

Zur Berechnung verankerter Hängebrücken

Autor(en): **Stüssi, F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht**

Band (Jahr): **3 (1948)**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-4113>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

IIIb1

Contribution au calcul des ponts suspendus ancrés

Zur Berechnung verankerter Hängebrücken

A contribution to the calculating of anchored suspension bridges

PROF. Dr F. STUSSI

Eidg. Techn. Hochschule, Zürich

Gegenstand

Die Berechnung verankerter Hängebrücken verlangt im Normalfall die Lösung einer linearen inhomogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung, in besonderen Fällen einer Gleichung vierter Ordnung. Zur Lösung dieser Gleichungen wird in der Literatur der Hängebrücken in der Regel die mathematische Analysis beigezogen. Ich stehe dagegen auf dem Standpunkt, dass baustatische Aufgaben mit baustatischen Methoden gelöst werden sollen, weil diese den Besonderheiten des Einzelfalles anpassbar und durch den Konstrukteur übersichtlich anwendbar sind. Ich bin überzeugt, dass gerade im Beispiel der verankerten Hängebrücke die Anwendung eines klassischen baustatischen Mittels, nämlich des Seilpolygons, anderen Lösungen in Bezug auf Uebersichtlichkeit, Anpassbarkeit an bauliche Besonderheiten und auf den notwendigen Zeitaufwand überlegen ist.

Ich versuche in der folgenden, knappen Skizze ⁽¹⁾ zunächst die Grundgleichungen der normalen Formänderungstheorie der verankerten Hängebrücke in baustatischer Form abzuleiten, um anschliessend einige Verbesserungen dieser Theorie zu besprechen.

Die Seilpolygongleichung

Wenn wir in der Baustatik etwa die Momentenfläche eines Balkens infolge lotrechter Lasten (Abb. 1) bestimmen müssen, so werden wir diese Aufgabe kaum durch Integration der Differentialgleichung $M'' = -p$ zu

⁽¹⁾ Die folgende Darstellung nimmt in vereinfachter und verbesserter Form die Uebersetzungen einer früheren Arbeit wieder auf: s. F. Stüssi, *Zur Berechnung verankerter Hängebrücken* (Abh. IVBH, Band IV 1936). Eine eingehendere Darstellung dieser Methode soll demnächst in den *Mitteilungen aus dem Institut für Baustatik an der ETH, Zürich*, erscheinen.

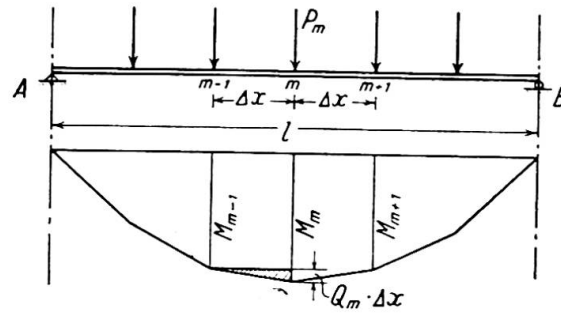


Abb. 1.

lösen versuchen, sondern wir verwenden dazu das Seilpolygon. Nach der elementaren Biegungslehre ist

$$\begin{aligned} M_m &= M_{m-1} + Q_m \cdot \Delta x_m, \\ M_{m+1} &= M_m + Q_{m+1} \cdot \Delta x_{m+1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Eliminieren wir die Querkräfte Q mit Hilfe der Beziehung

$$Q_m - Q_{m+1} = P_m \quad (2)$$

so erhalten wir für konstante Feldweiten und nach Ordnen die Seilpolygongleichung der Balkenbiegung :

$$-M_{m-1} + 2M_m - M_{m+1} = P_m \cdot \Delta x. \quad (3a)$$

Wirkt statt der Einzellasten P eine verteilte Belastung p , so sind deren Knotenlasten $K(p)$ einzuführen; nehmen wir feldweise linearen Verlauf von p an, so erhalten wir diese aus der Trapezformel

$$K_m(p) = \frac{\Delta x}{6} \cdot (p_{m-1} + 4p_m + p_{m+1}). \quad (4a)$$

Setzen wir dagegen den Verlauf von p über je ein Doppelfeld parabelförmig voraus, so ergibt sich die Knotenlast aus der Parabelformel

$$K_m(p) = \frac{\Delta x}{12} \cdot (p_{m-1} + 10p_m + p_{m+1}). \quad (4b)$$

Eine analoge Seilpolygongleichung besteht entsprechend der Mohr'schen Deutung der Biegelinie zwischen den Durchbiegungen η und den reduzierten Momenten $\frac{M}{EJ}$ eines Balkens

$$-\eta_{m-1} + 2\eta_m - \eta_{m+1} = K_m \left(\frac{M}{EJ} \right) \cdot \Delta x. \quad (3b)$$

Endlich gilt eine analoge Seilpolygongleichung auch zwischen den Durchhängen y und den Belastungen P eines durch den Horizontalzug H gespannten Seiles

$$-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1} = \frac{P_m}{H} \cdot \Delta x. \quad (3c)$$

so können wir die Durchbiegungen η eliminieren, indem wir von der Summe der Gleichungen 5 und 6 die mit N multiplizierte Gleichung 7 subtrahieren

$$K_m(q) \cdot \Delta x = -M_{m-1} + 2M_m - M_{m+1} + N \cdot \Delta x \cdot K_m \left(\frac{M}{EJ} \right) + N(-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1}).$$

Führen wir die Knotenlast der reduzierten Momentenfläche entsprechend der Parabelformel, Gleichung 4b, ein, so erhalten wir mit der Abkürzung

$$\gamma = \frac{N \cdot \Delta x^2}{12 EJ}$$

nach Elimination des Eigengewichtes

$$K_m(g) \cdot \Delta x = H_g \cdot (-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1})$$

und nach Ordnen die Grundgleichung für die Momente aus Verkehrslast im Versteifungsträger der verankerten Hängebrücke

$$\begin{aligned} -M_{m-1} \cdot (1 - \gamma) + M_m \cdot (2 + 10\gamma) - M_{m+1} \cdot (1 - \gamma) \\ = K_m(p) \cdot \Delta x - H \cdot (-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1}). \end{aligned} \quad (8)$$

Sobald wir den Gesamtkabelzug N , der in der Abkürzung γ enthalten ist, uns als gedachten Festwert vorstellen, ist diese Grundgleichung von den Belastungen linear abhängig und das Superpositions-gesetz erscheint damit wieder gültig. Wir können somit die Belastungen auf der rechten Seite der Gleichung 8 in ihre Teileinflüsse, d.h. in äussere Belastung und Ablenkungskräfte des Kabelzuges H bzw. $H=1$ zerlegen; den Kabelzug H bestimmen wir in bekannter Weise aus einer Elastizitätsbedingung (worauf wir hier allerdings aus Raumgründen nicht näher eingehen können); damit können wir endlich die Momente im Versteifungsträger durch Superposition und anschliessend auch die Formänderungen bestimmen.

Das Endfeld

Im Endfeld, bzw. in dem dem Auflager A des Versteifungsträgers benachbarten Knotenpunkt 1 tritt eine Besonderheit deshalb auf, weil Kabel und Versteifungsträger normalerweise nicht die gleiche Spannweite

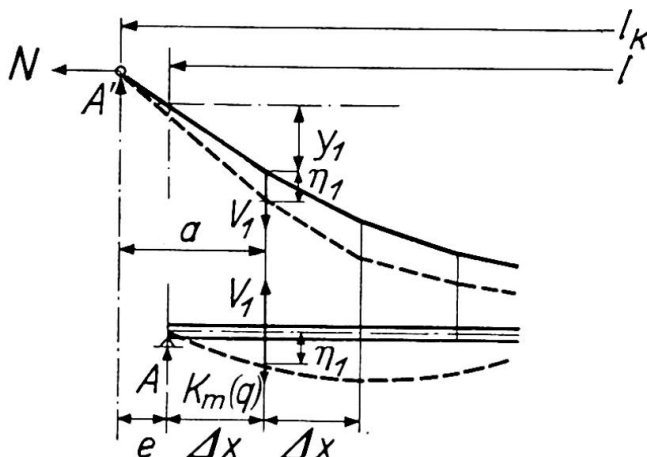


Abb. 3.

besitzen (Abb. 3). Für den Knotenpunkt 1 des Kabels lässt sich hier die Seilpolygleichung

$$V_1 \cdot \Delta x = N \cdot (2 y_1 - y_2) + N \cdot \left(\eta_1 \cdot \left[\frac{\Delta x}{a} + 1 \right] - \eta_2 \right)$$

anschreiben, die in Verbindung mit den Gleichungen 6 und 7 auf die Beziehung

$$M_1 \cdot (2 + 10 \gamma) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1 (q) \cdot \Delta x - N (2 y_1 - y_2) + N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a}$$

führt. Das Störungsglied $N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a}$ lässt sich bei Aufteilung der Belastung in symmetrische und antisymmetrische Anteile leicht bestimmen und es ergibt sich :

Für symmetrische Lastanteile

$$N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a} = \frac{e}{\Delta x} \cdot \{ M_{01} - M_1 - N \cdot y_1 \} ;$$

$$M_1 \left(2 + 10 \gamma + \frac{e}{\Delta x} \right) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1 (p) \cdot \Delta x + M_{01} \cdot \frac{e}{\Delta x} - H \cdot \left\{ y_1 \cdot \left(2 + \frac{e}{\Delta x} \right) - y_2 \right\} ;$$

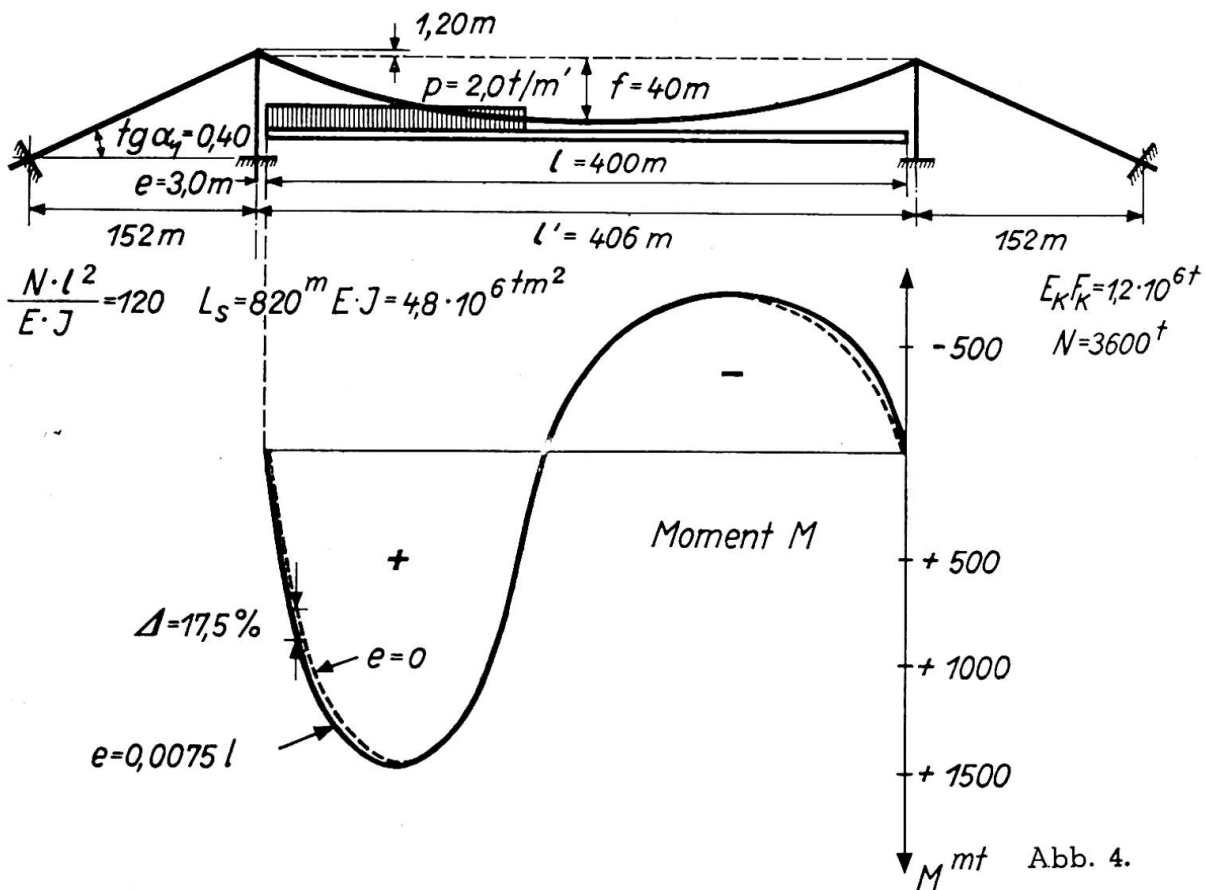


Abb. 4.

Und für antimetrische Lastanteile :

$$N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a} = \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} \cdot \{ M_{01} - M_1 \} ;$$

$$M_1 \cdot \left(2 + 10 \gamma + \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} \right) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1(p) \cdot \Delta x + M_{01} \cdot \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} .$$

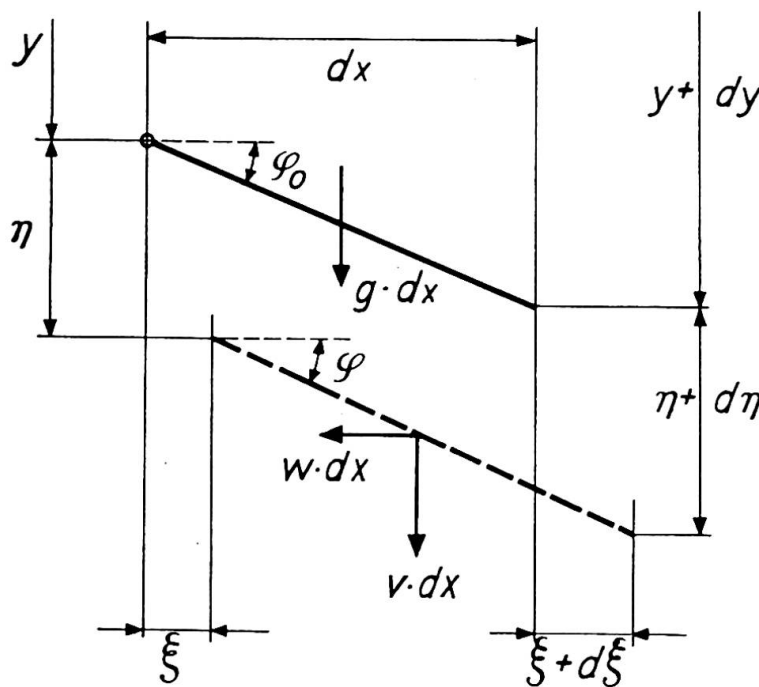
Der Einfluss dieser Verschiedenheit der Spannweiten von Kabel und Versteifungsträger äussert sich auch bei normalen Ausführungsverhältnissen überraschend stark. Abb. 4 zeigt die Ergebnisse eines durchgerechneten Zahlenbeispiels. Wir erkennen, dass auch bei einer kleinen Exzentrizität e der Lager, die hier nur 0,75 % der Spannweite beträgt, die Momente in Auflagernähe merkbar grösser sind als nach der üblichen Normaltheorie, und wir können ohne weiteres folgern, dass dieser Einfluss auf die Querkräfte im Versteifungsträger in Auflagernähe nicht vernachlässigt werden darf. Bei dieser Auflager-Exzentrizität handelt es sich übrigens um einen ähnlichen Einfluss wie infolge der Verlängerung der Hängestangen, der ebenfalls in Auflagernähe eine merkbare Grösse erreichen kann. Dieser Einfluss einer Längenänderung der Hängestangen kann übrigens in einem zweiten Rechnungsgang einfach berücksichtigt werden, indem wir die bei der Elimination der Durchbiegungen aus den Gleichungen 5 und 7 nun übrig bleibenden Restglieder infolge

$$\Delta \eta = \eta_v - \eta_k$$

als zusätzliche Belastungen einführen.

Der Einfluss der Horizontalverschiebungen

Der Einfluss der Horizontalverschiebungen ξ der Kabelpunkte (Abb. 5) äussert sich darin, dass dadurch sowohl die Kabelkrümmungen oder die



Ablenkungskräfte verändert werden, als auch darin, dass sich infolge der wagrechten Komponenten der Hängestangenkräfte der Kabelzug über die Spannweite ändert. Wir können diese beiden Einflüsse in einem zweiten Rechnungsgang durch Einführung einer Zusatzlast

$$\Delta p = N \cdot (y'^2 \cdot \eta')' + w \cdot y'$$

berücksichtigen, wobei der erste Anteil die Krümmungsänderung,

Abb. 5.

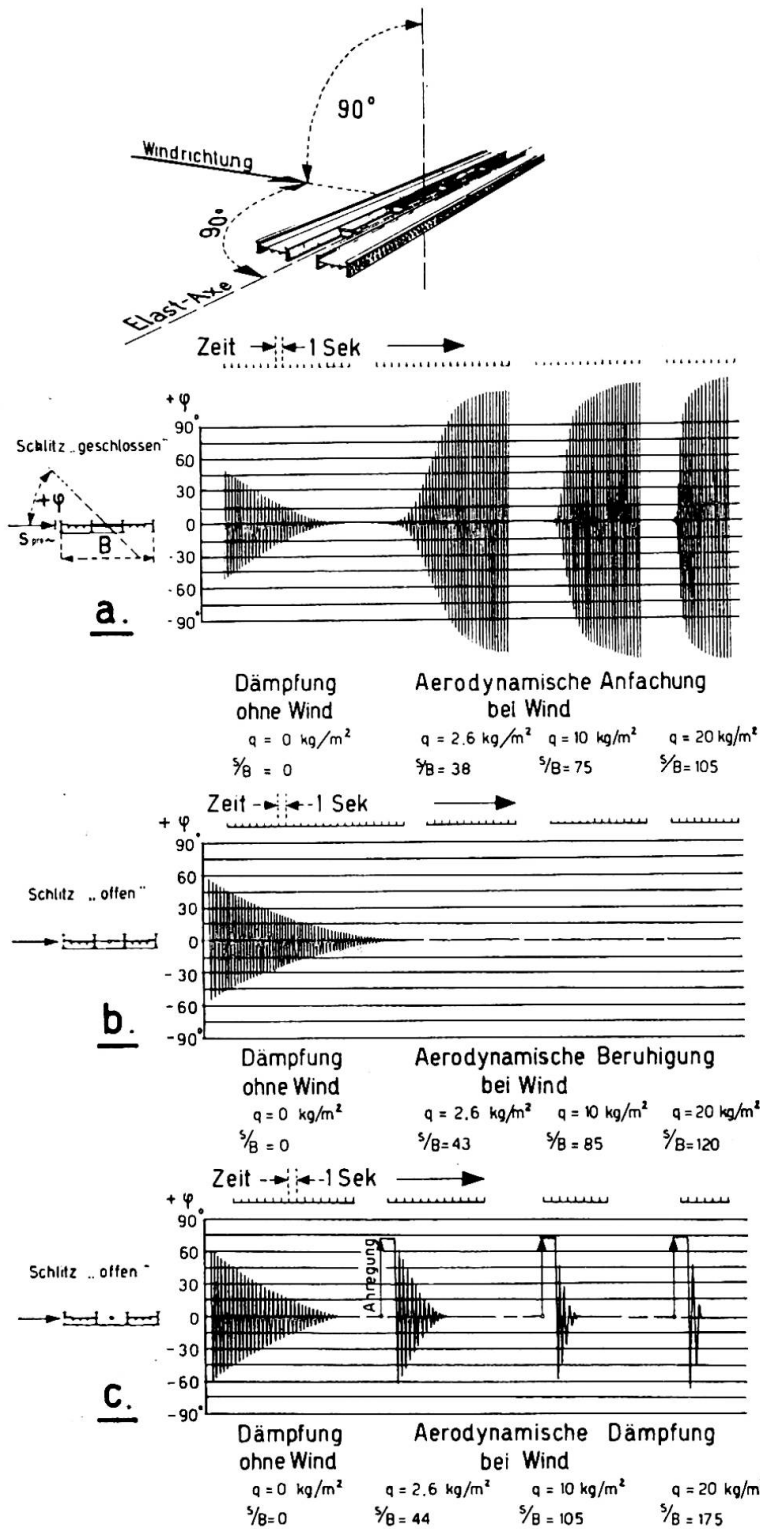


Abb. 6.

der zweite die Änderung des Horizontalzuges erfasst. In der erweiterten Differentialgleichung von Rode,

$$(EJ \eta'')'' - (H_0 + H) [(1 + y'^2) \cdot \eta']' = H \cdot y'' + p,$$

auf die auch S. O. Asplund in seinem Beitrag zum Vorbericht ⁽¹⁾ nachdrücklich hinweist, ist nur der erste Anteil enthalten. Da aber beide Anteile von gleicher Grössenordnung sind, ist grundsätzlich, wenn schon die Normalberechnung verfeinert werden soll, auch der Einfluss der Veränderlichkeit des Horizontalzuges zu berücksichtigen. Beide Anteile äussern sich im Sinne einer Verkleinerung der Momente und Durchbiegungen.

Zur Frage des Fahrbahnlängsschlitzes

In seinem Beitrag zum Vorbericht hat C. Scruton ⁽²⁾ eingehend über Untersuchungen und Modellversuche über den Einfluss von Fahrbahnlängsschlitz auf die aerodynamische Stabilität von Hängebrücken berichtet und zahlreiche Literaturhinweise über bisherige Untersuchungen zu dieser Frage angegeben. Die eigentliche Quelle dieses neuen und besonderen Merkmales der geschlitzten Fahrbahn finden wir allerdings in diesen Literaturangaben nicht. Ich bin zufällig in der Lage, diese Quelle zu reproduzieren: In Abb. 6 ist eine Zusammenstellung von Versuchsergebnissen wiedergegeben, die Prof. Dr. J. Ackeret im Jahre 1941 am Aerodynamischen Institut der Eidg. Techn. Hochschule in Zürich zusammen mit seinem Mitarbeiter E. Egli durchgeführt hat und die den charakteristischen Einfluss eines Fahrbahnlängsschlitzes deutlich erkennen lassen. Prof. Ackeret hat diese Zusammenstellung der Abb. 6 am 21. November 1941 an Prof. Farquharson in Washington geschickt und der Empfang ist von diesem auch einige Zeit später bestätigt worden. Trotzdem war es mir bisher nicht möglich, diesen eigentlichen Ursprung des neuen Merkmals in der Literatur zu finden; umso eher fühlte ich mich aus kollegialen Gründen zu dieser Feststellung der Urheberschaft Ackeret-Egli berechtigt und verpflichtet.

Résumé

Se basant sur l'équation du polygone funiculaire, l'auteur esquisse une méthode de calcul de nature statique pour la construction des ponts suspendus ancrés. Une des caractéristiques de ce système portant est que les trois formes normales de l'équation d'équilibre apparaissent simultanément; l'élimination des forces dans les suspentes et des flèches donne une équation fondamentale simple ternaire permettant de calculer les moments dans les poutres raidisseuses. Pour une valeur donnée de l'effort horizontal total dans le câble, cette équation est linéaire; il s'en suit que la loi de superposition peut être appliquée et la méthode de calcul est la même que celle des systèmes hyperstatiques.

L'auteur envisage également sommairement quelques influences secondaires.

Pour terminer, il rappelle les essais « Ackeret-Egli » concernant l'influence d'une fente longitudinale dans le tablier sur la stabilité aérodynamique des ponts suspendus.

⁽¹⁾ S. O. ASPLUND, *Influence functions for the angular deviation correction in suspension bridges*. Third Congress IABSE, Liège, 1948, *Preliminary Publication*, p. 415.

⁽²⁾ C. SCRUTON, *An experimental investigation of the aerodynamic stability of suspension bridges*. Third Congress IABSE, Liège, 1948, *Preliminary Publication*, p. 463.

Zusammenfassung

Ausgehend von der Seilpolygongleichung werden die Grundzüge einer baustatischen Berechnungsmethode für verankerte Hängebrücken skizziert. Es ist ein charakteristisches Merkmal dieses Tragsystems, dass gleichzeitig alle drei normalen Formen der Seilpolygongleichung vorkommen und dass aus ihnen durch Elimination der Hängestangenkräfte und der Durchbiegungen eine einfach gebaute, dreigliedrige Grundgleichung für die Momente im Versteifungsträger gewonnen werden kann. Für eine bestimmte Grösse des totalen horizontalen Kabelzuges ist diese Gleichung linear; damit wird das Superpositionsgesetz wieder gültig und das Berechnungsverfahren wird dadurch in formaler Beziehung der üblichen Berechnung statisch unbestimmter Systeme angeglichen. Einige Nebeneinflüsse werden kurz betrachtet. Endlich wird auf die Versuche Ackeret-Egli über den Einfluss eines Fahrbahnlängsschlitzes auf die aerodynamische Stabilität von Hängebrücken hingewiesen.

Summary

The author gives the diagram of a method of static calculation of anchored suspension bridges, based on the equation of the funicular polygon. A remarkable characteristic of this type of bridge is that the three regular formes of the equilibrium equation appear simultaneously. The elimination of the forces in the hangers and the deflections gives a simple basic equation having three elements enabling us to calculate moments in the stiffening girders. For a given value of the total horizontal stress in the cable, this equation is linear; it follows that the law of superposition can be applied and the method of calculation is the same as that of statically indetermined systems.

The author also deals summarily with a few secondary influences.

In conclusion, he refers to the «Ackeret-Egli» tests concerning the influence of a longitudinal slot in the roadway on the aerodynamic stability of suspension bridges.

Leere Seite
Blank page
Page vide