourd'hui évident, que la limite d'écrasement représente la limite supérieure de la contrainte de flambage et qui se transforme pratiquement en la formule de *Euler* pour les barres fortement élancées. Nous devons encore dire que ces formules concordent entièrement avec les essais qui nous sont connus et qu'elles garantissent une détermination satisfaisante de la résistance avec un calcul simple et la validité la plus générale. Ce problème est ainsi suffisamment mis au clair, dans une forme satisfaisante, tant au point de vue théorique qu'au point de vue pratique.

Tableau I. — Principes de calcul des barres excentriquement comprimées.

Section	Formule pour l'élancement critique	Domaine de validité	Coefficients μ_1	Coefficients μ_2	Remarques
	$\lambda^2 = \frac{\pi^2 E}{\sigma_{Kr}}\left[1-\mu_1 \frac{m\,\sigma_{Kr}}{(\sigma_s-\sigma_{Kr})}\right]\left[1-\mu_2 \frac{m\,\sigma_{Kr}}{(\sigma_s-\sigma_{Kr})}\right]$	illimité $0 \leqq \sigma_{Kr} \leqq \sigma_s$	0,5	0,5	L = longueur de la barre F = surface de la section $W_{1,2}$ = moment de résistance du bord comprimé, respectivement du bord tendu i = rayon de giration $\lambda = \frac{L}{i}$ = élancement a = excentricité $m = \frac{a\,F}{W_1}$ = module d'excentricité σ_s = limite élastique E = module d'élasticité σ_{Kr} = contrainte critique $P_{Kr} = F \cdot \sigma_{Kr}$ = force supportable
			0.5	0,5	
			0,4	0,4	
			0,9	0,1	
			0,9	0,1	
		$\frac{\sigma_{Kr}}{\sigma_s} \geqq \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2}$	0,8	0,2	
	$\lambda^2 = \frac{\pi^2 E}{\sigma_{Kr}}\left[1-\mu_1 \frac{W_1 m\,\sigma_{Kr}}{W_2(\sigma_s+\sigma_{Kr})}\right]\left[1-\mu_2 \frac{W_1 m\,\sigma_{Kr}}{W_2(\sigma_s+\sigma_{Kr})}\right]$	$\frac{\sigma_{Kr}}{\sigma_s} \leqq \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2}$			