Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Die Flächentragwerke des Eisenbetons

Autor: Dischinger, Fr.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-2715

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IVa 2

Die Flächentragwerke des Eisenbetonbaues.

Les surfaces portantes dans la construction en béton armé.

Shell Construction in Reinforced Concrete.

Dr. Ing. Fr. Dischinger,
Professor an der Technischen Hochschule, Berlin.

Nachdem vor ca. 12 Jahren von der Dyckerhoff & Widmann AG. in Verbindung mit der Firma Zeiß, Jena die Schalenbauweise geschaffen wurde, bei welcher die Lastübertragung im wesentlichen nur durch Dehnungskräfte erfolgt, hat diese Bauweise in der Zwischenzeit einen gewaltigen Aufschwung genommen, der nur dadurch ermöglicht wurde, daß nach großzügigen Versuchen die Theorie dieser räumlichen Gebilde in überraschend kurzer Zeit weitgehend ausgebaut wurde. In noch viel höherem Maße als durch die Theorie der kreuzweis gespannten Platten und Pilzdecken wurden hierdurch dem monotolitischen Eisenbeton auf dem Gebiet der weitgespannten Hallen neue Arbeitsgebiete geschaffen. Mittels der Schalen und Faltwerke, die beide unter dem Namen Flächentragwerke zusammengefaßt werden, lassen sich Spannweiten erzielen, deren Verwirklichung man früher in der Massivbauweise für unmöglich gehalten hätte. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß seit der Erfindung der Schalenbauweise erst ein Jahrzehnt verflossen ist. In dieser kurzen Zeit wurden hunderttausende von Quadratmetern große Hallen mit Spannweiten bis zu 100 m erstellt.

Das nachstehende Referat zerfällt in zwei Teile. In dem ersten Teil wird ein Überblick über die Entwicklung der Theorie seit dem letzten Kongreß gegeben und die bauliche Entwicklung an Hand einiger Ausführungen gezeigt. In dem zweiten Teil dagegen wird das Problem der durchlaufenden Zylinderschalen bzw. Rohre behandelt.

1. *Die Entwicklung der Theorie der Schalen seit dem letzten Kongreß in dem Jahre 1932.*

Bezüglich der verschiedenen Schalenformen, die nachstehend besprochen werden, wird auf das Referat von *W. Petry* II/4 für den Kongreß Paris 1932 hingewiesen. In dem im gleichen Jahre erschienenen Bd. 1 der „Abhandlungen" hat *U. Finsterwalder*[1] das Problem der Zeiß-Dywidag-Tonne behandelt. Diese setzt sich zusammen aus einer zylindrischen Schale und den beiderseitigen Randbalken. Hierdurch ergibt sich ein einheitlicher Raumträger, den man auch als räumlichen Plattenbalken bezeichnen kann, bei dem die Schale die Druckplatte darstellt. Im Gegensatz zu den gewöhnlichen Plattenbalken, bei welchen bei größeren Abständen der Stege, die Platte sich nur in beschränktem Maße an der

Übernahme der Druckkräfte beteiligt, wirkt bei diesen räumlichen Plattenbalken die gesamte Schale als Druckplatte mit. Das hängt damit zusammen, daß bei den gewöhnlichen Plattenbalken nach Fig. 1a die Mitwirkung der Platte an der Übernahme der Druckkräfte N_x durch Schubkräfte N_{xy} zwischen den Balken und der Platte erzwungen werden muß. Die mitwirkende Breite ist deshalb eine Funktion der Trägerlänge. Die Druckspannungen verteilen sich aber nicht gleichmäßig auf die gesamte Breite der Platte, weil sich die von den Balken weiter entfernten Plattenstreifen infolge der Schubverzerrungen der Mitarbeit entziehen.

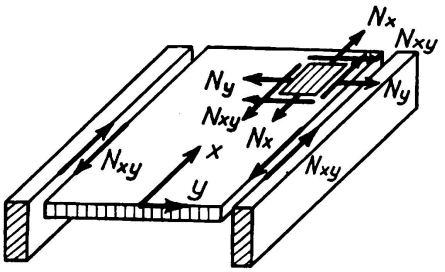

Fig. 1a.

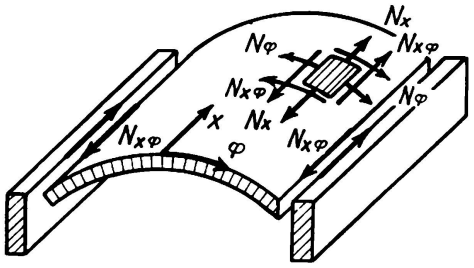

Fig. 1b.

Die Wirkungsweise bei den räumlichen Plattenbalken nach Fig. 1b ist eine wesentlich andere, denn in den Schalen sind, wie aus den Gl. 2 des nachfolgenden Abschnittes II hervorgeht, auch bei Vernachlässigung der Schubkräfte $N_{x\varphi}$ zwischen Schale und Randbalken, in den Schalen Druckkräfte N_x vorhanden, die bedingt sind durch die Massen- oder Flächenlasten der Schale und infolgedessen beteiligt sich die Schale in ihrer ganzen Breite an der Übernahme der Druckkräfte und zwar in um so höherem Maße je mehr die Querschnittslinie der Schale gegenüber der Seillinie überhöht ist. Deshalb besitzen die Schalenträger, deren Querschnittslinie nach flachen Ellipsensegmenten geformt sind, eine wesentlich bessere Trägerwirkung von Binderscheibe zu Binderscheibe als die Kreiszylinderschalen. Des weiteren ergeben sich für diese stark überhöhten Schalenträger auch viel geringere Biegungsmomente in der Gewölberichtung, weil bei ihnen die zur Übernahme des äußeren Biegungsmomentes notwendigen Druckkräfte N_x zum weitaus größten Teil durch die Flächenlasten der Schale selbst und nicht durch die Schubkräfte $N_{x\varphi}$ erzeugt werden. Die Größe der auftretenden Biegungsmomente in der Gewölberichtung sind abhängig von dem Anteil der Druckkräfte N_x, die durch die Schubkräfte $N_{x\varphi}$ unter Zwang erzeugt werden müssen. Aus diesen Überlegungen ergibt sich ohne weiteres, daß sich bei den Schalenträgern mit stark überhöhten Querschnittslinien wesentlich geringere Biegungsmomente ergeben, als bei den Kreiszylinderschalen. Ich komme auf diesen Punkt später nochmals zu sprechen.

Zwischen der Schale und dem Randträger ergeben sich vier statisch unbestimmte Kräfte. Diese sind: 1. Die Gewölbekraft N_φ, die Querkraft Q_φ, das Biegungsmoment M_φ, und die Schubkraft $N_{x\varphi}$. Für die beiden Ränder zusammen haben wir also acht statisch unbestimmte Größen, und infolgedessen muß dem Schalenproblem eine Diff.-Gl. achter Ordnung oder ein dieser entsprechendes System von drei Diff.-Gl. zugrunde liegen, denn wir benötigen, entsprechend den acht statisch unbestimmten Größen, für die Schließung der beiden Fugen

zwischen der Schale und den Randträgern acht Konstante. Bei seiner Lösung ging *U. Finsterwalder* davon aus, daß bei größeren Binderabständen die Schale nicht in der Lage ist, durch Biegungsmomente M_x Lasten nach den Binderscheiben abzutragen und setzte dementsprechend das Moment M_x und die zugehörige Querkraft Q_x, sowie das Drillungsmoment $M_{x\varphi}$ zu Null. Infolge dieser Annäherung gelang es, das Problem in Form einer Diff.-Gl. achter Ordnung unter Einführung einer Spannungsfunktion darzustellen, bei der sich die inneren Kräfte der Schale in gleicher Weise wie bei der *Airy*'schen Spannungsfunktion der Scheibe als Ableitungen dieser Spannungsfunktion darstellen ließen.

Bei kleinen Binderabständen im Verhältnis zu dem Krümmungsradius der Kreiszylinderschale sind die von *U. Finsterwalder* getroffenen Vernachlässigungen $M_x = Q_x = M_{x\varphi} = 0$ nicht mehr zulässig. Aus diesem Grunde bemühte sich der Verfasser, für diese Fälle, die für Hallenbauten mit großen Gewölbespannweiten von Bedeutung sind, für die Kreiszylinderschale eine strenge Lösung zu schaffen. Da bei diesen weitgespannten Gewölben die Schale mit Rücksicht auf die Knicksicherheit durch Rippen verstärkt werden muß, habe ich meine Untersuchungen auch auf anisotrope Schalen ausgedehnt.[2] Es ergeben sich hierbei drei lineare simultane Diff.-Gl. mit konstanten Koeffizienten. Particulare Lösungen dieser Diff.-Gl. erhält man nach *H. Reißner*[3] dadurch, daß man die Flächenlasten durch Kreisfunktionen in Form doppelter trigonometrischer Reihen darstellt. Die Untersuchungen zeigen nun, daß bei einem in sich geschlossenen Rohr drei Möglichkeiten für die Lastübertragung bestehen. Diese sind: 1. Die Übertragung der Lasten nach den Binderscheiben durch Dehnungskräfte (Membrantheorie), 2. die Übertragung der Lasten nach den Bindern durch Biegungsmomente M_x in der Schale (Plattenwirkung), 3. ein Ausgleich der Lastanteile der höheren Harmonischen durch Biegungsmomente in der Ringrichtung. Dieser Ausgleich in der Ringrichtung ist nur deshalb möglich, weil den höheren Harmonischen bezogen auf den gesamten Ringquerschnitt keine tatsächliche vertikale Lastresultante entspricht. Die tatsächliche Belastung wird durch die Wirkungen 1 und 2 nach den Binderscheiben übertragen. Um bei den Zeiß-Dywidag-Tonnen die Randbedingungen an den beiderseitigen Randbalken zu erfüllen, muß die obige Particular-Lösung durch eine Lösung des homogenen Systems der Diff.-Gl. ergänzt werden. Das homogene System der Diff.-Gl. wird in gleicher Weise wie bei dem weiter unten zu besprechenden schon 1930 gelösten Problem von *K. Miesel*[3] erfüllt durch den Exponential-Ansatz $e^{m\varphi} \cos \lambda x$. Damit gehen die drei Diff.-Gl. in drei gewöhnliche homogene Gleichungen über, die auf eine Gleichung achten Grades führen, aus deren Lösung wir die Wellenlängen und die Dämpfungen der von den beiden Rändern ausgehenden Doppelschwingungen erhalten. Diese Gleichung achten Grades wurde für ca. hundert verschiedene Fälle gelöst. Die sich daraus ergebenden Werte der Wellenlängen und Dämpfungen wurden in Diagrammen aufgetragen, die ein Abgreifen dieser Werte ohne jede Rechnung ermöglichen. Durch den obigen Ansatz lassen sich jedoch nicht nur die acht Randbedingungen an den Rändern längs der Erzeugenden, sondern zugleich auch die Randbedingungen an die Binderscheiben erfüllen.

Das Randproblem des geschlossenen Kreiszylinderrohres an den Binderscheiben wurde, wie oben erwähnt, schon 1930 von *K. Miesel* für eine ganz beliebige Randstörung behandelt. Hierbei berücksichtigte *K. Miesel* auch zugleich die Nach-

giebigkeit der aussteifenden Scheiben, ein Problem, das bei dem U-Boot-Bau eine große Rolle spielt. Auch *U. Finsterwalder* hat sich in seiner unter 1. angezogenen Arbeit mit diesem Problem beschäftigt und dafür eine Näherungslösung geschaffen, wieder in Form einer Spannungsfunktion, wobei jetzt im Gegensatz zu der entsprechenden Lösung für die Zeiß-Dywidag-Schalen, nicht die Größen M_x, Q_x, $M_{x\varphi}$, sondern die Werte M_φ, Q_φ, $M_{x\varphi}$ vernachlässigt wurden. Diese Näherungslösung ergibt bei wesentlich geringerer Rechenarbeit für nicht allzu große Werte der Harmonischen eine sehr gute Übereinstimmung mit der strengen Lösung von *K. Miesel*. Für unsere Bauaufgaben kommen jedoch keine sehr hohen Werte der Harmonischen in Frage.

Je biegungssteifer die Schale in der Gewölberichtung ausgebildet wird, umso mehr nähert sich bei den Zeiß-Dywidag-Tonnen das Gesetz der Spannungsverteilung der N_x-Kräfte dem *Navier*'schen Geradlinien-Gesetz, weil dann die Formänderungsarbeit der Biegungsmomente in der Gewölberichtung gegenüber der der Dehnungskräfte keine Rolle mehr spielt. Je dünner aber die Schale ist, um so mehr hat sie das Bestreben, die Biegungsmomente zu verkleinern bei entsprechend ungünstiger Verteilung der Dehnungskräfte. Um trotzdem eine günstigere Verteilung der N_x-Kräfte zu erhalten, müssen diese dünnen Schalen mit entsprechend hohen Randbalken kombiniert werden.

Ich habe schon im Anfang meiner Darlegungen darauf hingewiesen, daß sich bei den stark überhöhten Querschnittskurven, wie z. B. bei dem flachen Ellipsensegment geringere Biegungsmomente bei wesentlich günstigerer Trägerwirkung ergeben. Je größer die Schalentonnen werden, umso notwendiger wird es, die Kreiszylinderschalen durch stärker überhöhte Schalenformen zu ersetzen. Bei den großen Hallenbauten des Reichsluftfahrtministeriums wurden deshalb fast ausschließlich Schalen mit elliptischer Querschnittslinie verwendet, die nach einem Vorschlag von *U. Finsterwalder* mittels der Theorie der Kreiszylinderschale berechnet wurden, dadurch, daß das Ellipsensegment durch drei Kreis-Korbbögen angenähert wurde. Damit ergibt sich naturgemäß eine sehr verwickelte Rechnung, da sich hierbei vier Ränder ergeben und die von den Rändern ausgehenden Schwingungen sich gegenseitig beeinflussen. Es ist deshalb ein starkes Bedürfnis für eine geschlossene strenge Lösung dieser Querschnittskurven vorhanden. Diese ist einem meiner Assistenten gelungen und wird demnächst in einer Dissertation veröffentlicht werden.

Die Schalenträger werden vielfach als durchlaufende Träger über mehrere Felder ausgeführt. Da diese Schalenträger im Verhältnis zur Trägerspannweite eine große Höhe besitzen, werden die Stützmomente durch die Schubverzerrungen teilweise stark beeinflußt. Hierauf hat schon *W. Flügge*[4] hingewiesen. Bei den schlanken Trägern werden bekanntlich die Einflüsse der Schubverzerrungen bewußt als bedeutungslos vernachlässigt. Bei den Schalenträgern ist diese Vernachlässigung nicht immer zulässig. Im Abschnitt II meines Referates habe ich den Einfluß dieser Schubverzerrungen auf die Stützmomente ausführlich nachgewiesen und mittels Dreimomentengleichungen ein Verfahren entwickelt, bei dem die Stützmomente bei beliebigen Trägerspannweiten und bei beliebigen Belastungen sowohl in der Gewölbe- als auch in der Längsrichtung für isotrope und anisotrope Schalenträger ermittelt werden können.

Mit den zunehmenden Spannweiten der Schalenträger gewinnt das Knick-

problem immer mehr an Bedeutung. Hierbei haben wir zwei Fälle zu unterscheiden: a) Das Knicken der Schale in der Gewölberichtung, und b) das Knicken in Richtung der Erzeugenden. Das erste Problem wurde schon 1914 von *R. von Mises*[5] und das zweite noch früher von *Lorenz*[6] und *Timoschenko*[7] behandelt. Bei den Schalenträgern mit großen Gewölbe- und Trägerspannweiten treten aber diese beiden Probleme in Kombination auf, sodaß man bei einer gesonderten Berechnung der beiden Knickfälle zu günstige Resultate erhalten würde. Dieser für die Schalentonnen so wichtige kombinierte Knickfall hat *W. Flügge*[8] im Jahre 1932 gelöst und in einer sehr ausführlichen für die Praxis gut verwendbaren Form dargestellt. Es zeigt sich hierbei, daß sich der Einfluß der kombinierten Knickung in ungünstiger Weise bemerkbar macht. Die Untersuchungen *Flügges* erstrecken sich auch auf den Fall der anisotropen Kreiszylinderschale, auf die man bei großen Spannweiten unbedingt angewiesen ist. Durch einen Grenzübergang zeigt *W. Flügge,* daß sich seine Gleichungen auch auf den Sonderfall der Plattenknickung überführen lassen.

Da bei der Ableitung der Knickbedingungen vorausgesetzt ist, daß die Formänderungen der Schale klein sind im Verhältnis zu den Schalenstärken, daß aber andererseits bei den praktischen Ausführungen diese Bedingung sehr schwer einzuhalten ist, weil sich bei den großen Spannweiten schon sehr merkbare Deformationen ergeben, muß verlangt werden, daß bei der Knicksicherheit der Schalen wesentlich höhere Sicherheiten in Rechnungen gestellt werden, als bei den einfachen Gewölben. Diese Sicherheiten lassen sich leicht erreichen durch eine Verstärkung der Schale mittels Rippen. Diese Rippen haben zugleich den Vorteil, daß durch sie die Deformationen sehr stark vermindert werden, und daß sie zugleich auch die Biegungsmomente der Schale aufnehmen.

In den letzten Jahren haben sich die Schalentonnen in immer größerem Maßstab in fast allen Ländern durchgesetzt. Es sind zylindrische Schalen mit Trägerspannweiten bis zu 60 m und Gewölbespannweiten bis zu 45 m, also bei Grundflächen von 2700 qm zur Ausführung gelangt. Aus den obengenannten Gründen wurden bei den Schalen mit großer Gewölbe- und großer Spannweite elliptische Querschnittslinien verwendet. Andererseits wurden eine Anzahl Hallen mit Gewölbespannweiten bis zu 100 m bei verhältnismäßig kleinen Binderabständen ausgeführt. Die Fig. 2 zeigt eine derartige Flugzeughalle mit großer Gewölbespannweite in der Außenansicht, die Fig. 3 dagegen die Innenansicht einer Flugzeughalle mit großer Gewölbe- und Trägerspannweite, deren Wiedergabe mir von dem Reichsluftfahrtministerium in entgegenkommender Weise gestattet wurde. Die Fig. 4 und 5 zeigen die Verwendung der Schalen bei Industriebauten und zwar ist in der Fig. 4 die Innenansicht der Postkraftwagenhalle Bamberg und in der Fig. 5 die Verwendung der Kreiszylinderschalen in Form von Sheddächern für eine Blechfabrik in Buenos Aires dargestellt.

2. *Die Faltwerksdächer.*

Bei den Faltwerksdächern wird die gekrümmte Querschnittskurve der Schalen durch ein Vieleck und damit die Schale durch ein Scheibenwerk ersetzt. Das Problem ist naturgemäß genau das gleiche wie bei der Zylinderschale. An Stelle der Diff.-Gl. treten Differenzgleichungen von der gleichen Ordnung. Hierbei

Fig. 2.

kommen zu den Biegungsmomenten aus der Schalenwirkung noch solche aus der Plattenwirkung hinzu, da die einzelnen Scheiben zuerst ihre Lasten durch Biegungsmomente nach den Kanten des Faltwerkes übertragen müssen, von wo sie dann durch die Schalen- bzw. Faltwerkswirkung mittels Dehnungskräften nach den aussteifenden Binderscheiben übertragen werden. Dieses Problem wurde unter Berücksichtigung der Biegungsmomente aus der Schalenwirkung zuerst von *E. Gruber*[9] und *G. Grüning*[10] behandelt. Beide Verfasser haben hierbei den Einfluß der Verdrehungssteifigkeit der Randbalken vernachlässigt.

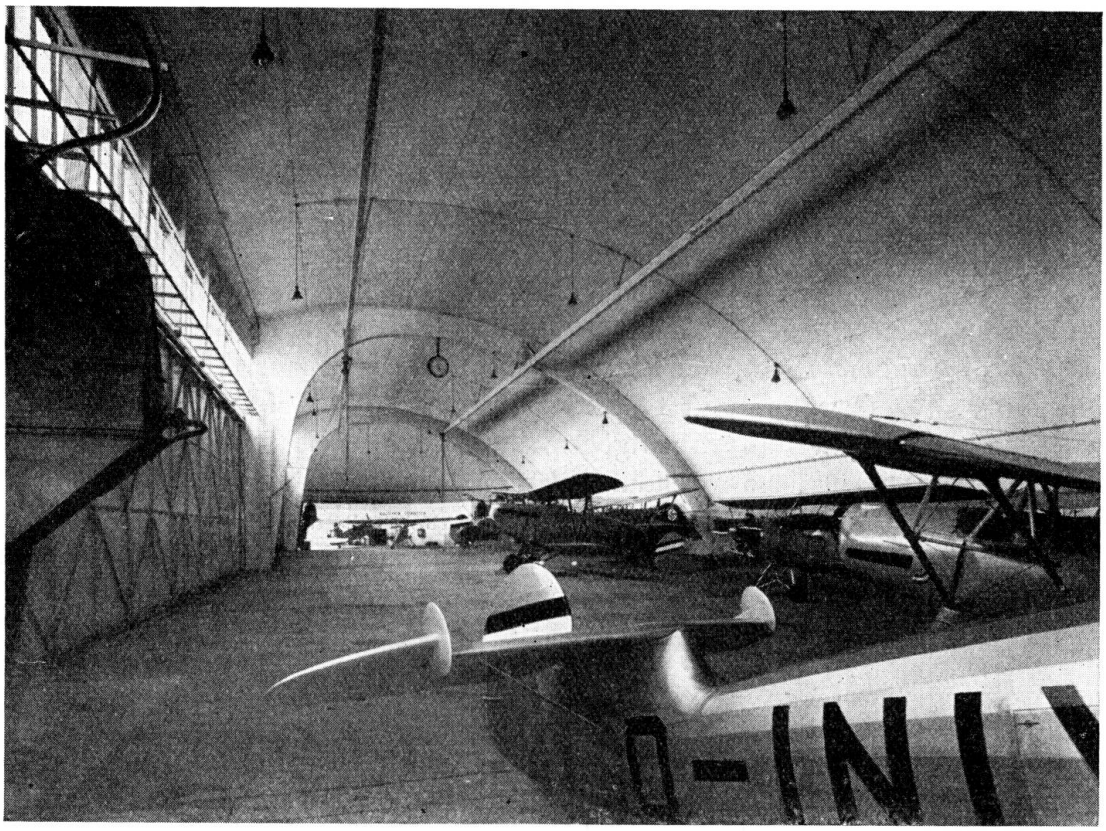

Fig. 3.

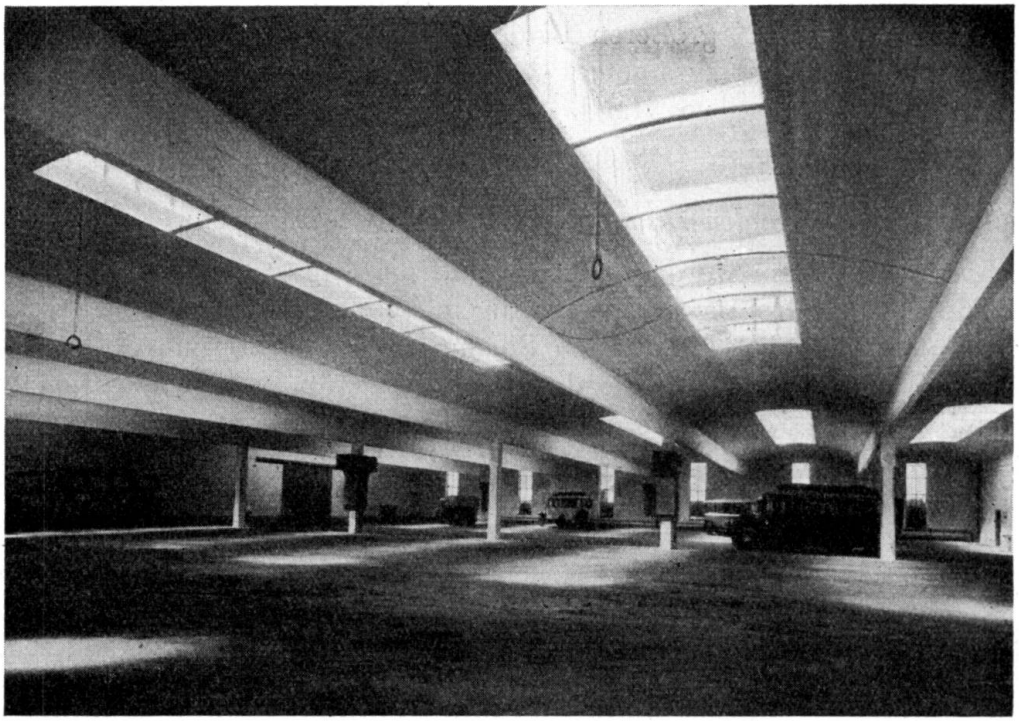

Fig. 4.
Postkraftwagenhalle Bamberg

In dieser Hinsicht wurden die obigen Arbeiten durch *R. Ohlig*[11] vervollkommnet, der in gleicher Weise, wie dies bei den Schalentragwerken schon immer durchgeführt wurde, auch die Verdrehungssteifigkeit der Randbinder mit berücksichtigte. Die Scheibentragwerke sind infolge ihrer größeren Biegungsmomente

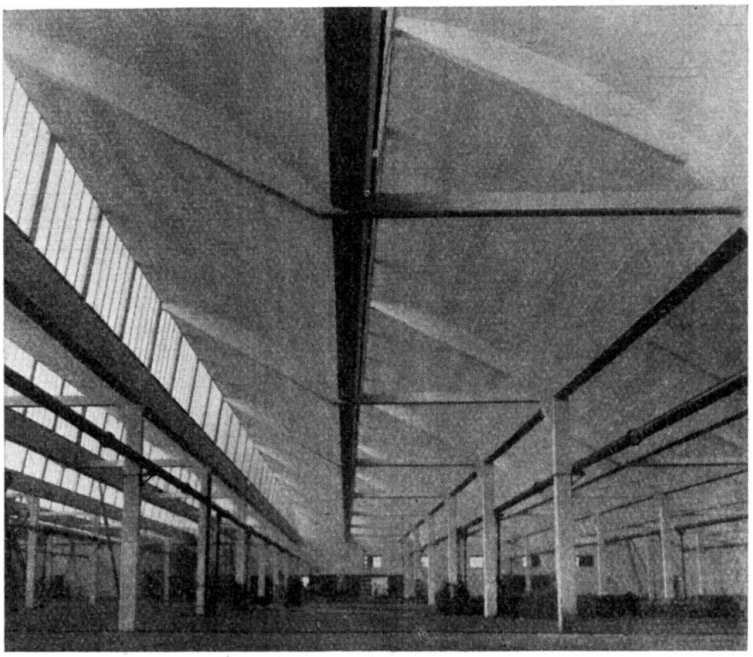

Fig. 5.

gegenüber den Schalen weniger wirtschaftlich, und da das Bessere der Feind des Guten ist, bis heute bei größeren Bauten nicht ausgeführt worden. Das hängt naturgemäß auch damit zusammen, daß sich die Patente für die Schalen und die Faltwerke in derselben Hand — der Dyckerhoff & Widmann AG. — befinden.

3. *Die aus Zylinderschalen zusammengesetzten Vieleckskuppeln.*

Nach diesem System wurden, wie bekannt, die größten bis jetzt vorhandenen Massivkuppeln der Großmarkthalle Leipzig mit 76 m Spannweite und die Kuppel der Großmarkthalle Basel mit 60 m Spannweite in Form von Klostergewölben ausgeführt. Während die Theorie dieser Klostergewölbe schon lange gelöst und veröffentlicht ist,[12] ist dies bezüglich der Theorie der Kreuzgewölbe nicht der Fall. Mit diesen Kreuzgewölben lassen sich architektonisch sehr schöne und in akustischer Hinsicht einwandfreie Kuppeln herstellen. Die Fig. 6 zeigt eine derartige Kuppel in Achteckform. Abgesehen von der guten Akustik besitzen diese Kuppeln eine sehr schöne und gute Beleuchtung durch die großen in den Kappen anzuordnenden Fenster, durch die das Licht durch Spiegelung an den Zylinderschalen bis in die Mitte des Raumes getragen wird. Die Theorie dieser Kuppeln habe ich im Jahre 1930 anläßlich des Preisausschreibens der Akademie des Bauwesens entwickelt und dabei gezeigt, daß es möglich ist, die aussteifenden Grate von Biegungsmomenten frei zu halten. Da mir im Rahmen des vorliegenden Referates zu wenig Raum zur Verfügung steht, soll die Veröffentlichung dieser Theorie demnächst in einer Zeitschrift erfolgen.

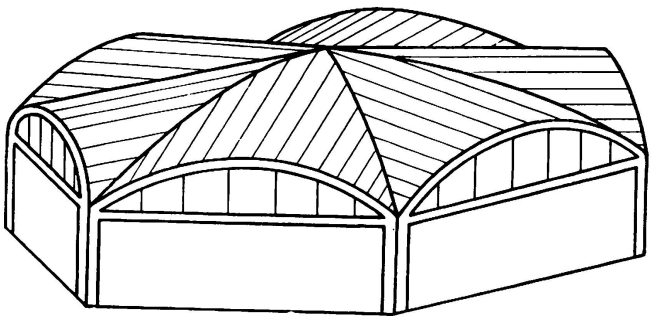

Fig. 6.

4. *Die doppelt gekrümmten Schalen.*

Die Membran- und die Biegungstheorie der am Kämpfer laufend unterstützten Rotationsschale ist schon lange gelöst. Bei der weiteren Entwicklung der doppelt gekrümmten Schalen sind die nachstehenden Formen von Bedeutung: a) Die nur auf wenigen Punkten gelagerten Rotationsschalen, bei denen die Kuppelwirkung durch eine Trägerwirkung der Schale überlagert wird, wodurch diese befähigt wird, ihre Lasten nach den in großer Entfernung angeordneten Tragsäulen zu übertragen; b) die Rotationsschalen und Translationsschalen mit rechteckigen oder vieleckigen Grundrissen; c) die Absidenkuppeln.

Die Theorie dieser verschiedenen doppelt gekrümmten Schalenformen wurde von mir im Jahre 1930 gelegentlich der schon erwähnten Preisarbeit entwickelt. Die Veröffentlichung dieser Arbeiten, die in Form eines Buches von der Akademie

vorgesehen war, mußte leider aus Mangel an Mitteln unterbleiben. Ich habe deshalb diese Veröffentlichungen in verkürzter Form im „Bauingenieur" durchgeführt.[13] Bezüglich der Rotationsschalen auf Einzelstützen ist zu bemerken, daß sich für die Trägerwirkung dieser Schalen das überraschende mit den bekannten Scheibenwirkungen übereinstimmende Resultat ergibt, daß die Trägerhöhe und damit die Hebelarme der inneren Kräfte zum Abtragen der Lasten nach den Säulen proportional den Trägerabständen sind, sodaß also die Spannungen aus der Trägerwirkung unabhängig von der Trägerspannweite sind. Daraus folgt, daß sich mit diesen Schalen ebenso wie bei den Vieleckskuppeln sehr große Trägerspannweiten erreichen lassen. Die Schalen bleiben hierbei jedoch nicht biegungsfrei. Durch die Arbeit von *A. Havers*[14], die das Problem der Randstörung am Breitenkreis einer Kugelschale für eine beliebige Harmonische mittels Kugelfunktion behandelt und löst, ist es nunmehr möglich, auch die in den Schalen entstehenden Biegungsmomente zu berechnen, deren Kenntnis für Großausführungen eine unbedingte Notwendigkeit darstellt. Die Durchrechnung eines Beispiels, die natürlich viel Mühe macht, wäre sehr wünschenswert, um Klarheit zu erhalten, welche Spannweiten sich mit diesen Schalenformen erreichen lassen und ob sie wirtschaftlich sind im Vergleich mit denen unter b) genannten Schalenformen, bei denen die Lastübertragung fast ausschließlich durch Dehnungskräfte erfolgt und bei denen also die Stärke der Schale nur von der Knicksicherheit abhängig ist, denn selbst bei den größten Spannweiten können bei diesen Schalenformen die zulässigen Spannungen nicht ausgenützt werden. Die Berechnung dieser Rotationsschalen mit rechteckigem oder vieleckigem Grundriß läßt sich von dem vom Verfasser angegebenen Verfahren in sehr einfacher Weise mittels der Diff.-Gl. des Membranspannungszustandes durchführen.

Die Fig. 7 zeigt eine derartige, sehr flache Schale mit rechteckigem Grundriß, die für ein Gebäude der Technischen Hochschule Danzig ausgeführt wurde. Bei 12 m Spannweite besitzt die Schale nur einen Pfeil von 0,77 m. Das Pfeilverhältnis l/f beträgt 15,6, ist also geringer als bei den flachsten Brücken. Diese Figur läßt klar erkennen, daß ein derartiger Schalenträger nichts anderes ist, als ein räumlicher Plattenbalken, der sich von dem gewöhnlichen Plattenbalken aber dadurch unterscheidet, daß die gesamte Schale als Druckplatte wirksam ist. In der Fig. 8 ist die Verwendung dieser doppelt gekrümmten Schalen mit rechteckigem Grundriß für eine Klinkerhalle in Beocin dargestellt. Diese Figur zeigt auch die Anwendung der unter c) genannten Apsidenschalen. Wie ich in dem obengenannten Aufsatz im „Bauingenieur"[13] dargelegt habe, ist in diesen halben Kuppeln ein Membranspannungszustand vorhanden, wenn die Schale am Kämpfer durch Ringe ausgesteift wird. Da diese Halbkuppeln als selbständige Bauglieder hergestellt werden können, sind sie für den Hallenbau ein sehr wichtiges neues Bauglied, da sie mit zylindrischen Tonnen zusammengesetzt die Herstellung von Kuppeln mit annähernd ovalen Grundrissen ermöglicht. Diese Halbkuppeln wurden deshalb auch in großem Umfang für Flugzeughallen als Abschlußbauten und zwar mit Spannweiten bis zu 40 m verwendet. Die in der Fig. 3 dargestellte Flugzeughalle, die aus einer großen Längstonne besteht, ist in dieser Weise an den Enden durch Apsidenkuppeln abgeschlossen. Die Fig. 9 endlich zeigt eine weitere derartige Apsidenkuppel für den Musikpavillon des Bades Schwalbach.

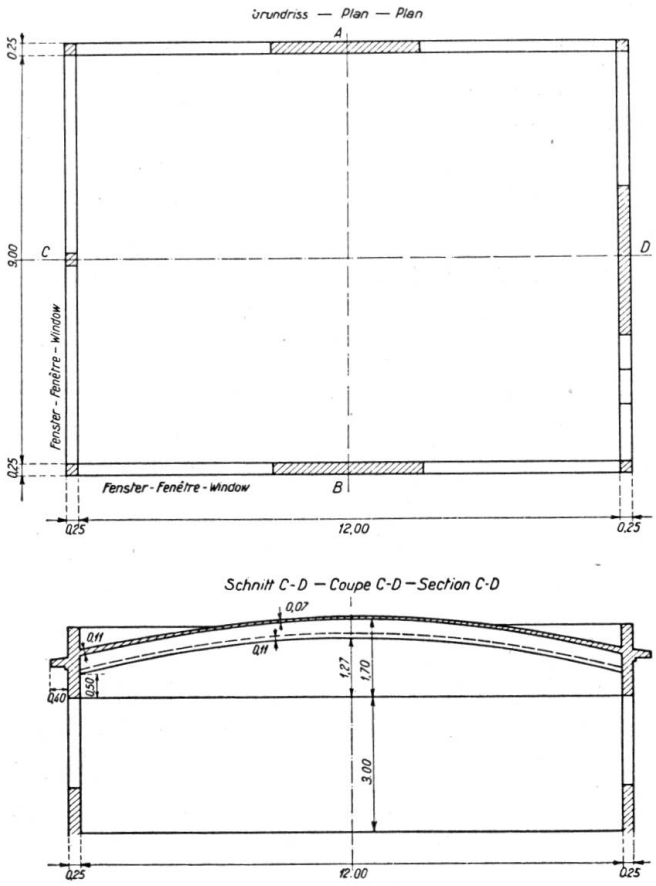

Fig. 7.

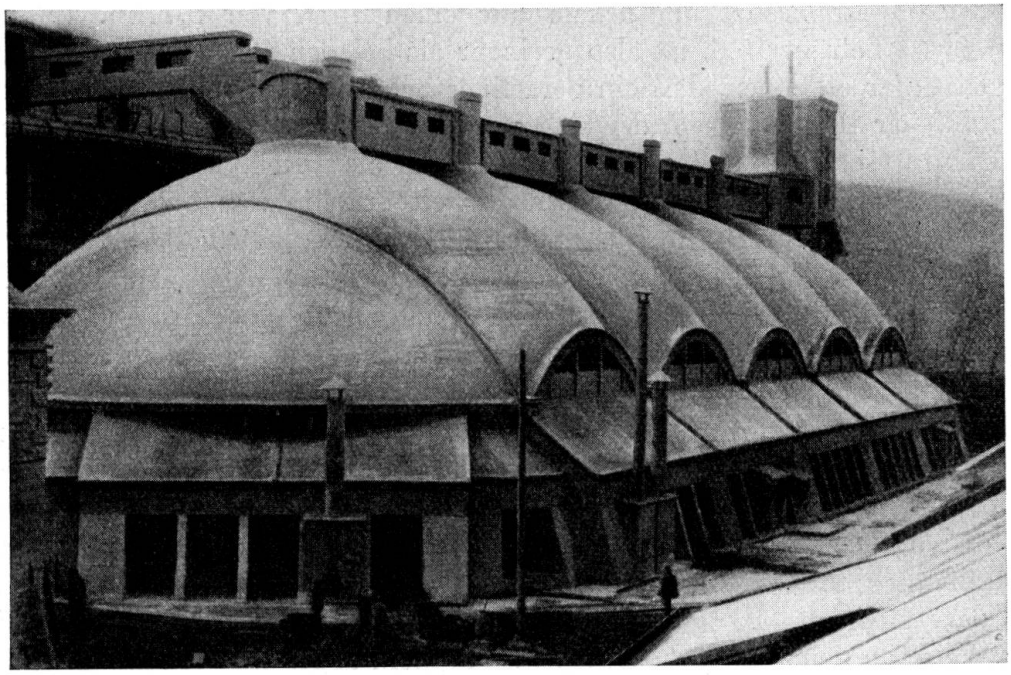

Fig. 8.
Klinkerhalle Beocin.

5. *Das Prinzip des statischen Maßenausgleichs zur Berechnung von affinen Schalen.*

Die im vorhergehenden Abschnitt besprochenen Schalenformen lassen sich mit Hilfe der Diff.-Gl. des Membranspannungszustandes berechnen, weil die Kugelschale mathematisch leicht zu berechnen ist. Das Prinzip des statischen Maßenausgleichs ermöglicht es uns, in ganz einfacher Weise auch die dazu affinen Schalenformen zu berechnen. Ich habe dieses Prinzip im Jahre 1928 entwickelt und im Handbuch für Eisenbeton für bestimmte Fälle dargestellt;[15] im Jahre 1930 habe ich dann gelegentlich der schon erwähnten Preisarbeit mit Hilfe der Diff.-Gl. der beliebig geformten Schale eine allgemeine Darstellung des Problems gegeben und nunmehr im „Bauingenieur"[16] veröffentlicht. Hiermit läßt sich z. B. die Berechnung einer Schale mit elliptischem Grundriß auf die Berechnung einer Rotationsschale als Grundschale zurückführen. Die weiteren zahlreichen Aufgaben, die sich damit lösen lassen, sind in dem obigen Aufsatz gekennzeichnet; es sei nur kurz darauf hingewiesen, daß sich auch affine Raumfachwerke in einfacher Weise berechnen lassen.

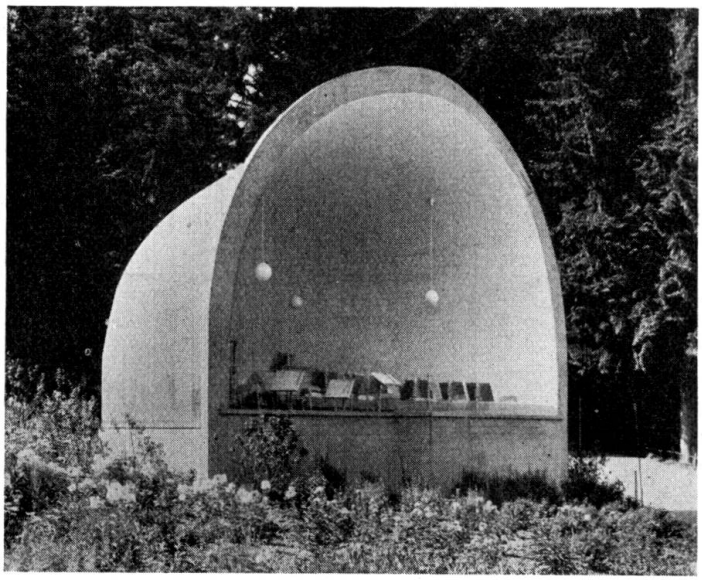

Fig. 9.
Musikpavillon Bad Schwalbach.

6. *Schalen mit ganz beliebiger Krümmung.*

Bei den doppelt gekrümmten Schalen, die nach beliebigen Flächen gekrümmt sind, lassen sich mit Hilfe der Diff.-Gl. des Membranspannungszustandes keine Lösungen finden, weil wir die drei sich ergebenden partiellen Diff.-Gl. nicht integrieren können. Wir müssen einen anderen Weg beschreiten und diese Gleichungen mittels Differenzenrechnung lösen.

Eine sehr übersichtliche und leicht anwendbare Methode zur Lösung derartiger Probleme hat *Pucher* im Jahre 1931[17] gegeben. Diese einfache Lösung wird dadurch ermöglicht, daß gezeigt wird, daß sich die drei Diff.-Gl. in eine einzige zusammenfassen lassen, durch Einführung einer Spannungsfunktion, durch die

der Spannungszustand vollständig beschrieben wird. Die inneren Kräfte des Membranspannungszustandes lassen sich in ähnlicher Weise wie bei der *Airy*'schen Spannungsfunktion als Ableitung daraus gewinnen. Da über die Form der Fläche nur die Voraussetzung der Stetigkeit getroffen ist, lassen sich damit alle im Schalenbau auftretenden Formen berechnen, wenn die Randbedingungen gegeben und mit dem Membranspannungszustand verträglich sind. Die Differenzenmethode wird man immer da anwenden, wenn, wie schon oben erwähnt, eine Lösung mittels der Diff.-Gl. unmöglich ist. Die späteren französischen Arbeiten gehen im wesentlichen den von *Pucher* angegebenen Weg. Auf diese Theorie baut sich die Entwicklung der Schalenbauweise in Frankreich in Form von nicht abwickelbaren Regelflächen auf. Für den speziellen Fall der Rückungsfläche hat *Flügge*[4] in der gleichen Weise mittels Differenzengleichungen eine Lösung angegeben.

Zum Schluß möchte ich noch auf eine interessante Ausführung hinweisen, die in Fig. 10 dargestellt ist. Es handelt sich um die Kuppel im Haus des Deutschen Sports, die für die Olympiade hergestellt wurde. Der Entwurf stammt vom Architekt *March*, die konstruktive Durchbildung von *U. Finsterwalder*. Das Oberlicht ist ganz exzentrisch angeordnet, um für den Ring eine gute Beleuchtung zu erhalten. Die Kuppel besitzt jedoch tatsächlich keine Kuppelwirkung, weil die einzelnen Schalensektoren, die durch kräftige Rippen ausgesteift sind, von den Kämpfern der Kuppel aus vorkragen, ohne sich gegenseitig abzustützen.

Mit Rücksicht auf den geringen im „Vorbericht" zur Verfügung stehenden Raum erscheint der zweite Teil des Referates über die durchlaufende Kreiszylinderschale im Band 4 der „Abhandlungen" der J.V.B.H. Zürich, 1936.

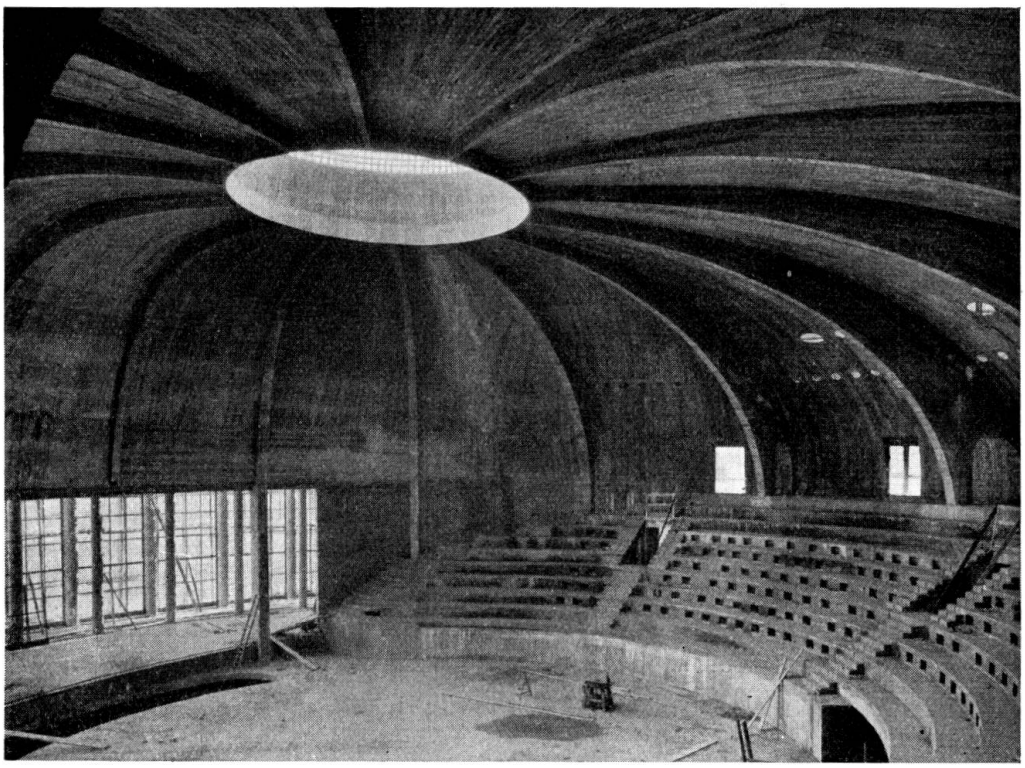

Fig. 10.

Haus des deutschen Sports. Berlin-Reichssportfeld.

Literaturangaben.

[1] *U. Finsterwalder:* Die Theorie der zylindrischen Schalengewölbe, System Zeiß-Dywidag. Intern. Verein. f. Brücken- u. Hochbau, Abh. 1, 1932, und Diss. München 1930, desgl. Ing. Arch. Bd. IV (1933).

[2] *Fr. Dischinger:* Die Strenge Theorie der Kreiszylinderschale in ihrer Anwendung auf die Zeiß-Dywidag-Schalen, Beton und Eisen 1935, H. 16—18.

[3] *K. Miesel:* Über die Festigkeit von Kreiszylinderschalen bei nicht achsensymmetrischer Belastung. Ing. Arch. Bd. 1 (1930).

[4] *W. Flügge:* Statik und Dynamik der Schalen. Jul. Springer, Berlin 1934.

[5] *R. v. Mises:* Z.V.D.I. 58, 1914, S. 750 ff.

[6] *R. Lorenz:* Z.V.D.I. 52, 1908, S. 1766 ff.

[7] *S. Timoschenko:* Z. Math. Phys. 58 (1910), S. 378 ff.

Zu [6] und [7] siehe auch *K. v. Sanden* und *F. Tölke:* Stabilitätsprobleme dünner Kreiszylinderschalen. Ing. Arch. Bd. 3, 1932.

[8] *W. Flügge:* Die Stabilität der Kreiszylinderschale. Ing. Arch. Bd. 3 (1932).

[9] *E. Gruber:* Berechnung prismatischer Scheibenwerke. Int. Verein. f. Brücken- u. Hochbau, Abh. 1 (1932), S. 225 und Abh. 2 (1934), S. 206.

[10] *G. Grüning:* Die Nebenspannungen der prismatischen Scheibenwerke. Ing. Arch. Bd. 3 (1932).

[11] *R. Ohlig:* Beitrag zur Theorie der Prismatischen Faltwerke. Ing. Arch. Bd. 6 (1935) und: Die Nebenspannungen der Randträger prismatischer Faltwerke. Diss. Darmstadt (1934).

Bezüglich der Membrantheorie zu [9] und [11] siehe auch *H. Craemer:* Allgemeine Theorie der Faltwerke. Beton und Eisen 1930, S. 276 und *G. Ehlers:* Die Spannungsermittlung in Flächentragwerken. Beton und Eisen 1930, S. 281.

[12] *Fr. Dischinger:* Theorie der Vieleckskuppeln. Diss. Dresden 1929 und Beton und Eisen 1929, S. 100.

[13] *Fr. Dischinger:* Die Rotationsschalen mit unsymmetrischer Form und Belastung. Bauingenieur 1935, H. 35—38.

[14] *A. Havers:* Asymtotische Biegetheorie der unbelasteten Kugelschale. Ing. Arch. 6, 1935.

[15] *Fr. Dischinger:* Der Spannungszustand in affinen Schalen und Raumflachwerken. Bauingenieur 1936, S. 128; siehe hierzu auch

[16] *Fr. Dischinger:* Hdbch. für E. B., 3. Aufl., Bd. 12, 1928 und *W. Flügge*[4].

[17] *A. Pucher:* Beitrag zur Theorie tragender Flächen. Diss. Graz, 1931, und unter dem Titel: Über den Spannungszustand in doppelt gekrümmten Flächen in abgekürzter Form. Beton und Eisen 1934, H. 19.

Zusammenfassung.

In dem Teil I des Referates wird eine Übersicht über die Entwicklung der Theorie der verschiedenen Schalenformen seit dem letzten Kongreß im Jahre 1932 gegeben und es werden die maßgebenden Arbeiten in ihren Grundsätzen besprochen.

In dem Teil II dagegen wird das Problem des ausgesteiften zylindrischen Rohres bzw. Zeiß-Dywidag-Daches behandelt und gezeigt, daß bei diesen Schalenträgern der Einfluß der Schubverzerrung auf die Einspannungsmomente nicht vernachlässigt werden darf, im Gegensatz zu den schlanken Balken des Ingenieurwesens, bei welchem diese Einflüsse bewußt als sehr gering vernachlässigt werden.

Leere Seite
Blank page
Page vide