

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 4 (1952)

Rubrik: II: Current problems of concrete and reinforced concrete; prestressed
concrete

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

C

Concrete and reinforced-concrete structures

Constructions en béton et béton armé

Massivbau

II

**Current problems of concrete and reinforced concrete; prestressed
concrete**

Problèmes actuels du béton et du béton armé; béton précontraint

**Aktuelle Probleme des Betons und des Eisenbetons; vorgespannter
Beton**

General reporter—Rapporteur général—Generalberichterstatter

F. G. THOMAS, PH.D., B.Sc., M.I.C.E.

Watford, England

1

Current problems of concrete and reinforced concrete

Problèmes actuels du béton et du béton armé

Aktuelle Probleme des Betons und des Eisenbetons

2

Progress in design and execution in connection with prestressed concrete

**Progrès réalisés dans la conception générale et dans la technique du
béton précontraint**

**Fortschritte im Entwurf und in der Ausführung des vorgespannten
Eisenbetons**

3

Dynamic stressing and fatigue strengths

Sollicitations et résistances dynamiques

Dynamische Beanspruchungen und Festigkeiten

C

Concrete and reinforced-concrete structures

Constructions en béton et béton armé

Massivbau

II

Current problems of concrete and reinforced concrete; prestressed concrete

Problèmes actuels du béton et du béton armé; béton précontraint

Aktuelle Probleme des Betons und des Eisenbetons; vorgespannter Beton

General report — Rapport général — Generalbericht

F. G. THOMAS, Ph.D., B.Sc., M.I.C.E.

Building Research Station, Watford, England

INTRODUCTION

Structural engineers are increasingly tending to consider the ultimate strength of the structures they design, rather than the stress conditions at working loads. This tendency has not yet been fully reflected in by-laws and codes of practice, partly because of lack of agreement amongst research workers of the method of assessing ultimate strengths and partly because of a reluctance on the part of many designers to adopt a new philosophy of design. In this philosophy it is necessary to consider the resistances of a structure to the effects of a number of possible eventualities and to relate these resistances to the likelihood of the eventualities occurring, so that the risk of excessive distortion or cracking, or of collapse, is not unduly high.

It is clearly necessary, before this philosophy can be codified for reinforced

concrete—and codification of the design basis is in most countries an essential preliminary before a new method is acceptable to the building authorities—that advocates of the new procedure should determine:

- (i) the criteria for failure of simple elements, of continuous systems and, if possible, of the complete composite construction;
- (ii) the criteria for cracking and other features affecting the durability of the structure;
- and (iii) the factors influencing the resistance of structures to incidental eventualities, such as fire, impact and dynamic loading.

It is to be hoped that the papers presented under theme CII, together with the discussions at the Congress, will help to give the information required in each of these groups.

DESIGN ON THE BASIS OF ULTIMATE STRENGTH

It is perhaps unfortunate that the emphasis of research has been so much towards the study of the ultimate strength of simply-supported beams, and so little towards the determination of the strength of continuous systems. Further studies of the behaviour of beams are certainly necessary for conditions which are becoming more common, such as impact and dynamic load, but for which few data are at present available. Research is required also on the ultimate strengths of prestressed-concrete beams to establish to what extent the initial stress conditions affect the behaviour of the beams at incipient failure. But the strength of an ordinary reinforced-concrete beam can be assessed with sufficient accuracy for practical purposes from any one of half a dozen theories which have been put forward in the last twenty-five years, so long as the ultimate strength is dependent on either the tensile strength of the reinforcement or the compressive strength of the concrete. The 1952 Congress would mark a great advance if the representatives from many countries could agree that one of the theories should be adopted as a universal basis for assessing the strength of reinforced-concrete beams.

On the grounds of simplicity and of sufficient accuracy, Whitney's method, using a rectangular stress block for the compression in the concrete above the neutral axis, might well be accepted, with perhaps some small modification to the values of the stresses suggested by Whitney, after consideration and discussion on the paper by E. Torroja and A. Paez under theme CII₁ and that by P. W. Abeles under theme CII₂. It is very desirable that a method should be agreed upon so that it could be introduced in building regulations as a basis for "load-factor" design. The usual method of designing beams in current use is based on limiting permissible stresses at working loads, using an arbitrary modular ratio; with this method, progress in the use of high-quality steel is being hindered, because a reduction in percentage of steel leads to a rise in the position of the neutral axis and a corresponding increase in the compressive stress in the concrete, leading sometimes to the necessity for deeper sections.

In the design of reinforced-concrete columns the anomalous position arises that axially-loaded columns are designed from considerations of the ultimate strength of the column whereas eccentrically-loaded columns are proportioned so as to conform with specified stress limitations under working loads, again introducing the modular ratio into the computations. The value of high-strength steel for the compressive reinforcement of columns is not recognised in the British codes of practice, and experimental evidence on this matter is desirable in the interests of steel economy.

It is becoming increasingly clear that the limitations to progress in the design of reinforced-concrete members on an ultimate-load basis arise from insufficient knowledge of the strain-capacity of concrete. The term "strain-capacity" was used many years ago in referring to the extensibility of concrete; but the strain-capacity in compression is a much more important property which merits greater study than has been given to it so far. Since fundamental investigation of the stress-strain characteristics of concrete at incipient failure involves many difficulties, it is probable that new practical design rules will initially be evolved from tests on columns and beams with high-strength reinforcement. However, fundamental studies such as those described in the paper by Torroja and Paez need to be continued. This paper illustrates well the difficulties and complications of analysis based on the rheological properties of the concrete and steel. These complications would have been increased if consideration had been given to the strains in the concrete after the maximum strength had been passed, but the deformations at this stage are often of importance in deciding the ultimate strength of a beam and may also affect the strength of columns reinforced with high-strength steel.

When the primary failure of reinforced concrete is due to weakness in shear or bond, the assessment of the ultimate load-carrying capacity of the structural system is usually very inexact. In recent years increased attention to these properties has been given by research workers but much remains to be done. The paper by H. J. Cowan and S. Armstrong under theme CII₁ is a particularly welcome inclusion in the Congress programme because of the very scanty information on the subject of torsional strength of concrete. It is interesting to find that the bending of a beam increases its resistance to torsion. The concluding remarks of the paper indicate a simple method of dealing with the problem of combined bending and torsion in design, although it is perhaps not altogether desirable to have a "considerable reserve in strength which can be used to reduce the factor of safety." The considerable reserve would appear to be in terms of resistance to torsional failure only, and in order to reduce the general load factor against failure of a beam, whether due primarily to bending or torsion, it is presumably necessary to introduce less shear reinforcement to resist twisting, taking into account the helpful effect of bending. The work of Cowan and Armstrong indicates that a more rational design approach need not be very complicated.

The paper by H. Nylander on the non-uniform shrinkage of concrete under theme CII₁ deals with the development of secondary stresses and bending moments which occur in structures for normal working load conditions. Considerations of this paper reminds one that although the emphasis in design may in future move towards ultimate strength or "limit design," it will still be necessary to pay some attention to the behaviour of the structure for its normal conditions in practice. Assuming that the structure has been designed to have a suitable margin of safety against collapse, the *stress* conditions at any time during the life of the structures have little importance in themselves, except in so far as they affect the durability or efficiency of the structure. This matter is dealt with later in this report, but it may be noted here that the more the engineer changes to "limit design," the more necessary it becomes to be able to assess the cracking and distortions that occur at working loads. For this purpose the studies reported by Nylander will be of value. It is particularly satisfying to observe that not only does he point out an effect which was not commonly known to be of importance, but he has also devised a practical method of avoiding the complications arising from non-uniform shrinkage of the concrete.

THE CONTINUITY OF STRUCTURAL SYSTEMS

In many structures, particularly multi-storey buildings, the ultimate strength is greatly enhanced by the effects of continuity and by the interaction between the several parts of the construction. There is also often a reserve of strength due to the ability of the structure to deform plastically at highly stressed parts, with a consequent redistribution of stress and moments, tending successively to develop the full strength of more and more parts of the structure.

The value of continuity has been well understood by reinforced-concrete designers in the past, but the effects of moment redistribution have not been fully allowed for, partly because of insufficient knowledge of the phenomenon and partly because of the preoccupation of the designer with working-load conditions rather than ultimate strength. For prestressed concrete, the initial development was largely with simple beams, since, as G. Magnel says in his paper under theme CII₂, it was necessary to get thoroughly acquainted with the new technique by applying it first to the easiest case. But for maximum economy, continuity must be introduced and its effects properly assessed, and in prestressed concrete there are several practical and theoretical difficulties. These are discussed briefly by Magnel in a realistic manner and it is clear that the difficulties are not insuperable and that some of the advantages of continuity can be attained already; indeed, continuous structures of prestressed concrete have been successfully built. Much more information is required, however, on the behaviour of such structures at incipient failure, as it appears possible that moment redistribution may not be as important as in ordinary reinforced-concrete structures.

A matter which is receiving attention in England is the structural interaction between parts of a building which are not at present assumed in design to behave as a composite system. For example, if a panel wall is built on a reinforced-concrete beam it would commonly be assumed that the dead weight of the panel acts as a uniformly distributed load on the beam. In fact, the panel may largely support itself as a deep beam and further, if resistance to horizontal shear is developed at the junction between the panel and the reinforced-concrete beam the resistance of this beam to other loading may be considerably increased, the panel and beam acting together as one composite structural system. From the research so far completed it is evident that the cladding of a building often strengthens and stiffens the structural framework rather than imposing loading upon it.

Another type of interaction of some value is that between a floor slab and its supporting beams. It is usual to design the slab on the basis of the bending moments deduced from the elastic theory assuming rigid edge-supports. In practice the deflection of the beams leads to a transfer of bending moment from the beam to the slab; and since the load factor for the slab is greater than for the beam, this transfer is of advantage. Further studies of the composite system of slab and beams, as distinct from experiments on beams and slabs separately, will help to give a more accurate guide to the real load factors in practice, and so allow an advance towards more economical design.

DURABILITY AND CRACKING

One of the reasons commonly advanced for limiting permissible stresses in the tensile reinforcement of beams is the need to avoid wide cracks which would lead to corrosion of the steel. It is probable that higher stresses do, in general, lead to greater widths of cracks; and that the risk of corrosion is increased somewhat with

wider cracks. Nevertheless, it is by no means certain that the tensile steel-stress is a *primary* factor affecting the durability of reinforced concrete.

Studies of cracking, including that by L. P. Brice in theme CII₁, show clearly that the surface characteristics of a reinforcing bar may be of much greater importance than the stress in the bar in determining the widths of the individual cracks. The stress almost directly controls the *total* cracking, i.e. the sum of the widths of all cracks in a beam, but if the bond is so good that the cracking is well distributed the stress can be high before serious corrosion will occur.

It is probable that corrosion in practice has resulted more from the porosity of poor quality concrete than from cracks. Indeed, many cracks have been *caused* by corrosion, and in seeking for means of improving the durability of reinforced concrete it would be well to consider first the materials used rather than the stresses permitted. It is interesting to note that in the latest British code of practice for reinforced concrete (C.P. 114) the specified cover of concrete over the reinforcing bars has been increased, particularly for external work, beyond the values which have previously been acceptable.

It is commonly supposed that the introduction of prestressed concrete will automatically improve the durability of concrete structures, but this supposition may not be realised unless the new technique is accompanied by a marked improvement in the quality of the concrete.

FIRE RESISTANCE

There is very little information on the fire resistance of reinforced concrete and fundamental research on this matter is urgently required. The use of prestressing has introduced new problems, and development in the use of prestressed concrete for some structures may be hindered by the lack of knowledge on its resistance to fire. It seems possible that the liability of the concrete to spall in a fire may be increased by the precompression in the concrete, and that the high-tensile steel wires exposed to the fire as a result of spalling will suffer a more serious loss in strength than would occur with the mild-steel bars commonly used in ordinary reinforced concrete. On the other hand, it is not difficult to arrange in design that the cover of concrete over the prestressing elements is greater than is economically possible in reinforced concrete.

One difficulty with prestressed concrete that has been damaged, whether by fire or otherwise, is that an assessment must be made of the extent to which the prestress has been lost. It may sometimes be possible to reimpose the prestressing forces, but often repair (as distinct from reconstruction) would be impracticable for prestressed concrete members when similar or greater damage in ordinary reinforced concrete could be repaired without difficulty so that the strength and stiffness is fully re-established.

RESISTANCE TO DYNAMIC LOADING

With the modern tendency to increase permissible stresses and at the same time to reduce the design superimposed loadings, the possibility of secondary failure due to dynamic loading is becoming more important. More fatigue tests on structural members are necessary, particularly those including high-strength steel as reinforcement or as prestressing elements. The effect of high fluctuating stresses on the bond between steel and concrete, and the fatigue limit for high-strength concrete, are other matters requiring study if maximum economy in design is to be achieved. From the

limited evidence available, it seems that the fatigue strength of prestressed concrete compares favourably with that of ordinary reinforced concrete. As would be expected, the ratio of the repeated load to cause cracking in a fatigue test on a prestressed concrete beam is a very high proportion of the load that would cause cracking to occur in a static test. The endurance limit for complete fatigue failure also appears to be a higher proportion of the static strength for prestressed members. However, as higher-strength steel is used the fatigue properties tend to deteriorate, and the use of deformed bars to improve bond may also impair the fatigue strength.

For impact loading, also, tests have shown that the use of cold-worked steel as reinforcement for concrete, in place of ordinary mild steel, is a disadvantage, owing to the reduction in ductility that accompanies work-hardening.

Indeed, it is evident that the use of "high-quality" steel and concrete involves the necessity for considering to what extent these materials are improved, if at all, in regard to secondary effects. For example, a higher compressive strength for the concrete may not mean a higher strain-capacity in compression, nor a corresponding increase in shear, bond or fatigue strength.

CONSTRUCTIONAL METHODS

In recent years there has been a tendency to modify traditional methods of construction by increased prefabrication of structural elements and the development of mechanical plant on construction sites. This tendency, which can be justified on both technical and economic grounds, is likely to be continued. The mechanical plant need not always be elaborate or expensive, even for very large projects such as the construction of the Marignane hangar described by N. Esquillan in his paper under theme CII₁; but commonly special equipment is necessary for lifting large prefabricated units, such as floor or wall slabs, into position. For reinforced-concrete work, systems of prefabricated reinforcement have been developed whereby the reinforcements for beams and columns are manufactured as complete units in a factory and later erected to form a rigid self-supporting framework which is then encased in concrete. In other systems structural elements are precast and in assembly special arrangements are adopted for obtaining continuity between the various elements; some of these arrangements are discussed in Esquillan's paper.

The prestressed-concrete bridge described in the paper by H. Lossier and M. Bonnet (theme CII₂) has a number of interesting features. The cables used were of steel wire-rope and the type of anchorage was such that the tension in the cable could be adjusted both during construction and also later to allow for shrinkage and creep. The difficulties arising from friction in cables at positions where they change direction were avoided by using hinged concrete segments. Many gauges were installed for determining the deformations of the concrete and the steel during construction and subsequently.

Summary

The trend of modern design methods towards consideration of a load factor against failure introduces many complications. It is necessary not only to obtain the agreement of engineers on the method of estimation of the ultimate strengths of structural elements and of continuous systems, but also to assess the resistance of structures to incidental eventualities that may arise during their normal life.

It is probable that a sufficiently accurate assessment of the ultimate strength of a reinforced-concrete beam can be obtained from any one of several methods that have

been advanced, and the reporter suggests that emphasis in the development of design methods should now be moved towards a consideration of the ultimate strength of continuous systems.

With increasing encroachment into the margin of safety, it is becoming more necessary to check the ability of a structure to bear secondary stresses due to shear or bond, and to ensure that higher stresses under working-load conditions do not lead to fatigue failure.

Even if the primary basis of design is a load factor against collapse, it is still essential to calculate the deformations for normal loadings to ensure that distortions and cracking are within reasonable limits. Although cracking may affect the durability of reinforced concrete, it is unlikely that it is the major factor to be considered, and it is desirable that further study should be made of the causes of deterioration.

The increasing use of so-called "high-quality" materials is also bringing its own problems, since it appears that the marked improvement in quality applies only to some properties of the materials whilst other properties may not be much better, if at all, than those possessed by materials of "ordinary quality."

In the construction of reinforced-concrete structures, the tendency to introduce greater prefabrication is noted. This tendency is likely to be continued, particularly as this method of construction is very suitable for prestressed-concrete work also.

Résumé

La tendance des méthodes modernes de calcul des ouvrages à faire intervenir un facteur de charge par rapport à la rupture donne lieu à de nombreuses complications. Il est nécessaire non seulement de réaliser l'accord des ingénieurs sur la méthode d'estimation des charges de rupture des éléments d'ouvrages et des systèmes continus, mais aussi d'évaluer la résistance des ouvrages aux différentes éventualités qui peuvent se manifester au cours de leur existence.

Il est probable que l'on puisse arriver à une estimation suffisamment précise de la charge de rupture d'une poutre en béton armé à l'aide de l'une des méthodes qui ont été proposées et l'auteur suggère qu'en matière de nouvelles méthodes de calcul, l'intérêt s'oriente vers la prise en compte de la charge de rupture des systèmes continus.

Devant l'empiètement croissant sur la marge de sécurité, il devient de plus en plus nécessaire de vérifier l'aptitude d'un ouvrage donné à supporter les contraintes secondaires qui résultent du cisaillement ou de l'assemblage et de s'assurer que les charges plus élevées qui interviennent dans les conditions de service ne conduisent pas à la rupture par fatigue.

Dans le cas même où le calcul d'un ouvrage est initialement basé sur un facteur de charge par rapport à la rupture, il est encore essentiel de calculer les déformations correspondant aux charges normales, afin de s'assurer que les distorsions et fissurations restent dans des limites raisonnables. Bien que la fissuration puisse affecter la durée du béton armé, il est peu probable que ce soit le facteur principal à considérer et il serait opportun de poursuivre l'étude des causes de détérioration des ouvrages.

L'emploi croissant de matériaux dits "à hautes caractéristiques" fait également intervenir des problèmes particuliers; il semble en effet que l'amélioration notable de la qualité ne s'applique qu'à quelques caractéristiques des matériaux, car certaines autres caractéristiques peuvent n'être que peu supérieures, si même elles le sont, à celles des matériaux de qualité "ordinaire."

On note, dans la construction des ouvrages en béton armé, la tendance à adopter

de plus en plus largement la préfabrication. Il est probable que cette tendance se maintiendra, tout particulièrement pour cette raison qu'elle est également très favorable à la réalisation de la précontrainte.

Zusammenfassung

Die Tendenz moderner Berechnungsmethoden, einen Lastfaktor in Bezug auf den Bruch anzuwenden, bringt viele Schwierigkeiten mit sich. Nicht nur ist es notwendig, von allen Ingenieuren anerkannte Methoden zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Konstruktionsteilen und durchlaufenden Systemen aufzustellen, sondern man muss auch die Widerstandsfähigkeit der Bauten gegen Zufälligkeiten abschätzen können, welche während ihrer natürlichen Lebensdauer eintreffen.

Wahrscheinlich kann durch irgend eine der bisher entwickelten Methoden eine genügend genaue Bestimmung der Bruchgrenze eines Eisenbetonbalkens erhalten werden und der Autor schlägt vor, dass das Hauptgewicht in der Entwicklung der Berechnungsmethoden nun darauf gelegt werden soll, die Tragfähigkeit von durchlaufenden Systemen zu bestimmen.

Mit der ständigen Verringerung des Sicherheitsspielraumes wird es immer notwendiger, die Bauwerke auf zusätzliche Spannungen aus Schub oder Querbeanspruchung zu prüfen und dafür zu sorgen, dass höhere Spannungen unter der Gebrauchslast nicht zu Ermüdungsbrüchen führen.

Selbst wenn das Grundlegende an der Berechnung ein Lastfaktor gegen Bruch ist, so erscheint es trotzdem wichtig, die Verformungen für normale Belastung zu berechnen und zu beachten, dass Verzerrungen und Risse in vernünftigen Grenzen bleiben. Auch wenn Risse die Dauerhaftigkeit des Betons herabsetzen können, ist dies kaum der zu beachtende Hauptfaktor und es wäre zu wünschen, dass weitere Untersuchungen über die Ursachen des Zerfalls gemacht würden.

Die zunehmende Anwendung von hochwertigen Baustoffen bringt ebenfalls seine eigenen Probleme, indem es scheint, dass sich die angegebenen Qualitätsverbesserungen nur auf einzelne Eigenschaften des Baustoffes beziehen, während andere wenig oder gar nicht besser sind als beim gewöhnlichen Baustoff.

In der Konstruktion von Eisenbetonbauten zeigt sich die Tendenz, immer mehr die Vorfabrikation einzuführen. Diese Tendenz wird wahrscheinlich weiter verfolgt werden, hauptsächlich weil diese Methode auch für vorgespannten Beton sehr geeignet ist.

CII 1

Théorie de la fissuration des pièces fléchies en béton armé

Theory of the formation of cracks in reinforced concrete sections subjected to bending

Theorie der Rissebildung bei Eisenbetonquerschnitten auf Biegung

L. P. BRICE

Ingénieur E.C.P., Paris

NOTATIONS EMPLOYÉES

- Σ Force d'adhérence par frottement non élastique par unité de longueur du groupe des barres tendues
- σ Force d'adhérence par frottement non élastique par unité de surface des barres
- s Contrainte élastique d'adhérence en section homogène fissurée
- s_0 Contrainte élastique d'adhérence en section homogène non fissurée
- ϕ Contrainte de l'acier
- R Contrainte du béton
- R'_b Limite de rupture du béton par traction simple ou par traction due à une flexion *
- E_a Module élastique de l'acier
- E_b Module élastique du béton
- ϵ Module élastique apparent de l'acier
- m Rapport des modules élastiques acier béton $m = \frac{E_a}{E_b}$
- μ Coefficient d'équivalence des déformations de l'acier et du béton
- S Section du béton
- ω Section d'acier tendu

* Les calculs étant faits dans le domaine élastique, la valeur de R'_b à prendre en compte dans le cas de la flexion est celle de la formule élastique $R'_b = 6M/bh^2$ et non les six dixièmes de cette valeur admise comme résistance à la traction simple.

- $\bar{\omega}$ Pourcentage d'acier tendu par rapport au produit de la hauteur totale par la largeur de béton tendu
 d Diamètre d'une barre (ou diamètre moyen des barres)
 x Longueur sur laquelle est appliqué l'effort d'adhérence
 λ Longueur sur laquelle doit être appliqué l'effort d'adhérence pour provoquer la rupture par traction du béton
 l Distance moyenne séparant deux fissures
 Δl Déplacement relatif de l'acier par rapport à la face d'une fissure ou ouverture d'une fissure
 L Longueur de la région fissurée d'une poutre fléchie
 f_r Flèche résiduelle
 z Bras de levier du couple résistant en section fissurée

1. HYPOTHÈSE CONCERNANT LA LIAISON ACIER BÉTON: TRACTION SIMPLE

(a) *Hypothèse fondamentale définissant les conditions de la liaison entre les aciers et le béton*

Quelques expériences personnelles et l'étude d'une série très complète d'essais effectués au Laboratoire du Bâtiment et des Travaux Publics par M. Bichara et dont M. L'Hermite, Directeur du Laboratoire, m'a fort aimablement permis de prendre connaissance m'ont amené à constater que:

l'adhérence se présente sous deux formes essentiellement différentes, selon qu'il s'agit d'une liaison élastique, conséquence d'une déformation simultanée du béton et du métal, ou d'une adhérence non élastique dans laquelle les déformations n'ont plus les mêmes caractères de simultanéité.

l'adhérence élastique n'existe que s'il n'y a pas fissuration du béton et si les déplacements relatifs du métal et du béton qui l'enrobe restent nuls pendant le fonctionnement de la liaison.

l'adhérence non élastique, au contraire, se produit lorsque le béton s'est fissuré et quand le déplacement de la barre, par rapport au béton, devient effectif.

C'est ce dernier cas qui nous intéresse tout particulièrement car il intervient toujours dès qu'il y a fissuration. L'étude des expériences précitées nous a conduit à formuler la loi suivante suffisamment approchée pour les déplacements et les efforts pratiquement atteints en fonctionnement normal:

Pendant les déformations non élastiques les forces de liaison du béton et du métal ont le caractère d'un frottement constant toujours dirigé en sens contraire du déplacement de la barre dans la gaine de béton.

En conséquence, l'effort Σ par unité de longueur qui s'oppose au déplacement d'un groupe de n barres de diamètre d , de section totale

$$\omega = n \frac{\pi d^2}{4}$$

a pour valeur:

$$\Sigma = n \sigma \pi d = \frac{4 \sigma \omega}{d}$$

en appelant σ le frottement par unité de surface de barre.

C'est en complétant de cette seule hypothèse celles qui sont universellement admises en résistance des matériaux que nous avons établi la théorie qui suit.

(b) Répartition des contraintes le long d'un scellement

Déformations avant fissures

Considérons une barre scellée dans un massif indéfini. A l'origine, toutes les contraintes sont supposées nulles. En exerçant une première fois une traction F sur

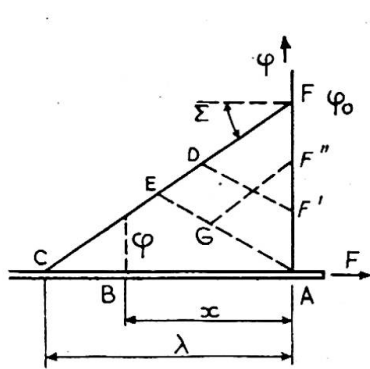


Fig. 1

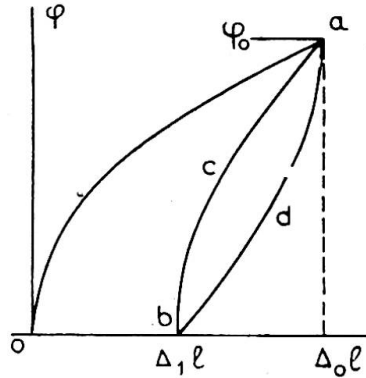


Fig. 2

l'extrémité libre de la barre, la répartition des contraintes ϕ dans la barre suit une loi linéaire. En un point B de profondeur x on a (fig. 1):

$$\phi = \frac{F - \Sigma x}{\omega} = \phi_0 - \frac{4\sigma}{d}x$$

Au point A de la section de la barre définie par la face du massif la contrainte est:

$$\phi_0 = \frac{F}{\omega}$$

Au point C d'abscisse $\lambda = \phi_0 \frac{d}{4\sigma}$ la contrainte est nulle.

Si l'on fait décroître F jusqu'à une valeur F' le nouveau diagramme aura l'aspect $F'DC$ et si F est réduit jusqu'à 0 le diagramme sera un triangle isocèle AEC . Augmentant à nouveau F jusqu'à une valeur F'' on aura une répartition telle que $F''GEC$.

En déterminant le déplacement $\Delta_0 l$ du point A de l'acier par rapport à la face du massif on trouve immédiatement que sous l'application première de la force F

$$E_a \Delta_0 l = \phi_0^2 \frac{d}{8\sigma}$$

En fonction de ϕ_0 le déplacement $\Delta_1 l$ suit (fig. 2) une loi parabolique $0a$; en faisant décroître ϕ_0 jusqu'à ϕ_1 on voit que le raccourcissement, à partir de l'allongement $\Delta_0 l$ a pour valeur:

$$\frac{1}{E_a} (\phi_0 - \phi_1)^2 \frac{d}{16\sigma}$$

Le raccourcissement pendant la diminution de l'effort est représenté par une deuxième parabole de sommet a , coupant l'abscisse au point b , tel que:

$$\Delta_1 l = \frac{1}{2} \Delta_0 l$$

Si l'on fait remonter l'effort de 0 à ϕ_0 on constate que le déplacement de A est une troisième parabole bca telle que:

$$\Delta_2 l = \frac{1}{E_a} (\phi_0^2 + \phi^2) \frac{d}{16\sigma}$$

On voit donc apparaître, comme conséquence de la liaison par frottement, un diagramme de déformations irréversibles, ayant l'allure classique des courbes d'hystérésis.

Il est à noter que si l'on avait fait varier l'effort de traction suivant une autre loi qu'un accroissement continu de 0 à ϕ_0 et une diminution de ϕ_0 à 0 on aurait pu tracer un cycle intérieur au cycle *bcad*.

Les déformations dues au frottement ont donc le double caractère de n'être ni élastiques, puisque les déplacements sont proportionnels au carré des forces, ni réversibles, puisque le phénomène d'hystérésis rend de nouvelles déformations dépendantes des déformations antérieures et de la loi d'application des efforts.

(c) *Apparition des fissures dans le béton*

Explication de l'"Etirage" du béton

Lorsque l'on exerce une traction croissante appliquée aux deux extrémités d'une barre enrobée sur une longueur assez grande dans un bloc de béton de section assez faible, il y aura un moment où la fissuration se produira. En effet dans la partie médiane du bloc on a avant fissuration (fig. 3):

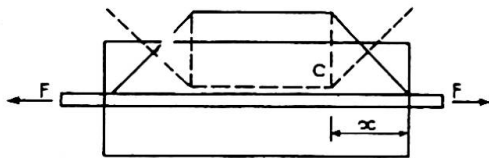


Fig. 3

$$F = SR + \omega\phi$$

Comme on se trouve en phase élastique

$$\frac{\phi}{R} = \frac{E_a}{E_b} = m$$

Mais d'autre part au point C d'abscisse x on aura en vertu de l'hypothèse fondamentale:

$$\omega\phi = F - x\Sigma$$

Ces trois équations donnent:

$$R = \frac{l\Sigma}{S} = \frac{F}{\omega m + S}$$

On en conclut que pour une valeur suffisante de F la contrainte limite de traction R'_b du béton est atteinte. Il y a donc rupture de ce dernier pour:

$$F = R'_b(\omega m + S)$$

Pour cette valeur de F , la longueur λ de la barre le long de laquelle se transmet l'effort d'adhérence est:

$$\lambda = \frac{R'_b S}{\Sigma}$$

Ce n'est donc qu'à une distance au moins égale à λ que se produira la première fissure du prisme de béton.

Si le prisme a une longueur totale inférieure à 2λ il n'y aura pas de fissure.

Si le prisme a une longueur supérieure à 2λ il se produira une première fissure à une distance d'une des extrémités égale ou supérieure à λ du côté où R'_b est minimum.

Si l'un des deux tronçons restants du prisme est de longueur supérieure à 2λ une autre fissure pourra s'y produire, etc.

On constate donc que l'écartement l des fissures est compris entre: λ et 2λ .

Si l'on trace le diagramme des contraintes dans la barre, on voit que celles-ci varient linéairement avec un minimum au milieu de chacun des tronçons de béton, et un maximum constant, égal à F/ω , au droit de chaque fissure. En exerçant une

traction F croissante, l'augmentation mesurée des déformations de la barre sur une longueur de base comprenant toutes les fissures qui ont pu s'y produire croît avec la tension de la barre, mais diminuée d'une quantité proportionnelle à l'aire des triangles abc , cde , efg (fig. 4). Comme l'adhérence Σ est constante, ces triangles conservent la même surface et la déformation de la barre est diminuée d'une quantité constante.

Il s'ensuit donc que *tout se passe comme si pendant toute la durée de l'expérience le béton prenait à son compte la partie constante de la traction de la barre, dont la déformation est représentée par cette surface.*

La surface d'un triangle $\Sigma l^2/4$ est équivalente à celle du rectangle de même base et de hauteur $\Sigma l/4$. l variant entre $R'_b S/\Sigma$ et $2R'_b S/\Sigma$ la diminution de la contrainte moyenne de la barre varie entre $\frac{1}{2}R'_b S/\omega$ et $\frac{1}{4}R'_b S/\omega$ selon le hasard de l'apparition des fissures.

On s'explique ainsi facilement le phénomène connu sous le nom d'étirage du béton, que l'on avait tenté d'expliquer par un allongement plastique du béton sous charge constante.

Pratiquement il semble que la diminution apparente de la tension supportée par la barre puisse être située au voisinage de $0,4R'_b S$.

En appliquant ce qui précède au calcul des déformations d'une barre enrobée de béton, on peut rendre compte avec précision des résultats expérimentaux.

Nous avons étudié sous cet angle les résultats des essais faits en 1902 par la Commission du Béton Armé de 1906 (Commission du Ministère des Travaux Publics).

Sans revenir sur l'analyse que nous en avons faite dans les Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, No. 179, mars-avril 1951, nous rappellerons que les essais avaient consisté à mesurer sur une base de 1 mètre les déformations de prismes en béton de 10 cm. de côté, armés aux quatre angles d'une barre de 6 mm., sous l'application de charges diverses.

La diminution de tension apparente de l'acier 800 kg. donne $R'_b = 20$ kg./cm.², la longueur minima 8 cm. des prismes donne $\sigma = 35$ kg./cm.² Avec ces données on peut étudier la variation de la répartition des contraintes dans la barre en fonction des tractions agissantes et déterminer l'allongement de la pièce tendue, selon qu'il s'est formé successivement une première, une deuxième, etc. . . . une n ième fissure. Le résultat du calcul est figuré en trait ponctué sur la fig. 5.

Les diagrammes réels et théoriques superposés manifestent, par la coïncidence des courbes, l'apparition successive des fissures dont l'épaisseur est d'ailleurs toujours très faible (variant de 4/100 mm. pour $F = 1\ 300$ kg. (première fissure) à un dixième de millimètre pour 2 000 kg.). Elles ont pu passer inaperçues.

Chacune des fissures successives se produit au point relativement moins résistant; elles apparaissent dès qu'est atteinte en un point, soit la limite de résistance sous un effort unique, soit la limite d'endurance.

C'est ainsi que, pendant la série des cycles à 1 740–1 790 kg., le nombre théorique de fissures passe de 4 à 8 et se stabilise à ce chiffre. Mais dès qu'on augmente la traction à 2 060 kg., il doit apparaître au douzième cycle, une neuvième fissure.

Dès lors, l'équilibre définitif est atteint, neuf fissures sur 1 mètre correspondent

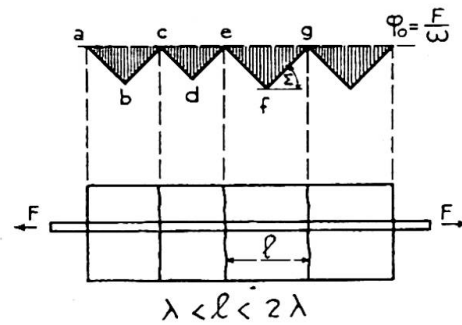


Fig. 4

(b) Calcul de l'écartement minimum

On considérera successivement la section homogène non fissurée et la section fissurée. Les contraintes dans la section homogène seront obtenues, en appliquant les calculs classiques avec un module d'équivalence

$$m = \frac{E_a}{E_b}$$

Les contraintes dans la section fissurée seront déterminées par les formules classiques en supposant fissurée toute la zone de béton tendu et en prenant pour module d'équivalence le rapport μ de la déformabilité réelle ϵ de l'acier sous une contrainte donnée ϕ compte tenu de l'enrobage du béton, au module élastique du béton E_b . Le calcul de la valeur de μ à prendre en compte fera l'objet de la troisième section.

Toutefois afin d'éviter de longs calculs d'approximation, bien inutiles, nous ferons apparaître dans le calcul de l'écartement la valeur z du bras de levier du couple résistant qui varie assez peu avec μ pour que l'on puisse prendre avec une approximation suffisante une valeur moyenne.

De plus on supposera la poutre de section constante. Les caractéristiques utiles sont: dans la section (a) non fissurée, la contrainte maximum de traction du béton R'_b et celle de l'acier ϕ_0 sous l'influence du moment M_0 produisant la première fissure, puis dans la section fissurée la valeur ϕ_1 de la contrainte de l'acier sous le même moment M_0 . Enfin les contraintes ϕ et ϕ' de l'acier sous des moments croissants M et M' (fig. 6).

Lorsque la première fissure se produit c'est que R atteint la limite de rupture R'_b sous le moment de flexion M_0 :

$$M_0 = \frac{R'_b I_0}{V_b}$$

A ce moment la contrainte de l'acier est:

$$\phi_0 = \frac{V_0 M_0 m}{I_0} = R'_b \frac{V_0}{V_b} m$$

V_0 et V_b étant, dans la section homogène non fissurée la distance de l'acier et de la face tendue du béton à la fibre neutre.

Si le moment de flexion croît, il augmente aussi dans une section voisine (b) et lorsque il y atteint la valeur M_0 il se produit en (b) une seconde fissure.

Mais pour que le moment atteigne cette valeur M_0 dans la section (b) il faut que, par adhérence, les barres transmettent au béton une part suffisante de traction pour que la section (b) soit dans l'état où était la section (a) sous le moment M_0 . Au moment de la production de la deuxième fissure on a donc le schéma de la fig. 6 ; la section (a) est soumise à un moment M ; la tension des aciers y est ϕ ; elle décroît jusqu'à ϕ_0 dans la section (b) et l'on a :

$$\phi - \phi_0 = \frac{4\sigma}{d} \lambda$$

Comme:

$$M = M_0 + T_0 \lambda$$

on a

$$\phi \frac{M_0 + T_0 \lambda}{M} - \phi_0 = \frac{4\sigma}{d} \lambda$$

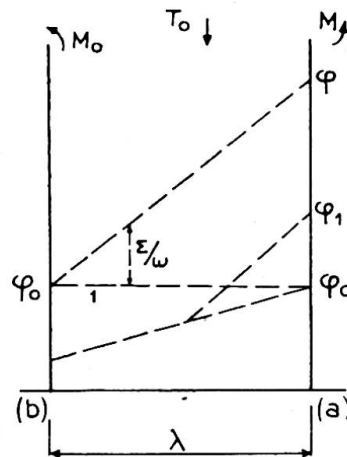


Fig. 6

En remarquant que $T_0 \frac{\phi}{M} = \frac{4s}{d}$ en appelant s l'adhérence des barres dans la section fissurée sous l'influence de l'effort tranchant T , il vient :

$$\lambda = \frac{dM_0}{4} \frac{\frac{\phi}{M} - \frac{\phi_0}{M_0}}{\sigma - s} \dots \dots \dots (1)$$

que l'on peut écrire :

$$\lambda = \frac{R'_b d}{4[\sigma - s]} \frac{I_0}{V_b} \left[\frac{1}{z\omega} - m \frac{V_0}{I_0} \right] \dots \dots \dots (2)$$

Il faut noter que cette théorie n'est applicable que si toute la section de béton, à travers laquelle se transmet le cisaillement, est capable d'y résister sans fissuration longitudinale. Cette fissuration longitudinale peut se produire en particulier dans le cas des poutres en double T fortement armées où l'âme, bien que solidarisée aux tables par des armatures transversales, n'a pas été coulée en même temps que les tables.

(c) *Application*

Cette formule donne l'écartement minimum λ des fissures d'une pièce fléchie. Il doit être bien entendu qu'il s'agit des véritables fissures de flexion et non des éclatements locaux du béton qui font apparaître des fissures partielles. Lorsque le moment de flexion est constant, l'écartement l des fissures peut varier comme nous l'avons signalé plus haut entre λ et 2λ . Si au contraire le moment de flexion varie d'une section à l'autre, il restera au voisinage de λ pour autant que la dispersion considérable de la résistance en traction du béton le permettra. Afin de contrôler cette formule, nous l'avons appliquée à des essais de toutes provenances pour lesquels des photos ou des dessins permettent de mesurer l'écartement moyen des fissures.

Si l'on porte sur un diagramme en abscisse les valeurs λ de l'écartement minimum calculé et en ordonnée les valeurs moyennes l observées, il est évident que, si la formule est exacte, tous les points (λ, l) devront se trouver compris dans l'angle formé entre les deux droites $l = \lambda$ et $l = 2\lambda$ à condition bien entendu que les efforts appliqués aient été suffisants pour que toutes les fissures se soient produites, sinon l mesuré pourrait être supérieur à 2λ .

Il faut pour appliquer la formule connaître, outre les caractéristiques géométriques de la section, les caractéristiques mécaniques du béton, sa résistance à la traction R'_b et la résistance σ à l'adhérence.

Or, il se trouve que ces deux résistances sont pratiquement liées entre elles, compte tenu de la position des barres dans le béton. Les "Règles d'Utilisation du Béton Armé" du Ministère de la Reconstruction et de l'Urbanisme donnent à ce sujet la formule suivante :

$$\frac{R'_b}{\sigma} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{d}{e_1} \right] \left[1 + \frac{d}{e_2} \right] \dots \dots \dots (3)$$

où d est le diamètre d'une barre considérée, e_1 et e_2 les distances minima de son centre aux faces les plus proches du béton mesurées dans deux directions perpendiculaires. R'_b/σ varie donc de $\frac{1}{2}$ dans le cas d'une barre noyée dans une masse indéfinie de béton, à 2 lorsque la barre n'est recouverte que de son demi diamètre de béton.

Bien qu'approximative, cette formule due à M. Caquot joue dans un sens convenable et permet d'apprécier *a priori* la valeur de R'_b/σ à introduire dans les calculs.

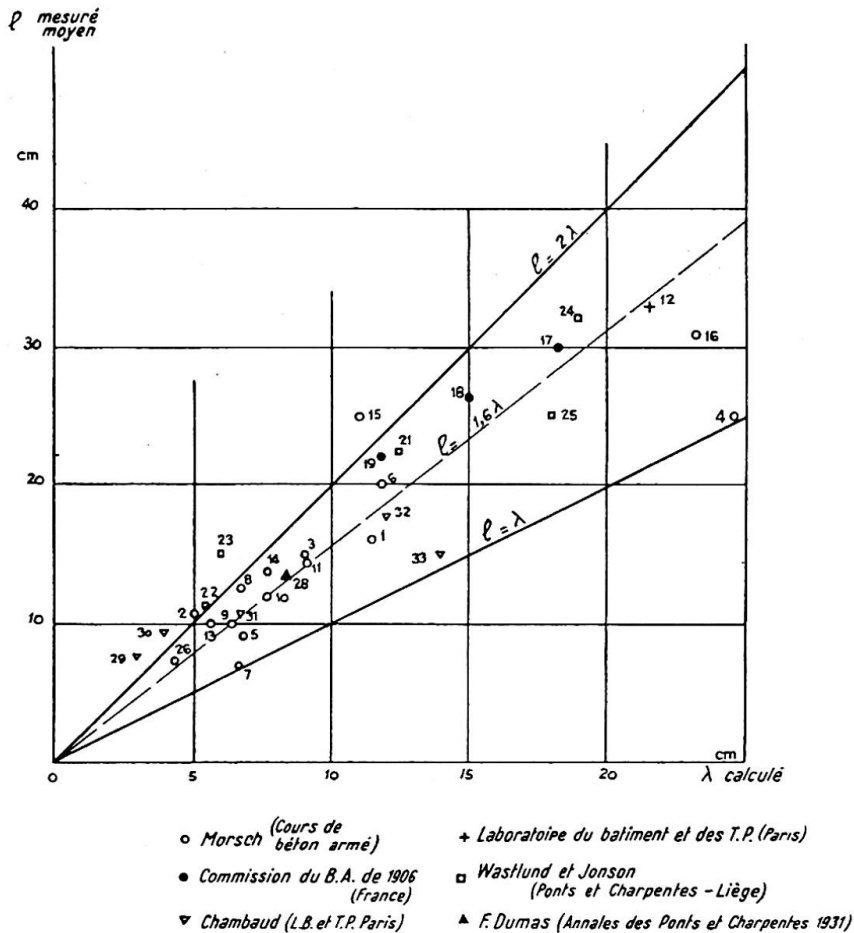


Fig. 7

Nous avons donc porté sur la fig. 7 les points dont les ordonnées correspondent aux résultats des essais que nous avons pu consulter et les abscisses au résultat de calcul de λ par les formules (2) et (3).

On constate qu'à très peu d'exceptions près, pour lesquelles la fissuration n'est probablement pas complète, les points se groupent dans l'angle des deux droites $l = \lambda$ et $l = 2\lambda$. On voit sur le graphique qu'en prenant :

$$l = 1,6\lambda$$

on aura l'écartement moyen avec autant de précision qu'on en peut espérer puisque l'on ne peut pas savoir où se fixera la moyenne réelle entre les deux limites.

L'étude des sections rectangulaires armées d'un pourcentage ω^* d'armatures tendues montre que l'on peut, avec une approximation suffisante, écrire :

$$l = \frac{R'_b d}{11\omega(\sigma - s)} \dots \dots \dots (4)$$

Ce calcul de l n'aurait qu'un intérêt purement théorique s'il ne permettait pas, comme nous allons le montrer dans la troisième section, de déterminer l'allongement réel du métal pendant la flexion; et partant de déterminer le module d'équivalence μ à introduire dans les calculs de résistance et de déformation.

* Ce pourcentage est le rapport de la surface des armatures à celle obtenue en multipliant la hauteur totale de la poutre par la largeur du béton tendu.

III. DÉFORMATION DE L'ACIER : CALCUL DU MODULE D'ÉQUIVALENCE

(a) Bloc entre deux fissures

Considérons le bloc compris entre les deux fissures a et b séparées par la distance l ; soit ϕ_a et ϕ_b la contrainte de tension des aciers dans les sections a et b soumises aux moments M_a et M_b . Soit (fig. 8) M le moment au milieu de ab et T l'effort tranchant.

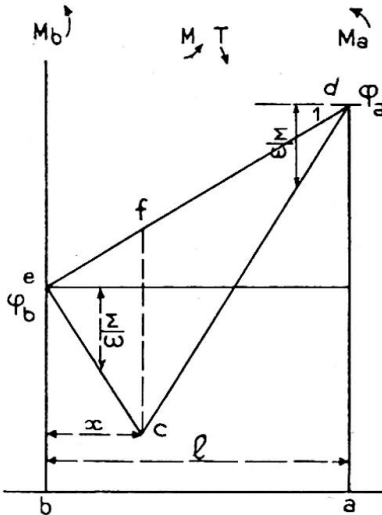


Fig. 8

Le diagramme des tensions le long de la barre ab est représenté par la ligne dce dont les deux côtés dc et ec font avec l'axe un angle dont la tangente est Σ/ω .

La déformation de la barre depuis la charge nulle est représentée par l'aire $adceb$ qu'il faut évaluer.

On a évidemment :

$$x = \frac{1}{2} \left[l - (\phi_a - \phi_b) \frac{\omega}{\Sigma} \right]$$

puis :

$$cf = x \left[\frac{\Sigma}{\omega} + \frac{\phi_a - \phi_b}{l} \right]$$

d'où

$$cf = \frac{\Sigma l}{2\omega} - \frac{(\phi_a - \phi_b)^2 \omega}{2\Sigma l}$$

La déformation Δl de la barre sur la longueur l a pour valeur :

$$E_a \Delta l = l \frac{\phi_a + \phi_b}{2} - \frac{l}{2} \left[\frac{\Sigma l}{2\omega} - \frac{(\phi_a - \phi_b)^2 \omega}{2\Sigma l} \right]$$

En posant $\phi = \frac{\phi_a + \phi_b}{2}$ (valeur moyenne de la contrainte au droit d'une fissure) en remarquant que :

$$(\phi_a - \phi_b) \omega = s \pi d n l$$

et en appelant s la contrainte d'adhérence habituelle des barres en section fissurée il vient :

$$E_a \frac{\Delta l}{l} = \phi - \frac{\sigma l}{d} \left[1 - \frac{s^2}{\sigma^2} \right] \dots \dots \dots (5)$$

Cette formule permet donc de calculer l'allongement de la barre qui traverse un bloc compris entre deux fissures.

Voyons maintenant la valeur $\Delta_1 l$ de l'allongement de la barre au droit de la dernière fissure, du côté non fissuré de la poutre, où elle fonctionne comme le scellement que nous avons étudié plus haut.

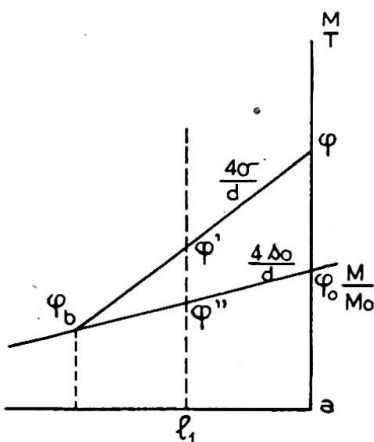


Fig. 9

(b) Scellement de l'armature après la dernière fissure

A partir de la dernière fissure a la contrainte ϕ' de la barre décroît de la valeur ϕ jusqu'à une profondeur l_1 où elle atteint la contrainte ϕ_b correspondant à la déformation élastique sans fissuration (fig. 9).

A cette profondeur l_1 , on a :

$$\phi' = \phi - l_1 \frac{\Sigma}{\omega} = \phi - \frac{4\sigma}{d} l_1$$

et la contrainte élastique a pour valeur :

$$\phi'' = \phi_0 \frac{M}{M_0} - \frac{4s_0}{d} l_1$$

En égalant ces deux valeurs on trouve :

$$l_1 = \frac{d}{4(\sigma - s_0)} M \left(\frac{\phi}{M} - \frac{\phi_0}{M_0} \right) \dots \dots \dots (6)$$

s_0 étant la contrainte d'adhérence béton-métal en section homogène non fissurée.

Au voisinage de la dernière fissure, le moment agissant M ne peut être inférieur à M_0 (puisqu'il s'agit d'efforts régulièrement croissants) sans quoi il n'y aurait pas eu fissuration, ni supérieur à $M_0 + T\lambda$, sans quoi il y aurait une autre fissure à gauche de a qui ne serait plus la dernière fissure.

On voit alors que l_1 est compris entre les deux valeurs :

$$\lambda \frac{\sigma - s}{\sigma - s_0} < l_1 < \lambda \dots \dots \dots (7)$$

Comme, en pratique, les conditions de calculs imposent à s une valeur maximum d'une dizaine de kg. par cm.² atteinte seulement dans l'effort tranchant maximum alors que σ est voisin de 30 kg./cm.² on ne commettra pas une erreur excessive par excès en prenant $l_1 = \lambda$.

Quant à la déformation de l'acier, on ne prendra en compte que la fraction correspondant à la différence entre la déformation élastique en section non fissurée et la déformation totale.

Il ne faut, en effet, compter dans le calcul que nous faisons plus loin de la déformabilité de la barre entre les deux fissures extrêmes que le supplément de déformation dû au glissement dans les parties extrêmes non fissurées.

On a donc pour la déformation supplémentaire :

$$E_a \Delta l_1 = \frac{1}{2} \left(\phi - \phi_0 \frac{M}{M_0} \right) l_1 = 2\lambda^2 \frac{\sigma - s_0}{d}$$

En négligeant s_0 devant σ on trouve une valeur par excès de la déformation. Compte tenu de l'incertitude inéluctable de l'écartement des fissures, on prendra l un peu plus faible que $1,6\lambda$ soit $\sqrt{2}\lambda$ simplement pour pouvoir écrire :

$$E_a \Delta l_1 = \frac{2\lambda^2 \sigma}{d} = \frac{l^2 \sigma}{d} \dots \dots \dots (8)$$

(c) *Déformation des armatures d'une zone fissurée*

Considérons un tronçon de poutre ab limité par deux fissures.

Nous calculerons la déformation ΔL réelle de l'acier sur la longueur $ab=L$. Le module élastique de l'acier étant E_a , sa déformation Δ_a sous la contrainte uniforme appliquée à l'acier au droit d'une fissure serait :

$$E_a \frac{\Delta_a}{L} = \phi$$

On appellera module élastique apparent de l'acier la quantité ϵ telle que :

$$\epsilon \frac{\Delta L}{L} = \phi$$

Le coefficient d'équivalence des sections acier-béton entrant dans le calcul des contraintes et des déformations du béton armé sera :

$$\mu = \frac{\epsilon}{E_b} = \frac{E_a}{E_b} \times \frac{\epsilon}{E_a} = \frac{m}{E_a} \frac{L\phi}{\Delta L} = \frac{m}{D}$$

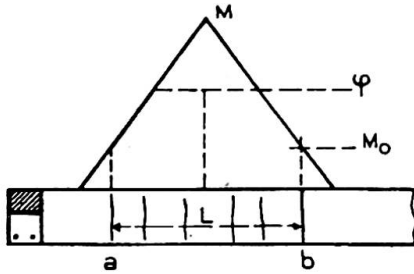


Fig. 10

Supposons une répartition du moment de flexion entre *a* et *b* symétrique et l'effort tranchant constant en valeur absolue. Les deux fissures extrêmes *a* et *b* correspondent aux deux sections soumises au moment de flexion *M*₀.

Soit ϕ la contrainte moyenne de l'acier (dans les fissures) (fig. 10).

L'allongement ΔL des armatures entre *a* et *b*, compte tenu des scellements en *a* et *b*, a pour valeur, en appliquant les formules (5) et (8) :

$$E_a \Delta L = L \left[\phi - \frac{\sigma l}{d} \left(1 - \frac{s^2}{\sigma^2} \right) \right] + 2l^2 \frac{\sigma}{d} \quad \dots \dots \dots (9a)$$

(Il y a, entre *a* et *b*, *n* blocs de longueur *l*.)

$$D = E_a \frac{\Delta L}{\phi L} = 1 - \frac{l\sigma}{d\phi} \left[1 - \frac{s^2}{\sigma^2} - \frac{2l}{L} \right] \quad \dots \dots \dots (9b)$$

Cette formule permet de calculer le module μ en fonction de la longueur *l* entre fissures, de la longueur *L* entre fissures extrêmes et des caractéristiques mécaniques et géométriques de la poutre.

(S'il n'y a qu'une fissure sur appui, on ne peut plus parler que de rotation des sections sur appui, l'angle dont tourne une section par rapport à l'autre est $\Delta l/z$.)

On constate que, si l'effort tranchant est nul et si la longueur *L* comprend une dizaine de fois *l*, ce qui est généralement le cas dans la partie en travée des poutres, *D* est d'autant plus faible que l'adhérence de frottement est plus élevée, le diamètre des barres et leurs contraintes moins élevées. *D* étant inférieur à 1, μ est plus élevé que *m* et peut atteindre 2*m*. Au contraire, si, comme sur les appuis, l'effort tranchant est important, *s* peut atteindre 10 kg./cm.², soit le 1/3 de σ . De plus, *L* pouvant ne comprendre qu'un bloc entre deux fissures, *D* peut être sensiblement plus grand que 1, voisin de 2 et $\mu = m/2$.

(d) *Formules pratiques—poutres rectangulaires*

En remplaçant *l* par sa valeur approchée (4) on aura :

$$D = 1 - \frac{R'_b \sigma}{11 \bar{\omega} \phi (\sigma - s)} \left[1 - \frac{s^2}{\sigma^2} - \frac{2R'_b d}{11 \bar{\omega} (\sigma - s) L} \right] \quad \dots \dots \dots (10)$$

Cette formule a permis de construire le graphique de la figure 11 qui donne μ en fonction de *d/L* et de $\bar{\omega}$ dans les deux cas suivants :

- 1° Effort tranchant nul (*s* = 0) avec *R'*_{*b*} = 30 kg./cm.²; σ = 30 kg./cm.²; ϕ = 1 200 kg./cm.² (ϕ a une valeur sensiblement constante, voisine du maximum).
- 2° Effort tranchant élevé *s* = 10 kg./cm.²; *R'*_{*b*} = 30 kg./cm.²; σ = 30 kg./cm.²; ϕ = 800 kg./cm.² (valeur moyenne de ϕ entre le maximum et une valeur plus faible correspondant au moment *M*₀).

Ces résultats peuvent s'appliquer d'une façon approchée aux sections en T en prenant pour surface du béton, à laquelle se rapporte la surface des aciers tendus, le produit de la hauteur totale par la largeur de béton tendu, c'est-à-dire par la largeur de l'âme si celle-ci est tendue ($M > 0$) ou par la largeur de la table en section sur appui ($M < 0$).

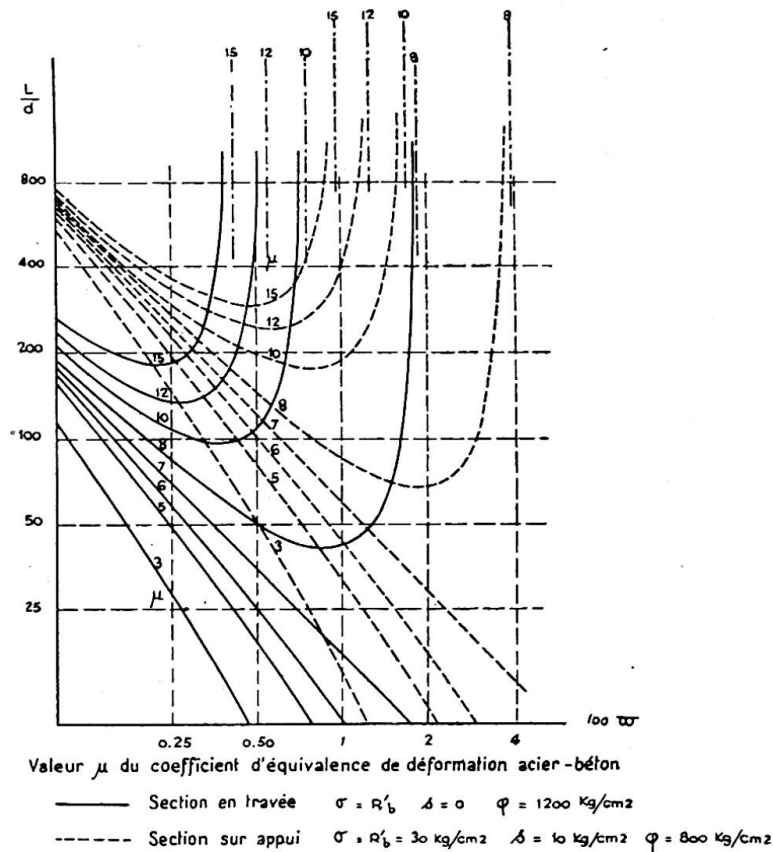


Fig. 11

(e) *Conséquences de la variation du module élastique apparent de l'acier sur la déformation des poutres continues*

Sans insister sur cette question qui nécessiterait un grand développement, il faut remarquer que dans les conditions courantes la valeur de μ peut, pour une même poutre, varier de 14 dans les sections du milieu des travées à 4 sur les appuis.

La déformation $\Delta L/L$ liée directement à μ peut donc varier de un à quatre, mais la distance qui sépare les armatures tendues de la fibre neutre varie dans des proportions beaucoup moindres, la pièce est donc beaucoup plus flexible sur les appuis que ne le laisse prévoir la théorie classique. Il en résulte que la répartition réelle des moments de flexion peut être fort différente des résultats du calcul. En particulier les contraintes sur appui sont certainement moins élevées et celles au milieu des travées plus fortes que ne le prévoit habituellement la théorie des poutres continues.

Si l'on joint à ce fait celui que les variations de contraintes dues aux variations des charges mobiles conditionnent pour une large part la durée des pièces fléchies on s'explique facilement et logiquement pourquoi les éléments de construction continue soumis à des variations de surcharges relativement petites présentent une

solidité et une durabilité parfaites, même lorsque, comme c'est souvent l'usage en France, elles ne sont pas calculées selon la théorie des poutres élastiques.

Il faut enfin noter que, L étant défini par la répartition des moments de flexion, on ne peut agir sur la flexibilité sur appuis qu'en diminuant le diamètre des barres, car il ne saurait être question ni de diminuer R'_b nécessaire à la résistance de la pièce ni d'augmenter $\bar{\omega}$ pour cette seule raison.

IV. DÉFORMATIONS RÉSIDUELLES

(a) Déformation résiduelle

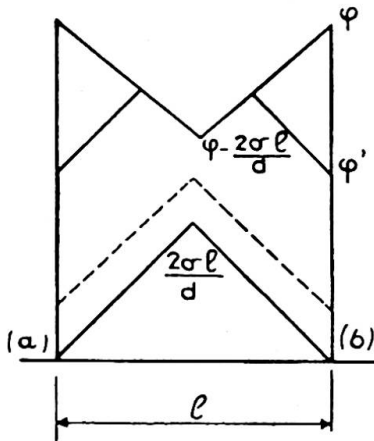


Fig. 12

Considérons le bloc compris entre deux fissures (a) et (b) et admettons que le moment de flexion soit pratiquement constant (T négligeable) dans chaque bloc (fig. 12).

Sous l'influence d'un moment M croissant, la tension des aciers est ϕ au droit des fissures et $\phi - 2\sigma l/d$ au milieu du bloc.

L'ouverture Δl de la fissure est donc (au droit de l'acier):

$$E_a \Delta l = l \left(2\phi - \frac{2\sigma l}{d} \right) = l \left(\phi - \frac{\sigma l}{d} \right)$$

(formule (5) pour $s=0$).

Si le moment appliqué décroît jusqu'à une valeur $M' < M$, la tension des aciers atteint une valeur ϕ' et la déformation a pour expression:

$$E_a \Delta' l = E_a \Delta l - (\phi - \phi')^2 \frac{d}{8\sigma}$$

tant que

$$\phi - \phi' < \frac{4\sigma l}{d}$$

Au-delà la déformation résiduelle a pour expression:

$$E_a \Delta'' l = \left(\phi + \frac{\sigma l}{d} \right) l$$

Lorsque $\phi' = 0$ on a pour valeur de la déformation résiduelle sous charge nulle:

Si ϕ est resté inférieur à ϕ_0 ($M < M_0$: la déformation est restée élastique) déformation résiduelle nulle.

$$\left. \begin{aligned} \text{Si } \phi < 4\sigma l/d: & \quad E_a \Delta'_0 l = l \left(\phi - \frac{\sigma l}{d} - \phi^2 \frac{d}{8\sigma} \right) \\ \text{Si } \phi > 4\sigma l/d: & \quad E_a \Delta''_0 l = \frac{\sigma l^2}{d} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

(b) Ouverture des fissures

En appliquant la formule simplifiée (4)

$$l = \frac{R'_b d}{11\sigma \bar{\omega}}$$

On trouve que l'ouverture maxima moyenne a pour valeur:

$$E_a \Delta l = \frac{R'_b d}{11\sigma \bar{\omega}} \left(\phi - \frac{R'_b}{11\bar{\omega}} \right) \dots \dots \dots (12)$$

On en conclut que:

A résistance, adhérence et contrainte égales, l'ouverture des fissures est proportionnelle au diamètre des barres et inversement proportionnelle au pourcentage d'acier.

L'ouverture des fissures est une fonction linéaire de la contrainte de l'acier, nulle pour une contrainte qui varie en raison inverse du pourcentage d'acier.

Toutes choses égales d'ailleurs, l'ouverture est en raison inverse de l'adhérence.

La largeur cumulée des fissures sur une longueur L est L/l fois celle d'une fissure soit:

$$\frac{L}{E_a} \left(\phi - \frac{\sigma l}{d} \right) = \frac{L}{E_a} \left(\phi - \frac{R'_b}{11\bar{\omega}} \right) \dots \dots \dots (13)$$

Elle ne dépend pas de l'adhérence. L'amélioration de l'adhérence diminue l'épaisseur des fissures, mais augmente leur nombre.

(c) *Déformation résiduelle et flèche résiduelle*

La déformation résiduelle est la somme des déformations relatives aux L/l blocs, augmentée de la déformation résiduelle des deux scellements, cette dernière étant la moitié de leur déformation maxima. Cette déformation par application de la formule (11) lorsque ϕ est supérieur à $4\sigma l/d$ et sensiblement constant en raison du mode de chargement (M constant) a pour valeur:

$$E_a \Delta L = l \left(L \frac{\sigma}{d} + \frac{R'_b}{5,5\bar{\omega}} \right) \dots \dots \dots (14)$$

La flèche résiduelle peut être appréciée de la façon suivante (fig. 13). Soit a la

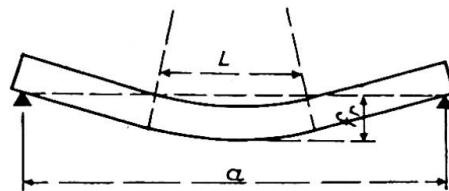


Fig. 13

portée, L la longueur de la partie fissurée. On peut sensiblement écrire, en appelant v la distance des aciers à la fibre neutre:

$$f_r = \frac{\Delta L}{4v} \left(a - \frac{L}{2} \right) \dots \dots \dots (15)$$

et en appliquant la formule (14) en négligeant les scellements

$$f_r = \frac{R'_b L}{44v\bar{\omega}E_a} \left(a - \frac{L}{2} \right) \dots \dots \dots (16)$$

L'application du diagramme des déformations entre fissures permet de calculer la flèche résiduelle en fonction des surcharges croissantes successivement appliquées, puis supprimées; on verra plus loin un exemple de calcul.

(d) *Comparaison des théories avec les expériences*

Nous avons donné plus haut les résultats de l'application de la théorie à la fissuration et la déformation d'une pièce tendue (Expérience de la Commission

Française du B.A. 1906) (fig. 5) et à la détermination de la distance des fissures dans les poutres en béton armé (fig. 7). Nous allons appliquer les formules précédentes à des expériences antérieurement publiées.

Il faut toutefois rappeler que les déformations résiduelles dont nous nous occupons sont essentiellement différentes de celles qui sont dues à un dépassement de la limite élastique des matériaux au sens où elle est généralement entendue.

On verra que la flèche résiduelle (en phase élastique des contraintes des matériaux) augmente avec la charge maximum appliquée, puis tend vers une limite indépendante de la surcharge. Mais, bien entendu, si au cours de la charge la limite élastique des matériaux, béton ou acier, avait été atteinte, la théorie ne s'appliquerait plus et la flèche résiduelle n'aurait d'autre limite que celle qui correspond à la rupture de la pièce.

Expérience de M. F. G. Thomas (Congrès des Ponts et Charpentes, Berlin, 1936, Publ. Prélim., page 231, figs. 5 et 6)

La poutre ayant la section figurée ci-contre (fig. 14), le pourcentage $\bar{\omega}=0,7\%$.

L'expérience a eu pour objet la mesure de la largeur de la fissure en fonction de la traction de l'acier (fig. 6, page 237)

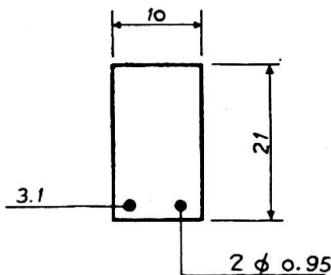


Fig. 14

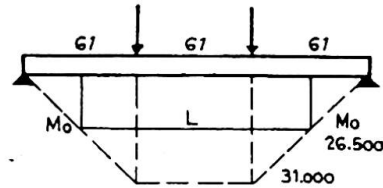


Fig. 15

Comme il s'agit de "la plus grande fissure," on doit admettre qu'elle est relative à un bloc de longueur 2λ et non de blocs moyens de longueur $1,6\lambda$, il y a lieu d'en tenir compte en multipliant le deuxième nombre de l'équ. (12) par $2/1,6$:

$$E_a \Delta l = 1,25 \frac{R'_b 95}{7,7 \sigma} \left(\phi - \frac{R'_b \times 100}{7,7} \right)$$

Avec les valeurs $R'_b=35$, $\sigma=28$, on trouve:

$$\Delta l = 0 \text{ pour } \phi = 460 \text{ kg./cm.}^2 \text{ au lieu de } \phi = 700 \text{ kg./cm.}^2$$

on trouve pour: $\phi = 3\ 000$ $\Delta l = 0,187$ mm. au lieu de $\Delta l = 0,20$ mm.

La largeur totale des fissures (fig. 5, page 236 du rapport F. G. Thomas reproduite fig. 19) est calculée par la formule (9a).

Le moment maximum sous la charge de 1 016 kg. est 31 000 kg. \times cm. (fig. 15), le moment M_0 de rupture de traction du béton ($R'_b=35$) est 26 500 kg. \times cm. La longueur L qui sépare les deux points de moment M_0 est $L=80$ cm. La contrainte de l'acier est 1 450 kg./cm.² L'ouverture de la fissure au niveau de l'acier avec

$$l = \frac{35 \times 95}{11 \times 28 \times 0,7} = 15,5 \text{ (formule 4), est}$$

$$2,1 \cdot 10^6 \Delta l = 80 \left[1\ 450 - 15,5 \frac{35}{0,95} \right] + \frac{2 \cdot 15,5^2 \cdot 28}{0,95} = 85\ 000$$

soit $\Delta l = 0,40$ mm.; pour rapporter l'ouverture à la fibre où a été faite la lecture à $\frac{1}{2}$ pouce de l'arête, il faut multiplier ce chiffre par :

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{13}{11} \quad \Delta l = 0,40 \times \frac{13}{11} = 0,47 \text{ mm.}$$

pour 0,45 mm. de déformation immédiate et 0,58 après attente.

La fissure résiduelle après suppression de la surcharge est calculée de la façon suivante.

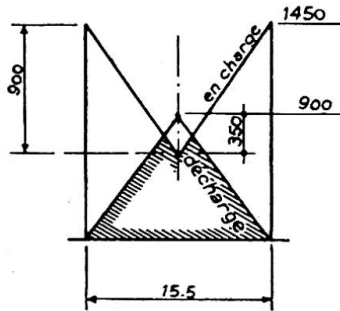


Fig. 16

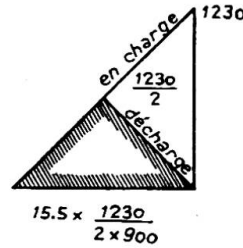


Fig. 17

La surface du diagramme des contraintes (fig. 16) multipliée par le nombre de blocs donne :

$$15,5 \left(\frac{900}{2} - 350 \frac{175}{900} \right) \frac{80}{15,5} = 30\,600 \text{ kg.} \times \text{cm.}$$

et en y ajoutant les déformations des scellements (fig. 17) :

$$2 \times \frac{1\,230}{2} \times \frac{15,5}{2} \times \frac{1\,230}{2 \times 900} = 6\,500 \text{ kg.} \times \text{cm.}$$

on trouve :

$$\Delta_a L = \frac{30\,600 + 6\,500}{2,1 \cdot 10^6} = 0,177 \text{ mm.}$$

En multipliant par le facteur de distance à la fibre neutre, on arrive à :

$$0,177 \times \frac{13}{11} = 0,21 \text{ mm.}$$

Le chiffre mesuré est 0,9 centièmes de pouce, soit 0 mm. 225.

Les coïncidences des déformations maxima instantannée et résiduelle sont convenables. On peut tracer par ces deux points la parabole de déformation qui a bien l'allure de la courbe observée compte tenu de l'augmentation de déformation pendant l'attente (fig. 18).

Le rapport donne aussi la variation de la fissuration avec le pourcentage d'armatures.

Nous avons vu—formule (12)—qu'à l'ouverture nulle de la fissure, la tension des aciers est en raison inverse du pourcentage; or l'expérience a donné :

pour les pourcentages suivants:	1,38	1,19	0,98	0,78	0,59
les contraintes mesurées:	415	325	620	700	950
le produit des deux termes:	5,70	3,85	6,10	5,50	5,60
reste convenablement constant.					

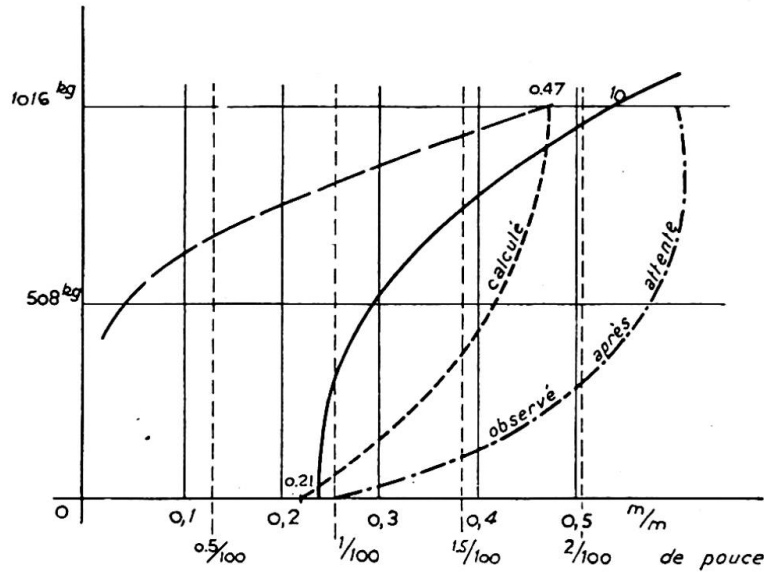


Fig. 18

De plus, cette même formule montre que la variation de la fissure entre deux contraintes de l'acier est, elle aussi, en raison inverse du pourcentage d'armature.

Or, les chiffres du rapport sont les suivants, pour une variation de tension de $2\ 800-1\ 260=1\ 540$ kg./cm.²

pourcentages:	1,38	1,19	0,98	0,78	0,59
déformations:	0,099	0,132	0,162	0,185	0,205
produit $\times 100$:	0,136	0,158	0,159	0,144	0,121

Il est possible de serrer le problème de plus près en calculant les valeurs théoriques de ces constantes. Il faut toutefois remarquer que les armatures sont formées de deux fers ronds juxtaposés et torsadés, et qu'il faut en conséquence remplacer le rapport $\Sigma/\omega=4\sigma/d$ par la valeur

$$\frac{\Sigma}{\omega} = \frac{\sigma}{d} \times \frac{2\pi+2}{\pi} = \frac{3,3\sigma}{d}$$

La valeur de l étant multipliable aussi par le facteur 1,25 puisqu'il s'agit de la plus large fissure. La formule (12) devient:

$$E_a \Delta l = \frac{1,25 R'_b d^4}{11 \sigma \bar{\omega} 3,3} \left(\phi - \frac{R'_b 1,5}{11 \bar{\omega}} \right)$$

Pour $\Delta l=0$ le produit $\phi \bar{\omega} = \frac{1,5}{11} R'_b = \frac{35 \times 1,5}{11} = 4,8$ au lieu de 4 à 6 mesuré.

De plus pour une différence de 1 540 kg., la variation calculée de $\Delta l \bar{\omega}$ (avec les valeurs précédentes de $R'_b=35$ et $\sigma=28$ kg./cm.²) est:

$$\Delta l \bar{\omega} = \frac{1}{E_a} \frac{1,50 \times 35 \times 1,27}{11 \times 28} 1540 = \frac{0,16}{100} \text{ pour } \frac{0,121}{100} \text{ à } \frac{0,159}{100} \text{ observées.}$$

Ces résultats sont très convenables compte tenu de l'incertitude où l'on est de la répartition des contraintes σ autour de l'acier torsadé.

Expériences de MM. Wastlund et Jonson (Congrès des Ponts et Charpentes, Liège, 1948, Publ. Prélim., page 215, figs. 1 et 2)

La figure 2 du rapport donne l'ouverture de la plus large fissure en fonction de la tension de l'acier.

La formule (12) permet de calculer la valeur théorique de cette largeur. Le tableau ci-dessous a été établi avec $R'_b=30 \text{ kg./cm.}^2$, la valeur de σ étant calculée par la formule (3). Les diagrammes relatifs à chaque poutre sont des droites pour lesquelles nous avons calculé la valeur de ϕ_0 pour $\Delta l=0$ et la valeur de Δl pour $\phi=2\,500-\phi_0 \text{ kg./cm.}^2$. Cette dernière valeur de Δl est celle de la formule (12) multipliée par 1,1 pour tenir compte du fait qu'il s'agit d'une large fissure et non d'une moyenne (fig. 19).

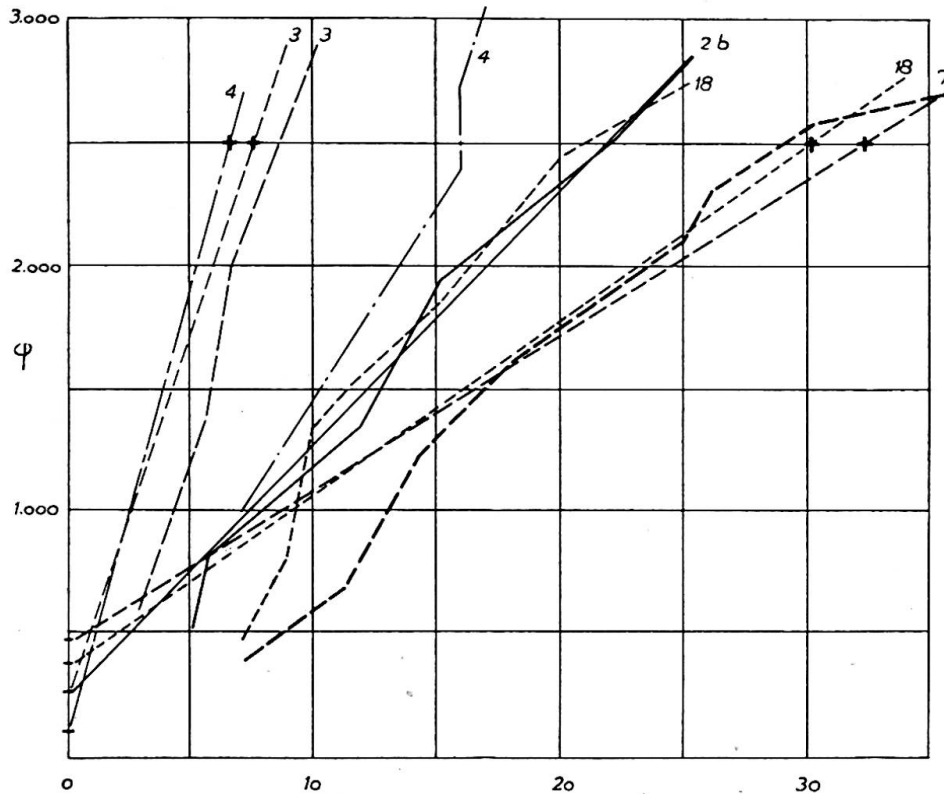


Fig. 19

Poutre No.	$\bar{\omega}$ %	d cm.	R'_b/σ moyen	$l = \frac{R}{\sigma} \frac{d}{11\bar{\omega}}$ cm.	$\phi = \frac{R'_b}{11\omega}$ pour $\Delta l=0$ kg./cm. ²	$\phi = 2\,500 - \phi_0$ kg./cm. ²	$\Delta l = \frac{l\phi_1}{E_a}$ 1/100 mm.	$1,1\Delta l$ 1/100 mm.
2b	1,2	2	1,2	18	230	2 270	19,5	21,5
3	1,2	1	0,85	6,4	230	2 270	6,9	7,5
4	3,6	2	1	5	75	2 425	5,8	6,5
7	0,6	2	1	30	450	2 050	29	32
18	0,80	2	1,2	27,5	350	2 150	28	30

La coïncidence est excellente pour les poutres 2b, 3 et 7. Elle est moins bonne pour 18 et surtout pour 4. Pour expliquer cette différence, il faudrait connaître la position exacte de la fissure considérée qui peut se trouver entre deux blocs particulièrement larges.

Expériences de M. F. Dumas (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1931, t. II, page 439, figs. 40 et 42)

L'expérience a consisté à mesurer la flèche sous des charges croissantes séparées par des déchargements où l'on mesure la flèche résiduelle.

La portée est 4 m.; la surcharge P est concentrée au milieu (figs. 20–21).

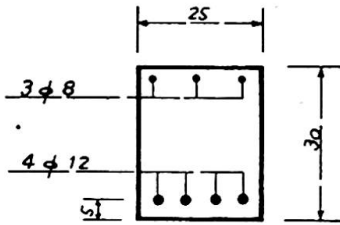


Fig. 20

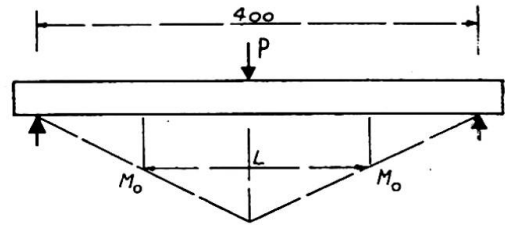


Fig. 21

L'application de la formule (3) donne:

$$\frac{R'_b}{\sigma} = 0,8$$

Puis la formule (2) donne:

$$l = 1,6\lambda = \frac{0,8}{4} \times 1,2 \times 4\,500 \left(\frac{208}{2\,250} - \frac{28}{2\,250} \right) = 13 \text{ cm.}$$

écartement qui correspond bien aux valeurs relevées (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1933, T. I, page 114, fig. 10).

Pour que la fissuration se produise, il faut que le moment de flexion, avec $R'_b = 30 \text{ kg./cm.}^2$, soit de l'ordre de 1 200 kg. correspondant après fissuration à une tension de l'acier de 1 200 kg./cm.² On peut donc tracer le diagramme ci-contre donnant la répartition des tensions des barres, compte tenu du frottement dans chaque bloc. On a admis que tous les blocs ayant exactement 13 cm., la variation de tension des barres au passage des fissures et au centre des blocs est égale à $2\sigma l/d$.

Comme

$$R'_b = 30 \text{ kg./cm.}^2, \quad \sigma = \frac{30}{0,8} = 37 \text{ kg./cm.}^2$$

la variation de tension est:

$$\frac{2\sigma l}{d} = \frac{2 \times 37 \times 13}{1,2} = 800 \text{ kg./cm.}^2$$

Pour chacune des charges considérées, on peut tracer un diagramme des contraintes dans la zone fissurée limité par la région où le moment est inférieur à M_0 ou bien ϕ_0 inférieur à 1 200 kg./cm.² (fig. 22).

Afin de simplifier, nous avons admis que le poids propre qui donne un moment de flexion de 400 kg × m. est équivalent à une charge concentrée de 400 kg. La surcharge est donc $P = 400 \text{ kg.}$

Chacun des triangles de 13 cm. de base et 800 kg./cm.² de hauteur correspond à $E_a \Delta l = \frac{13 \times 800}{2} = 5\,200$.

La flèche est calculée par la formule (15):

$$f_r = \frac{\Delta L}{4E_a v} \left(a - \frac{L}{2} \right)$$

La formule approchée (16) donne avec la valeur $L=200$ cm. correspondant à $p=2\ 000$ kg. ($P=p+400=2\ 400$).

$$f_r = \frac{R'_b}{44E_a v \bar{\omega}} L \left(a - \frac{L}{2} \right) = \frac{30 \times 100}{44 \times 2,1 \times 10^6 \times 18 \times 0,6} 200 \times 300 = 1 \text{ mm. } 75$$

On peut enfin constater que l'application de la formule (10) donnant la valeur de μ à prendre en compte conduit à $\mu=10,0$ (avec $\bar{\omega}=0,6\%$, $d=1,2$, $L=160$). Une

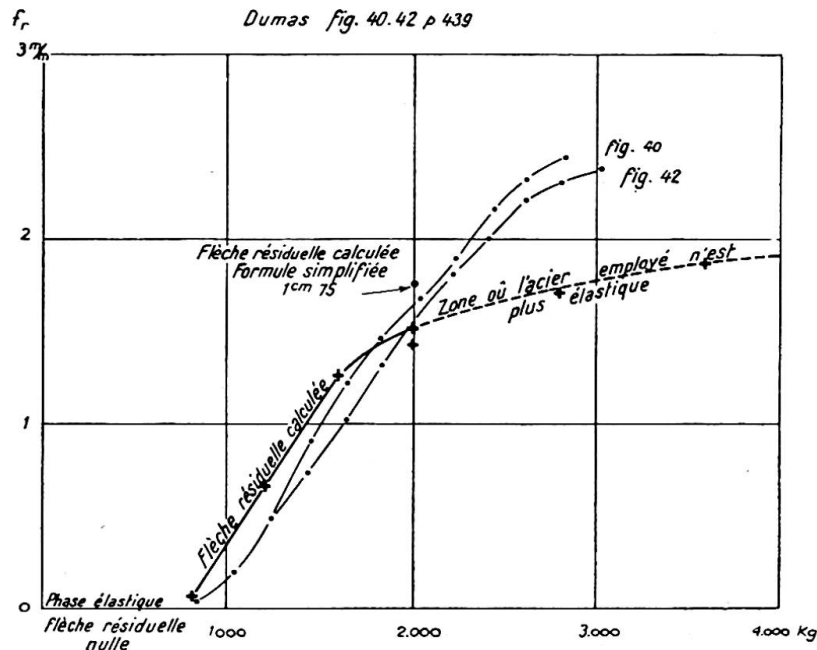


Fig. 23

contrainte moyenne de l'acier de 1 200 kg. appliquée aux calculs classiques conduit à une flèche d'environ 6 mm. 5, sous une charge de 2 000 kg., en admettant que toute la poutre se comporte comme la zone fissurée—l'expérience a donné de 6 à 6,3 mm.

CONCLUSION

Cet exposé nous semble avoir démontré suffisamment que l'hypothèse simple de la liaison par frottement de l'acier dans le béton, que nous avons proposée, conduit à un ensemble de résultats cohérents qui concordent convenablement avec l'expérience.

Il subsistera sans doute une certaine indétermination liée à l'imprécision des valeurs des caractéristiques mécaniques R'_b et surtout σ qui, entrant dans les formules, devront être systématiquement mesurées.

Mais, d'ores et déjà il devient possible d'étudier l'influence des divers facteurs agissants et même de déterminer quantitativement leur action. Les phénomènes concernant la fissuration en flexion et en traction, la plasticité en traction du béton et la déformabilité de l'acier, l'irréversibilité partielle des flèches y trouvent une explication logique et surtout constructive.

Plus particulièrement la valeur du module d'équivalence μ de déformabilité du béton et du métal n'est plus un chiffre arbitraire, mais une fonction définie par les caractéristiques de la section et son mode de chargement.

Enfin les déformations résiduelles sont maintenant calculables avec une précision suffisante pour avoir au moins des ordres de grandeur avec une exactitude qui, tout compte fait, ne doit pas être très inférieure à celle qui réellement intervient dans les études classiques de résistance des matériaux.

Résumé

La liaison des barres d'armatures avec leur gaine de béton ne présente le caractère élastique que pour de très faibles déformations relatives.

Pour les déformations plus importantes, pratiquement toujours réalisées au voisinage des fissures, la liaison présente tous les caractères d'un frottement dirigé en sens contraire du déplacement relatif.

Il en résulte, que les déformations du métal par rapport au béton n'obéissent pas aux lois de proportionnalité et de réversibilité.

Les expériences ont permis de contrôler cette hypothèse par la détermination de la répartition des contraintes le long de barres scellées dans le béton. La théorie qui en découle a permis notamment d'éclaircir les points suivants:

- 1° L'étirage apparent en traction du béton d'une pièce armée s'explique par la formation de blocs entre fissures et le glissement des armatures.
- 2° L'épaisseur d'une fissure est en raison inverse de l'adhérence totale des barres, mais l'épaisseur cumulée des fissures reste constante, c'est-à-dire qu'une amélioration de l'adhérence multiplie les fissures.
- 3° L'écartement des fissures d'une pièce fléchie peut être calculé *a priori* par une formule qui tient compte des caractéristiques géométriques de la section, de l'adhérence entre l'acier et le béton et de la résistance à la traction du béton.
- 4° Le rapport d'équivalence μ de la déformabilité de l'acier tendu à celle du béton varie dans de très notables proportions. Elle est calculable selon les diamètres des barres, leur section, leur longueur utile, et les caractéristiques du béton.
- 5° La théorie permet d'expliquer la non proportionnalité des déformations aux charges et de calculer la valeur des flèches résiduelles après décharge.

Summary

The bond between the steel reinforcement and its concrete covering has elastic properties only for very slight deformations.

For very great changes in shape, such as practically always occur in the neighbourhood of cracks, the bond displays all the properties of a friction in a direction opposite to the displacements.

From this it follows that the deformations of the metal with respect to those of the concrete do not obey the law of proportionality and of reversibility.

By determining the stress distribution along bars in the concrete, the tests have allowed this hypothesis to be checked. The theory which has been developed from this clarifies the following points:

- (1) The apparent elongation of the concrete in the reinforced tension zone is explained by the forming of "blocks" between the cracks and by the slip of the reinforcement.
- (2) The width of crack is in inverse ratio to the total adhesion of the steel bars, but the sum of the widths of all cracks remains constant; that is, an improvement of the adhesion increases the number of cracks.
- (3) The distances apart of cracks in a part subjected to bending can be calculated beforehand by a formula which takes into account the geometric properties of the cross-section, the adhesion between steel and concrete, and the tensile strength of the concrete.
- (4) The ratio μ of the plastic deformability of the steel subjected to tension to that of the concrete is variable between very wide limits. It can be calculated from the diameter of the bars, their cross-section, their effective length, and from the properties of the concrete.
- (5) The theory allows the non-proportionality of the changes in shape under load to be explained, and the value of the permanent deflection after removal of the load to be determined.

Zusammenfassung

Die Verbindung der Eiseneinlagen mit ihrer Betonumhüllung hat nur für sehr kleine Deformationen elastische Eigenschaften.

Für grössere Formänderungen, wie sie praktisch immer in der Nähe der Rissbildung auftreten, zeigt die Verbindung alle Eigenschaften einer den relativen Verschiebungen entgegengesetzt gerichteten Reibung.

Daraus folgt, dass die Deformationen des Metalls gegenüber denen des Betons nicht dem Gesetz der Proportionalität und der Umkehrbarkeit gehorchen.

Die Versuche haben erlaubt, durch die Bestimmung der Spannungsverteilung längs im Beton eingelegter Stäbe, diese Hypothese nachzuprüfen. Die Theorie, welche daraus entwickelt wurde, gestattet die Abklärung folgender Punkte:

- (1) Die scheinbare Dehnung des Betons in der armierten Zugzone erklärt sich durch die Bildung von "Blöcken" zwischen den Rissen und das Gleiten der Armierung.
- (2) Die Rissbreite verhält sich umgekehrt zur Gesamthaftung der Stahlstäbe, aber die Summe sämtlicher Rissbreiten bleibt konstant, d.h. eine Verbesserung der Haftung vermehrt die Anzahl der Risse.
- (3) Die Rissabstände eines Teiles unter Biegung können zum Vornherein durch eine Formel berechnet werden, welche den geometrischen Eigenschaften des Querschnittes, der Haftung zwischen Stahl und Beton und der Zugfestigkeit des Betons Rechnung trägt.
- (4) Das Verhältnis μ der Verformbarkeit des Stahls auf Zug zu der des Betons ist in sehr grossen Grenzen veränderlich. Es lässt sich aus dem Durchmesser der Stäbe, ihrem Querschnitt, ihrer wirksamen Länge und aus den Eigenschaften des Betons berechnen.
- (5) Die Theorie erlaubt die Nicht-Proportionalität der Formänderungen unter der Belastung zu erklären und den Wert der bleibenden Durchbiegung nach der Entlastung zu bestimmen.

CII 1

Réalisations modernes de grands ouvrages en béton armé

Modern examples of large works in reinforced concrete

Neuzeitliche Ausführungen grosser Bauten in Eisenbeton

N. ESQUILLAN

Directeur Technique des Entreprises Boussiron

Paris

INTRODUCTION

L'augmentation continue du prix des coffrages et des échafaudages due au double effet de la diminution du nombre d'ouvriers qualifiés et de la montée considérable du prix des bois équarris ainsi que des étais et coffrages métalliques, la nécessité de tenir de courts délais pour réduire les immobilisations et les frais généraux, ont orienté l'étude des grands ouvrages en béton armé vers une fabrication mécanisée et une meilleure organisation du travail sur chantier.

Cette évolution commencée avant la dernière guerre a été accélérée depuis par l'aggravation des difficultés précitées. D'autre part, la réparation des ouvrages d'art en béton armé partiellement détruits pendant les hostilités a conduit à perfectionner la technique des reprises de béton et des raccordements d'armatures en vue de la récupération des parties utilisables.

La préfabrication partielle ou totale d'éléments plus ou moins importants, finis ou à un stade de leur élaboration (coffrages montés d'avance, ensemble de ferrailages rendus rigides par soudure, etc.), le développement de la mécanisation sur les chantiers, l'emploi de matériel de puissance croissante conduisent désormais à un examen très détaillé des procédés d'exécution et du planning au bureau d'études.

Ces techniques de préfabrication et de mise en place par engins mécaniques sont encore plus précieuses dans le cas particulier où l'on dispose de périodes de travail limitées, soit journalières (travaux à la marée, travaux avec maintien de la circulation des convois), soit saisonnières (travaux hors de la période de crues d'un cours d'eau ou hors des périodes de gel dans les pays froids).

Le problème d'assemblage des divers tronçons étant capital, nous décrirons quelques procédés de liaison de pièces préfabriquées en béton armé.

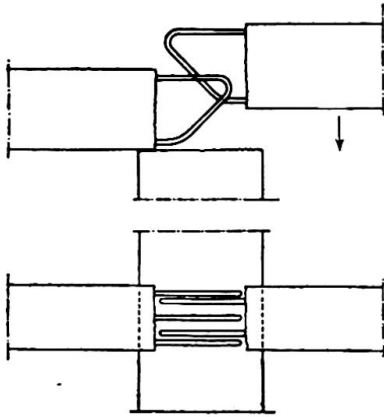


Fig. 1. Croisement de barres

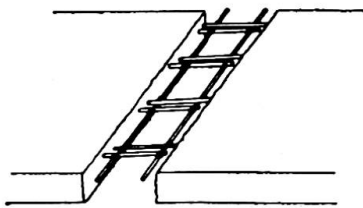


Fig. 2. Soudure en grille



Fig. 3



Fig. 4

Armatures

Dans les jonctions, les crochets classiques aux extrémités de barres doivent être évités autant que possible. Ils s'accrochent fréquemment aux élingues ou aux armatures de pièces voisines et gênent ainsi la pose des éléments. Un premier palliatif consiste à refermer complètement les crochets (fig. 1) et à disposer une partie oblique à 45° de telle sorte qu'à la descente du deuxième élément, le contact ne s'établisse qu'en un point et non sur toute la longueur d'une barre. Cette disposition complétée par un décalage en plan des barres (fig. 1) rend la mise en place très facile. De même dans les hourdis en dalles préfabriquées les aciers doivent être décalés de part et d'autre de la coupure. D'une manière générale étant donné la faible largeur du vide subsistant entre les pièces préfabriquées les barres droites ne permettent pas d'assurer le recouvrement. Il faut recourir à des barres bouclées du type de la figure 1 ou mieux à des barres soudées soit en bout (fig. 3), soit avec un recouvrement réduit et soudure par dessus plus facile à exécuter (fig. 4), soit en ajoutant deux barres perpendiculaires avec point de soudure à chaque croisement (fig. 2).

Béton des reprises

Les reprises doivent être placées si possible dans les zones de moindre traction et être très soignées. Il faut repiquer à vif les surfaces de contact avec lesquelles le béton frais doit se souder. De nouveaux procédés permettent de diminuer le retrait par réduction de la quantité d'eau tout en améliorant la mise en place du béton (air occlus) ou en accélérant sa prise (béton sous vide).

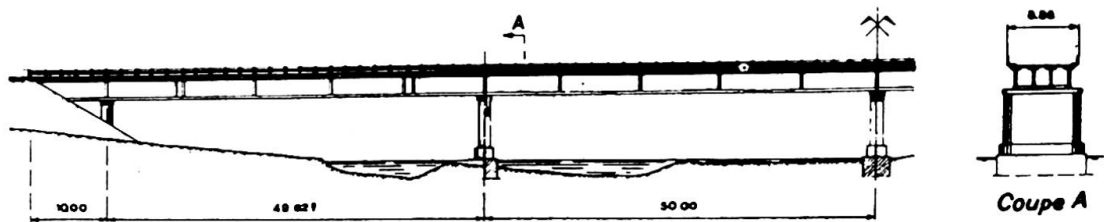


Fig. 5. Ouergha—Elévation et coupes

PONT SUR L'OUERGH A MAROC (1949-1950)

Ce pont-route, le plus long de l'Afrique du Nord, est aussi celui ayant la plus grande capacité portante. Il peut supporter en effet un convoi continu spécial comportant un essieu de 36 t. tous les 4 m., soit 9 t. par mètre ou des camions de 25 t. ou un char de 100 t. Ses caractéristiques sont données par la figure 5.

L'Oued a un régime tel que seuls deux à trois mois de la période sèche garantissent l'absence de crue dangereuse. L'isolement du chantier et son accès difficile écartaient l'amenée de matériel lourd ou volumineux.

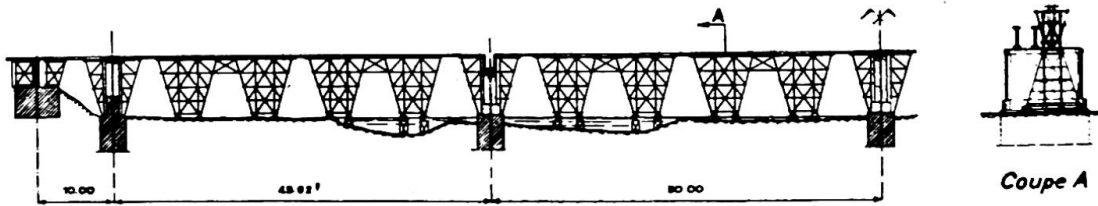


Fig. 6. Ouergha—Echafaudage de lancement

Les 36 éléments de poutres de 20 m. et 30 m., pesant 40 t. et 60 t., construits sur le remblai d'accès en quatre files parallèles disposées en prolongement de leur axe définitif dans l'ouvrage, furent mis en place de la façon suivante:

Construction d'une rive à l'autre de l'Oued d'un échafaudage en tubes pour une seule file de poutres (fig. 6).

Soulèvement d'un élément à l'aide de vérins, suspension à deux portiques roulants, halage par treuils et descente par vérins.

Blocage des articulations provisoires après lancement d'une file par bétonnage des zones aménagées à cet effet.

Ripage latéral de l'échafaudage jusqu'à la position de la file de poutres suivante et répétition des mêmes opérations pour chaque file.

Ferrailage et bétonnage du hourdis sur petites dalles préfabriquées formant coffrage entre les poutres.

PONT SUR L'OUED TAFNA, ALGÉRIE (1950–1951)

Longueur totale: 125 m. en travées indépendantes de 25 m. de portée.

Largeur totale: 12 m. sur six poutres de hauteur constante.

Surcharges: camion de 25 t. ou char de 100 t.

Le procédé d'exécution a été déterminé par la nécessité d'éliminer les risques résultant des crues imprévisibles et violentes de l'Oued.

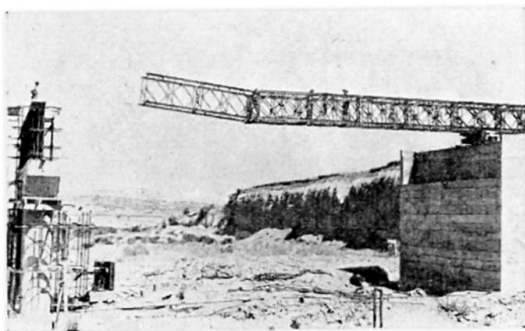


Fig. 7. Lancement du Bailey

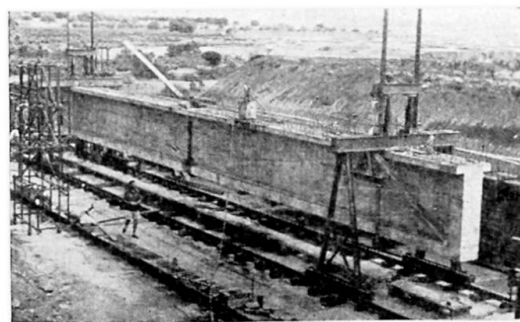


Fig. 8. Roulage d'une poutre sur la rive

Un pont Bailey double simple (DS) a été utilisé comme moyen de lancement (fig. 7) des 30 poutres en béton armé de 43 t. chacune, exécutées en six files parallèles sur la berge, sous la protection d'une toiture en roseaux facilitant le travail des ouvriers pendant les heures d'insolation et de forte chaleur, tout en protégeant le béton frais.

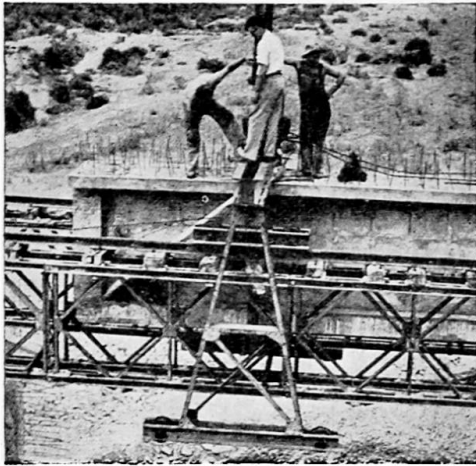


Fig. 9. Chariot de roulement

Les éléments furent transportés suspendus à deux portiques roulants comportant deux étages de galets (fig. 9). Les galets inférieurs roulaient sur la berge (fig. 8), les galets supérieurs s'engageaient ensuite sur les semelles supérieures des poutres Bailey. Les poutres en béton armé ont été descendues de 3 m. environ à l'aide de vérins pour reposer sur les sommiers des piles. Le pont Bailey était ripé latéralement sur des chariots constitués par 2 U avec interposition de billes en acier de 100 mm.

VIADUC DE LYON SAINT-CLAIR SUR LE RHÔNE (1945–1950)

Caractéristiques (figs. 10 et 18)

Surcharges: convoi type S.N.C.F. avec essieux de 25 t. tous les 2,00 m. environ sur chacune des quatre voies ferrées.

Éléments préfabriqués: 256 éléments en béton armé en demi-arcs de 15 m. de long formant coffrage et pesant chacun 6 t.

L'ancien ouvrage détruit à la fin de la guerre avait été remplacé par un pont métallique provisoire à une voie. La nécessité de ne pas interrompre le trafic et la réparation très délicate des piles, conduisaient à une longue durée d'exécution. Des échafaudages dans le lit du Rhône ne pouvaient donc pas être envisagés car ils auraient été emportés à coup sûr.

Phases d'exécution d'une arche de 30 m.

Chaque arche comportait un intrados formant cintre en béton armé, constitué par des éléments de 15 m. (figs. 11 et 12) fabriqués en série hors du chantier, amenés à pied d'œuvre sur des wagons et mis en place par une grue de 50 t. de la S.N.C.F. (fig. 13). Toutefois la force au crochet dut être limitée à 6 t. car la grue ne pouvait pas être calée sur vérins et travaillait dans des positions défavorables. Les éléments étaient retenus provisoirement par des haubans métalliques. Réglés par des vérins aux naissances ils étaient ensuite transformés en arcs à trois articulations après suppression des retenues (fig. 14). Ils supportaient le poids d'un premier rouleau de béton. Puis cet ensemble recevait un deuxième et un troisième rouleau (figs. 11 et 14). Des armatures verticales assuraient la liaison entre les différents rouleaux.

Phases d'exécution d'ensemble

L'ensemble de l'ouvrage de 15 m. de largeur d'arc a été exécuté en deux phases (amont et aval) de deux anneaux de 3,75 m. de largeur (fig. 11) correspondant chacun à une voie. Les anneaux ont été ensuite reliés par paire (fig. 11) par des clés en béton armé.

PONT POINCARÉ SUR LE RHÔNE, LYON (1950–1952)

Caractéristiques (figs. 15 et 18)

Surcharge: camions de 25 t. ou char de 70 t.

Éléments préfabriqués: 18 poutres de 30 m. de longueur pesant chacune 110 t.

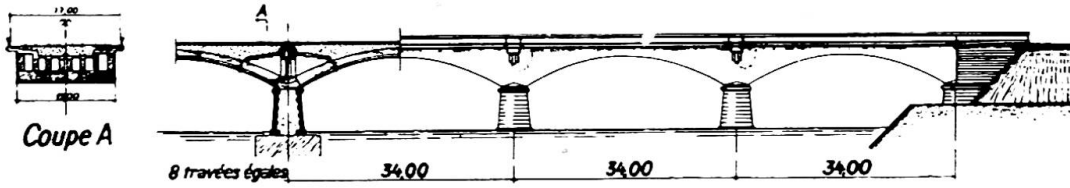


Fig. 10. Elevation et coupes

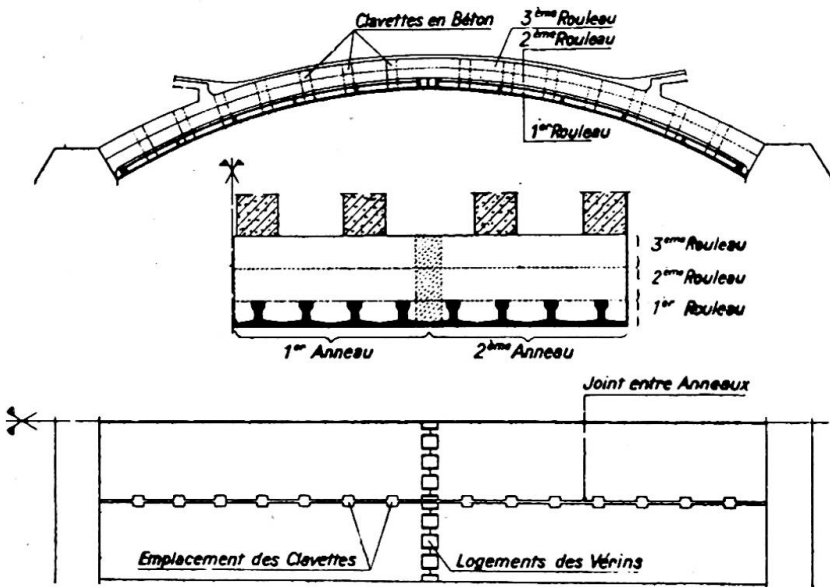


Fig. 11. Phases d'exécution d'une arche

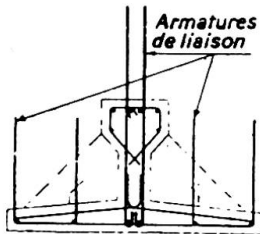


Fig. 12. Coupe d'un arc préfabriqué

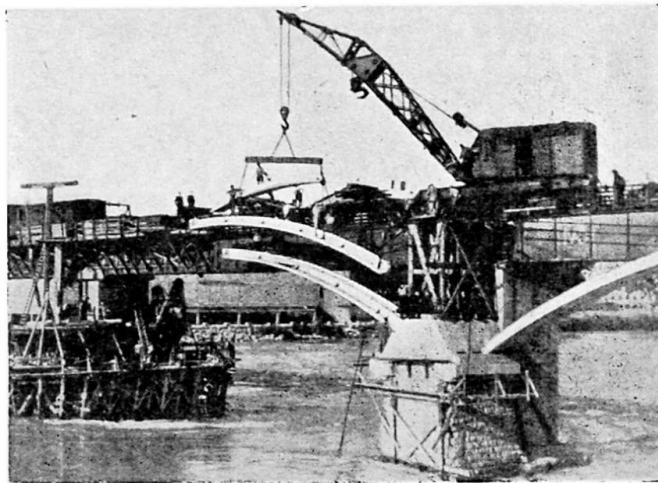


Fig. 13. Pose des arcs préfabriqués

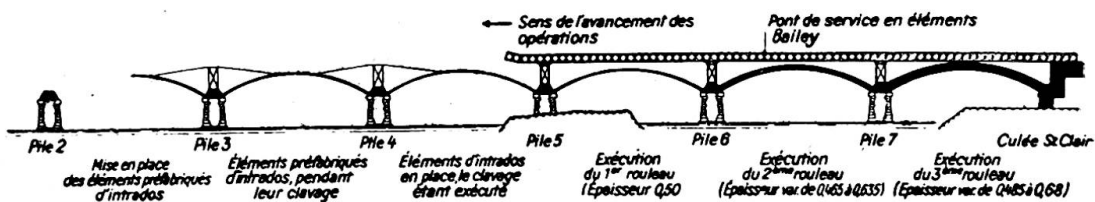


Fig. 14. Phases d'exécution de l'ensemble de l'ouvrage

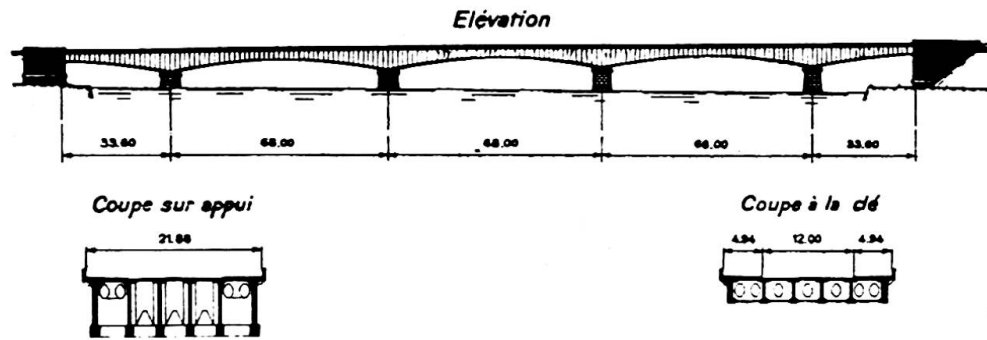


Fig. 15. Elévation et coupes

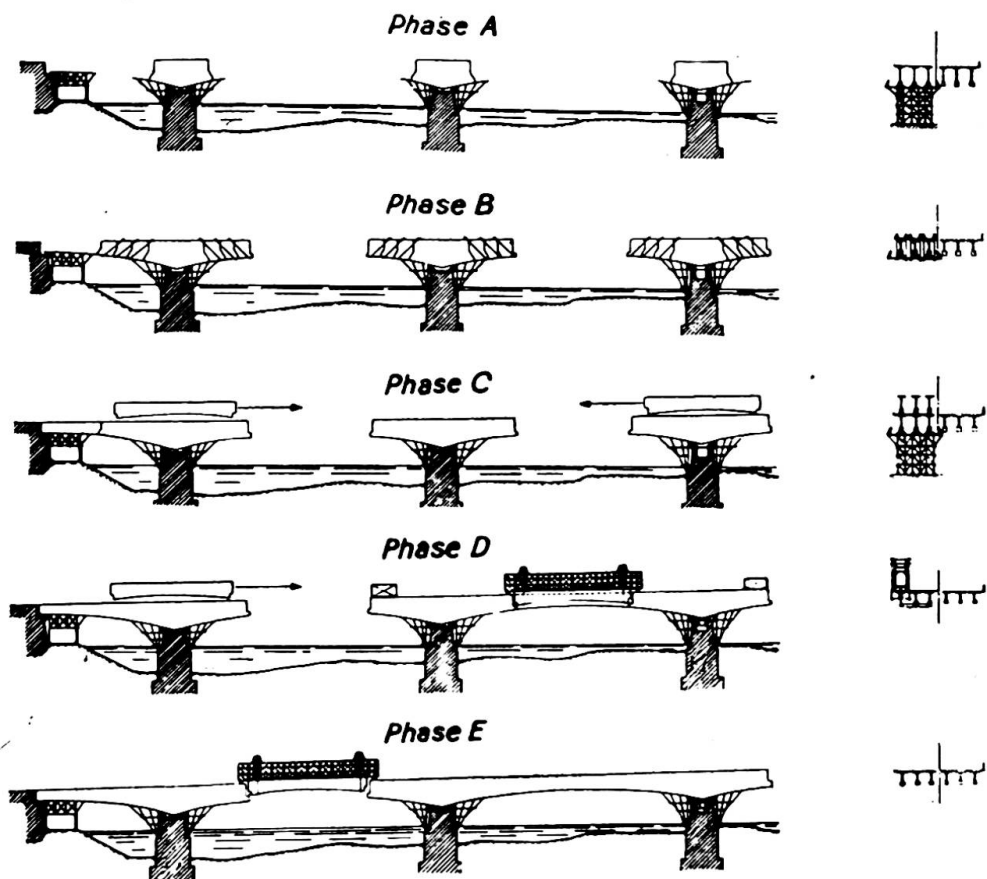


Fig. 16. Phases d'exécution

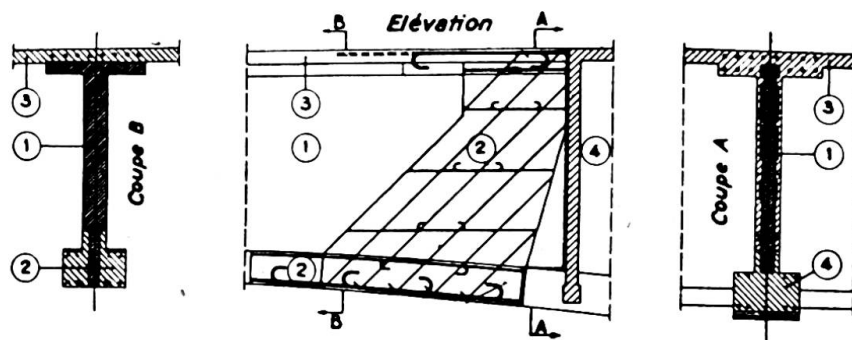


Fig. 17. Détail de jonction de poutres

La longue durée d'exécution (deux phases de 11 m. environ de largeur) et les crues violentes du Rhône ont conduit comme pour le Viaduc Saint-Clair voisin (fig. 18) à éviter les échafaudages dans le fleuve.

Phases d'exécution

Chaque demi-largeur d'ouvrage a été réalisée en deux opérations principales successives :

(1) Des tronçons sur piles de 38 m. de longueur étaient construits par section entière (poutres et hourdis) en porte-à-faux de part et d'autre, par éléments s'équilibrant et tels que chaque nouvelle console pouvait être supportée par l'ensemble de celles exécutées auparavant (fig. 16). La suspension des éléments en cours d'exécution était réalisée par des haubans provisoires en aciers ronds filetés, tendus par l'intermédiaire de rondelles Belleville susceptibles d'absorber leurs variations de longueur sous les variations de température.

(2) Des tronçons intermédiaires de 30 m. de longueur ont été ferrailés et bétonnés en trois poutres séparées sur les tronçons de piles préalablement terminés (fig. 16 (c)), puis mis en place au moyen d'un pont Bailey double (DD) lancé sur la brèche de chaque travée successivement. Par un système de portiques roulants équipés comme ceux du pont de la Tafna (fig. 9), les poutres étaient amenées et descendues à leur emplacement définitif. Afin de maintenir l'équilibre des tronçons sur pile au cours du lancement un contrepoids était déplacé corrélativement de telle façon que le moment résultant par rapport à la pile soit toujours nul.

Après lancement d'une poutre, le pont Bailey était ripé latéralement en face de la poutre suivante et ainsi de suite. Puis, la première travée étant aménagée, le pont Bailey était lancé au-dessus des autres brèches (fig. 16).

Jonction des poutres

Comme pour le pont de l'Ouergha les jonctions des consoles avec les tronçons de poutres lancées sont de deux types : la poutre formant cantilever définitif est munie à l'une des extrémités d'une articulation fixe et à l'autre d'un petit balancier de dilatation en béton armé. Le tronçon de poutre qui devait constituer un ensemble continu avec les consoles voisines comportait un découpage et un ferrailage conçus de telle sorte qu'après bétonnage la liaison soit équivalente à celle d'un ouvrage coulé en une seule fois.



Fig. 18. Vue aérienne

HANGARS DOUBLES DE MARIGNANE (1950-1952)

Caractéristiques

La conception et la structure de ces hangars doubles à couverture autoportante a déjà fait l'objet d'une communication au Congrès de Liège en 1948 (IVcl—Publication Préliminaire, page 531). Les figures 19, 20 et 21 en donnent les caractéristiques.

La poussée maximum de 410 t. de chaque tirant est absorbée avec un coefficient de sécurité de 2 par 208 ronds de 6 mm. en acier à 140 kg./mm.² de limite de rupture.

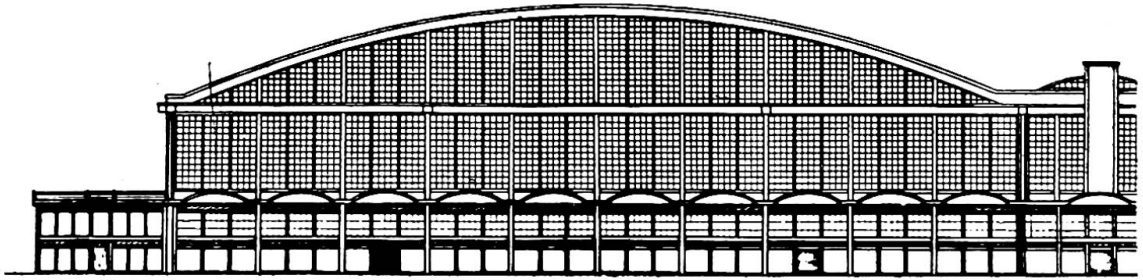


Fig. 19. Elévation arrière d'une cellule

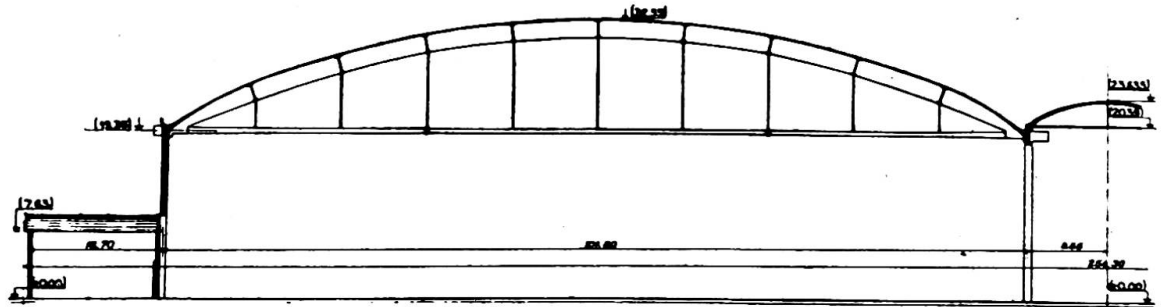


Fig. 20. Coupe longitudinale

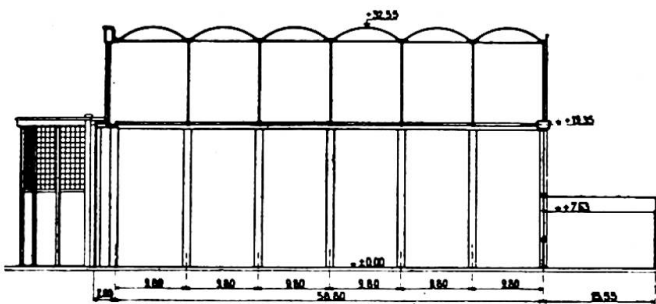
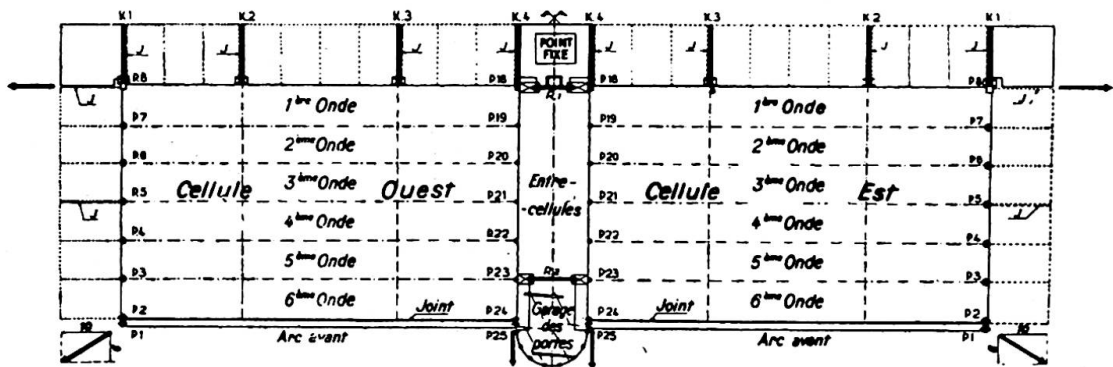


Fig. 21. Coupe transversale



- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ▬ Pernes fixes (appentis ou rotonde) ← Mouvement résultant de dilatation ■ Articulation cylindrique en tête des poteaux (P.18) □ Balancier à surface d'articulation cylindrique (P.8) ● Articulation sphérique en tête poteaux (P.19,20,21,22,23) | <p>Légende</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Articulation sphérique sur palonnier reposant sur articulation cylindrique en tête des poteaux (P.24, P.25) ● Articulation sphérique sur palonnier reposant sur balancier avec articulation sphérique inférieure et cylindrique supérieure (P1, P2) ● Balancier à articulation sphérique (P.3, 4, 5, 6, 7) J Joints de dilatation - □ Dispositif de plâques et contre-plâques (fenêtre de liaison) |
|---|--|

Fig. 22. Stabilité générale

Ils ont été mis en tension par vérins et le tirant formant gaine lors de cette opération a été précontraint pour les surcharges accidentelles (neige) puis injecté.

Afin de laisser à la voûte sa liberté totale de déformation verticale les pignons sont indépendants, l'un est appuyé au sol (arrière), l'autre franchi 101,5 m. suspendu à un arc en caisson rectangulaire (fig. 21).

Pour la partie centrale courante (sur 80 m. de portée) hormis les retombées, pignons et tirants, c'est-à-dire dans les conditions d'une voûte retombant au sol l'épaisseur moyenne de béton au m.² compris tympans ne dépasse pas 0,117 m.³

Stabilité générale

(1) Vent—Dans le sens perpendiculaire aux façades les grandes portes de fermeture du pignon avant prennent appui en tête sur une poutre auvent de 3 m. de profondeur. Deux butons horizontaux en recourent la portée et transmettent les efforts à deux contrefiches situées sur le pignon arrière (fig. 21).

Dans le sens perpendiculaire aux longs pans la voûte forme poutre horizontale et reporte les efforts à deux panneaux pleins en béton armé situés dans l'entre-cellules (fig. 22).

(2) Dilatation—Les différents éléments de contreventement décrits ci-dessus ont été aménagés pour permettre la libre dilatation de la couverture. Le point fixe absolu est le panneau d'entre-cellules arrière, de là les mouvements horizontaux peuvent s'effectuer dans les directions voulues (fig. 22).

Dans les longs pans encadrant l'entre-cellules les poteaux, encastés à la base sont assez flexibles pour permettre les déplacements linéaires dans la direction arrière-avant. Ils sont munis en tête d'articulations sphériques en béton armé autorisant en outre les déformations angulaires de la couverture calculée en arc à deux articulations (fig. 29).

Dans les longs pans extérieurs les poteaux sont encastés au sol et renforcés par un dossier dans la hauteur des appentis. Au-dessus de ceux-ci ils constituent sur 8,50 m. de hauteur de véritables balanciers avec articulations sphériques à leurs deux extrémités (fig. 20).

Les châssis vitrés guidés par ces poteaux basculent avec eux dans le sens de la portée de 100 m.

Exécution des travaux

L'originalité essentielle de l'exécution réside dans la construction complète des couvertures au sol et à leur levage sur une hauteur de 19,0 m., extrapolation hardie de la préfabrication de grands ensembles et de leur mise en place par des moyens mécaniques.

La figure 26 fait apparaître l'ordre des travaux au sol. On remarquera le mode d'avancement avec succession alternée d'opérations identiques sur les deux cellules.

Un certain nombre d'éléments pesant moins de 8 t. tels que tympans de voûte, éléments de façade, tronçons de poteaux, etc., ont été préfabriqués (fig. 23) et mis en place par des grues sur chenilles (fig. 25).

Les échafaudages roulants en tubes correspondant à la largeur de 9,80 m. d'une onde de couverture, découpés en tronçons de 10 m., supportaient des coffrages rabattants et recevaient, après chaque ripage, les tympans préfabriqués préalablement au ferrailage et au bétonnage du hourdis (fig. 24).

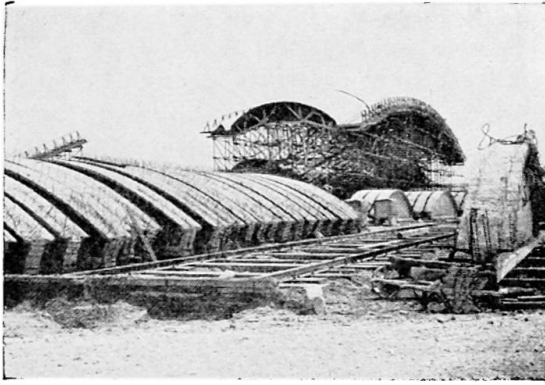


Fig. 23. Stock de tympan

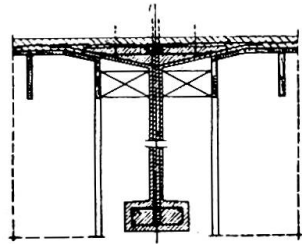


Fig. 24. Coupe d'un tympan

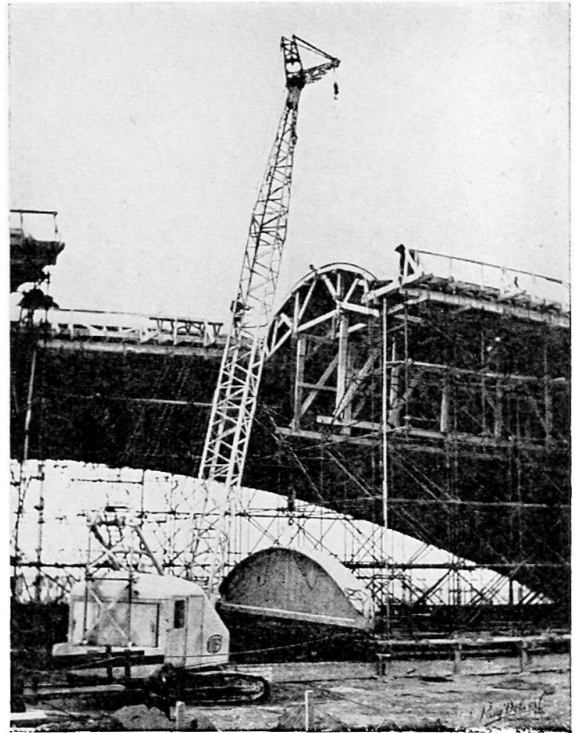


Fig. 25. Levage d'un tympan



Fig. 26. Vue aeriene en cours de travaux



Fig. 27. Couverture prête au levage

*Levage**(a) Généralités*

A notre connaissance un levage de cette envergure est sans précédent. Cette réalisation est toutefois l'aboutissement d'idées qui dès 1934 avaient fait l'objet d'un brevet de M. Boussiron et qui ont été ensuite mûries pendant de longues années.

Le problème posé était: "Levage d'une surface totale hors tout de 6 400 m.² correspondant à la couverture d'une cellule, soit une masse de 4 200 t. ainsi réparties:

Arc avant, châssis et auvent	600 t.
Couverture proprement dite	2 900 t.
Pignon arrière et châssis	550 t.
Installations de levage	150 t.

et ceci sur deux files de huit points d'appuis."

Nous nous étions imposé les conditions suivantes:

Ne pas introduire d'efforts supplémentaires dans la structure et notamment conserver les efforts toujours centrés suivant leurs axes définitifs.

Assurer la libre dilatation pendant tout le levage.

Avoir pendant toutes les opérations une sécurité égale à celle de l'ouvrage terminé.

et en outre, pour rester dans des limites économiques:

N'utiliser que des moyens de chantier sans faire appel à des procédés mécaniques onéreux.

Ne rien ajouter comme pièce de contreventement ou de levage qui ne serve à la construction définitive.

(b) Principe du levage et de la construction des poteaux

La figure 29 montre le schéma des phases élémentaires d'un cycle complet correspondant à une journée de levage.

Les points d'appui sont réalisés exclusivement par les poteaux définitifs de 1,0 × 1,0 de section et constitués par une série d'éléments préfabriqués de 1,06 m. de hauteur, les uns extérieurs ayant une section en U, les autres intérieurs une section rectangulaire. Au cours du levage ces éléments étaient posés à sec à joints horizontaux décroisés et s'épousaient exactement en raison de leur bétonnage au contact les uns des autres en position horizontale sur le chantier de préfabrication. Quatre tiges filetées placées dans les angles des éléments en U permettaient de les liasonner et la face ouverte de l'U était bétonnée sous vide à la fin de chaque journée. Tous les vides qui subsistaient entre les différentes pièces furent finalement comblés par des injections de mortier de ciment.

Chaque poteau comportait un vérin hydraulique de 300 t., à écrou de sécurité, encastré dans l'élément supérieur, disposé le piston vers le bas et muni de quatre ressorts de rappel destinés à relever celui-ci après chaque levée (fig. 28). En une matinée, par le jeu des vérins et par introduction alternative et successive de six cales

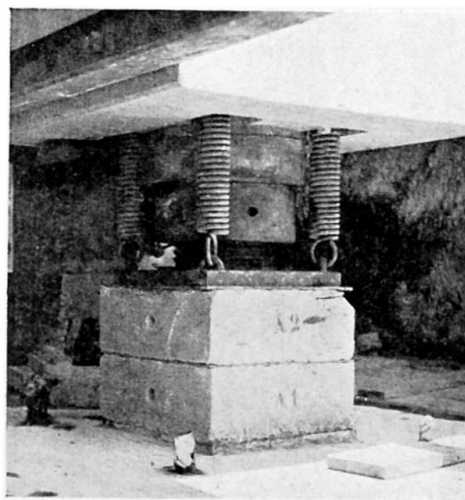


Fig. 28. Appui sur vérin

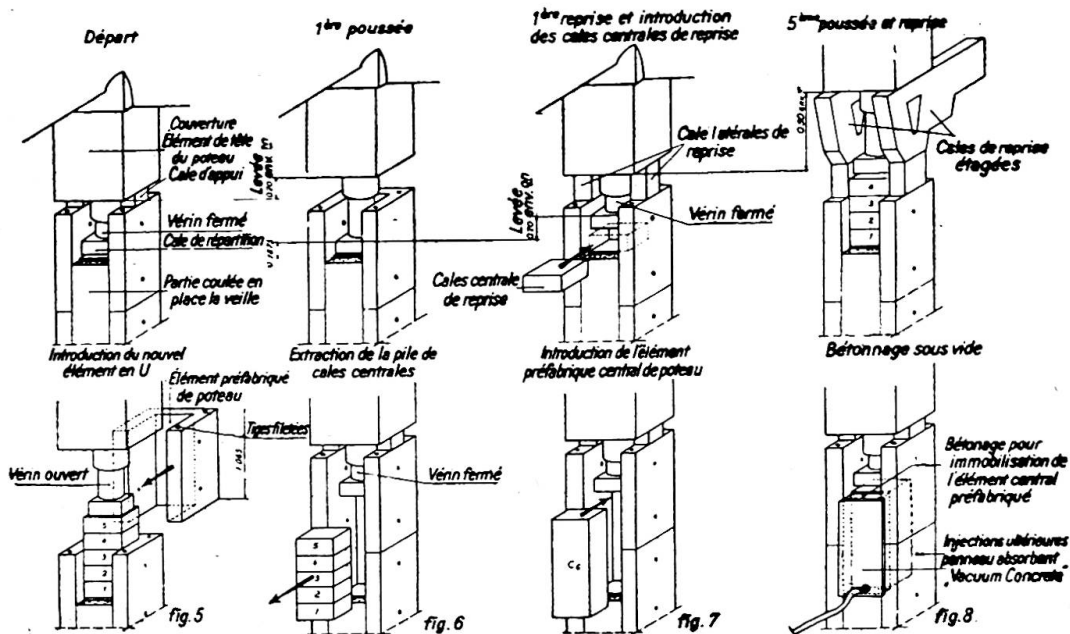


Fig. 29. Phases élémentaires d'une journée courante de levage

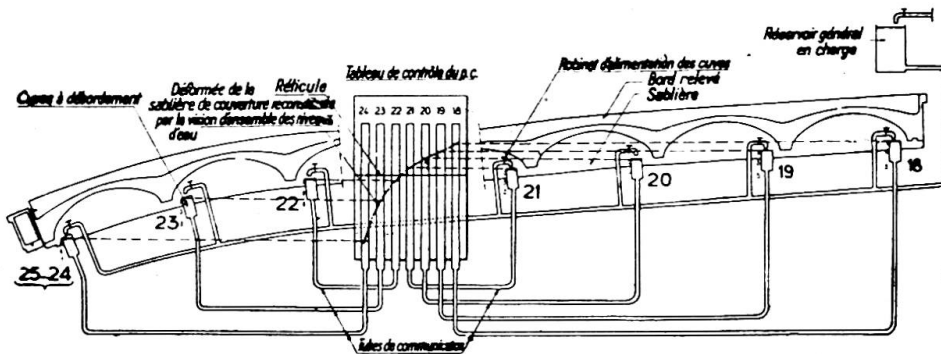


Fig. 30. Dispositif de contrôle centralisé des déformations

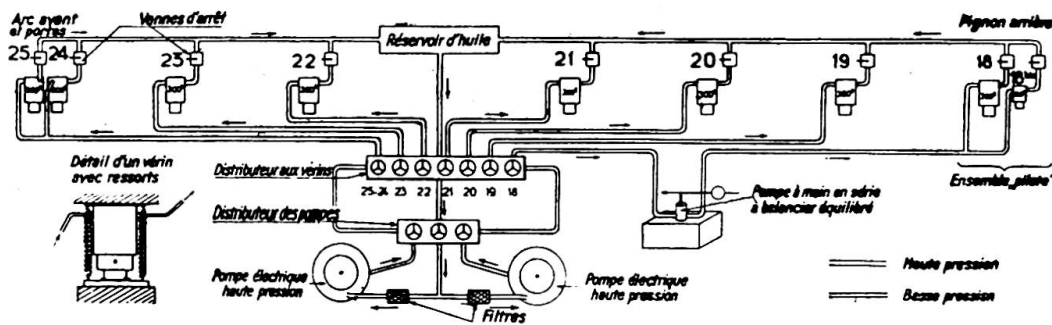


Fig. 31. Dispositif de distribution d'huile sous pression aux vérins

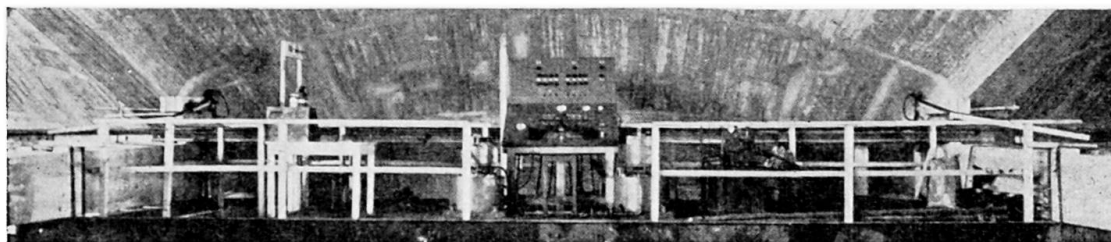


Fig. 32. Vue d'ensemble d'un poste de commande

de 0,19 m. d'épaisseur la couverture s'élevait de 1,06 m., hauteur suffisante pour l'introduction d'un nouvel élément de poteau.

(c) Guidage

Le guidage de la couverture au cours du levage était assuré par les contrefiches et plans de contreventement définitifs (fig. 27) dont la section avait été étudiée pour permettre la pose de brides avec tiges et écrous de réglage. Ces brides maintenaient des patins métalliques graissés glissant sur des tronçons de fer plats réutilisés au cours du levage par boulonnage sur le guidage en béton armé. Aucun mouvement horizontal ne pouvait ainsi s'amorcer.

(d) Dispositifs de manœuvre et de sécurité

Au droit de chaque poteau se trouvait une fiole à débordement reliée à un tube de verre placé au pupitre de manœuvre (fig. 30). Le chef de poste, ayant ainsi sous les yeux les sept niveaux relatifs traçant à tout moment la déformée verticale rigoureuse du long pan dont il avait la responsabilité, pouvait agir au moyen des distributeurs sur l'arrivée d'huile aux vérins pour régler la montée à volonté et maintenir les déformations dans les limites déterminées par le calcul en vue d'éviter la fissuration des sablières de la couverture.

Deux pompes agissant ensemble actionnaient les huit vérins de 300 t. et le vérin de 100 t. d'un long pan. La force de chacun de ces vérins étant très sensiblement proportionnelle à la charge appliquée, leur interconnexion et la rigidité du long pan permettaient un équilibre quasi automatique (fig. 31). Toutefois l'ensemble se trouvant sur un plan liquide était en équilibre instable et basculait vers l'arrière, légèrement surchargé. Le groupe de vérins 18 et 18bis placé à l'extrémité arrière de la sablière et contrôlé par une pompe séparée intervenait alors comme pilote pour rétablir l'horizontalité.

Des lampes témoins vertes s'éteignaient lorsque les ouvriers au droit de chaque poteau ne maintenaient pas l'écrou de sécurité au contact du corps du vérin (fig. 33). Ainsi prévenu le chef de manœuvre et l'ouvrier fautif pouvaient corriger cette déféctuosité de telle sorte qu'à aucun moment une rupture des joints ou des canalisations à 400 kg./cm.² de pression n'aurait amené une chute brusque du long pan sur plus de 3 mm. de hauteur. En cas d'incident les ouvriers pouvaient allumer une lampe d'alerte rouge correspondant à leur poteau sur le pupitre de commandement. Il était alors possible d'arrêter instantanément la manœuvre en cours.

La coordination entre les deux longs pans et la commande de la centrale électrique était réalisée par une liaison téléphonique.

La puissance totale mise en œuvre pour lever toute la couverture ne dépassait pas 16 CV, et la vitesse de levage était de 1 cm. par minute.



Fig. 33. Début de levage—2ème cellule

(e) Conclusion

En terminant nous désirons mettre l'accent sur quelques avantages de ce mode de construction :

La réalisation au sol est beaucoup plus sûre et plus précise que sur des échafaudages de grande hauteur. Elle permet l'utilisation d'engins de levage courants.

Le rendement des ouvriers qui, à proximité du sol, se sentent en sécurité et qui sont mieux surveillés est amélioré.

Enfin et surtout, par les essais faciles qu'elle permet, sans aucun risque, l'exécution au sol autorise toutes les audaces constructives.

Résumé

Les difficultés rencontrées dans le recrutement d'une main d'œuvre qualifiée et coûteuse, jointes au prix trop élevé des bois de coffrage et d'échafaudage, conduisent à une mécanisation de plus en plus poussée des chantiers en corrélation avec la pré-fabrication d'éléments d'importance variable mis en place par ripage, lancement ou levage.

Au cours des dernières années diverses structures, en particulier des ponts et des hangars, ont été exécutées par l'application systématique de ces principes. La plus récente et la plus marquante de ces réalisations par son audace et son envergure est l'exécution au sol des couvertures des deux cellules du Hangar de Marignane, couvertures qui par leur type exceptionnel, leur portée et leur légèreté constituent déjà à elles seules une œuvre remarquable.

Chacun des éléments levés couvre hors tout 6 400 m.² et pèse 4 200 t. L'élévation à une hauteur de 19 m. s'est effectuée par des moyens de chantier, dont une batterie de 16 vérins hydrauliques de 300 t. et deux vérins de 100 t., à raison de 1,06 m. par jour.

Summary

The difficulty of finding qualified workmen and the high price of timber for shuttering and scaffolding lead to greater mechanisation of construction methods and the adoption of prefabricated units of various sizes erected by movable scaffolding, by launching or by lifting.

During recent years, various structures have been executed with a systematic application of mechanisation. The most recent and because of its boldness and size the most impressive structure of this kind is the hangar at Marignane, where the roof structure of two bays was pre-cast on the ground. The roof itself is a remarkable achievement, because of its unusual shape, span and lightness.

Each of the units covers 68,900 ft² and weighs 4,630 tons*. Sixteen hydraulic jacks of 330 tons and two jacks of 110 tons were used to lift the units to a height of 62.4 ft. The lift per day was 3½ ft.

Zusammenfassung

Die Schwierigkeiten, qualifizierte Bauarbeiter zu finden und der viel zu hohe Preis des Holzes für Schalungen und Gerüste führen zu einer immer weiter getriebenen Mechanisierung der Bauplätze, verbunden mit der Vorfabrikation von Elementen verschiedener Grösse, die mittels verschiebbarer Gerüste durch Einschieben oder durch Hebung versetzt werden.

* Short tons (2,000 lb.).

Im Laufe der letzten Jahre wurden verschiedene Bauwerke, im Besonderen Brücken und Hangars, unter systematischer Anwendung dieses Prinzips ausgeführt. Das neueste und durch seine Kühnheit und seine Abmessungen zugleich eindruckvollste Bauwerk dieser Art ist der Flugzeughalle von Marignane, deren Dachkonstruktion für die zwei Öffnungen am Boden betoniert wurde. Diese ist schon allein durch ihre aussergewöhnliche Form, durch ihre Leichtigkeit und Spannweite bemerkenswert.

Jedes der gehobenen Elemente bedeckt im ganzen $6\,400\text{ m.}^2$ und wiegt $4\,200\text{ t.}$ Die Hebung auf 19 m. wurde mit den auf dem Bauplatz zur Verfügung stehenden Mitteln, worunter 16 Pressen von 300 t. und zwei Pressen von 100 t. mit einem Tagesfortschritt von $1,06\text{ m.}$ bewerkstelligt.

Leere Seite
Blank page
Page vide

CII 1

Non-uniform shrinkage of concrete due to segregation of coarse aggregate

Hétérogénéité du retrait du béton due à la ségrégation des gros agregats

Ungleichförmiges Schwinden des Betons als Folge der Absonderung von Grobkorn

TECHN. DR. HENRIK NYLANDER

Professor of Building Statics and Structural Engineering at the
Royal Institute of Technology, Stockholm

PRELIMINARY TESTS

In order to afford an experimental basis for the discussion of the counteractive effect produced by the reinforcing bars on the deformations due to shrinkage in reinforced concrete structures, the author made a series of tests on several reinforced concrete beams in 1948.

The loading devices and the measuring equipment used in the main tests are shown in fig. 1. In order that the influence of the weight of the beam on the deformations should be eliminated as far as possible, the beam was from the beginning subjected to concentrated loads P_1 , P_2 and P_3 acting upwards and calculated so that the bending moments due to these loads and to the weight of the beam should be as small as possible. The value of K_{bH} corresponding to the maximum moment, 5.9 kg.-m. was 1.2 kg./cm.²

The reinforcement used in the test beams is shown in fig. 2. One of the beams was provided with three reinforcing bars, 8 mm. in diameter, at the bottom. The other beam was equipped with the same reinforcement at the bottom and, moreover, with five bars, 8 mm. in diameter, at the top extending over a length of 91 cm. in the central part of the beam.

To measure the effect of shrinkage, a force P acting in an upward direction was applied at the centre A of the beam. This force was controlled in the course of the test so as to obtain a constant zero deflection at the centre. By measuring this load P , it was possible to determine the transfer of moments due to the shrinkage of the beam which was carried on three fixed supports.

Check tests on non-reinforced and reinforced-concrete prisms, 15×15 cm. in

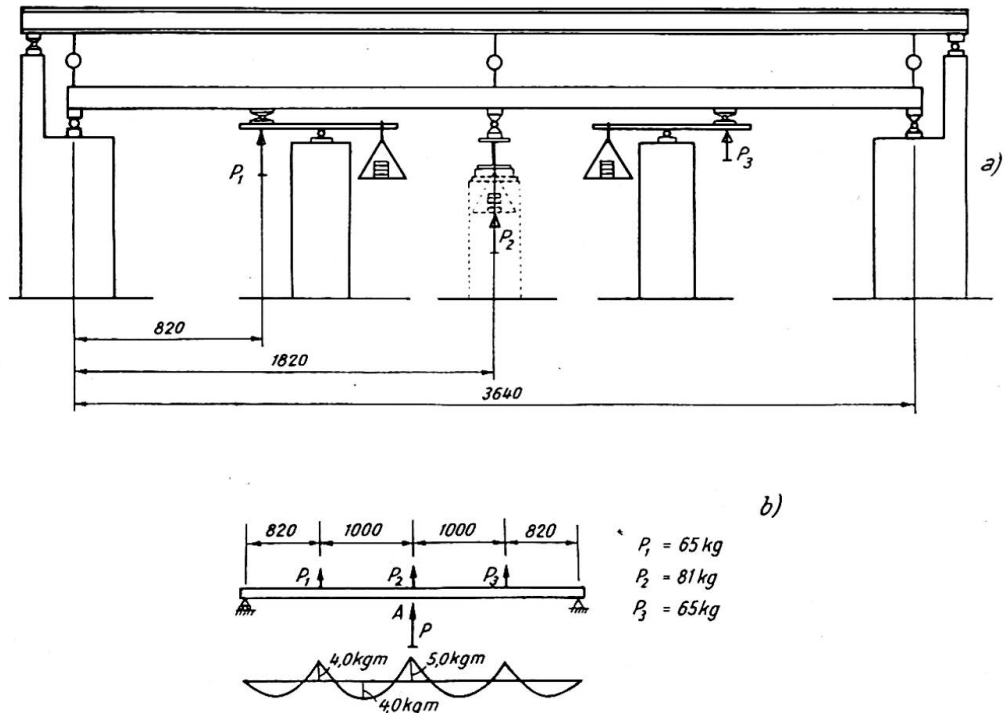


Fig. 1. Loading devices and measuring equipment for the shrinkage tests on concrete beams

cross-section and 90 cm. in length, were made at the same time as the main tests. The total number of prismatic test-specimens was eight viz. four non-reinforced prisms used for determining the coefficient of shrinkage, two prisms reinforced with four bars, 8 mm. in diameter, and two prisms reinforced with eight bars, 8 mm. in diameter, used for determining the coefficient of shrinkage under the counteractive effect of the reinforcement. In order to avoid disturbances in the state of stress at the ends of the concrete prisms, the reinforcing bars were welded to end plates, 30 mm. in thickness. Furthermore, each end plate was provided with twelve threaded round iron bars, 3 mm. in diameter and 75 mm. in length, with a view to ensuring the bond between the end plates and the concrete prisms.

The concrete mix used for the main tests and the check tests had the proportions cement: fine aggregate: coarse aggregate (maximum particle size 32 mm.) 1:4:1:6:1 by

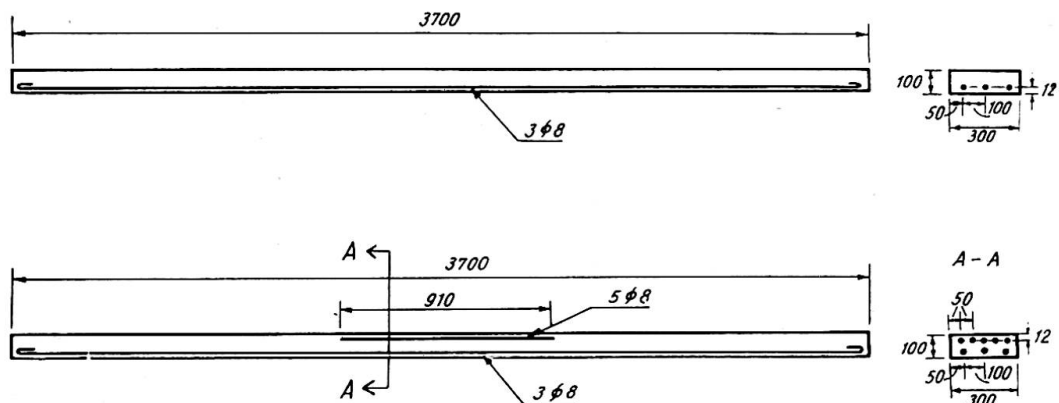


Fig. 2. Dimensions and reinforcement of the beam specimens used in the shrinkage tests

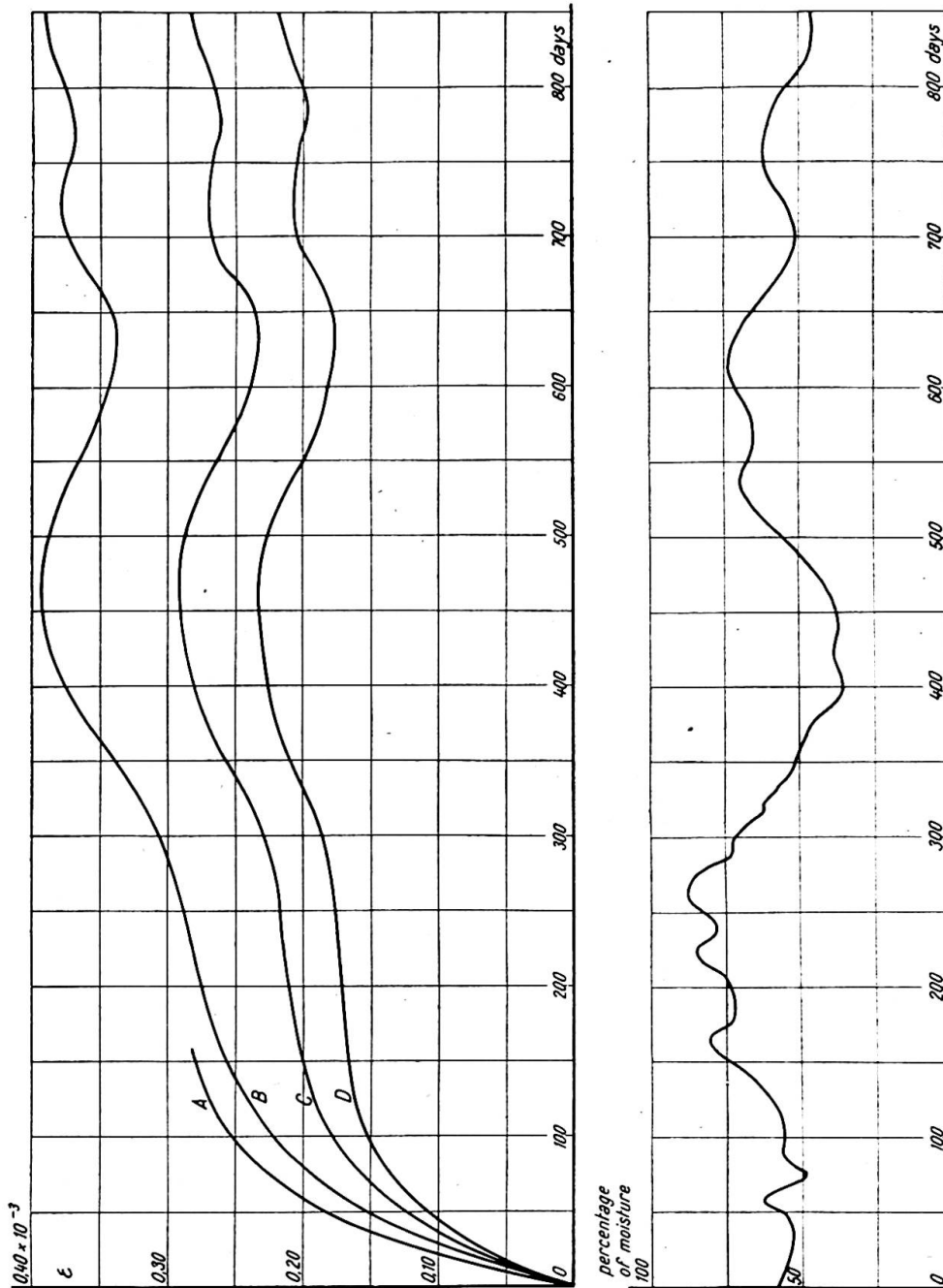


Fig. 3. Shrinkage of non-reinforced and reinforced-concrete prisms plotted as a function of time:

- A. ϵ for a prism subjected to a compressive load of 5 kg./cm.² (test results not utilised)
- B. ϵ_0 for a non-reinforced prism
- C. ϵ_{tot} for a prism reinforced with four bars 8 mm. in diameter
- D. ϵ_{tot} for a prism reinforced with eight bars 8 mm. in diameter

weight. The water-cement ratio was 0.85. The workability was 3° to 4° VB. The cube strength determined after 28 days was 265 kg./cm.²

The results of the check tests are reproduced in fig. 3.

In comparing the results and in applying them to other structures, it is convenient to use a simplified method of representation. The author has chosen to use the following simplified assumptions:*

- (1) The shrinkage of the concrete is assumed to be independent of the stresses in the concrete.

* The basic phenomena of shrinkage and creep are discussed in a paper by Seed, H. B., "Creep and Shrinkage in Reinforced Structures," *Reinforced Concrete Review*, Jan. 7, 1948. Cf. also Nylander, H. "Korsarmerade betongplattor" (Concrete Slabs Reinforced in Two Directions), *Betong*, No. 1, p. 78, 1950.

- (2) The plastic deformations are taken into account by assuming that the value of the modulus of elasticity of the concrete E_c varies with the time.

The author is of the opinion that this method of representation affords a possibility of comparing similar structures (but naturally not of describing the reality). The values to be determined experimentally are ϵ and E_c .

For the discussion of the results obtained from the tests on reinforced-concrete prisms, the following notations are used:

- ϵ_{tot} the shrinkage of the reinforced-concrete prism
- ϵ_0 the shrinkage of the non-reinforced-concrete prism
- A_s the cross-sectional area of the reinforcement
- A_c the cross-sectional area of the concrete
- E_s the modulus of elasticity of the reinforcement
- E_c the "effective modulus of elasticity" of the concrete

The condition that the tensile force in the concrete shall be equal to the compressive force in the reinforcement bars yields the equation:

$$(\epsilon_0 - \epsilon_{tot})A_c E_c = \epsilon_{tot} E_s A_s \dots \dots \dots (1)$$

Hence
$$E_c = \frac{\frac{A_s}{A_c} E_s}{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_{tot}} - 1} \dots \dots \dots (2)$$

The values obtained from the curves shown in fig. 3 give the values of E_c reproduced in Table I as a function of time.

TABLE I

Shrinkage coefficients ϵ_0 and ϵ_{tot} obtained from check tests and values of E_c calculated from these coefficients

Time: days	4 bars, 8 mm. diameter			8 bars, 8 mm. diameter		
	ϵ_0 per thousand	ϵ_{tot} per thousand	E_c kg./cm. ²	ϵ_0 per thousand	ϵ_{tot} per thousand	E_c kg./cm. ²
30	0.105	0.089	105,000	0.105	0.078	110,000
60	0.170	0.138	81,000	0.170	0.122	82,000
90	0.212	0.171	78,000	0.212	0.148	85,000
120	0.238	0.188	72,000	0.238	0.158	75,000
150	0.255	0.199	67,000	0.255	0.165	69,000
180	0.269	0.206	63,000	0.269	0.169	64,000
210	0.280	0.210	57,000	0.280	0.173	60,000
240	0.285	0.212	55,000	0.285	0.175	59,000
300	0.306	0.228	55,000	0.306	0.184	55,000
400	0.365	0.281	62,000	0.365	0.223	58,000

The following notations are introduced for dealing with the results of the main tests, which were made on concrete beams reinforced at the bottom only:

- E_s the modulus of elasticity of the reinforcement
- E_c the "effective modulus of elasticity" of the concrete
- e the distance from the centre of reinforcement to the centre line of the cross-section

- H the total depth of the beam
- A_s the cross-sectional area of the reinforcement
- A_c the cross-sectional area of the concrete
- ϵ_0 the shrinkage coefficient of non-reinforced concrete

If the method of representation outlined in the above is applied to the main tests, the moments M_0 at the ends of the beam are:

$$M_0 = \frac{e E_s A_s}{1 + \frac{E_s A_s}{E_c A_c} \left(1 + 12 \frac{e^2}{H^2}\right)} \epsilon_0 \dots \dots \dots (3)$$

Hence the deflection at the centre of the beam is:

$$\delta_1 = \frac{M_0 \cdot l^2}{8 E_c I} \dots \dots \dots (4)$$

The concentrated load P acting in an upward direction causes the upward deflection:

$$\delta_2 = \frac{P \cdot l^3}{48 E_c I} \dots \dots \dots (5)$$

Since the total deflection at the centre of the beam will be equal to zero, from eqns. (4) and (5) it follows that:

$$P = \frac{6}{7} M_0 \dots \dots \dots (6)$$

where M_0 is determined from eqn. (3).

After the value of M_0 has been obtained from eqn. (3), P can be calculated from eqn. (6). The calculated values of P corresponding to different values of ϵ_0 and E_c are given in Table II.

TABLE II

Calculated values of P , in kg., for different values of ϵ_0 and E_c . Beam provided with simple reinforcement

E_c , kg./cm. ²	ϵ_0 , per thousand			
	0.1	0.2	0.3	0.5
$0.5 \cdot 10^5$	15.5	31.0	46.5	77.5
$1.0 \cdot 10^5$	17.4	37.8	52.2	87.0
$1.5 \cdot 10^5$	18.2	36.4	54.6	91.0
$2.0 \cdot 10^5$	18.5	37.0	55.0	92.5

One of the beams used in the main tests was provided with reinforcement both at the bottom and at the top. For this beam, an analogous calculation yields $P=0.27$ times the values reproduced in Table II.

Fig. 4 shows observed and calculated values of P .

It will be seen from fig. 4 that the value of P for the beam reinforced at the top and at the bottom is as high as that obtained for the beam reinforced at the bottom only (up to 100 days). This alone is sufficient to indicate that the counteractive effect of the reinforcement on shrinkage has not been the predominant factor. Furthermore, fig. 4 shows curves representing P calculated from the results of the check tests (the curve C refers to the beam reinforced at the bottom only, while the curve D refers to

the beam reinforced both at the bottom and at the top). These curves were computed from eqns. (3) and (6), using those values of ϵ_0 and E_c which were obtained from the check tests after the corresponding number of days.

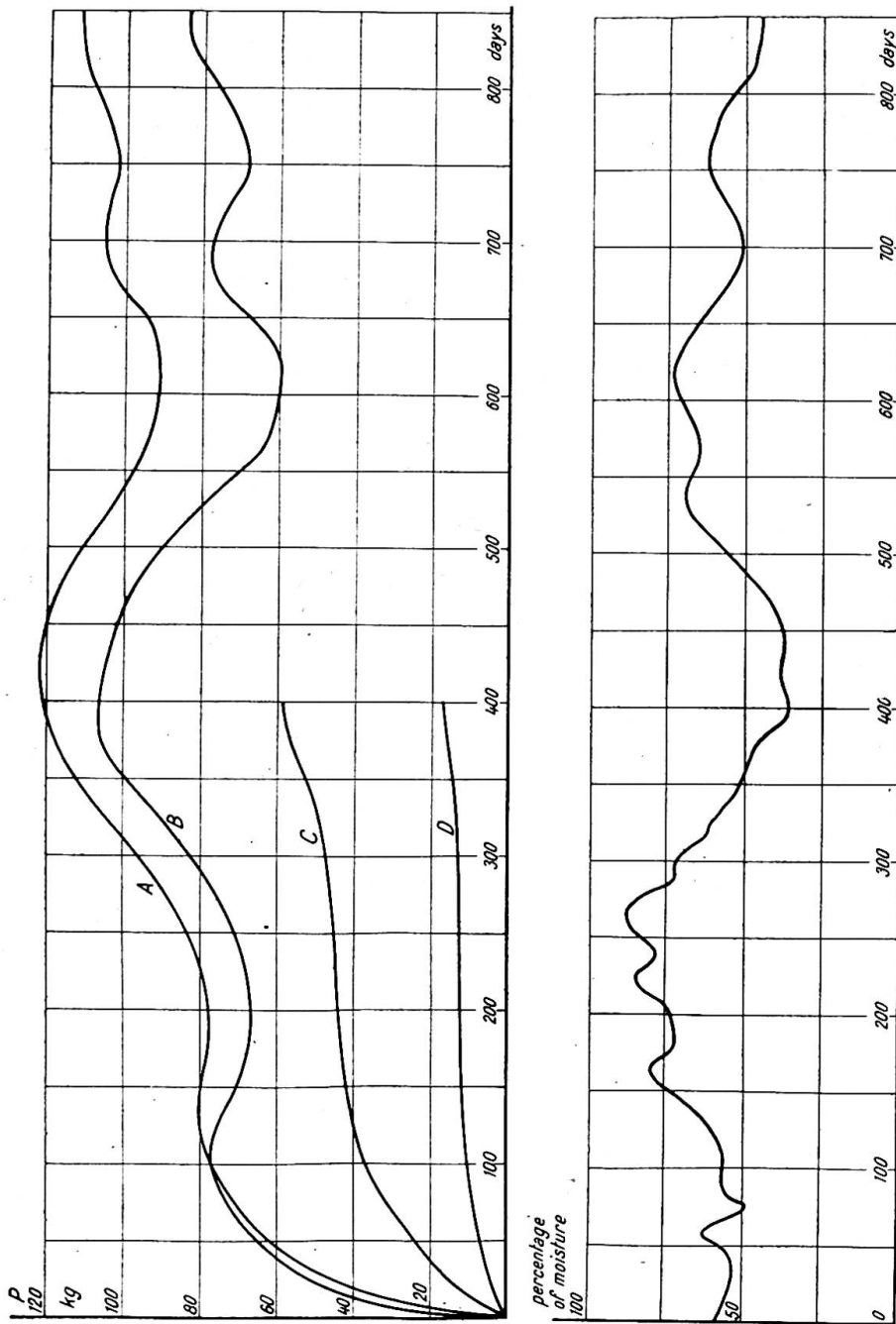


Fig. 4. Observed and calculated values of the deflection at the centre of the beam (A in Fig. 1) required for the deflection at the centre of the beam to be equal to zero.

- A. Value of P observed in the tests on the beams provided with reinforcement at the bottom only
- B. Value of P observed in the tests on the beams provided with reinforcement at the top and at the bottom
- C. Value of P calculated from the check tests for beams provided with reinforcement at the bottom only
- D. Value of P calculated from the check tests for beams provided with reinforcement at the top and at the bottom

The position of the directly obtained experimental curves A and B in relation to the curves calculated on the basis of the data from the check tests and taking into account only the counteractive effect of the reinforcement on shrinkage affords further evidence for the conclusion that the influence of the counteractive effect produced by the reinforcement on shrinkage has not been predominant. This deviation can probably be attributed to the fact that the shrinkage was not uniformly distributed

because the coarse aggregate was not evenly spread over the cross-section. The beams were cast in a horizontal position, and were consolidated by vibration. It is known that vibration tends to further the subsidence of coarse aggregate, at least if the time of vibration is too long. In the upper part of the beam, which is richer in cement, the shrinkage ought therefore to be greater than in the lower part of the beam, where shrinkage is prevented by a higher percentage of coarse aggregate.

If it is supposed that the reaction P at the central support of the beam was dependent on this effect alone, it is possible to calculate the difference $\Delta\epsilon$ between the amounts of shrinkage in the upper and the lower part of the beam by using E_c obtained from the check tests for the experimental curves A and B in fig. 4. As a result, it is found that $\Delta\epsilon$ increases from 0.1% after 30 days to 0.4% after 300 days. The calculated ratio of $\Delta\epsilon$ to the value of the mean shrinkage coefficient ϵ_{mean} obtained from the check tests varies from 1.1 to 1.2.

The preliminary tests described above, which were originally made in order to study the counteractive effect of the reinforcement on shrinkage, showed that this effect in the case under consideration was of minor importance in comparison with the effect produced by non-uniformly distributed shrinkage due to the segregation of the coarse aggregate.

For this reason, the author deemed it desirable to make further tests to determine the order of magnitude of non-uniformly distributed shrinkage in concrete mixes which can be expected to be used in practice.

TYPE TESTS FOR STUDY OF NON-UNIFORMLY DISTRIBUTED SHRINKAGE

The beam specimens used for the tests were cast in a horizontal position. Data on consistency, vibration, etc., are given in Table III.

TABLE III
Vibrated concrete beams

Marking	Number of beams	Concrete mix*— cement: fine aggregate: coarse aggregate	Consistency		Period of vibration per insertion of internal vibrator (seconds)	Compressive cube strength after 28 days
			Slump, cm.	Degrees, VB		
A	1	1:5:1:5:1	0.2	11	20	} 258, 249, 258 Mean 255
B	1	1:5:1:5:1	0.2	11	120	
C	1	1:4:4:4:4	2.3	5.2	5	} 266, 272, 258 Mean 265
D	2	1:4:4:4:4	2.3	5.2	120	
F	2	1:4:4:4:4	2.3	5.2	120	} 260, 264, 290 Mean 271
G	1	1:4:4:4:4	2.3	5.2	Tamped	
H	1	1:3:8:3:8	9.0	0.15	2.5	} 260, 264, 290 Mean 271
I	1	1:3:8:3:8	9.0	0.15	120	
J	1	1:3:8:3:8	9.0	0.15	Tamped	

* The water-cement ratio was 0.75 for all beams.

All beams, except F, were 15 cm. \times 15 cm. in cross-section and 85 cm. in length. The beams F were 15 cm. in width, 30 cm. in depth, and 85 cm. in length.

The concrete was consolidated by means of an internal vibrator, 55 mm. in diameter, 500 mm. in length, performing transverse vibrations at a rate of 13,000 per minute.

The internal vibrator was inserted at three points in the sequence indicated in fig. 5. The vibrator was tilted at an angle of 50° , except for the vibration of the beams F, in which the angle of tilt was 70° .

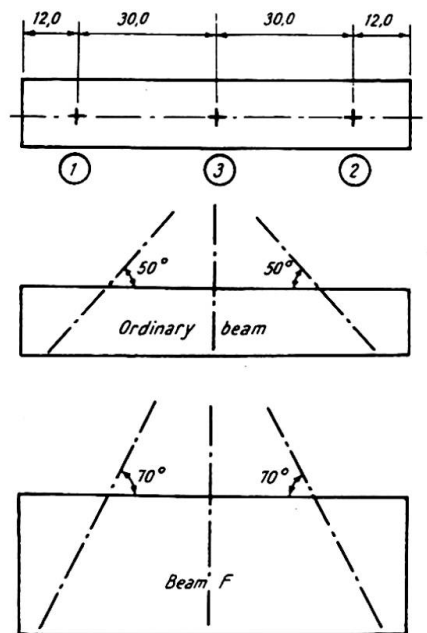


Fig. 5. Position of the internal vibrator (vibrating spade) during vibration of the concrete

After casting, the beams were subjected to moist curing, and were then placed in the testing room, where they were stored in a vertical position and provided with the measuring devices shown in fig. 6.

Channel bars were screwed to the end plates made of steel. The change in length on both sides of the test beam was measured between these channel bars by means of dial gauges, which were attached to the gauge rods A. The gauge rods were articulated at the top end and guided at the bottom end. In order to ensure that the cross-section of the concrete beam should remain plane at the ends, nine round iron bars, 3 mm. in diameter, were embedded in the concrete and fastened to the end plates.

The results of the tests are reproduced in figs. 7(a) to 7(c). The curves in these diagrams represent the mean amount of shrinkage ϵ_{mean} and the difference in shrinkage $\Delta\epsilon$ between the top and bottom surfaces of the test beams. The ratio $x = \Delta\epsilon / \epsilon_{mean}$ is of special interest.

The values of x observed after different numbers of days, up to 250 days, are given in Table IV.

It will be seen from Table IV that the values of x are approximately equal for those beams which were vibrated only just so long as was required in order to cause the concrete to fill the form, viz. the beams A, C and H. The non-uniform shrinkage of these beams is about 22% of the mean shrinkage after one month, and about 18% after two months. In the tests on those beams which have been vibrated for two minutes, the beam made of the concrete having the most fluid consistency (beam I) exhibits the greatest value of x ; next follow the beams D (consistency 5.2° VB); and last comes the beam B (consistency 11° VB). Thus, the drawbacks of excessive vibration have proved to increase as the consistency becomes more fluid. If we

TABLE IV

Values of $x = \Delta\epsilon / \epsilon_{mean}$ at various instants. The columns for 210 days and 250 days also include the values of ϵ_{mean} in per thousand

Beam	30 days	60 days	90 days	140 days	210 days		250 days	
					ϵ_{mean}	x	ϵ_{mean}	x
A	0.25	0.16	0.14	0.15	0.35	0.17	0.37	0.16
B	0.37	0.35	0.40	0.37	0.33	0.36	0.35	0.34
C	0.22	0.21	0.22	0.23	0.35	0.23	0.36	0.25
D ₁	0.81	0.73	0.75	0.56	0.43	0.60	0.44	0.63
D ₂	0.84	0.74	0.71	0.65	0.33	0.67	0.36	0.61
G	0	0	0	0.05	0.39	0.08	0.41	0.10
H	0.19	0.16	0.14	0.15	0.35	0.20	0.37	0.19
I	1.10	1.0	0.90	0.84	0.48	0.92	0.51	0.90
J	0.24	0.27	0.25	0.28	0.35	0.31	0.37	0.30
F ₁	0.42	0.40	0.33	0.27	0.36	0.33	0.38	0.34
F ₂	0.50	0.48	0.49	0.44	0.33	0.42	0.35	0.40

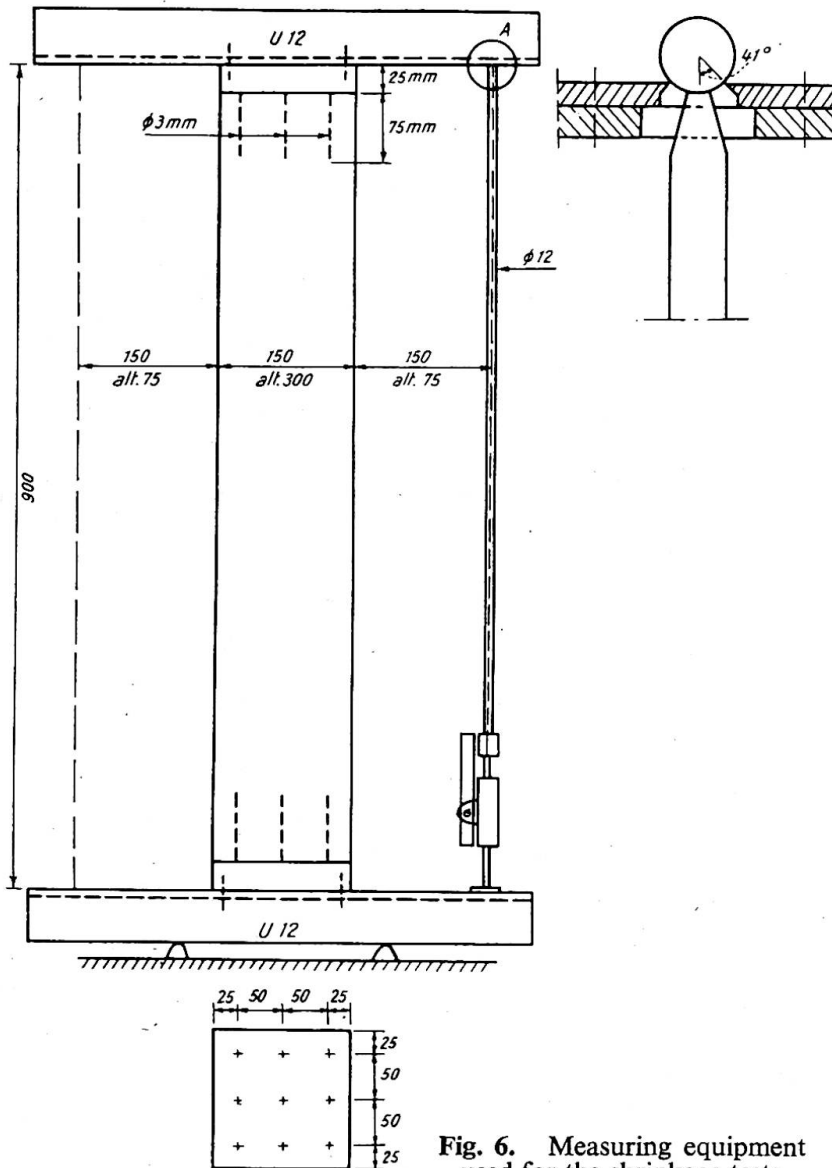


Fig. 6. Measuring equipment used for the shrinkage tests

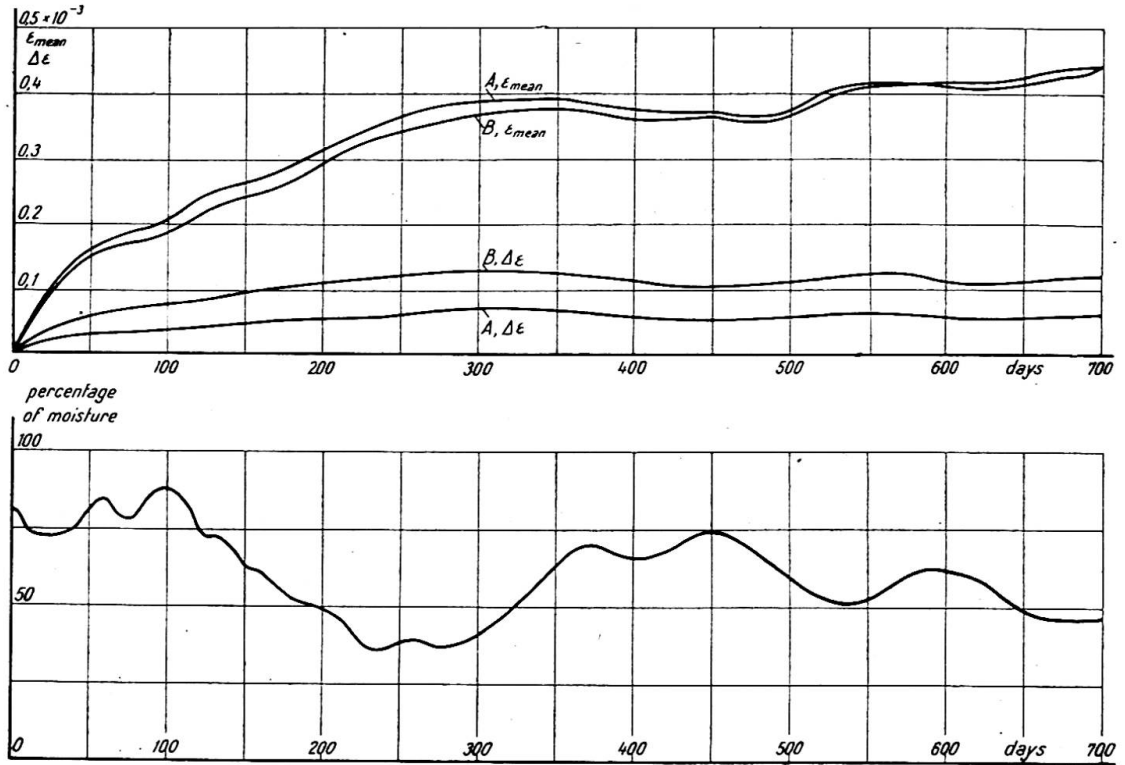


Fig. 7(a). Average shrinkage and difference in shrinkage $\Delta\epsilon$ between the top and bottom surfaces observed in the shrinkage tests on beams made in accordance with Table III. Consistency of concrete: 11 degrees VB

examine the beams made of tamped concrete, we find that the beam G (consistency 5.2° VB) is practically free from non-uniform shrinkage, whereas the shrinkage of the beam J (slump 9.0 cm.) is of the same order of magnitude as that of the beams subjected to vibration for a short time. The value of x for the beams 30 cm. in depth (F_1 and F_2) is equal to 55%–60% of the corresponding value for the comparable beams 15 cm. in depth (D_1 and D_2).

The number of tests was relatively small. They have, however, shown that non-

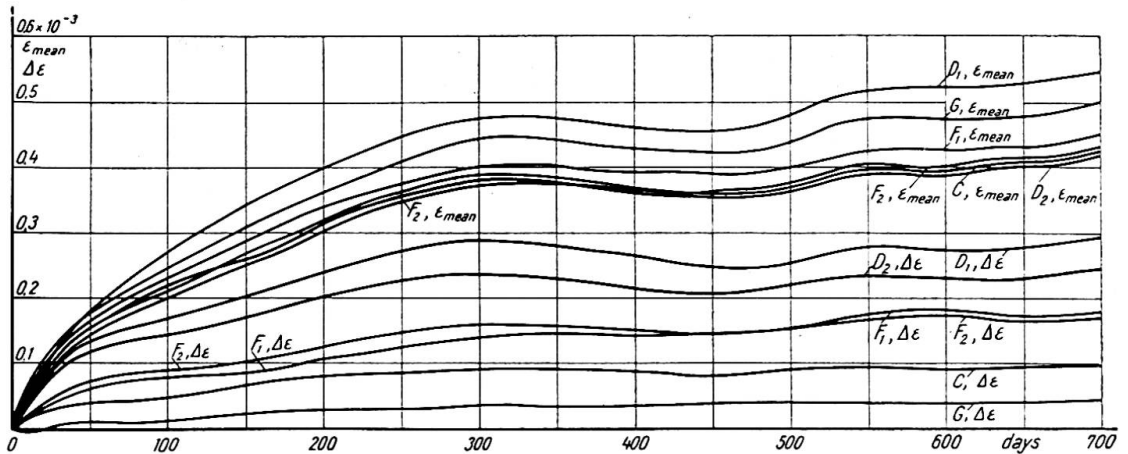


Fig. 7(b). Average shrinkage and difference in shrinkage $\Delta\epsilon$ between the top and bottom surfaces observed in the shrinkage tests on beams made in accordance with Table III. Consistency of concrete: 5.2 degrees VB. Slump-test: 2.3 cm.

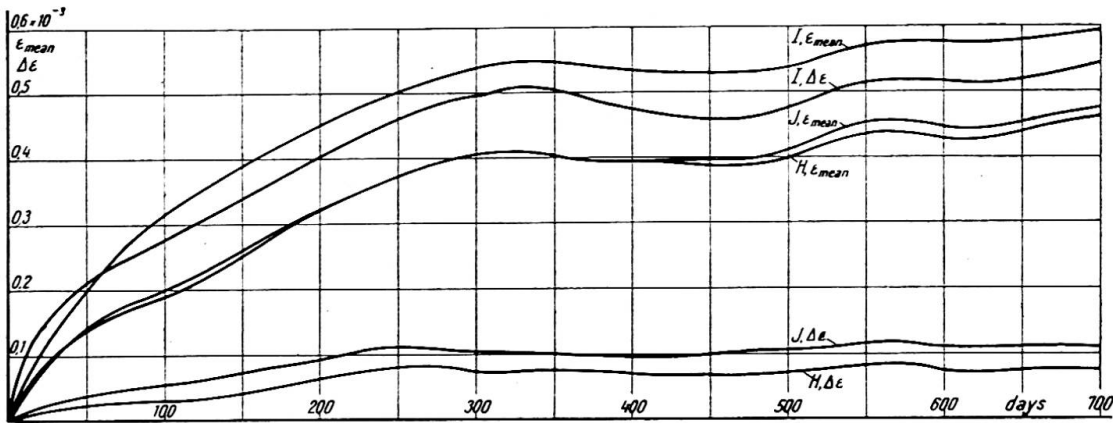


Fig. 7(c). Average shrinkage and difference in shrinkage $\Delta\epsilon$ between the top and bottom surfaces observed in the shrinkage tests on beams made in accordance with Table III. Consistency of concrete—slump test: 9.0 cm.

uniform shrinkage can occur in structural members made of ordinary concrete mixes, primarily when they are over-vibrated to a certain extent.

Even if non-uniform shrinkage can be obviated or reduced by using appropriate methods of concrete manufacture, it should be taken into account in the design of concrete structures.

ORDER OF MAGNITUDE OF MOMENTS AND DEFORMATIONS DUE TO NON-UNIFORM SHRINKAGE OF SLABS SUPPORTED ON FOUR SIDES

The effect of non-uniformly distributed shrinkage is in principle the same as the effect of non-uniform temperature distribution over the thickness of the slab. Consider the three cases in fig. 8 representing different conditions at the supports. In the case No. 1, where the slab is clamped along all four edges, the additional moments are obtained directly. If the slab is simply supported along all four edges (case No. 2)

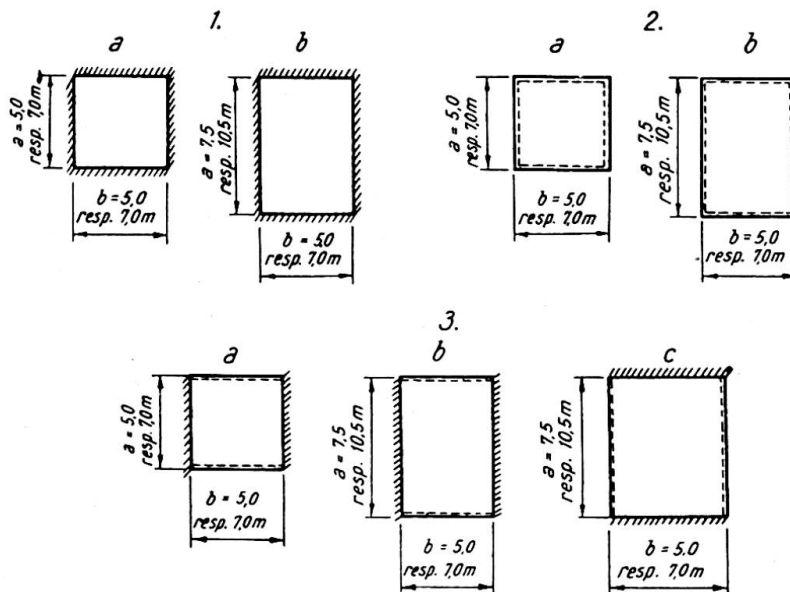


Fig. 8. Conditions at the supports and surface dimensions of concrete slabs subjected to non-uniform shrinkage and dealt with in the examples. See the results given in Tables V to VII

or simply supported along two opposite edges and clamped along the other two edges (case No. 3), then the moments and the deformations can be calculated by means of the elastic theory of plates. This calculation has been carried out by the author.* If the results of this calculation are applied to the slabs shown in fig. 8 (with $\Delta\epsilon=0.3$ per thousand and $E_c=10^5$ kg./cm.²), the moments m_0 and m_{max} , the deflections w_{max} , and the calculated stresses $K_{bH}=\frac{m}{H^2} \cdot 6$ given in Tables V to VII are obtained. Alternative calculations have been made for two values of the thickness of slab, viz. $H=15$ cm. and $H=20$ cm.

For comparison, Tables V to VII show the moments, deflections, and stresses due to the total load $q=0.8$ t./m.²

TABLE V

Moments and stresses due to non-uniform shrinkage, method of support No. 1. $\Delta\epsilon=0.3$ per thousand. $E_c=100,000$ kg./cm.² At other values of $\Delta\epsilon$ and E_c , the figures given in columns 3, 5, 6, and 8 should be multiplied by $\frac{\Delta\epsilon \cdot E_c}{0.3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
								$K_{bH}(q=0.8; \text{t./m.}^2)$	
Method of support	b m.	m_0 kg. $H=15$	w_{max} $H=15$	K_{bH} kg./cm. ² $H=15$	m_0 kg. $H=20$	w_{max} $H=20$	K_{bH} kg./cm. ² $H=20$	$H=15$	$H=20$
1a	5.0	-561	0	15	-995	0	15	28	16
	7.0	-561	0	15	-995	0	15	55	31
1b	5.0	-561	0	15	-995	0	15	41	23
	7.0	-561	0	15	-995	0	15	80	45

TABLE VI

Moments, stresses, and deflections due to non-uniform shrinkage, method of support No. 3. $\Delta\epsilon=0.3$ per thousand. $E_c=100,000$ kg./cm.² At other values of $\Delta\epsilon$ and E_c , the figures given in columns 3, 5, 6, 7 and 8 should be multiplied by $\frac{\Delta\epsilon \cdot E_c}{0.3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}$. The figures given in columns 5 and 9 are independent of E_c , and should be multiplied by $\frac{\Delta\epsilon}{0.3\%}$ at other values of $\Delta\epsilon$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9		10	
								w_{max} cm. $H=15$	w_{max} cm. $H=20$	K_{bH} kg./cm. ² $H=15$	K_{bH} kg./cm. ² $H=20$
Method of support	b m.	m_{max} kg. $H=15$	w_{max} cm. $H=15$	K_{bH} g./cm. ² $H=15$	m_{max} kg. $H=20$	w_{max} cm. $H=20$	K_{bH} kg./cm. ² $H=20$	w_{max} cm. $q=0.8$ t./m ² $H=15$	w_{max} cm. $q=0.8$ t./m ² $H=20$	K_{bH} kg./cm. ² $q=0.8$ t./m ² $H=15$	K_{bH} kg./cm. ² $q=0.8$ t./m ² $H=20$
2a	5.0	-280	0.37	-7.5	-500	0.28	-7.5	0.72	0.30	20	11
	7.0	-280	0.72	-7.5	-500	0.54	-7.5	2.76	1.15	39	22
2b	5.0	-426	0.50	-11.4	-762	0.37	-11.4	1.37	0.58	39	22
	7.0	-426	0.97	-11.4	-762	0.73	-11.4	5.26	2.23	77	43

* Nylander, H., "Korsarmerade betongplattor," *Betong*, No. 1, p 3, 1950.

TABLE VII

Moments, stresses, and deflections due to non-uniform shrinkage, method of support No. 3. $\Delta\epsilon=0.3$ per thousand. $E_c=100,000$ kg. cm.² At other values of $\Delta\epsilon$ and E_c , the figures given in columns 3, 4, 6, 7 and 8 should be multiplied by $\frac{\Delta\epsilon \cdot E_c}{0.3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}$. The figures given in columns 5 and 9 are independent of E_c , and should be multiplied by $\frac{\Delta\epsilon}{0.3\text{‰}}$ at other values of $\Delta\epsilon$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12											
										Method of support	<i>b</i> m.	<i>m</i> ₁ H=15	<i>m</i> _{1mean} H=15	<i>w</i> _{max} cm. H=15	<i>K</i> _{bi mean} H=15	<i>m</i> ₁ H=20	<i>m</i> _{1mean} H=20	<i>w</i> _{max} H=20	<i>K</i> _{bi mean} H=20	<i>w</i> _{max} cm. q=0.8; t./m.:		<i>K</i> _{bi max} q=0.8; t./m.:	
																				H=15	H=20	H=15	H=20
3a	5.0	-815	-930	0.079	-25	-1,450	-1,450	0.059	-25	0.36	0.143	-37	-21										
	7.0	-815	-930	0.155	-25	-1,450	-1,450	0.116	-25	1.31	0.55	-72	-41										
3b	5.0	-640	-760	0.093	-20	-1,130	-1,340	0.070	-20	0.44	0.183	-44	-25										
	7.0	-640	-760	0.182	-20	-1,130	-1,340	0.137	-20	1.71	0.70	-86	-49										
3c	5.0	-1,010	-1,055	0.104	-31	-1,800	-31	0.078	-31	0.96	0.40	-55	-31										
	7.0	-1,010	-1,055	0.204	-31	-1,800	-31	0.153	-31	1.88	0.78	-107	-61										

It will be seen from Tables V to VII that a conceivable difference in shrinkage $\Delta\epsilon=0.3$ per thousand produces deflections which cannot be disregarded in comparison with the deflections due to the load, primarily in the case of the simply supported slabs, but also in the case of the slabs clamped along two opposite edges.

Furthermore, the tables show that the moments and the stresses at the supports due to non-uniform shrinkage can be of the same order of magnitude as the moments and the stresses caused by the load.

In consideration of these results, the effect of non-uniform shrinkage should not be disregarded when concrete slabs reinforced in two directions are designed in accordance with the theory of elasticity. Since non-uniform shrinkage is no longer of any importance in the stage of failure, as the structure is not affected by shrinkage on account of its low rigidity, shrinkage need not be taken into account in the method of limit design.

In estimating the rigidity of structures, non-uniform shrinkage must be taken into consideration for two reasons, viz. first, because it produces the additional deflection, and second, because it causes an increase in the moments at the supports, and hence facilitates the development of cracks at the supports.

REDUCTION OF NON-UNIFORM SHRINKAGE BY ADDITION OF AN EXTRA LAYER OF COARSE AGGREGATE

To prepare concrete mixes in which the coarse aggregate does not segregate during vibration is probably difficult on the site.

Another method of reducing non-uniform shrinkage, which appears to be relatively practicable, is to spread an additional layer of coarse aggregate on the surface of the concrete after placement, and to subject this layer to vibration so as to mix the coarse aggregate with the freshly poured concrete. This possibility was studied in tests on ten beams differing in thickness and in the grading of the additional layer of coarse aggregate (see Table VIII).

The workability determined by means of consistency tests was 4.6° VB on the average.

TABLE VIII
Data on additional layers of coarse aggregate mixed by vibration with the concrete of beams after placement

Beam No.	Thickness of layer of coarse aggregate, cm.	Weight of layer of coarse aggregate, kg.	Period of vibration sec.	Grading of layer of coarse aggregate, mm.
A ₁ , A ₂	1	2.3	20	4-32
B ₁ , B ₂	3	6.9	400	4-32
C ₁ , C ₂	1	2.3	15	16-32
D ₁ , D ₂	3	6.9	250	16-32
E ₁ , E ₂	0	—	—	—

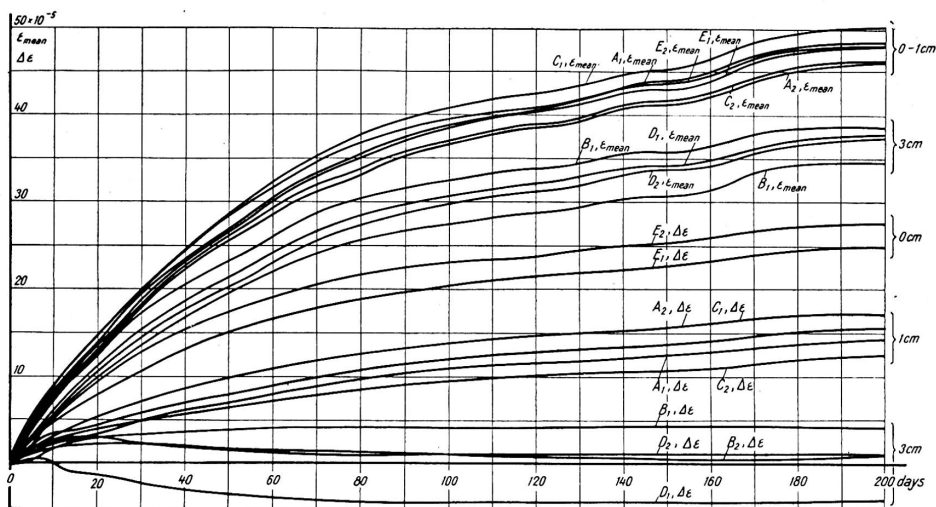


Fig. 9. Average shrinkage and difference in shrinkage between the top and bottom surfaces observed in the shrinkage tests on beams made in accordance with Table VIII

Each beam was 15 cm. in depth, 15 cm. in width, and 90 cm. in length.

The concrete mix used for the beams had the proportions cement: fine aggregate: coarse aggregate=1:4:4:4 by weight. The water-cement ratio was 0.75. The gradings of fine and coarse aggregate were close to the ideal curves.

To begin with, the beams were vibrated for two minutes per insertion of internal vibrator in accordance with the same system as in the tests described earlier (fig. 5). After that, the layer of coarse aggregate was gradually pushed down into the concrete by applying the point of the vibrator to a metal sheet spread over the layer. The layer of coarse aggregate was vibrated until cement paste rose to the surface through the layer.

The results of the shrinkage measurements are shown in fig. 9. It will be seen from fig. 9 that the difference in shrinkage between the top and bottom surfaces of the beams was practically zero when the additional layer of coarse aggregate was 3 cm. in thickness. Furthermore, it follows from fig. 9 that $\Delta\epsilon$ obtained in the tests using a layer of coarse aggregate 1 cm. in thickness was about 60% of $\Delta\epsilon$ for beams without any additional layer of coarse aggregate.

The curves representing ϵ_{mean} in fig. 9 indicate that the addition of an extra layer of coarse aggregate has reduced ϵ_{mean} in a proportion which is in agreement with the reduction in $\Delta\epsilon$.

These tests have demonstrated that the addition of an extra layer of coarse aggregate can reduce or eliminate non-uniform shrinkage.

Moreover, the possibilities of using this method on the site have been tested by the author, together with Mr. S. E. Bjerking, in the construction of floor slabs for dwelling-houses in Uppsala. The method was found to be applicable under practical conditions.

Summary

In some tests on vibrated reinforced concrete beams it was shown that the counteractive effect of the reinforcement on shrinkage was of minor importance in comparison with the effect produced by non-uniformly distributed shrinkage owing to the segregation of the coarse aggregate. Type tests with non-reinforced beams showed the influence of varying consistency and time of vibration on the non-uniform shrinkage.

The magnitude of moments and deformations due to non-uniform shrinkage in slabs supported on four sides was calculated. It was shown that these moments and deformations at an allowable load can be of the same order of magnitude as the moments and stresses caused by the load, primarily in the case of the simple supported slabs, but also in the case of slabs clamped along two opposite edges.

A method of reducing non-uniform shrinkage was examined. An additional layer of coarse aggregate was spread on the surface of the concrete after placing and this layer was subjected to vibration so that the coarse aggregate was mixed with the freshly poured concrete. It was shown that there are possibilities of reducing or eliminating the non-uniform shrinkage by this method.

Résumé

Certains essais effectués sur des poutres en béton armé vibré ont montré que l'influence exercée par l'armature dans le sens d'une réduction du retrait est plus faible que l'influence qu'exerce la ségrégation des gros grains d'agrégat dans le sens de l'hétérogénéité de ce retrait. Des essais-types sur poutres non armées ont mis en évidence l'influence des variations de la consistance du mélange et de la durée de la vibration sur cette hétérogénéité.

L'auteur a calculé les moments et les déformations qui résultent de l'hétérogénéité du retrait, sur des dalles appuyées de tous côtés. Il a constaté que ces moments et déformations peuvent être du même ordre de grandeur que ceux qui résultent des charges admissibles, tout particulièrement lorsqu'il s'agit de dalles reposant librement sur leurs appuis, mais aussi dans le cas des dalles encastrées sur deux bords opposés.

L'auteur a étudié une méthode qui doit permettre une réduction de l'hétérogénéité du retrait. Elle consiste à répandre une couche additionnelle de gravier sur la surface du béton après mise en œuvre, puis à procéder à un traitement de vibration pour assurer l'incorporation du gravier au béton frais. On a pu constater que cette méthode permet de réduire, voire même de supprimer complètement l'hétérogénéité du retrait.

Zusammenfassung

In einigen Versuchen an vibrierten Eisenbetonbalken zeigte es sich, dass der verminderte Einfluss der Armierung auf das Schwinden geringer war als der Einfluss der Ungleichmässigkeit des Schwindens, herrührend von der Entmischung grobkörniger Zuschlagstoffe. Allgemeine Versuche mit unarmierten Balken zeigten den Einfluss veränderlicher Konsistenz und Vibrationsdauer auf das ungleichförmige Schwinden.

Die Momente und Verformungen infolge des ungleichförmigen Schwindens in allseitig aufliegenden Platten wurden berechnet. Es zeigte sich, dass diese Momente und Verformungen von gleicher Grössenordnung sein können wie die Momente und Beanspruchungen aus der zulässigen Belastung, besonders im Falle der frei aufliegenden Platte, aber auch bei der an zwei gegenüberliegenden Rändern eingespannten Platte.

Es wurde eine Methode zur Verminderung des ungleichförmigen Schwindens untersucht. Eine zusätzliche Lage von Kieszusatz wurde über die Oberfläche des eingebrachten Betons gestreut und dann vibriert, so dass sich der Kies mit dem frischen Beton vermischt. Es konnte gezeigt werden, dass durch diese Massnahme das ungleichförmige Schwinden vermindert oder ausgeschaltet werden kann.

CII 1

Le calcul en prérupture du béton armé et du béton précontraint

Strength determination of reinforced and prestressed concrete when stressed near to the point of failure

Berechnung von Stahlbeton und Spannbeton unter Bruchspannung

PROF. DR. H.C. E. TORROJA et A. PAEZ

Madrid

Madrid

On peut affirmer que depuis les débuts de la technique du béton, on a observé des variations et des anomalies du rapport entre la charge à laquelle on soumet le béton et la déformation qui se produit en lui.

Le manque de proportionnalité entre les contraintes et les déformations suppose une forte objection au critérium déjà périmé de déterminer les sections d'accord avec les tensions admissibles. Les orientations modernes qui se rapportent à la sécurité des éléments qui composent la structure et qui sont basées sur le concept des sollicitations limites, oblige naturellement à étudier le comportement des sections critiques en prérupture, c'est-à-dire, sous un état de tension limite dans lequel l'hypothèse de Hooke est loin d'être satisfaite à cause des importants phénomènes plastiques que présente le matériau.

Cependant, le grand nombre des variables qui interviennent dans les lois qui régularisent les contraintes en fonction des déformations empêche la pose rigoureuse et le développement d'un problème qui, même dans le cas hypothétique de pouvoir être résolu, exigerait pour son application pratique la connaissance d'un grand nombre de facteurs ou de caractéristiques, de valeur incertaine pour représenter une douteuse prévision future.

Le fait que, dans les utilisations techniques, on n'a pas besoin de lois exactes, permet d'introduire certaines hypothèses simplificatives qui seront admissibles quand elles conduiront à des résultats très proches des résultats réels et dont les erreurs compatibles avec les nécessités pratiques sont inférieures à celles qu'offrent les lois traditionnellement employées.

Selon cette orientation et dans le but d'établir la loi qui relie les contraintes aux déformations, on a représenté dans un graphique les résultats expérimentaux obtenus

par divers investigateurs en prenant comme axes coordonnés (fig. 1) non les valeurs absolues des contraintes et des déformations, mais bien les quotients qui se déduisent en divisant ces magnitudes respectivement par la charge maximum de rupture et par la déformation unitaire correspondante à cette contrainte.

Evidemment, la valeur absolue des déformations observées dépend, entre autres variables, de la rapidité de l'essai, ou ce qui revient au même, du temps passé sous l'action des paliers successifs et élémentaires de la charge.

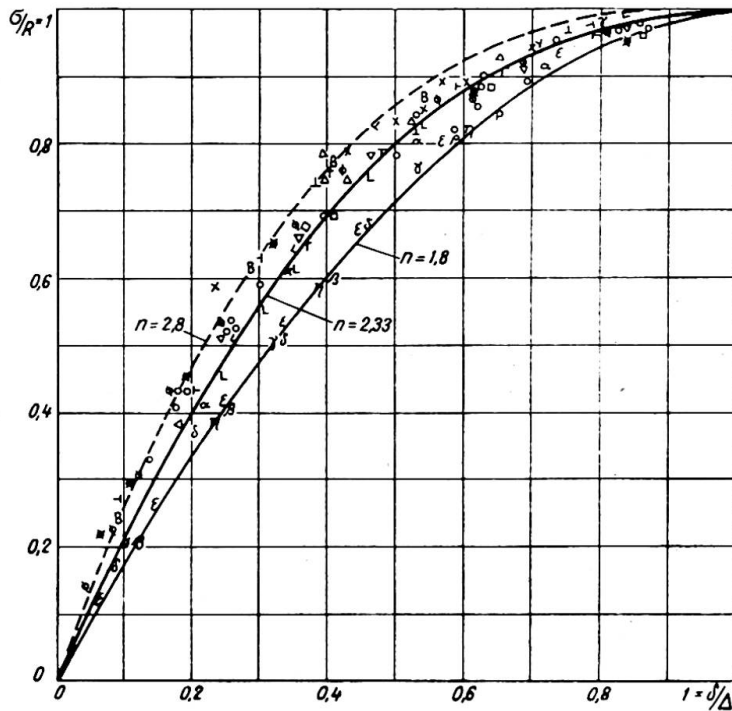


Fig. 1

L'étude rhéologique du comportement élasto-plastic-visqueux du béton en compression démontre que, quand elles deviennent des déformations relatives rapport à la déformation de rupture, ces altérations supportées par le diagramme, d'un cas à un autre, sont pratiquement négligeables et comprises dans le champ normal de fluctuation correspondant à la dispersion naturelle des résultats sur des éprouvettes différentes fabriquées avec des bétons de caractéristiques analogues.

En définitive, le diagramme des contraintes-déformations relatives au béton présente un groupement dense de points qui permet d'établir le rapport:

$$1-s=(1-\epsilon)^n \quad \dots \dots \dots (1)$$

dont le caractère parabolique, de sommet au point $s=1, \epsilon=1$, concorde avec les résultats théoriques déduits en se basant sur des considérations rhéologiques. Dans cette expression, s représente la contrainte relative ou quotient qui résulte quand on divise la tension générique σ par la charge de rupture R du béton en compression:

$$s=\frac{\sigma}{R} \quad \dots \dots \dots (2)$$

et ϵ la déformation relative ou quotient de la déformation δ correspondante à σ pour la déformation Δ correspondante à R :

$$\epsilon=\frac{\delta}{\Delta} \quad \dots \dots \dots (3)$$

L'exposant n , unique coefficient qui intervienne dans la formule (1) est compris ainsi qu'on peut le voir dans la fig. 1, entre 1,8 et 2,8. En adoptant la valeur 2,33 on peut obtenir un ajustement parfait avec la plupart des résultats expérimentaux.

Ces essais ont été réalisés dans des conditions de charge relativement rapides en employant, jusqu'à arriver à la rupture, des intervalles de temps compris entre 3 et 7 minutes. Sous l'action de charges maintenues durant de longs délais ou qui croissent lentement, ce diagramme peut souffrir de légères modifications.

Il est possible qu'une minutieuse expérimentation sur le fluage à tensions proches à celles de ruptures présente quelques divergences sur la proportionnalité avec les déformations instantanées ou à courte durée sur lesquelles s'est basée la loi adoptée, si on réfère toujours Δ à la valeur limite pour le même long délai d'application de la charge. Jusqu'au moment actuel, les études rhéologiques postérieurement développées conduisent à des déformations additionnelles qui, sans être rigoureusement proportionnelles aux déformations instantanées ou brèves, démontre une sensible concordance avec l'hypothèse admise, leurs erreurs étant inférieures aux divergences calculées pour les différents processus de charge lente que l'on peut imaginer en fonction du temps. Il ne faut pas oublier que, autant la magnitude que l'ordre dans lequel se présentent les surcharges réelles sur une structure obéissent à des lois inconnues pour celui qui établit le projet car elles renferment une prévision future de faits aléatoires.

Quant à l'acier, la difficulté d'établir une limite bien différenciée de la proportionnalité entre les contraintes et les déformations, ainsi que la clarté avec laquelle se détache le palier d'écoulement, a donné lieu à ce que l'on adopte cette dernière valeur pour délimiter la zone utile et pour fonder sur elle un critérium d'épuisement de ce matériau.

En réalité, il n'est pas difficile d'établir une formule qui définisse avec une approximation suffisante le diagramme de contrainte-déformation en-dessous de la limite d'épuisement précitée, mais il ne semble pas nécessaire de compliquer de la sorte le problème puisque le diagramme réel est suffisamment proche du diagramme constitué par la droite correspondante au module d'élasticité de l'acier prolongée jusqu'à l'écoulement et à partir de ce point, par une parallèle à l'axe des déformations qui représente le palier précité; type birectiligne, employé déjà dans de nombreuses études élasto-plastiques de structures métalliques.

Les diagrammes de contrainte-déformation, une fois établis pour les deux matériaux, il convient de définir ce que l'on entend par contrainte d'épuisement.

Dans le cas du béton, cette contrainte-limite correspond à la résistance maximum en compression, c'est-à-dire la valeur maximum atteinte par le diagramme contrainte-déformation, supérieur comme on le sait à la tension finale de rupture. Au contraire, dans les armatures soumises à la traction, il semble acceptable de considérer comme conditions d'épuisement le début du palier d'écoulement, c'est-à-dire le point où se termine la période qui peut être nommée élastique et où commence le palier, sensiblement horizontal des grandes déformations plastiques.

La raison de limiter les déformations au point initial de la période plastique obéit au fait que, au-dessus de la dite déformation se produisent d'importantes fissures dans le béton, que l'on considère normalement comme inacceptables.

Au contraire, dans les armatures soumises à des efforts de compression, il n'existe aucune raison pour laquelle il convienne de limiter la déformation atteinte au début du palier d'écoulement précité. Dû aux raccourcissements soufferts par le béton qui l'enrobe, le danger de fissuration disparaît et le matériau peut atteindre sa déformation de rupture longtemps après que l'acier ait atteint sa limite élastique. L'expérimentation

effectuée prouve qu'effectivement l'armature supporte les déformations additionnelles sans inconvénients et sans augmentations de contrainte, comme il est logique toute fois que les barres longitudinales et les étriers sont convenablement disposés, avec les recouvrements nécessaires et la séparation adéquate entre les derniers.

Il n'y a rien d'étrange au fait d'admettre l'épuisement simultané du béton et de l'acier dans les pièces soumises à la compression, quelque soit le pourcentage des armatures, dans les limites normales, pourvu que les barres soient d'acier courant et soient correctement placées. Le retrait du béton contribue puissamment à la réalisation de ce phénomène en produisant un état préalable de tractions dans ce matériau et un régime de compressions dans l'acier comme conséquence de la coaction exercée par l'armature au libre raccourcissement de celui-là.

La grande réserve de déformations plastiques de l'acier, combiné à ce dernier effet, justifie pour la compression les formules appelées additives comme fondées sur le principe de la superposition de résistances-limites d'un et d'autre matériel. Ces formules, entièrement justifiées par de nombreux essais, ont été prescrites comme obligatoires dans différentes normes étrangères, même si elles résultent contradictoires quand on les examine des points de vue de la théorie classique.

Dans le phénomène de flexion, le problème résulte un peu plus complexe. Contrairement à ce qui arrive dans la compression, le phénomène d'épuisement simultané du béton et de l'acier est seulement satisfait par un pourcentage déterminé ou armature "critique," dû à la restriction imposée de limiter les déformations de l'acier à traction au début du palier d'écoulement. Sauf dans ce cas spécial, l'épuisement à la flexion peut se produire, soit par l'écoulement de l'armature de traction quand celle-ci est inférieure à la "critique," soit par rupture du béton sans que l'armature, avec à présent un excès de section, atteigne sa limite élastique.

Naturellement, le pourcentage d'acier critique défini antérieurement change avec la plus grande ou la plus petite déformabilité du béton puisque, plus il est déformable, plus descend la fibre neutre avec l'augmentation conséquente de la zone de compression et diminution du bras de levier, ce qui fait que diminuent les compressions unitaires dans le béton et augmentent les tractions dans l'armature. En conséquence si on pose les équations d'équilibre en sections avec une armature infracritique, il sera nécessaire d'adopter, comme hypothèse la plus défavorable, le régime de charges à longue durée qui conduit à une plus grande déformabilité du béton, tandis que dans le cas d'armatures supercritiques il sera nécessaire de considérer la plus petite, c'est-à-dire un court délai d'actuation de la charge.

En définitive, si on désire déduire des expressions qui permettent de mesurer les sections pour les divers comportements du béton, autant sous des charges brèves que sous des charges durables, il est nécessaire de poser les conditions d'équilibre d'une autre façon pour les sections infracritiques que pour les supercritiques, en considérant la présence du phénomène du fluage dans le premier cas et en admettant dans le second, la présence du moment fléchissant d'épuisement, à peine terminée la structure et le béton durci.

Tandis que ce dernier cas n'offre pas de doutes, le premier n'apparaît pas parfaitement déterminé. Evidemment la déformation maximum qu'un béton peut atteindre est obtenue dans le cas d'une charge suffisamment élevée appliquée pendant un délai indéfini. Malgré tout, l'hypothèse dans laquelle on considère, comme fluage maximum, ce produit par les conditions d'épuisement appliquées depuis le début et maintenues pendant un long délai semble absurde car elle est dépourvue de vraisemblance dans la réalité.

Ce qui semble prudent et faisable est d'admettre la présence d'une certaine

sollicitation, par exemple de la moitié de celle qui doit produire l'épuisement, agissant constamment durant années et années, jusqu'à un moment déterminé où, par des causes fortuites, il augmente au double et produit alors la rupture de la pièce.

En développant l'étude de cette façon, on peut admettre que la déformabilité du béton varie entre $\Delta=0,0012$ et $\Delta=0,0018$. Cette dernière limite, multiplié par le facteur correspondant au temps, conduit à une déformation de rupture à long délai de $\Delta=0,006$ environ, dans l'hypothèse de charge décrite dans le paragraphe antérieur adoptée pour l'étude des armatures infracritiques. Au contraire, dans le cas des armatures supracritiques, la déformation du 0,12% admis est parfois une limite exagérément faible pour ces régimes ainsi qu'on semble déduire des essais en flexion, mais comme ce type de section s'utilise seulement dans des cas exceptionnels de pièces très chargées, il a paru prudent de considérer une limite qui ne peut être atteinte que rarement.

Comme loi approximative du diagramme de tractions-déformations en sections armées, on peut adopter l'expression:

$$\frac{J}{R} = X \left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)^{n'} - X \left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)^{n''}$$

obtenue à partir de l'expérimentation réalisée par le "Österreichischen Eisenbeton Ausschuss." Dans la formule citée, X , n' , n'' sont des constantes qui, avec une approximation suffisante, peuvent être égales à:

$$X=0,116 \quad n'=1,33 \quad n''=21,33$$

et où J est la contrainte à traction du béton et Δ et R les mêmes valeurs établies antérieurement.

En prenant ces bases comme point de départ et avec la notation de la fig. 2, les équations d'équilibres connues de flexion composée, prennent la forme de:

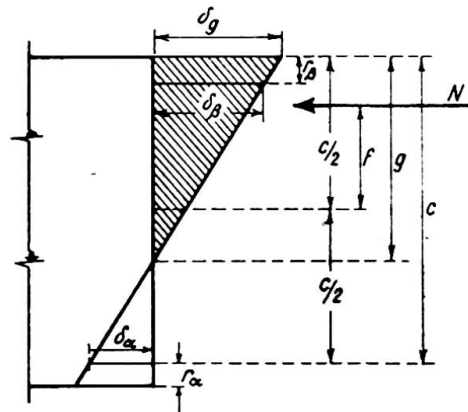


Fig. 2

$$N = \int_0^g b_z \cdot \sigma_z \cdot dz - \int_0^{d-g} b_z \cdot J_z \cdot dz + A_\beta \cdot \omega_\beta - A_\alpha \cdot \omega_\alpha$$

$$M = N \cdot e + N \left(g - \frac{d}{2}\right) = \int_0^g b_z \cdot \sigma_z \cdot z \cdot dz + \int_0^{d-g} b_z \cdot J_z \cdot z \cdot dz + A_\beta \cdot \omega_\beta (g - r_\beta) + A_\alpha (d - g - r_\alpha) \omega_\alpha$$

A_α et A_β étant la contrainte dans l'armature de traction ω_α et de compression ω_β respectivement.

En adoptant les symboles suivants:

$$P = \frac{N}{b \cdot d \cdot R_v} \quad F = \frac{N \cdot f}{b \cdot d^2 \cdot R_v} \quad u_\beta = \frac{\omega_\beta \cdot \sigma_s}{b \cdot d \cdot R_v} \quad u_\alpha = \frac{\omega_\alpha \cdot \sigma_s}{b \cdot d \cdot R_v}$$

où b est la largeur effective moyenne, R_v une résistance virtuelle du béton dont on parlera plus tard et σ_s la tension d'écoulement des armatures, joint à:

$$\begin{aligned} \frac{g}{d} &= \lambda & \frac{r_\beta}{d} &= \rho_\beta & \frac{r_\alpha}{d} &= \rho_\alpha & \frac{z}{c} &= \zeta_z \\ T &= \frac{1}{\lambda \cdot b} \int_0^\lambda b_z \cdot s_z \cdot d\zeta_z & W &= \frac{1}{\lambda \cdot b} \int_0^{1-\lambda} b_z \cdot \frac{J_z}{R} \cdot d\zeta_z \\ U &= \frac{1}{\lambda \cdot b} \int_0^\lambda b_z \cdot s_z \cdot \zeta_z \cdot d\zeta_z & Z &= \frac{1}{\lambda \cdot b} \int_0^{1-\lambda} b_z \cdot \frac{J_z}{R} \cdot \zeta_z \cdot d\zeta_z \end{aligned}$$

les équations d'équilibre se réduisent à :

$$P = \lambda \cdot T - \lambda \cdot W + \frac{A_\beta}{\sigma_s} \cdot u_\beta - \frac{A_\alpha}{\sigma_s} \cdot u_\alpha$$

$$F = P\left(\frac{1}{2} - \lambda\right) + \lambda^2 U + \lambda^2 Z + \frac{A_\beta \cdot u_\beta}{\sigma_s} (\lambda - \rho_\beta) + \frac{A_\alpha \cdot u_\alpha}{\sigma_s} (1 - \lambda - \rho_\alpha)$$

En faisant

$$\theta = \frac{\delta_z \cdot d}{z} \quad \psi = \frac{\theta}{\Delta} \quad \text{et} \quad \epsilon_z = \frac{\delta_z}{\Delta}$$

et en tenant compte de la proportionnalité entre les déformations longitudinales et les distances à la fibre neutre, on a :

$$\frac{\theta \cdot z}{\Delta \cdot d} = \psi \frac{z}{d} = \frac{\delta_z}{\Delta} = \epsilon_z = \psi \cdot \zeta_z$$

qui, introduite dans les lois de contrainte-déformation établies, conduit à :

$$\frac{\sigma_z}{R} = 1 - (1 - \psi \zeta_z)^n$$

$$\frac{J}{R} = [(1 - \psi \zeta_z)^n - (1 - \psi \zeta_z)^{n'}] X$$

En substituant ces valeurs dans les expressions T , U , W , Z chaque fois que la largeur b_z puisse être exprimée analytiquement en fonction de ζ_z , il sera possible d'obtenir ces fonctions en ψ et ζ_z qui, quand elles sont intégrées, resteront en fonction de ψ et λ . Dans le cas contraire on peut effectuer l'intégration par des procédés graphiques.

En suivant, avec de légères variantes, un processus de calcul analogue, on peut poser les conditions d'équilibre correspondantes aux cas de compression composée. Au moyen des unes et des autres, on peut déterminer les contraintes et les déformations qui résultent dans la pièce et même se baser sur elles pour calculer les réactions hyperstatiques qui résulteraient dans une structure quelconque. Cependant, la complication de calcul qu'elles entraînent ne les rend pas pratiques pour la plupart des applications, et il ne semble pas non plus, selon les études faites avec elles, que l'on puisse obtenir des résultats très divergents de ceux donnés par la théorie classique en ce qui se réfère au comportement hyperstatique puisque, de même dans cette théorie que dans l'autre, l'influence du comportement du matériau, s'il est le même dans toute la structure, influence peu la répartition des contraintes d'une section aux autres.

Une fois déduites les formules de dimensionnement, on a obtenu, en se basant sur elles, les formules simplificatives que l'on transcrit ensuite et en acceptant envers les résultats théoriques exacts des erreurs du 3% au 4% selon les types de section, totalement admissibles pour tous les cas car il est difficile d'obtenir une plus grande précision ni dans la théorie, ni dans la vérification expérimentale. D'autre part il n'est pas possible non plus dans la pratique de préciser plus les sections des armatures étant données les tolérances commerciales admises.

Les équations d'équilibre posées sous ces conditions sont satisfaites, avec la notation de la fig. 3, par les formules approchées suivantes correspondantes aux différents cas de sollicitation et pour les divers types de sections couramment employés dans la pratique.

COMPRESSION SIMPLE

La charge admissible N en tonnes, avec des excentricités moindres du 12% de l'épaisseur total, est:

$$N = 2,5\Omega R + \omega_\alpha + \omega_\beta \leq 5\Omega R$$

étant Ω en $m.^2$, la section de béton, $\omega_\alpha + \omega_\beta$ en $cm.^2$ celle des armatures et R la résistance du béton en $kg./cm.^2$

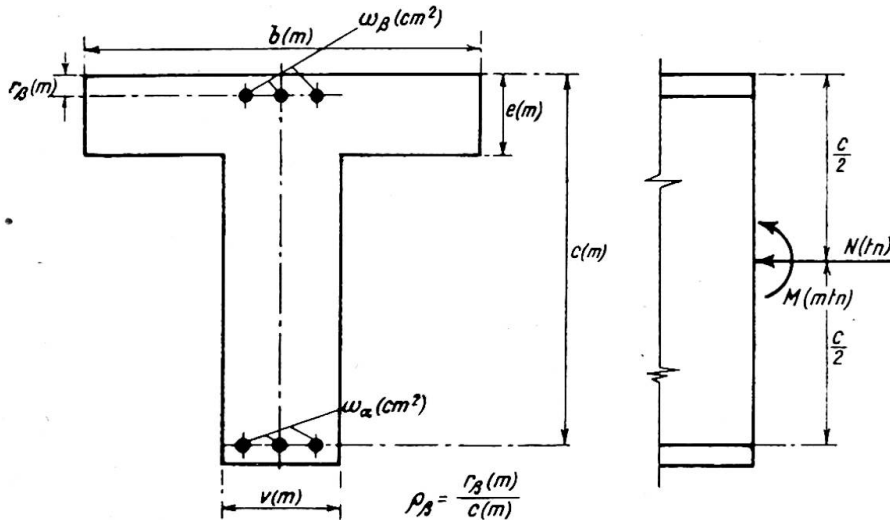


Fig. 3

Pour les excentricités plus grandes jusqu'à:

$$f_{d12} = 0,12d + 0,075 \frac{\omega_\beta}{R \cdot v}$$

la charge admissible se réduit à:

$$N = 2,35\Omega R + 1,2\omega_\beta \leq 3,6\Omega R$$

l'épaisseur totale étant d et ω_β la section en $cm.^2$ de l'armature la plus proche à la face la plus comprimée.

FLEXION SIMPLE

(a) Section rectangulaire

La hauteur utile est:

$$c = 1,02 \sqrt{\frac{M}{R \cdot v}} \dots \dots \dots (4)$$

le moment fléchissant en mètres-tonnes étant M et R la résistance du béton en $kg./cm.^2$. Autant c que v devront être introduites avec les dimensions indiquées dans la fig. 3.

L'armature est:

$$\omega_\alpha = 1,04 \sqrt{M \cdot R \cdot v} = 1,02 R \cdot v \cdot c$$

Quand la hauteur c doit être inférieure au critique (4), il est nécessaire de disposer d'une armature de compression, dans le but de profiter de l'excès de l'armature en traction, égal à:

$$\omega_\beta = \frac{M - 0,964 R \cdot v \cdot c^2}{1,2c_a} \leq 1,25 R \cdot v \cdot c$$

c_a étant la distance en mètres entre les armatures ω_α et ω_β de traction et de compression. Dans ce cas, l'armature de traction est définie par l'expression:

$$\omega_\alpha = 1,02R \cdot v \cdot c + \omega_\beta$$

Si on utilise des hauteurs plus grandes que le (4), il n'est pas nécessaire une armature de compression et l'on prend comme armature de traction:

$$\omega_\alpha = \frac{M}{c}$$

(b) *Section en T*

L'épaisseur totale minimum est:

$$c = \sqrt{Q^2 + \frac{M}{0,964R \cdot v}} - Q$$

Q étant:

$$Q = 0,622\omega_\beta \frac{(1-\rho_\beta)}{v \cdot R} + 1,4e \frac{b-v}{v}$$

L'armature de traction est:

$$\omega_\alpha = \frac{M}{1,05c}$$

FLEXION COMPOSÉE

(a) *Section rectangulaire*

La hauteur critique sans armature de compression est:

$$c = 1,02 \sqrt{\frac{M_s}{R \cdot v}} \dots \dots \dots (5)$$

étant:

$$M_s = M + \frac{N \cdot c}{2}$$

dans cette expression M représente le moment fléchissant par rapport au centre de la pièce.*

Pour cette épaisseur, l'armature nécessaire est:

$$\omega_\alpha = 1,04 \sqrt{M_s \cdot R \cdot v} - \frac{N}{1,2} = 1,02R \cdot v \cdot c - \frac{N}{1,2}$$

Avec des épaisseurs plus grandes, l'armature de traction se définit par:

$$\omega_\alpha = \frac{M_s}{c} - \frac{N}{1,2}$$

tandis que pour des épaisseurs plus petites que le critique (5), il est indispensable de disposer d'une armature de compression:

$$\omega_\beta = \frac{M_s - 0,964R \cdot v \cdot c^2}{1,2c_a}$$

et d'une de traction:

$$\omega_\alpha = 1,02R \cdot v \cdot c + \omega_\beta - \frac{N}{1,2}$$

* Voir *Revista de Obras Publicas*, juin 1940, "Método Práctico de determinar las dimensiones de secciones de hormigón armado a flexión compuesta," de E. Torroja.

(b) *Section en T*

En adoptant les unités et les symboles de la fig. 3 il suffit d'adopter une épaisseur

$$c \geq \sqrt{Q^2 + \frac{M}{0,964R \cdot v}} - Q$$

avec

$$Q = [0,622\omega_\beta(1-\rho_\beta) - 0,26N] \frac{1}{v \cdot R} + 1,4e \frac{b-v}{v}$$

et une armature de traction

$$\omega_\alpha = \frac{M}{k \cdot c} + \left(\frac{0,5}{k} - 0,833 \right) N$$

où:

$$k = 1,116 - \left[0,179 - 0,138(1,4 - 4\rho_\beta) \sqrt{\frac{\omega_\beta}{R \cdot b \cdot c}} \right] \frac{\frac{M}{c} - 0,333N}{R \cdot b \cdot c}$$

Toutes ces formules dans lesquelles le béton tendu est négligé se basent sur la supposition que les aciers employés sont du type ST-37, c'est-à-dire avec une limite élastique parfaitement accusée correspondante à une tension de 2 400 kg./cm.² Les coefficients de sécurité admis sont $C_c=3$ pour le béton en ce qui concerne sa charge unitaire de rupture et $C_s=2$ pour l'acier en ce qui concerne sa limite élastique ou tension d'écoulement.

Cette divergence dans les valeurs du coefficient de sécurité pour un matériau ou pour un autre obéit à l'uniformité plus grande des caractéristiques mécaniques de l'acier comparées avec celles du béton exécuté en chantier et au marge additionnelle de sécurité que supposent les grandes déformations plastiques de l'acier.

D'autre part, les dimensionnements en rupture partent des conditions d'équilibre d'une section épuisée sous des efforts C fois plus grands que ceux prévus, C étant le coefficient de sécurité de l'ensemble.

En égalant ce facteur C au coefficient de sécurité de l'acier par rapport à sa limite élastique C_s , il suffit de considérer une résistance virtuelle ou de confiance du béton R_v :

$$R_v = \frac{C_s}{C_c} R$$

pour obtenir la dualité de coefficients établie dans les paragraphes précédents. Les formules établies partent de ce critérium et, en conséquence, il suffit de substituer les valeurs

$$M_1 = \frac{C_s}{2} M$$

$$N_1 = \frac{C_s}{2} N$$

$$R_1 = \frac{3C_s}{2C_c} R$$

au lieu des M , N et R dans les formules précitées pour déduire les dimensions de la section avec des coefficients génériques C_s pour l'acier et C_c pour le béton.

BÉTON PRÉCONTRAIT

Le critérium suivi pour déduire les formules de dimensionnement de pièces en béton armé est susceptible d'être appliqué avec de légères modifications aux éléments précontraints.

La fibre neutre qui était auparavant définie par des considérations de déformabilité d'un matériau ou d'un autre, apparaît maintenant liée à la magnitude et à la position des efforts de précontrainte arbitrairement introduits.

En conséquence, ces efforts peuvent être réglés de telle façon que sous l'action du moment fléchissant d'épuisement se produise la rupture simultanée du béton en traction et en compression. Grâce à cette condition, le béton participe activement dans le phénomène résistant dans toute sa section et absorbe des tractions qui auraient dû être confiées à l'armature si sa limite de résistance avait été dépassée.

La condition d'épuisement simultanée imposée, elle oblige naturellement à poser le problème dans la même base non hookeenne de déformations dont l'étude tensionnelle est susceptible d'être développée par des procédés exclusivement analytiques en se basant pour cela sur les diagrammes établis antérieurement pour le béton.

Les diagrammes continus que présentent les aciers de haute qualité, et dans lesquels ne se détache aucun palier d'écoulement, exigent de nouvelles lois de liens entre les contraintes et les déformations déduites à partir de l'expérimentation existante.

La grande réserve de déformations plastiques de l'acier permet l'utilisation de l'armature au-dessus de sa limite élastique apparente, avec des taux de travail qui oscillent entre 75% et 85% de sa charge de rupture. D'autre part, le fait que, antérieurement à l'entrée en service de la structure, les fils d'acier peuvent être chargés sous des efforts égaux à ceux de travail, fait supposer une garantie directe pour son futur comportement et pour le bon fonctionnement mécaniques des ancrages.

Le faible coefficient de sécurité élastique ou nominal que les charges précitées imposent, n'implique d'aucune manière dégât à la sécurité de l'ensemble, mais exprime au contraire la condition théorique qui dérive d'un équilibre compensé de réserves réellement disponibles, garanti dans la pratique par la vérification de l'armature sous les fortes charges initiales d'épreuve, sans autre risque que celui qui dérive du remplacement des fils d'acier défectueux qui pourraient se rompre éventuellement.

Le manque d'expérimentation sur le comportement de ces aciers à long délai oblige à adopter la plus petite des deux tensions de travail indiquées dans le but de retarder le plus possible l'entrée dangereuse de l'acier dans l'état de fluage presque visqueuse dont les déformations plastiques sous une charge constante sont proportionnelles au temps.

La non-connaissance des conditions qui motivent l'initiation de cet état pseudo-newtonien parfaitement observable dans les essais de fluage à hautes températures, conseille d'accueillir avec méfiance toute extrapolation des résultats expérimentaux, puisque la connaissance du premier état de fluage ne permet pas de fixer un jugement sur la possible évolution future de l'acier mis à l'épreuve.

Seulement quand l'expérimentation actuellement en cours sera terminée, on pourra établir avec une plus grande garantie la tension à laquelle on peut charger initialement les fils d'acier. Cette contrainte dépendra non seulement de la magnitude des déformations plastiques observées pendant la première, mais aussi de l'évolution du phénomène de fluage quasi-visqueuse dans des délais plus longs.

Un des points qui présentent le plus d'intérêt dans le projet d'éléments précontraints est celui qui se rapporte à la nécessité, pour les différentes sections de la pièce, d'être capables de résister la gamme des moments compris entre deux valeurs extrêmes.

Autant pendant le propre processus constructif que pendant la période de service de la structure, les moments qui sollicitent une section déterminée peuvent être estimés comme bornés entre une limite supérieure M_{sup} et un moment minimum M_{min} . Ces deux limites varient selon la position de la section considérée et le cas le

plus fréquent est qu'elles diminuent ou augmentent en passant d'une section à l'autre.

En conséquence, quand on établit le projet d'une pièce en dimensionnant quelques sections critiques, il est indispensable de prévoir la réduction que le moment minimum expérimente à proximité des sections calculées. Cette circonstance oblige à introduire un coefficient k_p de correction de moments minima, dont la valeur est déterminée à partir des lois de variation des moments le long de la directrice. Joint à cette étude, on a développé une autre complémentaire tendant à déterminer la valeur du coefficient de sécurité correspondant à ces sollicitations minima en se basant sur des considérations mathématico-statistiques.

En posant les équations d'équilibre sur la base de la non-fissuration du béton, on obtient comme formule générale correspondante au cas le plus complexe des sections en I, avec la notation de la fig. 4.

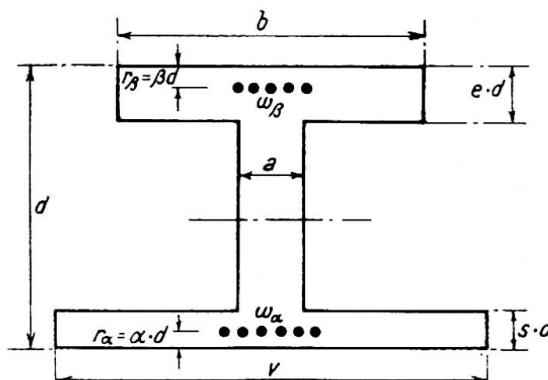


Fig. 4

$$d = \sqrt{\frac{C_o M_{sup} - k_p M_{min}}{K \cdot R_f \left(\frac{2\gamma}{3d} + \frac{K'}{K} - 0,2 \right)}}$$

où C_o est le coefficient de sécurité de la pièce chargée, k_p un coefficient généralement égal à 0,9, $\frac{\gamma}{d}$ la profondeur relative où se trouve l'axe baricentrique:

$$\frac{\gamma}{d} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{s(v-a)(1-s) - e(b-a)(1-e)}{a + s(v-a) + e(b-a)} \right]$$

K et K' des constantes géométriques de la section:

$$K = k_1(b-a) - k_3(v-a) + 0,355a = (k_1 - k_3)(v-a) + 0,355a$$

$$K' = k_2(b-a) + k_4(v-a) + 0,129a$$

étant k_1, k_2, k_3, k_4 des coefficients de valeurs:

$$k_1 = (1 - 1,293e^{\frac{7}{3}})e$$

$$k_2 = (0,5346 - \frac{e}{2} - 0,691e^{\frac{7}{3}} + 0,995e^{\frac{10}{3}})e$$

$$k_3 = 0,01919 - 0,115(0,4654 - s)^{\frac{7}{3}} + 3306(0,4654 - s)^{\frac{6,7}{3}}$$

$$k_4 = 0,006226 - 0,08055(0,4654 - s)^{\frac{10}{3}} + 3164,46(0,4654 - s)^{\frac{7,0}{3}}$$

Valeurs des coefficients k

e	k_1	k_2	s	k_3	k_4
0,1	0,0994	0,0482	0,1	0,0082	0,0034
0,2	0,1939	0,0846	0,2	0,0140	0,0052
0,3	0,2766	0,1083	0,3	0,0175	0,0060
0,4	0,3390	0,1200	0,4	0,0190	0,0062

L'armature des fibres qui s'épuisent par compression sous la sollicitation limite $C_o M_{sup}$ est:

$$\omega_\beta = \frac{KR_f d^2 \left(\frac{K'}{K} + 0,465 - \alpha \right) - C_o M_{sup}}{\sigma \cdot d(1 - \alpha - \beta)}$$

et l'armature dans les fibres opposées:

$$\omega_\alpha = \frac{K \cdot R_f \cdot d}{\sigma} - \omega_\beta$$

et dans ces expressions σ est la contrainte finale de l'acier et:

$$R_f = \frac{\sigma}{\sigma_i} R$$

R étant la résistance du béton et σ_i la contrainte initiale donnée aux fils d'acier.

Dans le cas de section rectangulaire, les formules antérieures se réduisent à:

$$d = 2,38 \sqrt{\frac{C_o M_{sup} - k_p M_{min}}{a \cdot R_f}}$$

$$\omega_\beta = \frac{a \cdot R_f \cdot d^2 (0,295 - 0,355\alpha) - C_o M_{sup}}{\sigma \cdot d(1 - \alpha - \beta)}$$

$$\omega_\alpha = \frac{0,355a \cdot R_f \cdot d}{\sigma} - \omega_\beta$$

Résumé

Le critérium moderne de la sécurité, basé sur le concept des sollicitations limites, impose la nécessité de dimensionner les sections pour la phase finale de la rupture.

Sous ces conditions, il n'est pas possible d'appliquer le principe généralement admis qui suppose les contraintes proportionnelles aux déformations. Cette hypothèse est seulement acceptable pour des états de charge réduits.

Afin de pouvoir déduire la capacité résistante maximum d'une pièce soumise à des efforts simples ou combinés de compression et de flexion, on a étudié la répartition des contraintes auxquelles ces sollicitations donnent lieu, en se basant sur les diagrammes expérimentaux de contrainte-déformation jusqu'à la rupture, en leur donnant une expression analytique afin de pouvoir les appliquer à des sections en T et en considérant les effets produits par le fluage sous charge.

Summary

The modern concept of safety, being based on the limiting strength of the material, makes it essential to design structural parts in relation to their behaviour just before failure.

In these circumstances the generally accepted principle that stress is proportional to strain is no longer valid. This hypothesis is only admissible for mild loading conditions.

To determine the maximum strength capacity of a structural part, subjected either to pure compression or compound compression and bending moment, the resulting stress distribution has been investigated working from experimental stress-strain diagrams taken to the point of failure. These results have been formulated in analytical form, suitable for application to T sections. Account has also been taken of creep effects under protracted loading.

Zusammenfassung

Der moderne Begriff der Sicherheit, welcher von der äussersten möglichen Beanspruchung einer Konstruktion ausgeht, verlangt eine Bemessung der Querschnitte entsprechend der Endphase bei Eintritt des Bruches.

Für diese Verhältnisse ist der allgemein zugelassene Grundsatz, die Spannungen als im Verhältnis zu den Verformungen stehend anzusehen, nicht mehr anwendbar, da diese Annahme nur für geringere Belastungszustände möglich ist.

Um die äusserste Widerstandsfähigkeit eines Konstruktionsteiles unter reiner Biegung, Biegung mit Axialkraft oder unter Druck ermitteln zu können, wird die Verteilung der hierdurch entstandenen Spannungen untersucht, wobei von den experimentalen Spannungs-Verformungskurven bis zum Bruch ausgegangen wird. Die Ergebnisse sind in analytischer Form dargestellt und gestatten eine Anwendung auf T-Querschnitte unter Berücksichtigung der durch das Kriechen des Betons verursachten Verformungen.

Leere Seite
Blank page
Page vide

CII 1

Reinforced concrete in combined bending and torsion

Le comportement du béton en flexion et torsion combinées

Stahlbeton unter Biegung mit Verdrehung

HENRY J. COWAN, M.Sc., and STEWART ARMSTRONG, B.Sc.,

A.M.I.STRUCT.E.

University of Sheffield

A.M.I.C.E.

University of Sheffield

INTRODUCTION

In practical reinforced-concrete construction torsion usually occurs as a secondary effect of bending. The only important example of torsion unaccompanied by bending is the screw pile, which is a case of combined torsion and compression, with the torsion as the controlling factor in the design.

Members subject to combined bending and torsion should normally be designed in the same way as sections subject to combined bending and shear, which is a similar problem. The section should be proportioned to resist the bending moment, and additional torsional shear reinforcement should then be introduced if the torsional resistance of the section is inadequate.

In practice, however, this procedure is rarely followed. The only major code of practice in current use known to the authors which makes any provision for the design of sections in torsion is the code issued by the French Ministry of Reconstruction¹ in 1945. In general, engineers seem to regard reinforced concrete as an unsuitable material to resist torsion, and considerable ingenuity is often exercised in the layout of the structural framework to eliminate secondary torsion.

The problem of combined bending and torsion is none the less very commonly met with. It arises essentially out of the monolithic character of reinforced-concrete construction. In a beam and slab floor any asymmetry in the loading of the slab produces torsion in the supporting beams, the extreme case being a continuous beam with alternate spans loaded. The L-beams at the edge of the slab are always subject to torsion. This problem, particularly important in long bridge-girders, has been discussed by Kasarnowsky² and Jakobsen.³ The Waterloo Bridge,⁴ an example of this case, and the Royal Festival Hall⁵ are the only two major reinforced-concrete structures in Great Britain known to the authors in which torsional stresses were considered in the design; both have shallow box-girders.

¹ For references see end of paper.

In rectangular rigid space-frames the end moments of a loaded beam give rise to bending in the columns and torsion in the beams which are connected to the same joint at right angles to the loaded beams. This problem has been discussed by Andersen,⁶ Matheson⁷ and Chronowicz.⁸ It has been pointed out⁹ that the torsional moments are never likely to be significant in the case of steel structures, but that they could be appreciable in reinforced-concrete construction.

SURVEY OF PREVIOUS TEST RESULTS

Tests on the strength of reinforced concrete in bending are too numerous and well known to require mention. The experimental evidence on the torsional strength of concrete and reinforced concrete is more scanty. The early investigations by Mörsch, Bach and Graf^{10, 11} are still the most comprehensive on record. They showed that plain concrete specimens fail with a helical fracture following the lines of the principal tensile stress. The strength of concrete in torsion is determined by its tensile strength; for plain concrete it is therefore low, and failure occurs suddenly without warning. No appreciable improvement can be achieved by adding either longitudinal bars or vertical stirrups alone, because the principal stress makes an angle of 45° with the axis. A combination of longitudinal bars and stirrups or spirals produces substantial increases in ultimate strength; failure is gradual and accompanied by considerable cracking and deformation. A theory for the strength of circular reinforced-concrete sections based on the German experiments was proposed by Rausch.¹²

Experiments on T- and L-shaped sections showed that the ultimate torsional strength of concrete could not be satisfactorily explained in terms of the elastic theory. It has been noted by Bach¹⁰ and Gilkey¹³ that the diagonal tensile strength in torsion computed on the basis of the elastic theory was lower than the direct tensile strength of the concrete. This discrepancy increased as the section departed from the circular shape.^{14, 15} From an analysis of earlier work Marshall¹⁶ showed that agreement between the results of a wide range of experiments could be obtained if concrete was treated as a plastic material. This result was later confirmed by Nylander¹⁷ by direct experiment.

Miyamoto's work¹⁸ provided a measure of the efficacy of the various ways of placing the reinforcement. It demonstrated the superiority of continuous spirals over a combination of longitudinal bars and vertical stirrups. It is, however, not easy to explain this result from theoretical considerations. It seems likely that the difference is due mainly to bond failure. The formation of a crack in the concrete throws the whole of the tensile forces at that point on to the reinforcement. This results in local yielding of the steel, which gives rise to large strains and so produces local bond failure. The loads are applied to the concrete and transmitted to the steel through bond. The effectiveness of the reinforcement depends therefore on an adequate length of bond. This is more easily attained in a continuous spiral. The practical usefulness of spiral reinforcement is, however, almost entirely confined to the design of screw piles, because of the difficulty of producing spirals satisfactorily for non-circular sections.

There are two previous investigations on the strength of concrete in combined bending and torsion. Fisher¹⁹ carried out a series of experiments on plain concrete. The ultimate strength of concrete in both bending and torsion is controlled by either the maximum tensile stress or the maximum tensile strain, and the same criterion applies to combined bending and torsion. The torsional strength of plain concrete

is thus *reduced* by the addition of bending. Fisher's experiments were not conclusive, but generally favoured the maximum stress theory.

Nylander's experiments on combined bending and torsion¹⁷ were carried out on beams with longitudinal reinforcement. The strength in bending is consequently determined either by the crushing strength of the concrete in compression or by the yield stress of the steel in tension. Nylander notes that "bending moments exert in general a *favourable* effect on the torsional strength." This observation indicates the fundamental difference between the criteria of failure for plain and reinforced concrete, and it is fully borne out by the present investigation.

THEORETICAL ANALYSIS

Although general solutions have been obtained for the torsion of composite sections of two isotropic materials, these are not in a form suitable for application to reinforced-concrete design. The substitution of a simpler approximate method is justified because of the very small proportion of the cross-sectional area occupied by the steel.

The torsional resistance moment of a rectangular plain-concrete section within the elastic range is given by²⁰:

$$M_{TPE} = \alpha b^2 d f_{max} \dots \dots \dots (1)$$

where *b* and *d* are the shorter and longer sides of the rectangle respectively, α a constant varying with the ratio *d/b* (Table I), and *f_{max}* the maximum shearing stress in the section, which in pure torsion is also equal to the principal tensile stress.

If concrete is treated as a fully plastic material¹⁷ the torsional resistance moment is increased to²¹:

$$M_{TTP} = \frac{1}{2} b^2 (d - \frac{1}{3} b) f_{max} \dots \dots \dots (2)$$

Neglecting the area of concrete displaced, the additional torsional resistance moment due to four longitudinal bars, one in each corner of the section, is²²:

$$M_{TL} = \frac{1}{2} A_s (f_{yz} b' + f_{xz} d') \dots \dots \dots (3)$$

where *A_s* is the cross-sectional area of all four bars, *b'* and *d'* are the distances between the bars (fig. 1) and *f_{xz}* and *f_{yz}* are the component shear stresses at the centres of the bars.

The principles underlying the design of shear reinforcement for beams subject to torsion are the same as for beams under the action of shear due to transverse loads. The solution can be obtained by equating the work done by the twisting moment to the strain energy stored in the beam.²³ Neglecting the tensile strength of the concrete, one of the basic assumptions of the British and most other European codes of practice, the twisting moment is given by:

$$M_{TS} = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} b'' d'' \frac{A_v}{p} f_v \sin (\beta + 45^\circ) \dots \dots (4)$$

where *p* is the pitch of the shear reinforcement, *A_v* the cross-sectional area of one bar, *f_v* the maximum stress in the bar, and β its angle of inclination to the horizontal. *b''* and *d''* are dimensions of the reinforcing cage (fig. 1), and λ is a constant varying with the ratio *d''/b''*.

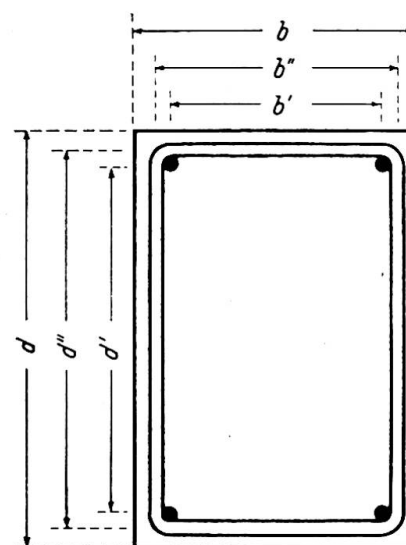


Fig. 1

TABLE I

d/b or d''/b'' .	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
α	0.21	0.23	0.25	0.26	0.27
λ	1.67	1.60	1.61	1.65	1.69

Prior to the formation of cracks in the concrete the maximum stress in the shear reinforcement is m times the stress in the surrounding concrete, where m is the modular ratio, i.e. $f_v = mf_{max}$. The total resistance moment of the section is then equal to:

$$M_T = M_{TPE} + M_{TL} + M_{TS} \quad (5)$$

When the ultimate tensile strength of the concrete is reached at the middle of the longer sides, cracks begin to form at 45° to the axis, and this leads to a very rapid increase in the stress in the shear reinforcement. If the tensile strength of the concrete after cracking is taken as nil, in accordance with European design practice, the torsional resistance moment is provided by the longitudinal reinforcement, and by a combination of the shear reinforcement and the concrete in which the concrete takes the diagonal compression and the steel the diagonal tension. For equilibrium the resultant diagonal compression must equal the resultant diagonal tension, and the total resistance moment is therefore given by:

$$M_T = M_{TL} + 2M_{TS} \quad (6)$$

The alternative method is based on the American assumption that the shear

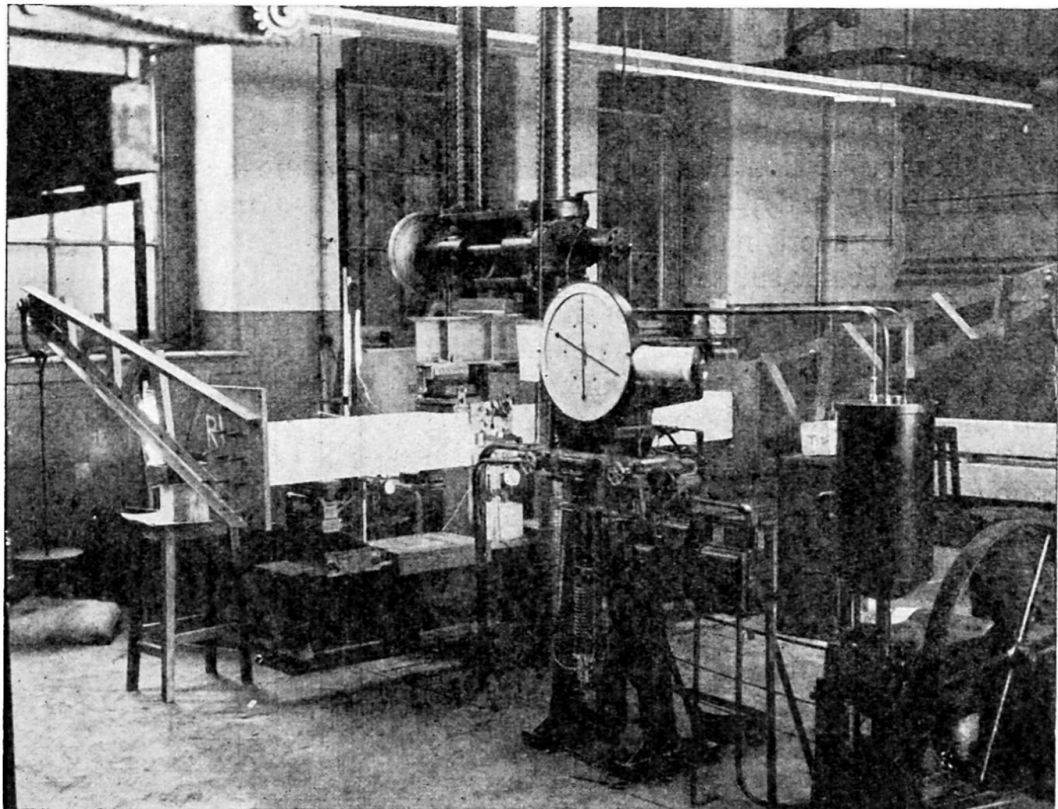
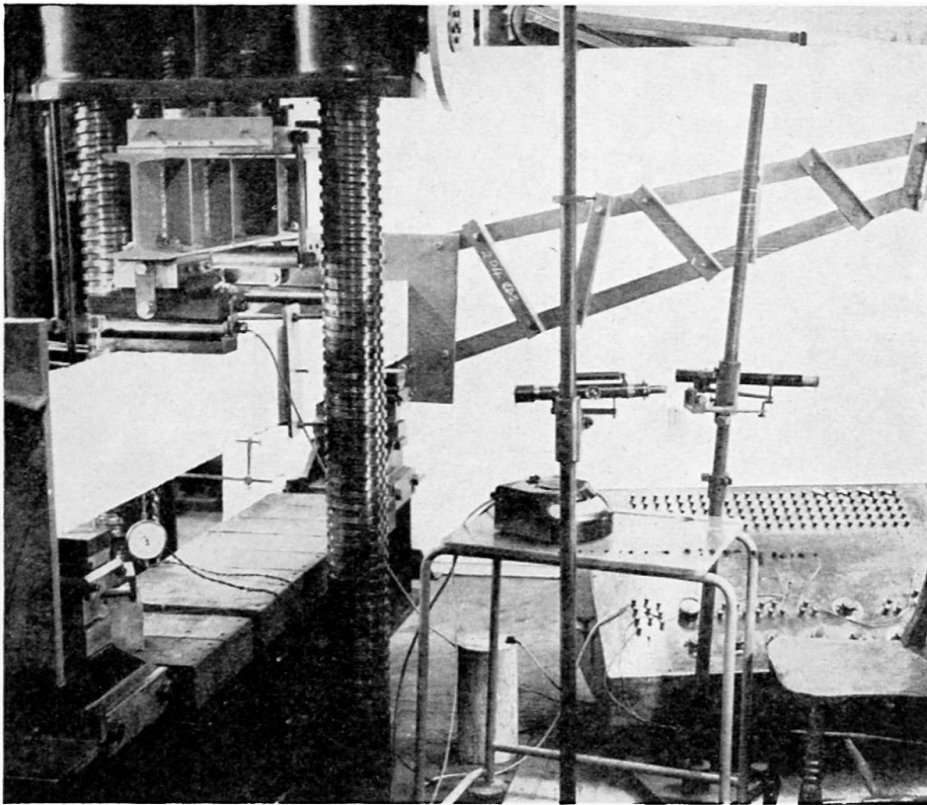
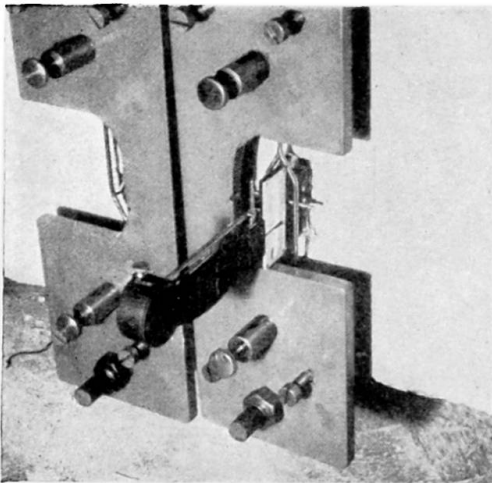


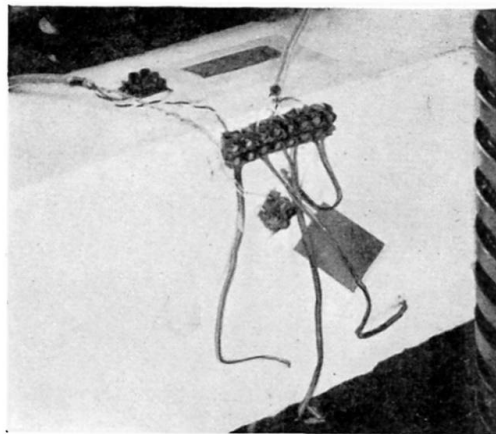
Fig. 2. General view of combined bending and torsion machine



(a) General view



(b) Detail of mechanical tensometers



(c) Detail of electrical resistance strain gauges

Fig. 3. Arrangement of instruments

reinforcement carries only the difference between the total shear and the shear taken by the concrete. This assumption can be justified on theoretical grounds similar to those advanced by Mylrea for shear due to transverse loads.²⁴ Analysis of a previous investigation²² as well as of the experiments of the present investigation shows that the second assumption leads to results which agree well with the experimental data.

Before the concrete cracks, a redistribution of stresses takes place due to inelastic deformation of the concrete. These inelastic deformations in the concrete do not immediately produce plastic strains in the steel, since the yield strain of the steel is about five times as great as the ultimate tensile strain of the concrete. The steel therefore remains elastic almost up to the point of failure. In some cases the beam may fail before the steel yields. The ultimate torsional resistance moment is given by:

$$M_T = M_{TPP} + M_{TL} + M_{TS} \dots \dots \dots (7)$$

DESCRIPTION OF EXPERIMENTAL WORK

Fig. 2 illustrates the combined bending and torsion machine set up for the present investigation. Torsion was applied by means of cast-iron weights suspended from frames clamped to the ends of the concrete beam. Bending was applied at two points placed symmetrically about the centre of the beam by an Amsler hydraulic press. It was thus possible to vary the ratio of the bending moment to the twisting moment, both moments being constant over the central portion of the beam. All measurements were made in that portion. The deflection due to bending was measured with dial gauges, and the angle of twist with mirrors and telescopes (fig. 3(a)). Electric resistance gauges were used for measuring the strains on the surface of the concrete. Strains in the reinforcement were observed with Huggenberger tenso-meters in the earlier stages of the investigation (fig. 3(b)). They were later replaced by electric resistance gauges so as to avoid the cutting of holes through the concrete cover (fig. 3(c)).

All beams were 8 ft. 6 in. long and of rectangular cross-section, with dimensions as shown in fig. 4. The concrete was mixed in the proportions 1:2:2 by weight, and had a mean crushing strength of 8,000 lb./in.² at the time of testing. The steel used for the longitudinal reinforcement and for the stirrups had a yield stress of 48,500 and 20,800 lb./in.² respectively.

Assistance in obtaining materials and general financial support to the experimental work was given by the Cement and Concrete Association.

Strain measurements in the elastic range agreed closely with values calculated on the basis of the theoretical considerations set out in the previous section. The observations of the deflection due to bending and of the angle of twist were of the same order as the theoretical figures.

For a ratio of bending moment/twisting moment less than 2, beams showed the 45° diagonal cleavage-fracture characteristic of primary torsion-failure (figs. 5 (a) and (b)). Above that ratio the primary failure was in bending. Since the beams were under-reinforced, the failure was initiated by yielding of the steel accompanied by vertical cracks near the tension face; final collapse resulted from shear fracture of the

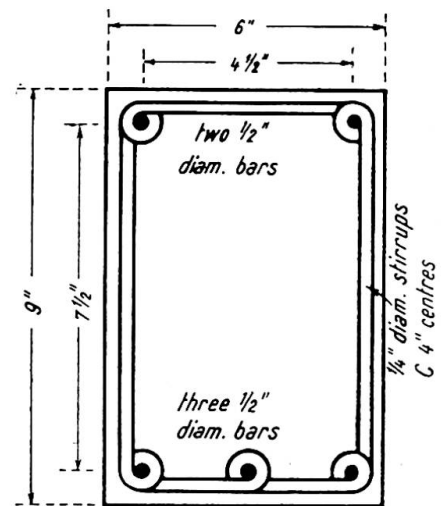
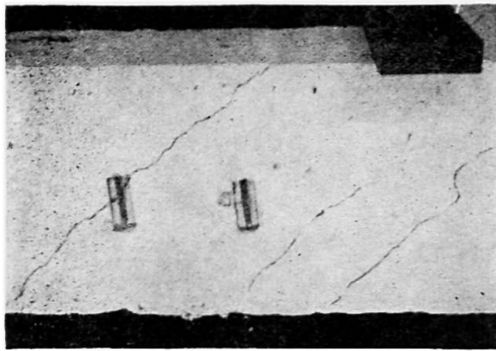
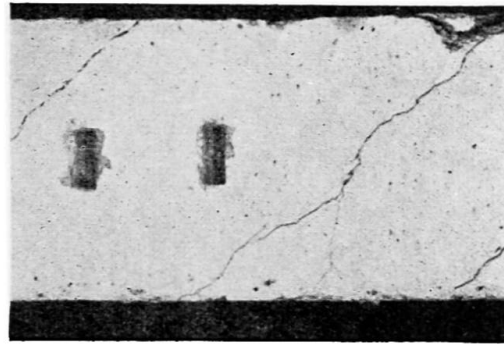


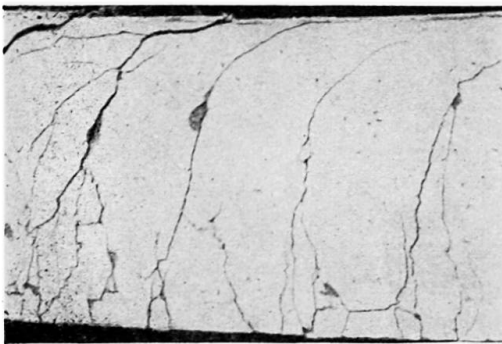
Fig. 4. Dimensions of test specimens



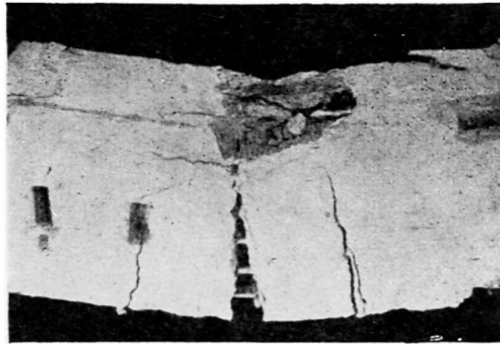
(a) Pure torsion


 (b) $\frac{\text{Bending moment}}{\text{Twisting moment}} = 2.0$

Primary torsion failures


 (c) $\frac{\text{Bending moment}}{\text{Twisting moment}} = 2.5$

Primary bending failures



(d) Pure bending

Fig. 5. Typical failures of test specimens

concrete near the compression face as shown by the formation of small debris similar to that produced in a cube crushing-test (fig. 5(d)).

The detailed experimental results will be published elsewhere.

A THEORY FOR THE STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE UNDER THE ACTION OF COMBINED STRESSES

The load/strain and load/deflection diagrams obtained from the experiments can be divided into two distinct parts with very marked difference of slope; at the time when this change of slope occurs pronounced cracking is usually observed. These points of discontinuity represent the bending moments and twisting moments at the breakdown of elastic action. The points marking the elastic limit are plotted in fig. 6. They fall on two separate lines representing the two types of failure of reinforced concrete.

The two theories most widely used to account for the cleavage failure of a brittle material are the maximum principal stress theory due to Rankine, and the maximum principal strain theory due to St. Venant.²¹ Although on theoretical grounds there is much in favour of a maximum strain criterion, the results of this investigation, like those of the earlier tests by Fisher¹⁹ and Nylander,¹⁷ agree more closely with the maximum stress theory.

The work of Richart and Brandtzaeg²⁵ and of Balmer²⁶ has shown that the shear

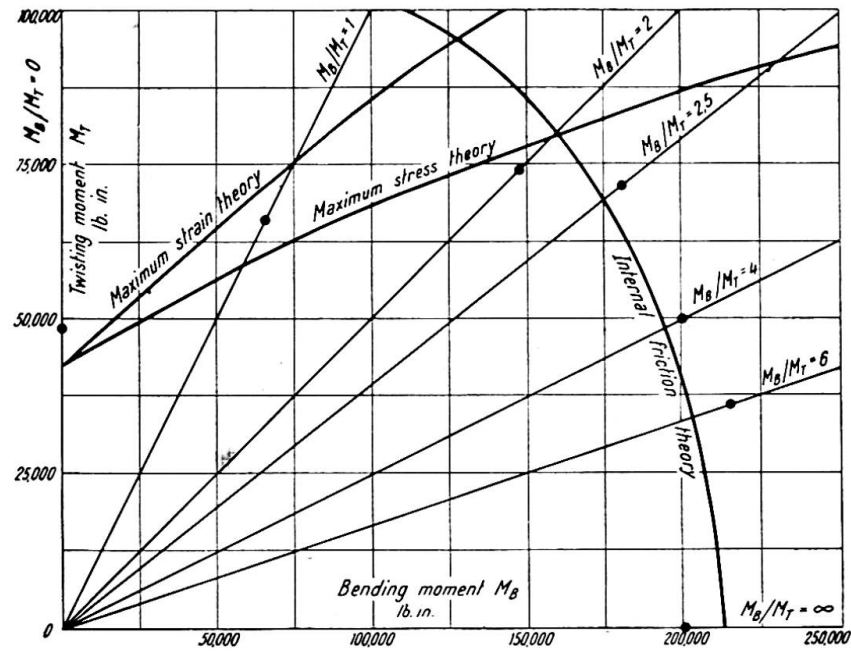


Fig. 6. Bending moments and twisting moments at the breakdown of elastic action. Experimental results ●

strength of concrete* is greatly influenced by the magnitude of the minor principal stress in accordance with Mohr's theory. For the purpose of this investigation the simpler internal friction theory of Coulomb²¹ is substituted as a first approximation.

The two theories of failure can be represented by the space models shown in figs. 7(a) and (b). The combined model in fig. 7(c) indicates the failure of reinforced concrete under the action of combined stresses. The Rankine surfaces represent the cleavage, or primary torsion, failure, and the Coulomb surfaces the shear, or primary bending, failure.

The full lines in fig. 6 correspond to these surfaces. They are computed from the criteria of maximum stress, maximum strain and internal friction, taking Poisson's ratio as 0.20 and the angle of internal friction as 35°. The lines are located on the axes by the values for the strength in pure torsion calculated from equation (5), and the strength in pure bending calculated from the conventional reinforced-concrete theory for the steel at its yield stress. The agreement with the experimental data is remarkably close.

CONCLUSION

The addition of a small amount of bending to a reinforced-concrete section *increases* its resistance to torsion. This fact, although at first perhaps surprising, is born out by both theory and experiment.

Since torsion is almost invariably a secondary effect in civil engineering structures, very low ratios of bending moment/twisting moment do not occur in practice. If therefore the beam is proportioned in the first place to resist the bending moment, and additional shear reinforcement then introduced independently to resist the

* The phrases "shear failure" and "cleavage failure" are here used in the sense attaching to these terms in the literature on applied mechanics. In the case of reinforced concrete a "cleavage failure," which is easily recognised by the clean appearance of the fracture, is normally the result of diagonal tension due to *shear*. A "shear failure," always accompanied by the formation of debris, is almost invariably caused by the diagonal shear due to *compression*.

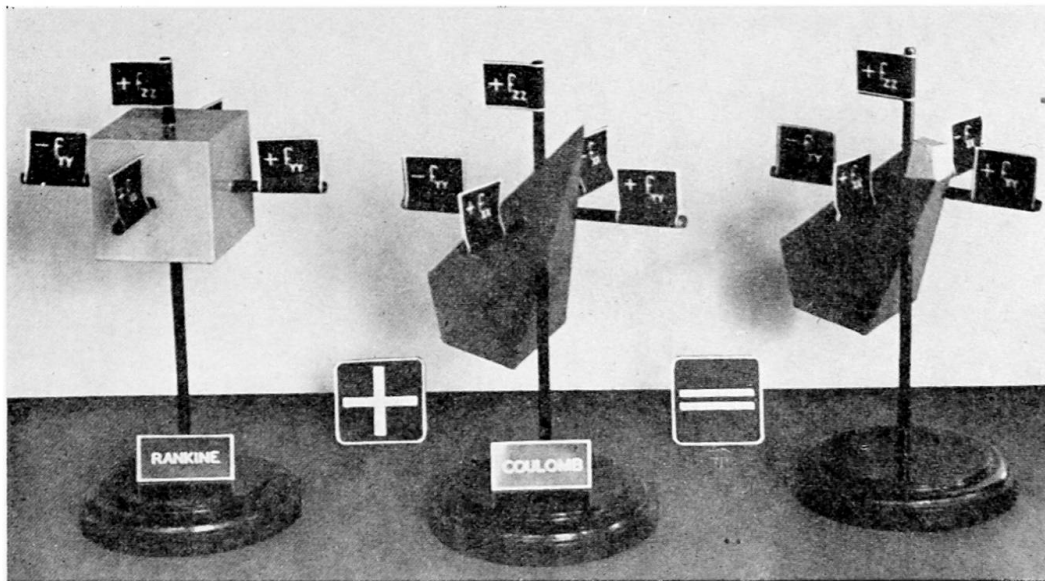


Fig. 7. Space models (a) representing theory of failure for reinforced concrete. (f_{xx} , f_{yy} , and f_{zz} are the three principal stresses, the positive sign denoting tension)

twisting moment, there is a considerable reserve in strength which can be used to reduce the factor of safety.

REFERENCES

- (1) MINISTÈRE DE LA RECONSTRUCTION ET DE L'URBANISME. *Règles d'Utilisation du Béton Armé*, Paris, 1945.
- (2) KASARNOWSKY, S. *Schweizerische Bauzeitung*, **69**, 1917.
- (3) JAKOBSEN, A. *Beton und Eisen*, **34**, 242-246, 1935.
- (4) CUEREL, J. I.A.B.S.E., Prelim. Pub., Third Congress, 367-380, Liège, 1948.
- (5) MEASOR, E. A., and NEW, D. H. *J. Instn. Civ. Engrs.*, **36**, 241-305, 1951.
- (6) ANDERSEN, P. *Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, **103**, 1503-1526, 1938.
- (7) MATHESON, J. L. *J. Instn. Civ. Engrs.*, **29**, 221-243, 1948.
- (8) CHRONOWICZ, A. *Concrete and Constr. Eng.*, **45**, 363-365, 1950.
- (9) COWAN, H. J. *J. Instn. Civ. Engrs.*, **30**, 417-419, 1948.
- (10) BACH, C., and GRAF, O. *Deutscher Ausschuss für Eisenbeton*, **16**, Berlin, 1912.
- (11) GRAF, O., and Mörsch, E. *Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, Berlin, 1922.
- (12) RAUSCH, E. "Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung," Dissertation for the Degree of Dr.-Ing., Technische Hochschule, Berlin, 1929.
- (13) GILKEY, H. J. *Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, **61**, 131-141, 1935.
- (14) TURNER, L., and DAVIES, V. C. *Instn. Civ. Engrs.*, Sel. Eng. Paper No. 165, 1934.
- (15) MARSHALL, W. T., and TEMBE, N. R., *Struct. Engr.*, **19**, 177-191, 1941.
- (16) MARSHALL, W. T. *Concrete & Constr. Eng.*, **39**, 83-88, 1944.
- (17) NYLANDER, H. Statens Kommitté för Bygnadsforskning, Meddelanden No. 3, Stockholm, 1945.
- (18) MIYAMATO, T. *Concrete & Constr. Eng.*, **22**, 637-647, 1927.
- (19) FISHER, D. "The Strength of Concrete in Combined Bending and Torsion," Thesis for the Degree of Ph.D. (Civ. Eng.), University of London, 1950.
- (20) TIMOSHENKO, S. *Strength of Materials*, Macmillan, London, 1938.
- (21) NADAI, A. *Theory of Flow and Fracture of Solids*, McGraw-Hill, New York, 1950.
- (22) COWAN, H. J. *Concrete & Constr. Eng.*, **46**, 51-59, 1951.
- (23) COWAN, H. J. *Mag. Conc. Res.*, **2**, 3-6, 1950.
- (24) MYLREA, T. D. *Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, **55**, 19-43, 1929.

- (25) RICHART, F. E., BRANDZAEG, A., and BROWN, R. L. *Univ. Illinois Eng. Exp. Sta. Bull.* No. 185, 1928.
- (26) BALMER, G. G. U.S. Dept. of the Interior, Bureau of Reclamation, Struct. Res. Lab. Rep. No. SP 23, 1949.

Summary

The paper gives an outline of earlier work on torsion in reinforced concrete. The results of a theory for the torsional strength of reinforced-concrete beams, both in the elastic range and at failure, are stated. The machine developed by the authors to test full-size sections in combined bending and torsion is described.

The results show that the addition of bending *increases* the torsional strength of a section. There is a distinct difference between primary torsion and primary bending failure. A theory of elastic breakdown combining the maximum principal stress criterion of Rankine and the internal friction criterion of Coulomb is advanced; this is in close agreement with the experimental results. The theory is illustrated by a space model.

The authors conclude with recommendations for the design of beams in combined bending and torsion.

Résumé

Les auteurs donnent un résumé des travaux précédents sur les poutres en béton armé sollicitées à la torsion. Ils exposent les résultats d'une théorie concernant la résistance à la torsion des poutres en béton armé, tant dans le domaine élastique qu'à la rupture. Ils décrivent une machine mise au point par eux-mêmes pour l'essai des sections en grandeur naturelle sous flexion et torsion combinées.

Les résultats obtenus montrent que l'intervention de contraintes de flexion *accroît* la résistance d'une section à la torsion. On constate une différence très nette entre les processus de rupture dûs essentiellement à la torsion et ceux qui sont dûs essentiellement à la flexion. Les auteurs proposent une théorie de rupture élastique qui combine le critère de contrainte principale maximum de Rankine et le critère de friction interne de Coulomb. Cette théorie est en concordance avec les résultats expérimentaux. Un exemple tri-dimensionnel illustre cette théorie.

Les auteurs donnent, pour terminer, des recommandations pour l'étude des poutres soumises à la flexion et à la torsion combinées.

Zusammenfassung

Die Arbeit gibt einen Ueberblick über veröffentlichte Forschungen über die Verdrehung von Stahlbeton. Die Ergebnisse einer Theorie für die Verdrehungsfestigkeit von Stahlbetonträgern, sowohl im elastischen Bereich wie beim Bruchzustand, werden dargelegt. Die Maschine, welche die Verfasser für Untersuchungen an Balken normaler Grösse unter kombinierter Biegung und Verdrehung konstruierten, wird beschrieben. Die Ergebnisse zeigen, dass zusätzliche Biegemomente die Verdrehungsfestigkeit *erhöhen*.

Es ergibt sich ein deutlicher Unterschied zwischen Brüchen, die hauptsächlich durch Verdrehung, und Brüchen, die hauptsächlich durch Biegung veranlasst sind. Eine Theorie für die Grenze des elastischen Bereiches wird aufgestellt, welche die Hauptspannungstheorie von Rankine mit der Theorie der Inneren Reibung von Coulomb verbindet, und mit den Ergebnissen der Experimente übereinstimmt. Die Theorie ist durch ein Raum-Modell erläutert.

Die Verfasser schliessen mit Empfehlungen für die Berechnung von Balken unter Biegung mit Verdrehung.

CII 2

The use of high-strength steel in ordinary reinforced and prestressed concrete beams

Emploi de l'acier à hautes résistances dans les poutres en béton armé ordinaire et précontraint

Die Verwendung von hochwertigem Stahl in gewöhnlichen und vorgespannten Eisenbetonbalken

P. W. ABELES D.Sc. (VIENNA), M.I.STRUCT.E., M.AM.SOC.C.E.
Civil Engineer's Department, The Railway Executive, Eastern Region, London

INTRODUCTION

High-strength steel is not generally used in ordinary reinforced concrete because of the danger of excessive cracking with small extension of the concrete. For a long time only mild steel was used and the permissible stresses were limited, but later work-hardened deformed steel bars were introduced and higher steel stresses were allowed, the extent of cracking being limited because of better bond conditions obtained. Plain bars have been excluded mainly because of the very smooth surface. The author had the opportunity of investigating the use of plain high-strength steel bars in connection with spun-concrete poles¹ and ordinary rectangular beams² which showed limited width of individual cracks, because owing to good bond a great number of fine cracks developed. Further tests on spun-concrete tubular beams³ indicated that the concrete tensile zone co-operates greatly up to failure, in spite of the development of cracks. The resistance moment of such slightly reinforced beams was so high that the nominal steel stress, computed for this resistance moment and a lever arm equalling the depth, considerably exceeded the strength of the work-hardened steel used. Extensive tests carried out by Dr. Hajnal-Konyi⁴ on beams reinforced with work-hardened square twisted bars in 1942/43 proved that the full strength of such bars could be reached at failure (and not as previously assumed only at the yield-point stress) when the size of the bars was below $\frac{1}{2}$ in. (1.25 cm.). In these tests even a nominal stress in excess of the strength of the steel was obtained. Further tests by Dr. Hajnal-Konyi⁵ showed that an increase in ultimate resistance approaching the ultimate strength of cold-worked steel is possible also with bars of larger size provided that an increased bond resistance by surface patterns is ensured.

¹ For references see end of paper

In ordinary reinforced concrete, no use has yet been made of the full strength of high-strength steel. With prestressed concrete, wire of extraordinary high-strength properties has been introduced and there has been no objection to permitting high steel-stresses when, under working load, only compressive stresses occur, as is the case with "full" prestressing, because any possibility of cracking is definitely avoided. The use of such high-strength wire became particularly advantageous when it was realised that losses of prestress, except that due to the creep of the steel, are independent of the steel stress and depend only on the magnitude of the concrete prestress, shrinkage and creep. The ultimate load conditions of prestressed concrete were rarely investigated. However, it has been realised that they are also of importance and must be considered. In the tests⁵ also the use, as reinforcement, of thin untensioned wire of very high strength, as preferably used in prestressed concrete, was investigated and it was found that approximately the same ultimate resistance can be attained as when the beam is prestressed. This shows that an investigation of the use of high-strength steel is possible on general lines for ordinary reinforced and prestressed concrete.

CRACKING

It was intended to investigate in the present paper not only the ultimate resistance of work-hardened steel and high-strength wire in concrete beams but also the behaviour of such structures generally. However, in view of the wide field, the question of cracking will be only briefly discussed, while the main part of the paper is devoted to ultimate load conditions.

With regard to cracking, reference may be made to the publications by Professor R. H. Evans,⁶ Dr. F. G. Thomas⁷ and the author.⁸ In reinforced-concrete beams, cracks become visible at a bending moment at which the computed bending tensile-stress in a straight-line distribution for a homogeneous material reaches the so-called modulus of rupture (bending tensile strength). This nominal stress depends on the tensile strength and plasticity of the concrete and on the shape of the cross-section. It may vary between 500 and 1,000 lb./in.² (35 to 70 kg./cm.²) for high-strength concrete. If prestressing is applied, this stress seems to be higher than in ordinary reinforced concrete of the same properties but it would appear that actual cracking commences at the same state, the cracks being invisible at first to the unaided eye. Professor Evans has shown⁶ that by measurements with a high-powered microscope fine cracks of a depth of 1/20 in. (1.25 mm.) and a width of 1/15,000 in. (1/600 mm.) may be detected when the unaided eye does not notice cracking. In a recent publication⁹ results of investigations by Wenzel and Suhrmann were shown, according to which the intensity of the transmitted pulse was measured by supersonic methods. A reduction of intensity was already noticed at 40% of the load at which cracks became visible, and at the latter load only 40% of the intensity was transmitted. The same investigations also showed that the intensity was reduced to zero long before failure occurred. This method of measurement is based on the fact that even a very narrow air-filled crack reflects the ultrasonic pulse almost completely, and thus a reduction in intensity transmitted indicates the occurrence of cracks. However, when comparing the results mentioned with the actual strength properties, it would appear that such fine and very shallow invisible cracks do not affect the strength properties. With increased prestress the state at which cracks become visible may be further delayed, but commencement of cracking can be inferred from the load-deflection line, even if the cracks are not visible, as was shown in the tests.¹⁰

From the author's paper ⁸ it is seen that cracks not exceeding 0.01 in. (0.25 mm.) can be considered as harmless from the point of view of corrosion. With concrete reinforced with ordinary mild steel designed in accordance with the permissible stresses, cracks of even greater width may occur if the concrete is not cured and the influence of shrinkage is great, which is often the case. If the concrete is vibrated a much denser material is obtained and the danger of corrosion is reduced. When considering only the state of cracking, high-strength steel could be used provided the bars were of relatively small cross-section or increased bond resistance were ensured by surface patterns on the reinforcement; even plain high-tensile wire might be used. Nevertheless, it does not seem advisable to use plain high-strength wire in view of the great deflection of such members. By prestressing the entire reinforcement or part of it, cracking under working load can be avoided altogether or its extent limited to a desired degree. For example, it is possible to design a structure in such a way that under ordinary (dead) load no tensile stresses occur and thus any cracks close entirely, while under working load cracks may temporarily open up. As long as this loading is not sustained longer than a certain period, these temporary cracks can be ignored. In view of the author's investigation,⁸ even visible fine cracks are harmless with regard to corrosion, but where heavy impact takes place the occurrence of cracks should be avoided altogether unless further investigations have proved that such impact is harmless. In tests ¹⁰ it was shown that cracks in prestressed beams with bonded wires close completely on unloading even if the failure load is approached. Advantage can be taken of this great resilience by providing a prestressing force of such magnitude that a considerable range is obtained between noticeable deflection and cracking and failure, as suggested by the author in his paper ¹¹ and embodied in Appendix 2 of the "First Report on Pre-stressed Concrete."¹²

Reference may be made to recent fatigue tests ¹³ for British Railways carried out at Prof. Campus' Laboratory in Liège on partially prestressed composite members with tensioned and untensioned wires. These members were tested in a cracked state. In one case one million repetitions of loading were applied in a range corresponding to 100 lb./in.² compressive stress and approximately 600 lb./in.² nominal tensile stress (7 and 42 kg./cm.² respectively); after this fatigue test the cracks became entirely invisible. In a second case three million repetitions were applied and after each million the loading was increased so that for the third million nominal tensile stresses of approximately 1,000 lb./in.² (70 kg./cm.²) occurred; after this test very fine cracks were visible. It is noteworthy that just before completion of the third million repetitions, two tensioned wires fractured in gaps provided for affixing the gauges; nevertheless the maximum calculated ultimate resistance was reached at a static failure test, in spite of the previous fatigue loading, as discussed later (see Table VII—slab S2).

ULTIMATE RESISTANCE

The elastic theory is quite suitable for working-load conditions but does not agree with failure conditions. The author showed in 1935/7 ^{1, 14} that with ordinary reinforced concrete for various percentages of reinforcement quite different factors of safety are obtained when the design is based on permissible stresses. If cases are excluded at which failure occurs owing to shear or slipping of the steel, two cases must be distinguished, i.e. under-reinforced beams when failure is primarily due to the steel (either fracture or excessive elongation of steel followed by crushing of the concrete), and over-reinforced beams where failure is due to crushing of the concrete at a state

when extension of the steel is relatively small and no warning is given of imminent failure. Some of the special methods which were suggested a long time ago have been discussed by Prof. R. H. Evans,¹⁵ Dr. K. Hajnal-Konyi¹⁶ and the author.^{1, 14, 17} The following names and dates may be mentioned: L. J. Mensch (1914), H. Kempton-Dyson (1922), F. Emperger (1931), Prof. F. Stüssi (1932), Dr. F. Gebauer (1933), Dr. C. Schreyer (1933), S. Steuermann (1933), Dr. E. Bittner (1935/6), Prof. R. Saliger (1936), Charles S. Whitney (1937), Kenneth C. Cox (1941), Prof. V. P. Jensen (1943) and R. H. Squire (1943). In addition to these methods three further suggestions may be mentioned, e.g. those of Prof. A. L. L. Baker,¹⁸ Mr. J. W. King¹⁹ and Prof. Hjalmar Granholm.²⁰

Professor R. H. Evans has shown in his paper¹⁵ that there is little difference in the results of the various methods, and it seems therefore most advisable to employ the simplest solution. All methods are only approximations, though it is claimed by some proposers that they have presented exact formulae based on strain consideration. However, it must not be forgotten that there is a great variety in the behaviour of concretes of different mixes, and practically any property may be obtained.¹⁴ Whitney has shown²¹ that the resistance stress at failure $Q = M_m / (b \cdot d^2)$ approximates to $f'_c / 3$, where f'_c is the cylinder strength if f'_c exceeds 2,500 lb./in.² while for lower values of f'_c higher values apply for Q / f'_c . Whitney suggested a rectangular compressive distribution of a stress $0.85 f'_c$ balancing the ultimate steel resistance. Kenneth C. Cox²² has modified this formula by introducing the entire cylinder strength instead of $0.85 f'_c$ for the rectangular stress distribution; but Whitney stated in the discussion

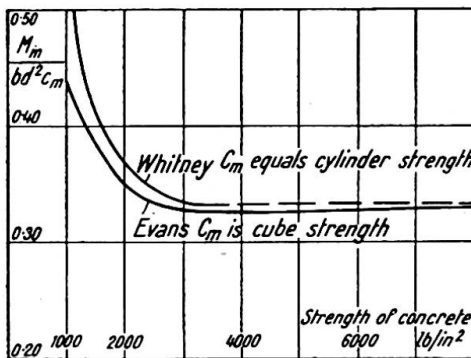


Fig. 1

that this applied only if the cylinder strength was obtained from specimens differing in size from the standard cylinder. Prof. Evans, in his paper,¹⁵ has come to the conclusion that the prism strength with high strength values approaches the cube strength and has introduced the cube strength for the compressive stress. Fig. 1 shows the results of Whitney's and Evans' investigations. The author, who took part in the discussion on these papers,^{21, 22} has used stress distributions according to Cox in his publications^{23, 24, 25} when dealing with ultimate load conditions, but would like to modify this method slightly in the following paragraphs.

The magnitude of the maximum compressive stress c_m , as shown in fig. 2(a),* depends mainly on the strength and plasticity of the concrete used. It will be appreciated that this measure could only be considered as a strength value if this strength were obtained from specimens of definite size. Take, for example, prisms; quite different sizes are being used with the consequence of different strength values. Thus the stress c_m cannot be taken as a strength value; but as a stress it may be considered as dependent on the strength; e.g. it can be assumed that $c_m = G \cdot c_u$, where c_u is the cube strength and G is a coefficient generally varying between 0.6 and 0.8, but c_m may also in certain circumstances equal the prism strength c_p . The second modification of the Whitney method consists in the assumption that the maximum equivalent depth of the rectangular stress-distribution is half the depth d , resulting in $M_{max} = 0.375 b d^2 c_m$. If G is taken as 0.6 a value of $M_{max} = 0.225 b d^2 c_u$ is

* In fig. 2, the formulae written with the symbols used in German-speaking countries are shown in parentheses.

obtained, as suggested by the author²⁵ and introduced in the "First Report on Prestressed Concrete."¹² Preliminary investigations have proved that this assumption agrees very well with test results, as may be seen from the charts, figs. 6 and 7.

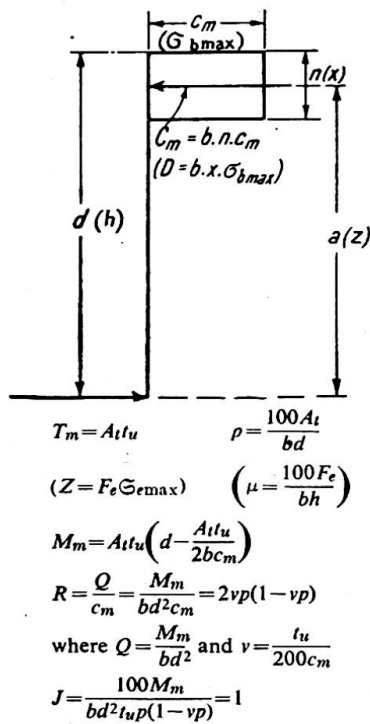


Fig. 2(a)

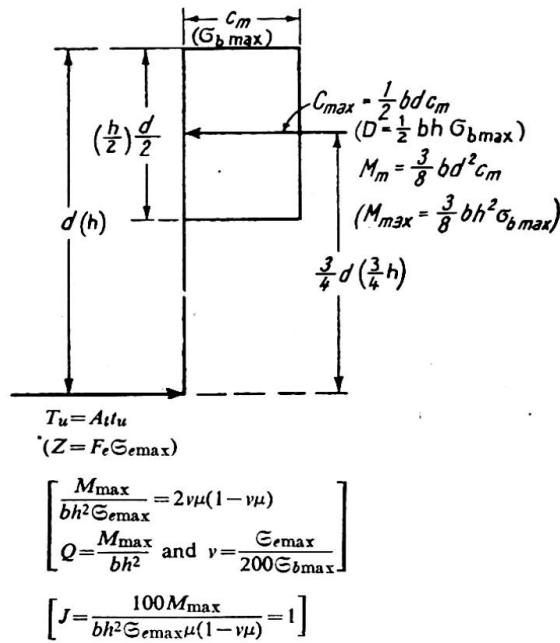


Fig. 2(b)

Fig. 2 shows the stress distribution at failure for (a) an under-reinforced section and (b) for balanced design, including formulae for balancing the ultimate resistances. The percentage of reinforcement for balanced design \bar{p} is determined by the relation $\bar{p} = 0.25/\nu = 50 c_m/t_u$, where $\nu = t_u/200 c_m$; t_u is the ultimate steel-strength (in certain cases it should be replaced by t_y , the yield-point stress), and c_m is the maximum concrete stress. The stress $Q = M_m/(b d^2)$ due to maximum bending moment M_m is investigated with regard to c_m and t_u . The stress-ratio $R = Q/c_m$, obtained from the test results, can be compared with the value $2 \nu p (1 - \nu p)$ obtained from the force equilibrium for under-reinforced beams. If R is greater than $2 \nu p (1 - \nu p)$, the calculation gives safe values. For over-reinforced beams ($p \geq \bar{p}$) the theoretical value is 0.375. Similarly the utilisation of the steel can be investigated by computing $J = 100 Q/(t_u \cdot p (1 - \nu p))$; the theoretical value is unity for under-reinforced sections and \bar{p}/p for over-reinforced sections. The steel strength is fully utilised if $J \geq 1$ or $J \geq \bar{p}/p$, where $p \geq \bar{p}$, while lower values of J indicate that full use is not made of the steel strength. J represents, in fact, the ratio t_m/t_u , were t_m is the steel stress in a cracked section calculated for the maximum bending moment. When the values for J obtained from test results are greatly in excess of the theoretical values, it must be assumed that the concrete tensile zone co-operates in spite of its interruption by cracks. In such a case the stress distributions according to fig. 2 would have to be modified by considering an average concrete tensile resistance, as, for example, has been suggested by the author in the discussion to Cox's paper.²²

These formulae have been investigated for a number of tests on prestressed and ordinary reinforced concrete beams, the cross-sections of which are shown in figs. 3 and 4 respectively. Fig. 3(a) relates to unpublished tests carried out by Stott at the

University of Leeds and fig. 3(b) to similar tests carried out by Revesz at the Imperial College, London. The author has obtained the data shown in Tables I and II from Profs. R. H. Evans and A. L. L. Baker respectively, to whom as well as to Messrs. Stott and Revesz he expresses his thanks. The test results are to be discussed in more detail in these.

The results of published Swiss tests,²⁷ omitting beam II reinforced with mild steel, and those of the Brixton School of Building^{28, 29} have been investigated, cross-sections

TABLE I

Data obtained from Prof. R. H. Evans regarding tests carried out by Mr. J. P. Stott at the University of Leeds. (Cross-section, see fig. 3(a); span 10 ft. for beams 1-17 and 3 ft. 4 in. for beam 18; loading at third points.)

Mark	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c_u</i> *	<i>t_u</i>	Wires†		Failure‡ moment in.-tons	$R = \frac{M_m \S}{bd^2c_u}$
					top	bottom		
	in.		lb./in. ²	tons/in. ²	number			
1	2.5	8.13	7,000	140	11	45	136.0	0.264
2	2.5	8.21	7,430		9	36	174.6	0.321
3	2.5	8.13			8	31	152.6	0.285
4	2.63	8.13			6	27	147.2	0.271
5	2.56	8.13			8	32	146.8	0.269
6	2.56	8.23		9,100	8	31	126.4	0.189
7	2.56	8.12	8		29	123.4	0.185	
8	2.53	8.0	7		27	119.4	0.179	
9	2.59	8.1	7		25	107.4	0.161	
10	2.50	8.25	8,260		9	35	152.0	0.250
11	2.60	8.26		9	33	149.8	0.247	
12	2.56	8.20		10	39	164.4	0.271	
13	2.56	8.19		10	37	152.4	0.251	
14	2.50	8.13		11	44	180.4	0.297	
15	2.56	8.06		11	42	154.8	0.255	
16	2.50	8.06		10	41	164.4	0.271	
17	2.50	8.06		10	39	164.6	0.272	
18	2.50	8.06		10	39	152.0	0.254	

* Concrete strength on 4-in. cubes.

† All wires were of 0.08 in. diameter; initial prestress for the individual beams varying between 76.6 and 81.7 tons/in.²

‡ The bending moment, due to dead load, of 1.7 in.-tons must be added to these values.

§ These values include the bending moment due to dead load of beam and the influence of the residual tension in top steel at failure.

TABLE II

Data obtained from Prof. A. L. L. Baker regarding tests carried out by Mr. S. Revesz at the Imperial College of Science in London. (Cross-section, see fig. 3(b); span 14 ft.; loading at third points.)

Mark	Group	b^*	d	d'	c_u †	Number of Wires‡	p_i	Failure¶ moment	At failure	
		in.							lb./in. ²	tons/in. ²
K	Ia Fig. 3(b)i	3.00	5.03	0.55	7,840	8	83.58 to 84.44	38.56	—	—
A		2.92	4.61		7,820	12		0		
B		2.91	4.85		7,820		55.3			
E		2.88	5.00		7,650		51.38			
H		2.93	4.77		7,840	52.4	57.82			
D	Ib Fig. 3(b)ii	4.25	6.92	3.16	4,010	12	84.44	74.40	—	—
C			6.72		3,090	12	84.44	92.04		
			6.05		2§	45.8				
F	II Fig. 3(b)iii	21.5	7.74	4.00	2,280	12	92	107.88	0.407	0.567
M			6.96	2.56	2,240			93.32	0.195	0.702
L			7.46	3.35	6,560			107.88	0.42	0.81
G			7.01	2.62	5,560			52.4	99.48	0.304
J			7.78	3.25	3,720	8	84.4	69.14	0.29	0.76

* The width b in Group Ia is obtained if the co-operation of the top reinforcement A'_t is taken into account, based on strain measurements.

† Concrete strength on 6-in. cubes.

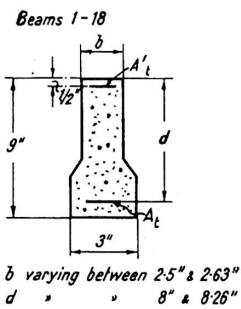
‡ The number of wires relates to the bottom reinforcement. In each beam two top wires were provided. The wire is throughout 12-gauge (area per wire 0.0087 in.²) of a strength of 132 tons/in.² and bonded except for beam C (see next note).

§ In addition to twelve bonded wires, as specified above, two non-bonded wires 0.2 in. diameter of a strength of 107 tons/in.² were provided.

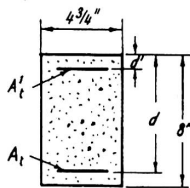
|| The initial prestress in the two top wires was equal to that in the bottom wires. The prestress was transferred when the concrete strength was approximately 5,500 lb./in.²

¶ Failure in all cases occurred owing to fracture of tensile wire, except for beams C and E (crushing of concrete) and J (horizontal shear).

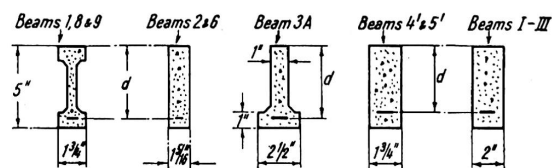
being shown in figs. 3(c) and 3(d) respectively. Furthermore, two types of slabs according to fig. 3(e) are included as tested for British Railways.¹³ Particulars of the slabs S I and S II have not yet been printed but were given by the author in a lecture.¹³ These tests relate to 9-ft. long members loaded as cantilevers at both sides 9 in. away from the ends and supported at two points each 9 in. from the centre. The tensioned reinforcement consisted of eight wires 0.2 in. diameter placed in groups of four in grooves which were later filled with cement mortar, Magnel-Blaton anchorages being provided at the ends. Each slab S I and S II contained four untensioned wires in the compression zones and four additional tensioned wires were provided in the tensile zone of S II. It may be pointed out that S 2 also contained untensioned wires, as proposed by the author when suggesting partial prestressing.^{23, 30}



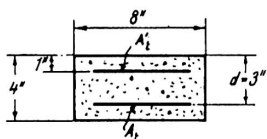
b varying between 2.5" & 2.63"
 d " " 8" & 8.26"
 • TESTS LEEDS 1950 +
 Fig. 3(a)



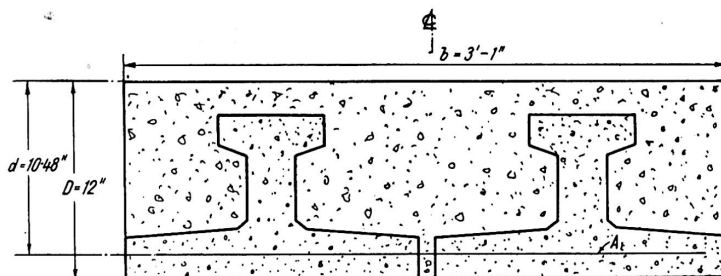
SWISS TESTS ♦
 Fig. 3(c)



TESTS BRIXTON 1950/51 X
 Fig. 3(d)



TEST BRITISH RAILWAYS
 EASTERN REGION +

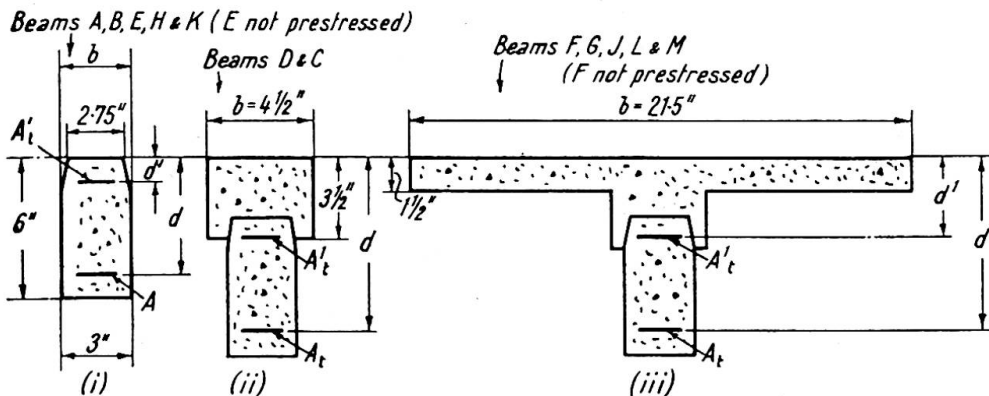


S2
 FATIGUE TEST - RAILWAY EXECUTIVE +
 Fig. 3(e)

TABLE III
Tests of Stott, Leeds (see Table I)

Mark	p	Q	$v = \frac{t_u}{200c_m^*}$	$\frac{p}{\bar{p}}$	R	$2vp(1 - vp)$	J
	%	lb./in. ²					
1	1.11	1,850	0.304	1.42	0.377	0.428	0.775
2	0.875	2,320		1.064	0.459	0.340	1.17
3	0.762	2,070		1.028	0.407	0.356	1.13
4	0.630	1,900		0.764	0.387	0.309	1.18
5	0.768	1,940		0.956	0.384	0.359	1.05
6	0.735	1,640	0.202	0.620	0.270	0.261	0.985
7	0.697	1,645		0.592	0.264	0.252	1.03
8	0.667	1,658		0.560	0.255	0.240	1.085
9	0.595	1,420		0.504	0.230	0.220	1.01
10	0.85	2,016	0.232	0.79	0.356	0.317	1.22
11	0.77	1,900		0.71	0.352	0.294	1.12*
12	0.93	2,150		0.86	0.387	0.338	1.27
13	0.98	2,000		0.82	0.359	0.326	1.06
14	1.08	2,470		1.0	0.425	0.375	1.125
15	1.02	2,090		0.944	0.364	0.360	1.01
16	1.02	2,280		0.944	0.387	0.360	1.11
17	0.97	2,280		0.900	0.385	0.348	1.25
18	0.97	2,100		0.900	0.363	0.348	1.15

* $c_m = 0.7 c_u$.



TESTS IMPERIAL COLLEGE
1949/50

Fig. 3(b)

TABLE IV
Tests of Revesz, Imperial College (see Table II)

Mark	p	Q	ν †	p/\bar{p}	R	$2\nu p(1-\nu p)$	J
	%	lb./in. ²					
K	0.461	1,140	0.314	0.579	0.243	0.248	0.978
A	0.776	1,780		0.976	0.378	0.369	1.025
B	0.740	1,810		0.932	0.384	0.355	1.084
E*	0.724	1,595	0.322	0.932	0.348	0.357	0.976
H	0.747	1,940	0.314	0.940	0.356	0.359	1.145
D	0.355	818	0.613	0.87	0.339	0.341	0.996
C	0.605	1,160	0.740	1.764	0.614	0.493	1.25
F*	0.0714	208	1.078	0.288	0.148	0.136	1.04
M	0.0835	229	1.097	0.366	0.171	0.167	1.02
L	0.079	231	0.375	0.118	0.059	0.057	1.02
G	0.0815	239	0.443	0.145	0.072	0.070	1.03
J	0.0507	143	0.660	0.133	0.065	0.064	1.01

* Non prestressed.

† $c_m = 0.6 c_u$.

TABLE V
Swiss tests (Section, see fig. 3(c))

Mark	p	Q	ν	p/\bar{p}	R	$2\nu p(1-\nu p)$	J	c_m	t^u
	%	lb./in. ²						lb./in. ²	
I	0.5	1,175	0.233	0.446	0.235	0.206	1.14	5,000	233,000
III		1,050			0.210	0.200	1.02		
VII		995			0.221	0.215	1.04		
IV	0.394	850	0.219	0.346	0.170	0.158	1.08	5,000	219,000
V		800			0.160	0.158	1.02		
VI		605			0.151	0.193	0.785		
VIII	0.222	618	0.275	0.244	0.124	0.114	1.08	5,000	275,000
IX	0.0975	296	0.306	0.119	0.066	0.052	1.14	4,500	

TABLE VI

Tests at Brixton School of Building (Section, see fig. 3(d), $t_u=138$ tons/in.²)

Mark	p	Q	v	p/\bar{p}	R	$2vp(1-vp)$	J	c_m
	%	lb./in. ²						lb./in. ²
1	0.22	641	0.386	0.340	0.160	0.155	1.03	4,000
2	0.29	402		0.448	0.200	0.199	1.01	
3A	1.58	885		2.40	0.495	0.480	1.03	
4'	0.60	1,432		0.928	0.358	0.356	1.01	
4A	0.47	1,212		0.726	0.303	0.297	1.02	
6	0.27	786		0.418	0.201	0.187	1.05	
8*	0.22	461		0.34	0.114	0.155	0.735	
9		625			0.156		1.00	
I*	0.224	433	0.341	0.306	0.096	0.141	0.68	$\frac{2}{3} \times 6,800$
II		765		0.169			1.23	
III	0.50	1,390	0.288	0.576	0.256	0.247	1.05	$\frac{2}{3} \times 8,040$

* Wires non-bonded.

TABLE VII

Tests of British Railways (Section S2, see fig. 3(e); Section S I and S II, see fig. 3(e))

Mark	p	Q	v	p/\bar{p}	R	$2vp(1-vp)$	J	c_m	t_u	Notes
	%	lb./in. ²						lb./in. ²	lb./in. ²	
S2	0.483	942	1.735	0.334	0.153	0.153	1.005	6,150	213,000	After fatigue loading
SI	1.05	1,866	0.224	0.940	0.373	0.359	1.037	5,000	224,000	Eight tensioned wires 0.2 in. dia.
SII	1.57	2,653		1.412	0.532	0.360	1.03			Eight tensioned plus four untensioned wires 0.2 in. dia.

TABLE VIII

Tests on spun-concrete tubes (Section, fig. 4(a), $t_u=65,000$ lb./in.², $c_m=8,000$ lb./in.²)

Mark	p	Q	v	p/\bar{p}	R	$2vp(1-vp)$	J	Notes
	%	lb./in. ²						
9b	0.38	445	0.0406	0.06	0.056	0.030	1.83	Tubular Beams
7a	1.26	910		0.20	0.114	0.097	1.175	
10b	1.92	1,280		0.31	0.160	0.144	1.115	
13b	0.61	620		0.10	0.078	0.049	1.605	Inverted tubular T. beams
14a	2.15	1,550		0.35	0.194	0.160	1.215	

TABLE IX

Tests on rectangular beams, Vienna (Section, fig. 4(b))

Mark	p	Q	v	p/\bar{p}	R	$2vp(1-vp)$	J	t_y	c_u^*
	%	lb./in. ²						lb./in. ²	
22	0.38	502	0.0850	0.128	0.0895	0.0619	1.44	95,000	8,400
23	0.84	911	0.0775	0.26	0.163	0.122	1.34	87,000	
24	1.47	1,375	0.0811	0.476	0.246	0.210	1.17	91,000	
4	0.39	378	0.346	0.54	0.280	0.234	1.175	95,000	2,060
5	0.84	480	0.316	1.056	0.373	0.389	0.85	87,000	

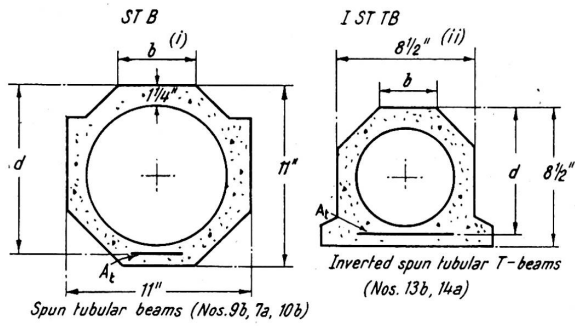
$$* c_m = \frac{2}{3} c_u.$$

TABLE X

Tests of Dr. Hajnal-Konyi, 1942 (Section fig. 4(c))

Mark	p	Q	v	p/\bar{p}	R	$2vp(1-vp)$	J	c_p	t_u	Notes
	%	lb./in. ²						lb./in. ²		
20	0.214	193.8	0.208	0.174	0.108	0.083	1.25	1,800	75,000	Twisted bar, 5-gauge
25	1.19	647	0.184	0.832	0.323	0.327	0.945*	2,000	73,600	Twisted bar, $\frac{1}{2}$ -in.
27	1.19	811	0.143	0.680	0.324	0.282	1.21	2,500	71,500	
33	0.353	310	0.20	0.282	0.155	0.131	1.18	2,000	80,000	Twisted bar, 5-gauge
34	0.562	482		0.450	0.241	0.199	1.23			
31	0.750	594		0.600	0.297	0.255	1.16			
32	0.938	725		0.670	0.362	0.304	1.19			

* below 1.0, since bars under-twisted

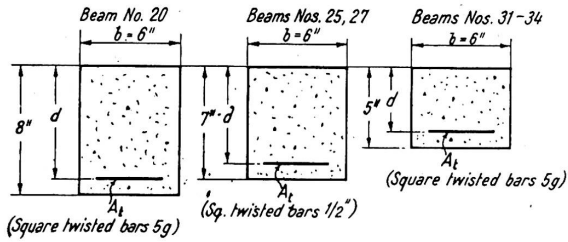


Spun tubular beams (Nos. 9b, 7a, 10b)

Inverted spun tubular T-beams (Nos. 13b, 14a)

TESTS ON SPUN CONCRETE SPECIMENS REINFORCED WITH I STEG STEEL *

Fig. 4(a)



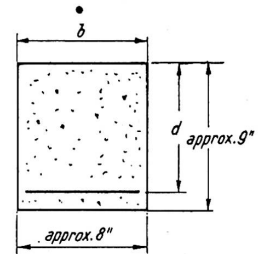
(Square twisted bars 5g)

(Sq. twisted bars 1/2")

(Square twisted bars 5g)

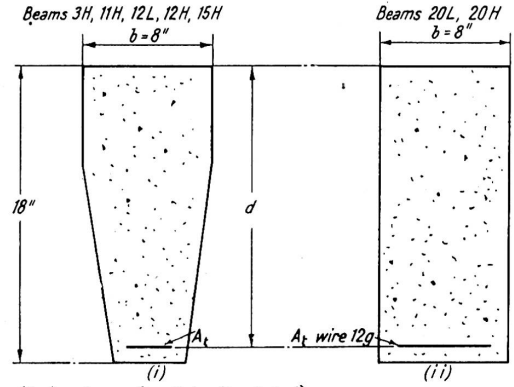
TESTS DR. HAJNAL-KONYI 1943 *

Fig. 4(c)



TESTS ON RECTANGULAR BEAMS REINFORCED WITH HIGH STRENGTH STEEL (Nos. 4, 5, 22, 23 & 24) *

Fig. 4(b)



(Various types of work hardened steel)

TESTS DR. HAJNAL-KONYI 1951 *

Fig. 4(d)

Fig. 4 relates to ordinary reinforced concrete; fig. 4(a) refers to the author's tests on spun-concrete tubular beams,³ fig. 4(b) to the author's tests on rectangular beams,² and figs. 4(c) and 4(d) to Dr. Hajnal-Konyi's tests^{4, 5} respectively.

TABLE XI
Tests of Dr. Hajnal-Konyi, 1951 (Section, fig. 4(d))

Mark	p	Q	v	p/\bar{p}	R	$2vp(1-vp)$	J	c_u	t_u	t_y	Notes
	%	lb./in. ²						lb./in. ²			
3H	0.608	396	0.0873	0.213	0.096	0.100	0.95	6,200	72,130	—	Square twisted bar, $\frac{7}{8}$ in. dia.
			0.0760	0.185		0.088			1.09	—	
11H	0.584	447	0.1043	0.244	0.111	0.115	0.97	6,050	84,220	—	Tor steel 1 in. dia.
			0.0875	0.205		0.097			1.11	—	
12L	0.505	417	0.1736	0.393	0.170	0.177	0.97	3,230	85,300	—	Indented twisted bar 1 in.
			0.1490	0.337		0.154			1.10	—	
12H	0.570	461	0.1168	0.266	0.121	0.124	1.015	5,760	86,000	—	Indented twisted bar 1 in.
			0.0997	0.227		0.107			1.165	—	
15H	0.580	456	0.1113	0.258	0.121	0.121	1.00	5,890	83,600	—	American ribbed type, twisted 1 in.
			0.0935	0.217		0.103			1.19	—	
20L	0.178	456	0.478*	0.340	0.163	0.155	1.05	3,990*	268,000	—	High-tensile wire
20H	0.180	491	0.355*	0.256	0.130	0.120	1.09	5,400*			

* $c_m = 0.7 c_u$.

The investigation of these test results with regard to the presented formulae is shown in Tables III–XI. It is obviously of greatest importance to select the right value c_m when calculating v , assuming that t_u is accurately known, which will be the case generally. In the tests in fig. 3(a) a ratio $G = c_m/c_u = 0.7$ has been taken into account, while with regard to the tests in fig. 3(b) $G = 0.6$ is still rather on the low side. If the wire fractures in a certain case, it must be expected that J is not less than unity. Hence for $J = 1$, the corresponding value v and thus c_m can be computed, resulting

in $c_m = \frac{(t_u p)^2}{200(t_u p - 100 Q)}$ which results for beam K, in $c_m = 3,980$ lb./in.² which would have corresponded to a ratio $G = 0.515$ instead of 0.6 as taken into account. In the case of the Swiss tests, the concrete strength was not known accurately, but from the fact that in specimen III the wires fractured and the steel strength was given, it was possible to assume c_m . In the Brixton and British Railways tests the published prism strength values have been taken into account. For the spun-concrete tubular beams $c_m = 8,000$ lb./in.² has been assumed in view of the extraordinary strength properties of these specimens and the ultimate strength of the Isteg steel has been considered, although there was a distinct yield point of this reinforcement. Nevertheless

an extraordinary excess over unity was obtained for the ratio J . The high-strength steel used in the rectangular beams tested by the author had a distinct yield point, and this stress and two-thirds of the concrete cube strength were taken in analysing the results. In Dr. Hajnal-Konyi's tests the published prism strength values have been used, except for 20L and 20H, when 70% of the cube strength as with the Stott tests has been used. For the specimens (fig. 4(d)i) the ultimate strength and the yield point stress have been investigated. The examples (fig. 4(d)ii) were not included in the paper⁵ but were given during its presentation and published in *Magazine of Concrete Research* in March, 1952.

The results evaluated in the Tables III–XI have been plotted in charts figs. 5–7.

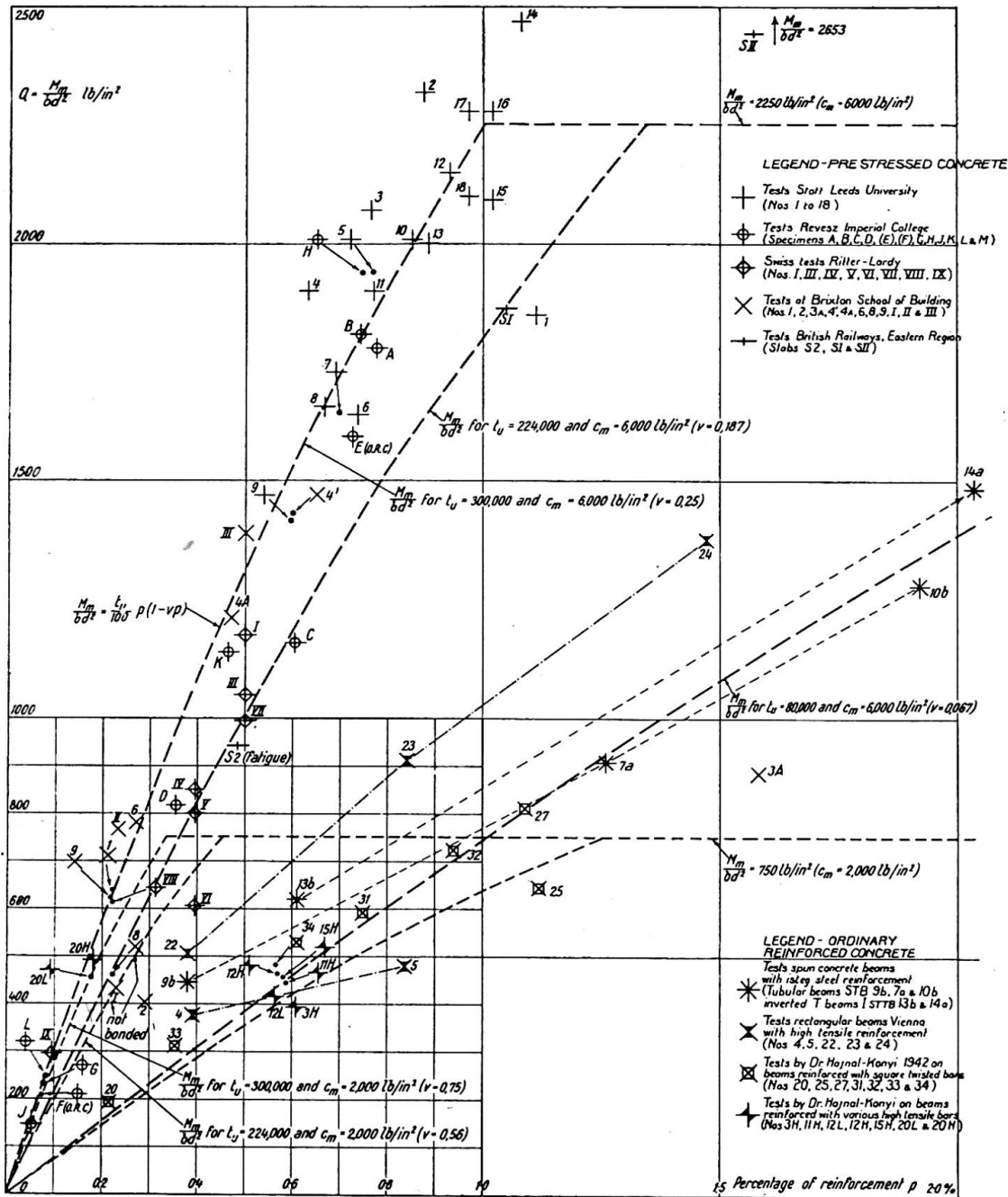


Fig. 5

Fig. 5 shows the relation between the percentage p and the stress $Q = M_m / (bd^2)$. In addition to test results theoretical values have been plotted for $t_u = 80,000$, and 224,000 and 300,000 lb./in.², and in each case two concrete values have been distinguished: $c_m = 2,000$ and 6,000 lb./in.² According to fig. 1 the value for balanced design for a low stress, such as $c_m = 2,000$ lb./in.² would be rather higher than $c_m/3$. In figs. 6 and 7 prestressed and ordinary reinforced concrete are separated. Fig. 6 indicates how far the concrete strength is utilised, while fig. 7 shows the exploitation of the steel strength in exaggerated presentation, a difference of 5% appearing as a great deviation. The chart fig. 6 has been plotted in such a way that the abscissa represents $2vp(1-vp)$, while the ordinate is R ; thus a straight line between the origin and $R = 2vp(1-vp) = 0.375$ is obtained. In fig. 7 the values of J are plotted against p/\bar{p} . A very good agreement between the minimum values indicated in figs. 6 and 7 and the actual

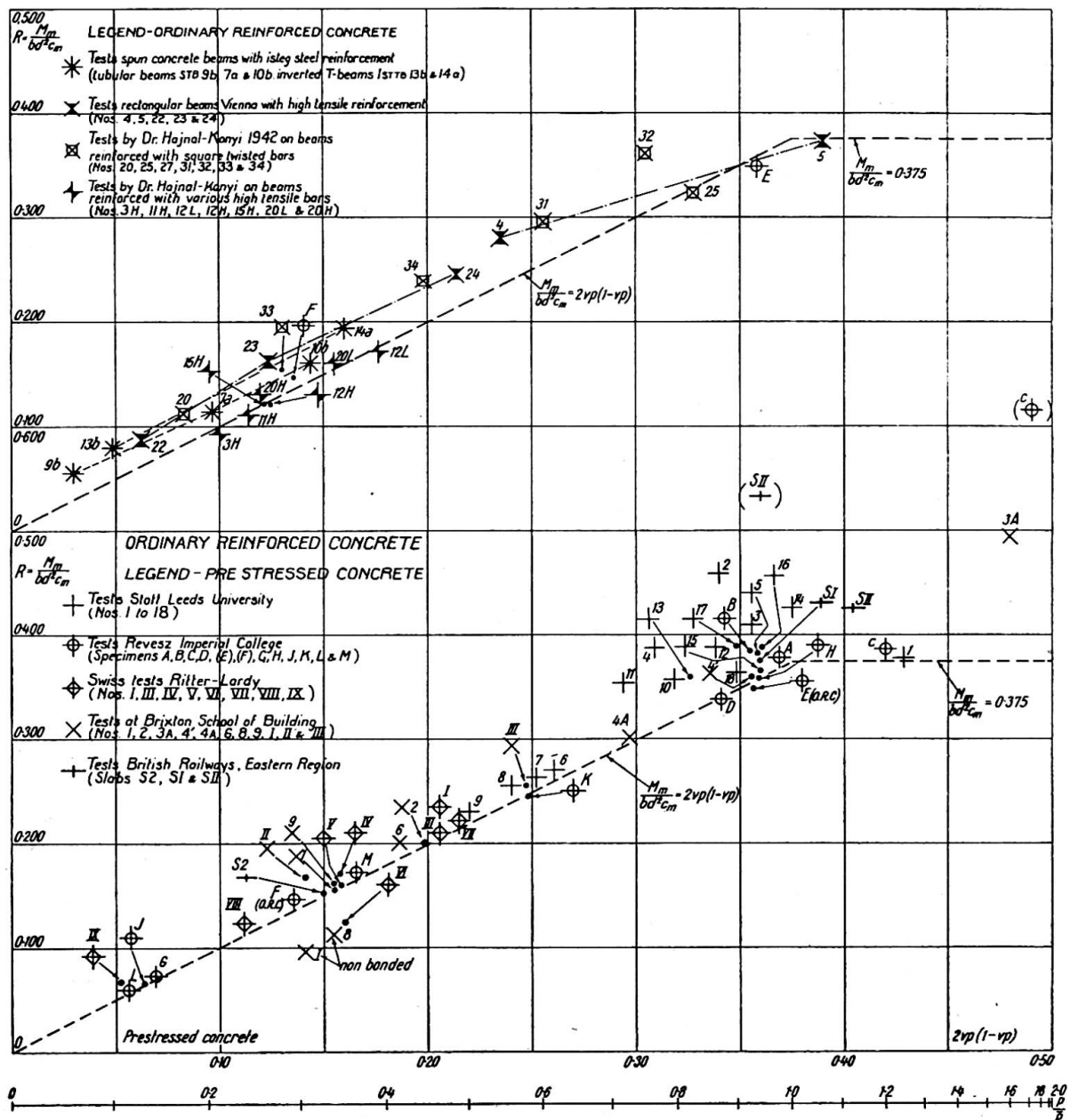


Fig. 6 (Note:—the point 27 is not shown)

values is seen, and it can be concluded that safe values are obtained if G is assumed as 0.6.

However, there are a few points which require further discussion. The slab S II of the British Railways and the beam C of the Imperial College show very high values of R , much exceeding the expected limit of 0.375. In the first case the reason is that the compressive reinforcement consisting of four untensioned high-strength wires has not been taken into account in Table VII. However, when considering a nominal width of 10 in., corrected values are obtained as plotted in figs. 6 and 7 in addition to the original values, indicated by brackets. The values for beam C have been obtained from $c_m = 0.6 \times 3,090 = 1,854 \text{ lb./in.}^2$, a very low value, resulting in $R = 0.614$, which seems to be an impossible value and must be excluded. It must be assumed that

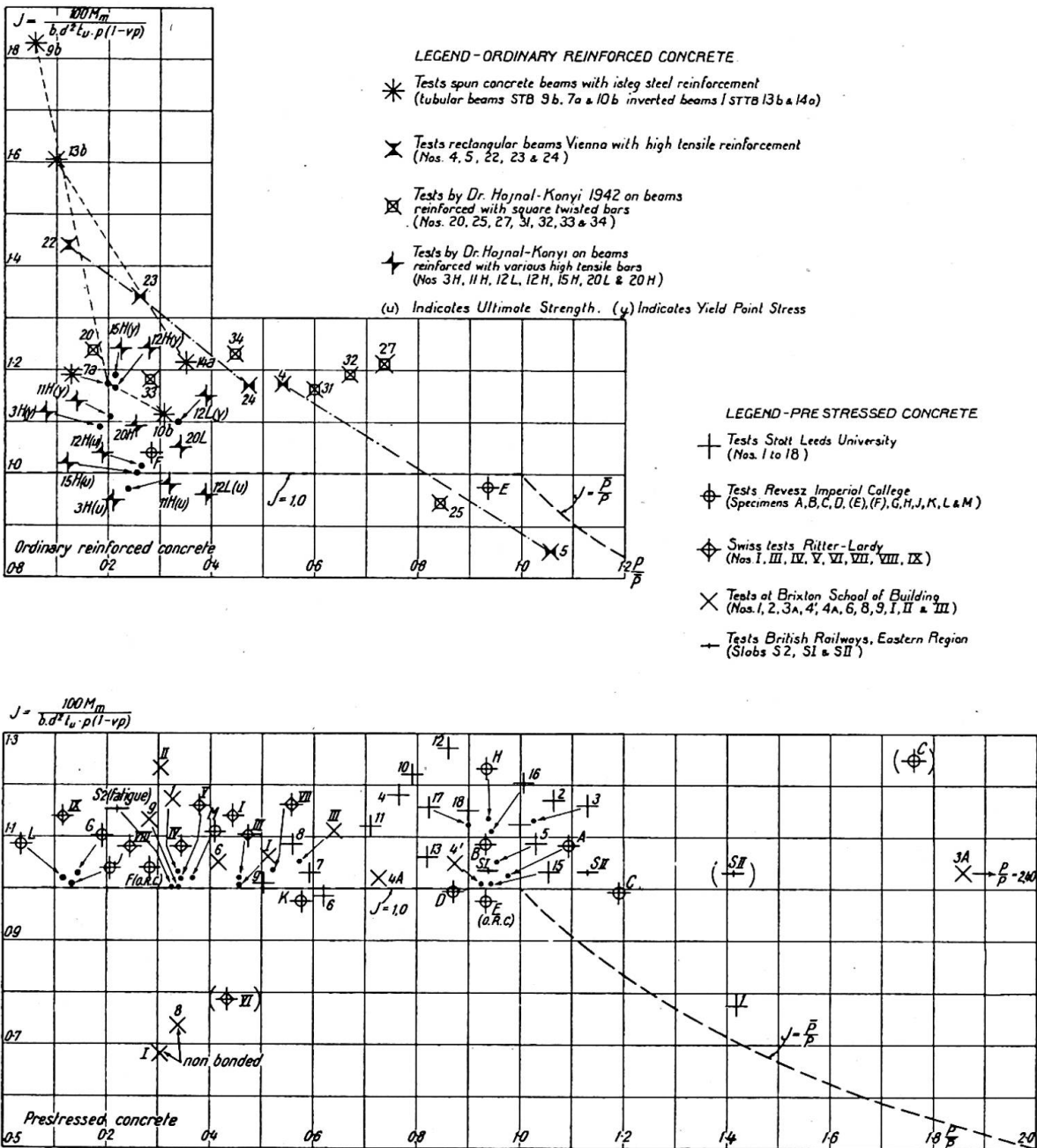


Fig. 7

the concrete strength was higher than stated in Table II. However, if a value $c_m=3,000$ lb./in.² is taken into account, a quite reasonable value for R is obtained, as seen from the diagram. It may be mentioned that this beam C contained bonded and additional non-bonded tensioned wires. Apparently this co-operation is quite successful, while the ultimate resistance is much less with beams with only non-bonded wires, as seen from specimens 8 and I of the Brixton tests. The behaviour of beams with non-bonded wires requires further study. Further tests have been carried out at the Imperial College and it is hoped results will be available to enable the author to supplement this study. It may be added that Prof. R. H. Evans was probably the first to point out the difference between the behaviour of bonded and non-bonded wires.³¹

Like the two beams with non-bonded wires the beam VI of the Swiss tests had a relatively low ultimate resistance. In this case the initial tensioning stress was about 50,000 lb./in.² and only a small prestress may have remained effective after all losses had taken place. However, this cannot be taken as an explanation for a reduced ultimate resistance, since the present study has proved that beams with untensioned high-strength wires (E and F of tests by Revesz and 20L and 20H of tests by Dr. Hajnal-Konyi) reached approximately the same high values as prestressed beams. Moreover there are two beams with lower prestress among the tests by Revesz, i.e. G and H, which show no appreciable difference from the other results with high prestress, although one approached the balanced design. It seems therefore reasonable to exclude the test result VI of the Swiss tests. This may be also justified by the fact that for this test the lowest cracking load was obtained, but it would be very important for similar tests to be carried out to check this question.

It was previously mentioned that slab S2 was statically tested to failure after a fatigue test extended over three million repetitions. It may be pointed out that bonded 0.2-in. wire was provided and this test has proved the complete efficiency of this wire, although it was considered from tests³² that wire of such a large diameter is not suitable. Apparently it depends greatly on the surface conditions, and the British wire of 0.2 in. diameter is suitable.

In conclusion it can be said that the tests presented have proved that generally the same conditions apply with regard to ultimate resistance to prestressed and non prestressed members. The modified simple formulae for ultimate resistance have shown a very good agreement with test values and when assessing the ultimate resistance safe results are obtained if a low stress c_m is taken, e.g. $0.6 c_u$. The two charts, figs. 6 and 7, permit the separate investigation of concrete and steel resistance. This investigation is limited to bonded reinforcement and further research is necessary on the behaviour of non-bonded tensioned steel. In this case a reduction factor of, say, 0.60 to 0.80 will have to be considered and particulars will be shown in a supplement.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author would like to express his thanks to the Railway Executive and the Civil Engineer of the Eastern Region for the facilities granted to him when preparing this paper.

REFERENCES

- (1) ABELES, P. W. "Ueber die Verwendung hochwertiger Baustoffe im Eisenbetonbau" (On the Use of High-Strength Materials in Reinforced Concrete), *Beton u. Eisen*, Nos. 8 and 9, 1935.

- (2) ABELES, P. W. "Versuche mit Rechtecksbalken, bewehrt mit besonders hochwertigem Stahl" (Tests on Rectangular Beams Reinforced with Steel of Specially High Strength), *Beton u. Eisen*, Nos. 17 and 18, 1937.
- (3) ABELES, P. W. "Spun Tubular Beams. Economy in Steel in Floor Construction," *Concrete and Constr. Eng.*, May, 1940.
- (4) HAJNAL-KONYI, K. "Tests on Square Twisted Steel Bars and their Application as Reinforcement of Concrete," *Struct. Engr.*, September, 1943.
- (5) HAJNAL-KONYI, K. "Comparative Tests on Various Types of Bars as Reinforcement of Concrete Beams," *Struct. Engr.*, May, 1951.
- (6) EVANS, R. H. "Extensibility and Modulus of Rupture of Concrete," *Struct. Engr.*, December, 1946.
- (7) THOMAS, F. G. "Cracking in Reinforced Concrete," *Struct. Engr.*, July, 1936.
- (8) ABELES, P. W. "Die Rostgefahr von Eisenbetonkonstruktionen bei Rissbildung" (The Danger of Corrosion in Reinforced-Concrete Constructions at Cracking), *Zement*, Nos. 7-9, 1937.
- (9) EISENMANN. "Untersuchung der Rissbildung des Betons mit Ultraschall" (Investigation of Cracking in Concrete by Means of Supersonic Pulse), *Beton und Stahlbetonbau*, January, 1951.
- (10) "Report on Pre-stressed Concrete Sleepers Tested as Simply Supported Beams," *Concrete and Constr. Eng.*, April and May, 1947.
- (11) ABELES, P. W. "Further Notes on the Principles and Design of Pre-stressed Concrete," *Civil Eng. (L)*, October, 1950.
- (12) "First Report on Pre-stressed Concrete," *Instn. of Struct. Engrs.*, September, 1951.
- (13) ABELES, P. W. "Some New Developments in Pre-stressed Concrete," *Struct. Engr.*, October, 1951.
- (14) ABELES, P. W. "Elastizität des Betons" (Elasticity of Concrete), *Zement*, Nos. 37, 38 and 40, 1937.
- (15) EVANS, R. H. "The Plastic Theories for the Ultimate Strength of Reinforced-Concrete Beams," *J. Instn. Civ. Engrs.*, December, 1943.
- (16) HAJNAL-KONYI, K. "The Modular Ratio. A new method of design omitting m ," *Concrete and Constr. Eng.*, January, February, and March, 1937.
- (17) ABELES, P. W. "Neuere Entwicklungen im Stahlbetonbau" (New Developments in Reinforced Concrete), *Oesterreichische Bauzeitschrift*, Nos. 1/3, 1948.
- (18) BAKER, A. L. L. "Recent Research in Reinforced Concrete and its Application to Design," *J. Instn. Civ. Engrs.*, February, 1951.
- (19) KING, J. W. H. "The Design of Pre-stressed Concrete Beams from Fundamental Principles," *Concrete and Constr. Eng.*, September, 1950.
- (20) GRANHOLM, HJALMAR. "Modern Developments in Reinforced Concrete Design and the Influence of Research," Building Research Congress, London, 1951.
- (21) WHITNEY, CHARLES S. "Plastic Theory of Reinforced Concrete Design," *Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, Paper 2133 (published December, 1940).
- (22) COX, KENNETH C. "Tests of Reinforced Concrete Beams with Recommendations for Attaining Balanced Design," *J. Amer. Concrete Inst.*, September, 1941.
- (23) ABELES, P. W. "Fully and Partly Pre-stressed Reinforced Concrete," *J. Amer. Concrete Inst.*, January, 1945.
- (24) ABELES, P. W. *Principles and Practice of Pre-stressed Concrete*, Crosby, Lockwood & Son Ltd., London, 1949; F. Ungar Publ. Ltd., New York, 1949.
- (25) ABELES, P. W. "Further Notes on the Principles and Design of Pre-stressed Concrete," *Civ. Eng. (L)*, August, 1950.
- (26) EVANS, R. H. "Research and Development in Pre-stressing" (Unwin Lecture), *J. Instn. Civ. Engrs.*, February, 1951.
- (27) RITTER, M., and LARDY, P. *Vorgespannter Beton* (Prestressed Concrete), Gebr. A. Lehmann & Co., Zurich, 1946.
- (28) ABELES, P. W., and HOCKLEY, C. H. "Small Scale Demonstration Tests on Pre-stressed Concrete Beams," *Struct. Engr.*, June, 1950.

- (29) ABELES, P. W. "The Ultimate Resistance of Pre-stressed Concrete Beams," *Concrete and Constr. Eng.*, October, 1951.
- (30) ABELES, P. W. "Saving Steel by Pre-stressing," *Concrete and Constr. Eng.*, July, 1940.
- (31) EVANS, R. H. "Relative Merits of Wire and Bar Reinforcement in Pre-stressed Concrete," *J. Instn. Civ. Engrs.*, February, 1942.
- (32) E. M. P. A. Bericht No. 155, "Vorgespannter Beton" (Report No. 155, Prestressed Concrete), Zurich, 1946.

Summary

The behaviour of concrete beams with high-strength reinforcement (including work-hardened steel) is investigated on the basis of various test results. Cracking is discussed and the resilience of prestressed concrete pointed out. Fatigue tests have shown that cracks which opened one million times closed entirely on removal of the load. The main study of the paper is devoted to ultimate load conditions. Formulae for the design are employed which allow a simple assessment of the ultimate resistance. These formulae are based on a rectangular stress distribution of the maximum concrete compressive stress c_m over a maximum depth of $0.5 d$, resulting in a maximum resistance $M_{max} = 0.375 b d^2 c_m$. If this stress is taken as $0.6 c_u$, a safe approximation of the ultimate resistance is obtained. The percentage for the balanced design \bar{p} amounts to $0.25/v$, where $v = t_u/200 c_m$. The ultimate steel strength t_u is normally reached but must in certain cases be replaced by the yield-point stress t_y . Three charts are shown for the various test results. One contains the stress $Q = M_m/(bd^2)$, the other the stress-ratio $R = Q/c_m$, and the third the stress-ratio $J = t_m/t_u$. This gives a measure of the co-operation of the concrete tensile zone between the cracks and indicates the quality of adhesion between steel and concrete. The investigation has shown that the high-strength properties of steel and concrete can be fully exploited, both in prestressed and ordinary reinforced concrete, provided that efficient bond is ensured. If the reinforcement is not efficiently bonded, M_{max} , Q , R , and J are appreciably reduced and reduction factors must be considered.

Résumé

L'auteur étudie, sur la base de divers résultats expérimentaux, le comportement des poutres en béton armées avec de l'acier à hautes résistances, y compris l'acier écroui. Il aborde sommairement la question de la formation des fissures et attire particulièrement l'attention sur l'élasticité du béton précontraint. Des essais de fatigue ont montré que des fissures qui s'ouvraient sous une charge appliquée 1 000 000 fois se refermaient complètement au moment de la suppression de la charge.

La partie principale du présent rapport traite de la question de la rupture elle-même. L'auteur emploie des formules simplifiées pour la détermination approchée du moment de rupture. Ces formules sont basées sur une répartition rectangulaire de la contrainte maximum calculée dans le béton σ_{bmax} sur une hauteur maximum de $0,5 h$, ce qui donne un moment maximum $M_{max} = 0,375 b h^2 \sigma_{bmax}$. En admettant pour σ_{bmax} 60% de la résistance de cube W , on obtient pour le moment de rupture des valeurs approchées du côté correspondant à la sécurité. L'armature limite pour laquelle la rupture se produit par destruction soit du béton, soit de l'acier, est définie par $\mu_g = 0,25/v$ avec $v = \sigma_{eB}/200 \sigma_{bmax}$ en désignant par σ_{eB} la charge de rupture de l'acier, qui doit être ici remplacée dans certains cas par sa limite écoulement σ_{eF} .

Trois diagrammes mettent en évidence les résultats fournis par les essais. Ces diagrammes donnent :

la contrainte $Q = M_{max}/(bh^2)$

le taux de contrainte $R = M_{max}/(bh^2\sigma_{bmax})$

le taux des contraintes dans l'acier $J = \sigma_{emax}/\sigma_{eB}$, c'est-à-dire le rapport entre la contrainte calculée dans l'acier, pour une section de rupture et la charge de rupture de l'acier.

On obtient ainsi une mesure du degré de coopération entre le béton et l'acier, entre les fissures, ainsi qu'une mesure de l'adhérence entre ces deux éléments. Les recherches ici exposées ont montré que, sous réserve d'une bonne adhérence, les caractéristiques de résistance mécanique de l'acier et du béton sont pleinement utilisées, aussi bien dans le béton armé ordinaire que dans le béton précontraint. Si l'acier n'a pas une bonne adhérence M_{max} , Q , R et J sont réduits considérablement et l'utilisation des facteurs de réduction doit être considérée.

Zusammenfassung

Das Verhalten von mit hochwertigem (einschliesslich verdrilltem) Stahl bewehrten Betonbalken wird an Hand verschiedener Versuchsergebnisse untersucht. Die Rissbildung wird kurz behandelt und es wird auf die Elastizität von vorgespanntem Beton besonders hingewiesen. Ermüdungsversuche haben bewiesen, dass sich Risse, die sich unter wiederholter Belastung 1 000 000 mal öffneten, geschlossen haben, sowie die Last entfernt wurde. Der Hauptteil des vorliegenden Berichtes bezieht sich auf den Bruchzustand. Einfache Formeln werden verwendet, die eine angenäherte Bestimmung des Bruchmomentes ermöglichen. Diese Formeln sind auf eine rechteckige Spannungsverteilung der grössten rechnermässigen Betonspannung $\sigma_{b(max)}$ aufgebaut, die sich maximal auf die halbe Höhe h erstreckt, was ein Grösstmoment $M_{max} = 0.375 bh^2\sigma_{bmax}$ ergibt. Wenn σ_{bmax} als 60% der Würfelfestigkeit W angenommen wird, dann ergeben sich Annäherungswerte für das Bruchmoment, die auf der sicheren Seite sind. Die Grenzbewehrung, bei welcher der Bruch entweder durch Beton- oder Stahlzerstörung erfolgt, ergibt sich als $0.25/\nu$, $\nu = \sigma_{eB}/200 \sigma_{b(max)}$, wobei σ_{eB} die Festigkeit des Stahles in einzelnen Fällen durch die Streckgrenze σ_{eF} zu ersetzen ist. Drei Diagramme zeigen die Ergebnisse der Auswertung der Versuche. Eines enthält die Spannung $Q = M_{max}/(bh^2)$, das andere das Spannungsverhältnis $R = M_{max}/(bh^2\sigma_{bmax})$ und das dritte das Verhältnis der Stahlspannungen $J = \sigma_{emax}/\sigma_{eBruch}$, d.i. das der rechnermässigen Stahlspannung für einen gerissenen Querschnitt und der Stahlfestigkeit. Dies stellt den Grad der Zusammenarbeit zwischen Beton und Stahl zwischen den Rissen dar und ist ein Mass für die Haftung zwischen Beton und Stahl. Die vorliegende Untersuchung hat bewiesen dass—gute Haftung vorausgesetzt—die hohen Festigkeitseigenschaften von Stahl und Beton sowohl beim gewöhnlichen Eisenbeton als auch beim vorgespannten Beton voll ausgenützt werden. In dem Falle, dass keine zuverlässige Haftung der Bewehrung gesichert ist, werden M_{max} , Q , R , und J wesentlich kleiner und Reduktionsfaktoren müssen eingesetzt werden.

Leere Seite
Blank page
Page vide

CII 2

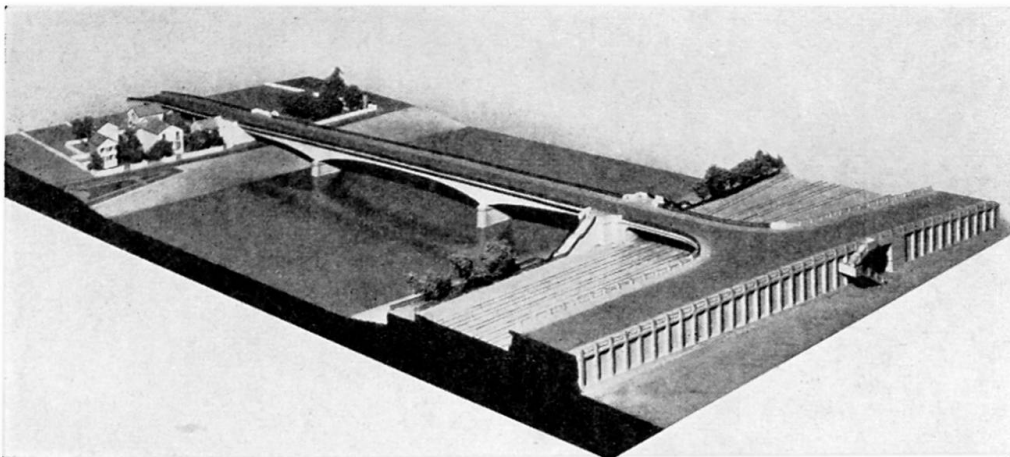
Le Pont de Villeneuve-Saint-Georges

The Villeneuve-Saint-Georges Bridge

Die Brücke von Villeneuve-Saint-Georges

HENRY LOSSIER
Ingénieur Conseil, Paris

et MICHEL BONNET
Ingénieur des Ponts et Chaussées, Paris



Pont de Villeneuve-Saint-Georges sur la Seine Maquette

QUELQUES MOTS D'HISTORIQUE

Avant la guerre de 1939–1945, un vieux pont suspendu franchissait la Seine à Villeneuve-Saint-Georges, reliant les deux agglomérations de Villeneuve-Saint-Georges et de Villeneuve-le-Roi.

Cet ouvrage vétuste était insuffisant; une décision du Conseil Général du Département de Seine-et-Oise provoqua la mise au concours d'un nouvel ouvrage de conception moderne.

Le projet dressé par M. Henry Lossier, Ingénieur Conseil à Paris, fut retenu, et l'ouvrage—un pont cantilever en béton armé—fut construit de 1936 à 1939 par les soins des Etablissements Fourre' & Rhodes à Paris, sous la direction du Service Vicinal.

Mais le pont fut détruit presque aussitôt, en juin 1940, au cours des opérations militaires.

Après la guerre, il fallut envisager la reconstruction du pont. On décida de profiter de cette reconstruction pour tenter de mettre au point un nouveau type d'ouvrage en béton précontraint. Les études préliminaires furent confiées à M. Henry Lossier, Ingénieur Conseil. Le projet définitif fût dressé avec la collaboration étroite du Service Central d'Etudes Techniques du Ministère des Travaux Publics, et avec le concours de M. Demaret, Architecte en chef du Gouvernement pour la partie architecturale. M. Kellner, Ingénieur, assista M. Lossier.

Dans ce qui suit, nous désirons exposer quel est le principe du fonctionnement du nouvel ouvrage, quels en sont les principaux éléments constitutifs, et comment les Ingénieurs, en liaison avec l'Entreprise chargée de la réalisation des travaux (Ets. Fourre' & Rhodes à Paris) purent résoudre les problèmes essentiels de mise en œuvre posés sur le chantier à l'occasion de cette réalisation.

CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES RETENUES POUR L'OUVRAGE

Description sommaire

L'ouvrage (fig. 1) est un cantilever à 3 travées mesurant respectivement 41 m., 78,20 m. et 41 m. de portée, la travée centrale comportant une partie indépendante de 39 m. 11 de longueur.

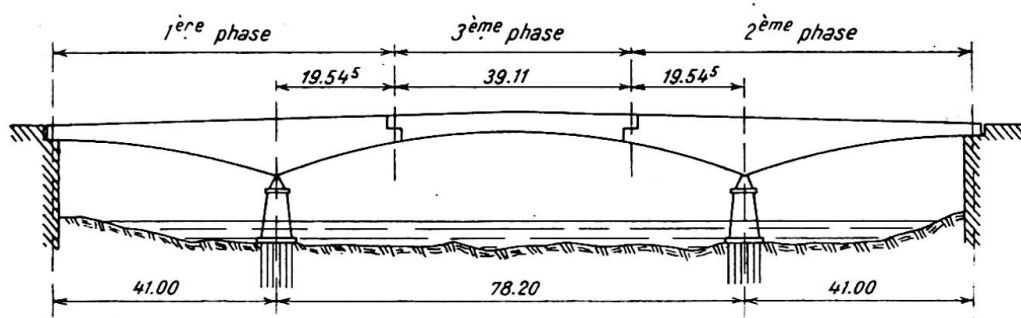


Fig. 1

Le tablier est constitué par une poutre évidée de 9 m. 25 de largeur totale, dont chacun des 3 caissons mesure 2 m. 85 de largeur libre.

La chaussée mesure 8 m. 40 et chacun des 2 trottoirs en encorbellement 2 m. 80 de largeur.

Le tablier repose :

- sur les 2 piles en rivière rehaussées de l'ancien pont, par l'intermédiaire d'articulations en béton fretté,
- sur les 2 culées, par l'intermédiaire de pendules également frettés.

L'épaisseur du tablier varie de :

- 2 m. 30 au milieu de la travée centrale,
- 6 m. 85 au droit de chaque pile,
- 2 m. 45 sur chaque culée.

La partie indépendante de 39 m. 11 repose sur une articulation à l'une de ses extrémités et sur un pendule à l'autre extrémité, ces dispositifs d'appui étant en béton fretté.

Dispositions particulières

Le tablier est en béton précontraint dans le sens longitudinal.

Cette précontrainte est réalisée par des câbles de ponts suspendus disposés à l'intérieur des caissons du tablier. Ces câbles sont accessibles et réglables en tous temps, des trous d'homme étant réservés dans la chaussée, ainsi que des ouvertures dans les parois verticales pour la circulation à l'intérieur de l'ouvrage.

Le passage des câbles à travers les voiles transversaux se fait par des trous prévus à cet effet.

Afin de supprimer tout glissement et tout frottement, l'infléchissement des câbles, dans la longueur courante de l'ouvrage, est réalisé par l'intermédiaire de balanciers en béton armé, placés devant les voiles transversaux, et articulés à leur pied.

PRINCIPE DU FONCTIONNEMENT DE L'OUVRAGE

Conditions de fonctionnement

Le tracé et la tension des câbles sont déterminés de manière à satisfaire aux deux conditions principales suivantes pour chaque section :

1. Sous l'action de la charge permanente, la résultante des forces sollicitantes et des réactions des appuis doit passer, aussi exactement que possible, par le centre de gravité de la section, afin de ne provoquer qu'un moment fléchissant de très faible intensité. En d'autres termes, les contraintes longitudinales de compression du béton doivent être sensiblement uniformes sur toute la hauteur des diverses sections du tablier.

2. Sous l'action des cas de surcharges les plus défavorables, les contraintes longitudinales de compression ne doivent jamais être inférieures à 5 kg./cm.² afin d'éliminer toute possibilité de fissuration.

La figure 2 représente le tracé des câbles.

Calculs de résistance d'une section

Considérons une section quelconque et désignons par (fig. 3):

- G son centre de gravité
- S sa surface
- I son moment d'inertie
- e la distance du centre G à l'extrados
- i la distance du centre G à l'intrados
- a l'angle de l'intrados avec l'horizontale
- C_1 la traction des câbles horizontaux
- C_2 celle des câbles obliques
- c_1 la distance de C_1 au centre G
- c_2 la distance de C_2 au centre G
- b l'angle des câbles C_2 avec l'horizontale
- N la composante normale de compression par les câbles
- M_c le moment fléchissant engendré par les câbles
- M_1 le moment fléchissant permanent dû aux forces extérieures
- M_0 le moment fléchissant permanent total, soit $M_c - M_1$
- M_2 le moment fléchissant accidentel maximum
- R_E la compression de la fibre d'extrados
- R_I celle de la fibre d'intrados

On a, en affectant le moment M_1 du signe moins :

$$M_c = C_1 \cdot c_1 + C_2 \cdot c_2$$

$$M_0 = M_c - M_1, \text{ supposé positif}$$

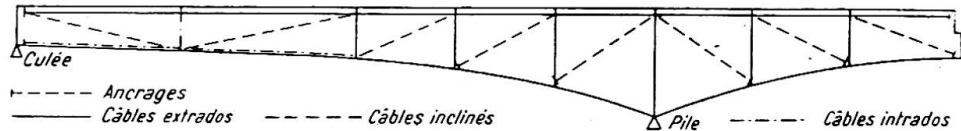


Fig. 2

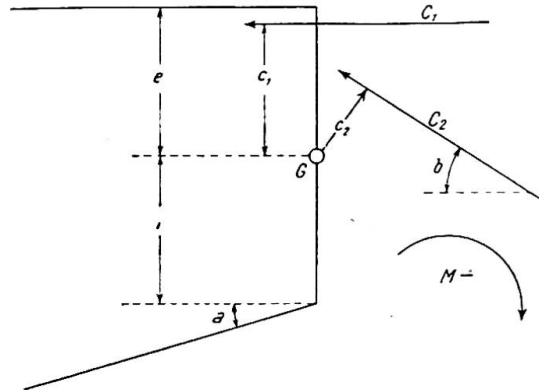


Fig. 3

Pour satisfaire totalement à la première condition, on devrait avoir $M_0=0$, et la section subirait alors une compression uniforme égale à N/S , N étant égal à $N=C_1+C_2 \cosinus b$.

Affectons les contraintes de traction du signe plus.

$$\text{Compression permanente d'extrados: } R_E = -\frac{N}{S} - \frac{M_0 \cdot e}{I}$$

$$\text{Compression permanente d'intrados: } R_I = -\frac{N}{S \cdot \cos a} + \frac{M_0 \cdot i}{I \cdot \cos a}$$

En raison de la grande élasticité relative des câbles par rapport au tablier en béton armé, ceux-ci n'interviennent que très faiblement sous l'action des charges accidentelles, leur contrainte n'étant alors majorée que de 1 à 2 kg./mm.²

Aussi, par excès de prudence, négligeons-nous leur action. On a donc, en supposant M_2 négatif:

$$\text{Contrainte accidentelle d'extrados: } R'_E = +\frac{M_2 \cdot e}{I}$$

$$\text{Contrainte accidentelle d'intrados: } R'_I = -\frac{M_2 \cdot i}{I \cdot \cos a}$$

Pour satisfaire à la première condition, on doit avoir:

$$R_E - R'_E = \text{compression supérieure à } 5 \text{ kg./cm.}^2$$

Par ailleurs, la contrainte d'intrados $R_I + R'_I$ ne doit pas excéder le taux-limite à la compression, fixé à 100 kg./cm.² dans le cas envisagé.

Les calculs de résistance aux *efforts tranchants*, qui font intervenir l'inclinaison des câbles pliés, celle de l'intrados et la compression longitudinale (cercle de Mohr), ne présentent aucune particularité.

Au droit de chaque nœud d'intrados, la résultante D de la traction C_2 des câbles inclinés et de la poussée B des balanciers est équilibrée par deux réactions :

l'une verticale V , intéressant le voile correspondant,
l'autre oblique W , intéressant le hourdis d'intrados,
ces deux éléments travaillant dans leur plan (fig. 4).

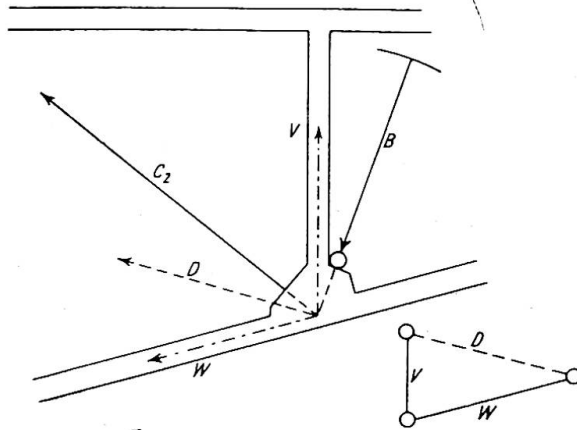


Fig. 4

CARACTÉRISTIQUES DES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS SINGULIERS

Câbles

Les câbles, spiraloïdaux, sont composés chacun de 193 fils de 41/10, de 160 à 180 kg./mm.² de résistance à la traction. Ils supportent, en service permanent, un effort de 160 tonnes sous une contrainte de 63 kg./mm.², que l'action des surcharges peut porter à 65 kg. au maximum.

Ancrage des câbles dans le béton

Les câbles de précontrainte comportent, à chacune de leurs extrémités, un culot d'ancrage, conformément à la technique classique des ponts suspendus (fig. 5).

Le remplissage du culot est réalisé à l'aide d'un alliage ternaire: Plomb (83,7%),

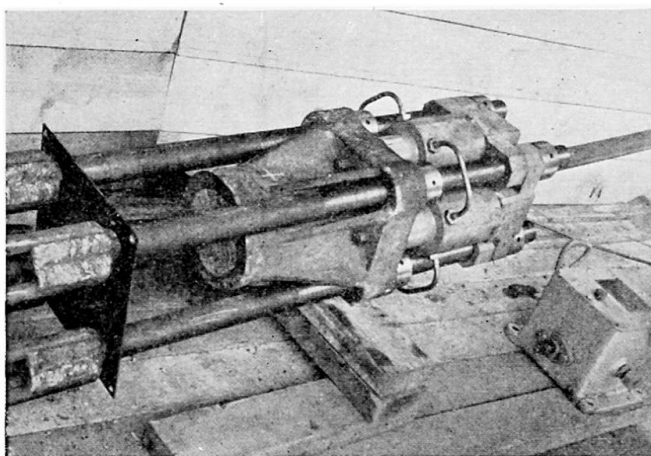


Fig. 5. Culot d'ancrage

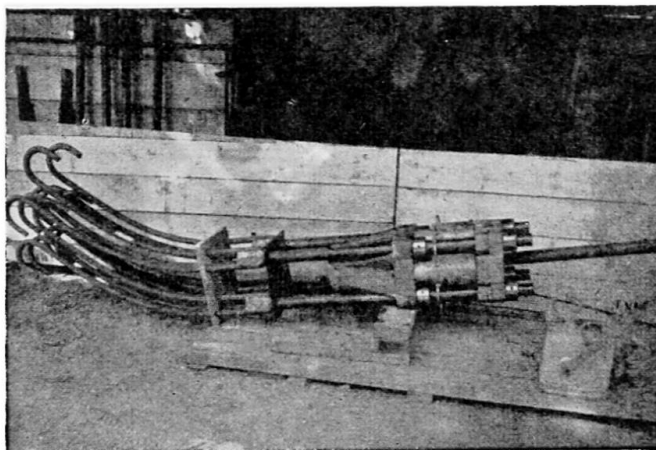


Fig. 6. Dispositif d'ancrage—Assemblages soudés $\phi 32$ - $\phi 64$

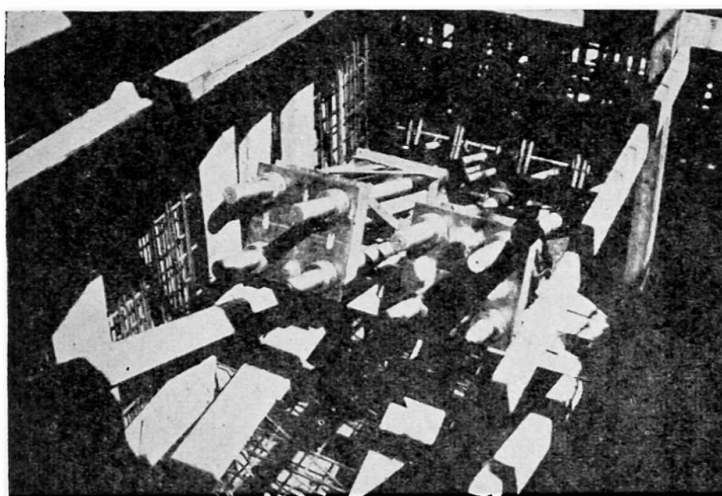


Fig. 7. Ancrages.—Mise en place dans le ferrailage d'un voile. On distingue les gabarits métalliques percés d'un trou central et permettant la mise en place correcte de l'ancrage par rapport à un fil métallique matérialisant l'axe du câble

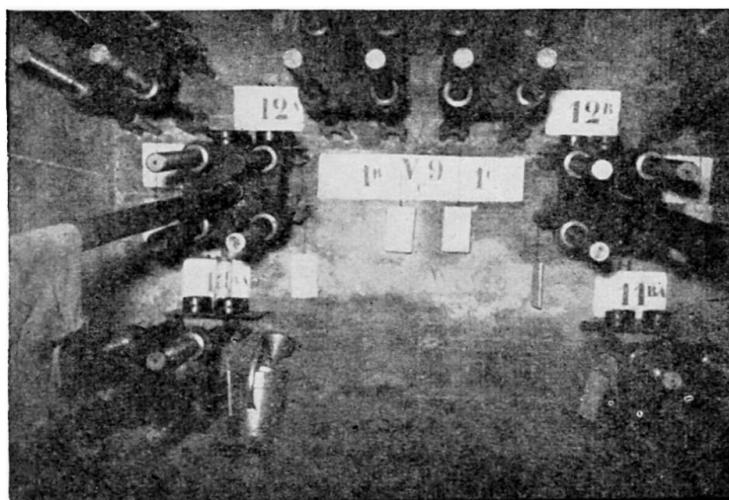


Fig. 8. Ancrages.—Voile 9 sur culée. Les numéros des câbles sont portés sur le voile, afin d'éviter les erreurs en cours d'exécution du programme de mise en tension

Antimoine (9,3%), Etain (7%), mis en œuvre en usine à 350° et conduisant à un coefficient de remplissage moyen de l'ordre de 98%.

La fixation de culot (figs. 5 et 6) se fait par l'intermédiaire d'écrous sur 4 tiges de retenue filetées ϕ 64 mm., en acier mi-dur; chacune de ces tiges est elle-même soudée sur trois tiges d'ancrage ϕ 32 en acier mi-dur encastrées dans le béton de l'ouvrage (fig. 6).

L'épanouissement de chaque tige de retenue en trois tiges d'ancrage permet d'assurer dans de bonnes conditions la transmission des efforts de traction dans la masse du béton des voiles transversaux. Le cas échéant, on joue sur l'orientation des crosses, ainsi que sur la longueur et la courbure des tiges d'ancrage.

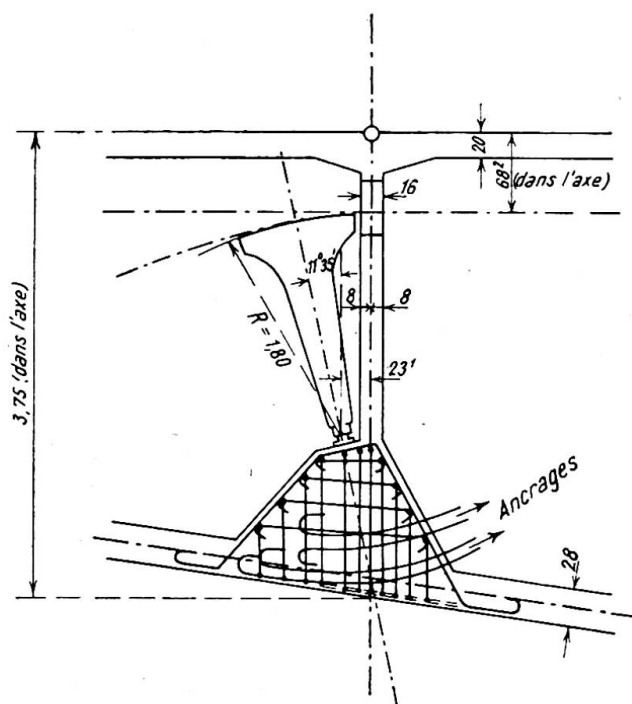


Fig. 9

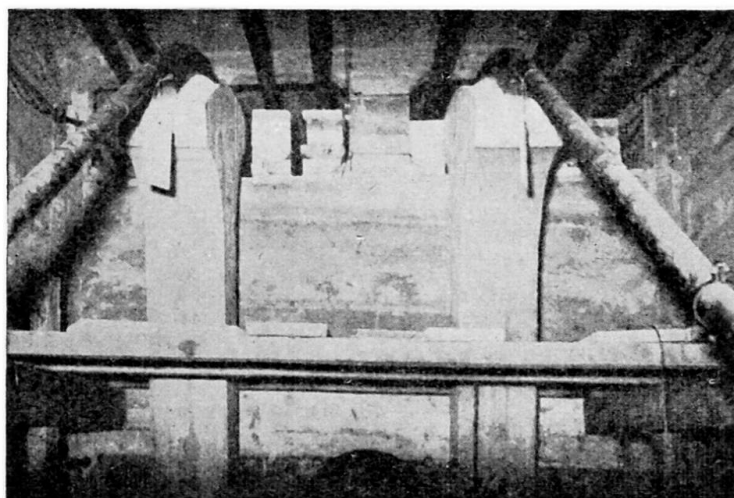


Fig. 10

Changement d'orientation des câbles-balanciers

Les changements d'orientation des câbles sont assurés à l'aide de balanciers.

Dans la travée centrale indépendante, la hauteur disponible pour les balanciers est faible, et l'on a utilisé des appareils en acier moulé.

Dans les consoles-culasses, où la hauteur disponible est beaucoup plus grande, on a adopté des balanciers en béton armé fortement fretté (voir figs. 9 et 10).

Les dimensions des profils des sellettes d'appui, des câbles et des surfaces de roulement des pieds de balancier, ont été définies compte-tenu des mouvements des divers balanciers lors des opérations de mise en tension des câbles. Une étude particulière a été faite pour chaque balancier.

PROCESSUS DE CONSTRUCTION

Phases d'exécution de l'ouvrage

L'importance de la navigation sur la Seine, à Villeneuve-Saint-Georges, exigeait que l'on maintint en permanence une passe marinière assurant le passage des convois montants et avalants.

Les Ingénieurs auraient désiré réaliser d'un seul coup l'ensemble du cintre. En fait, cette solution s'est avérée impraticable; en effet, le pont à construire étant en béton précontraint, les poutres n'auraient de résistance qu'après mise en tension des câbles: le cintre devant donc être capable de supporter toute la charge de l'ouvrage jusqu'à la mise en tension. Dans ces conditions, il fallait réaliser un cintre fort lourd et cette sujétion s'accommodait mal avec la nécessité de maintenir une passe marinière.

En définitive, les Ingénieurs se sont arrêtés à un processus de construction en plusieurs phases successives telle que, dans chaque situation, soit dégagée:

- soit une passe unique supérieure à 35 m.,
- soit deux passes (16 et 20 m.).

Ces phases sont schématisées sur la figure 11.

On a été conduit ainsi à réaliser d'abord les deux poutres consoles-culasses Rive Droite et Rive Gauche et, ensuite seulement, grâce à un cintre suspendu, la travée indépendante centrale.

Conséquences, en ce qui concerne la mise au point du programme de mise en tension des câbles

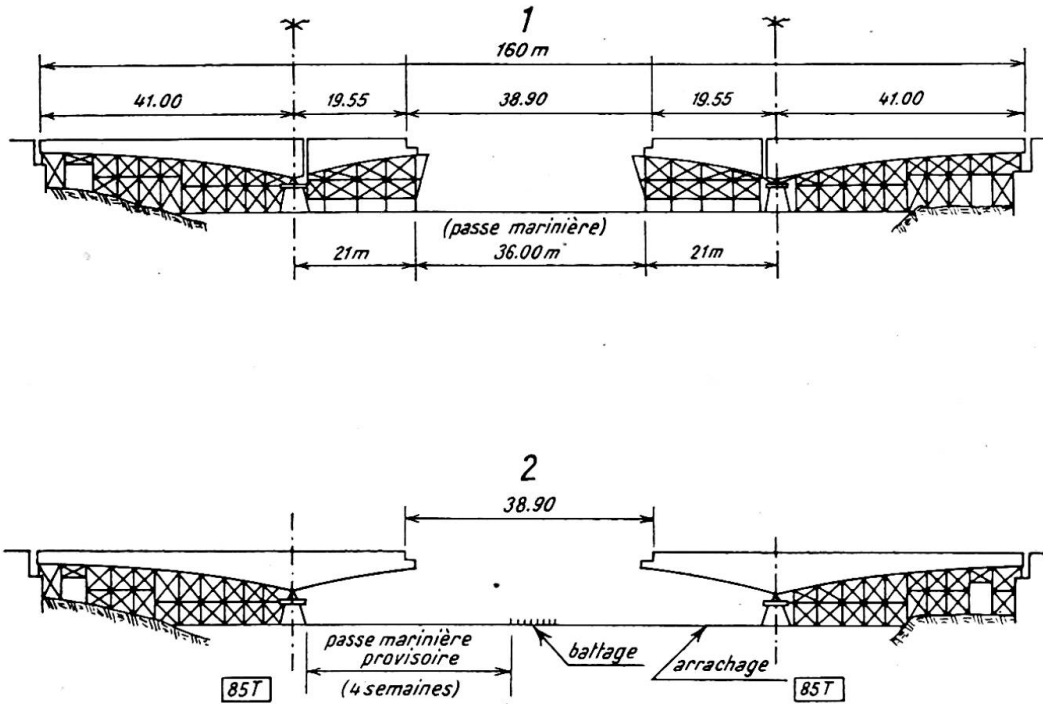
Les Ingénieurs ont dû préciser dans quelles conditions la tension des câbles de précontrainte de l'ouvrage serait portée de 0 à 160 tonnes (tension de service).

Il a été nécessaire de tenir compte, dans cette étude, des étapes successives de construction de la travée indépendante centrale: au fur et à mesure de l'avancement des travaux, la charge P en about de console augmente, pour atteindre finalement la charge figurant dans la note de calcul ($P=489$ tonnes). La tension des câbles des poutres consoles-culasses doit être réglée en conséquence, de manière à éviter sous les divers états intermédiaires de charges en about de console, la création de contraintes anormales dans le béton des voiles longitudinaux, d'intrados et d'extrados.

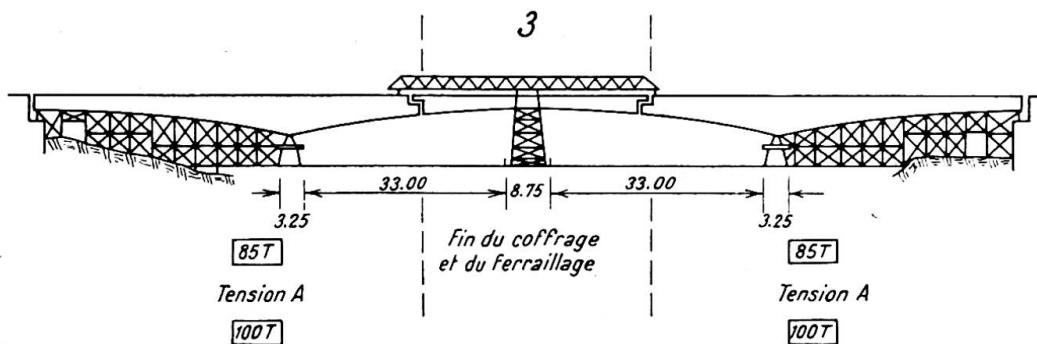
(a) Paliers de mise en tension

L'étude a été faite sur un diagramme comportant:

- en abscisses, les charges successives C de mise en tension des câbles (comprises entre 0 et 160 tonnes);
- en ordonnée, les charges P en about de console, aux divers stades de la construction de la travée indépendante centrale.



Battage des pieux et échafaudages des consoles-culasses-Coffrage-Ferraillages. Coulage du béton des 2 consoles-culasses en ménageant un joint de 0 m. 75 à 0 m. 50 de l'axe des piles, exécuté en dernier lieu-mise en place des câbles et tension des câbles jusqu'à 85 tonnes.



Enlèvement des échafaudages et des pieux sous consoles. Battage des pieux de la passe marinière

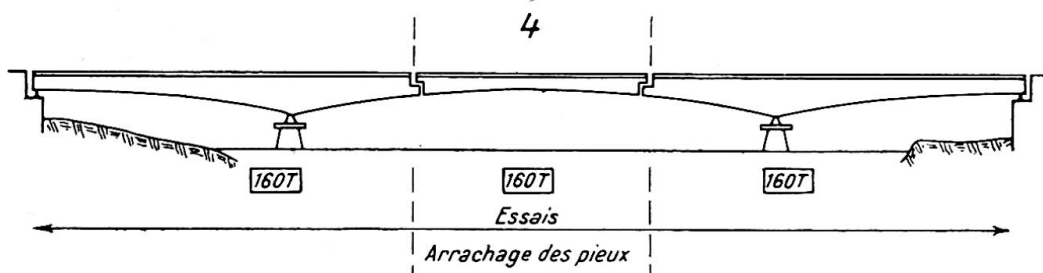


Fig. 11

La traduction analytique pour les diverses sections des poutres consoles des conditions suivantes:

voile d'intrados comprimé $R \geq 5 \text{ kg./cm.}^2$

voile d'extrados comprimé $R \geq 5 \text{ kg./cm.}^2$

taux de cisaillement dans le béton inférieur à 20 kg./cm.^2 en tout point,

a conduit à limiter, dans le plan (P, C) un domaine de variation tel que les états d'équilibre correspondants ne provoquent l'apparition d'aucune contrainte anormale dans les voiles des poutres consoles-culasses (le cintre sous culasse étant supposé maintenu jusqu'aux derniers stades de la construction).

Les Ingénieurs ont défini ainsi, pour les câbles des poutres consoles-culasses, un certain nombre de "paliers" successifs de mise en tension, correspondant aux diverses phases de construction de la travée indépendante centrale.

Ces paliers se traduisent sur la graphique (P, C) par un diagramme en escalier, compris dans le domaine de variation précédemment défini (voir fig. 12).

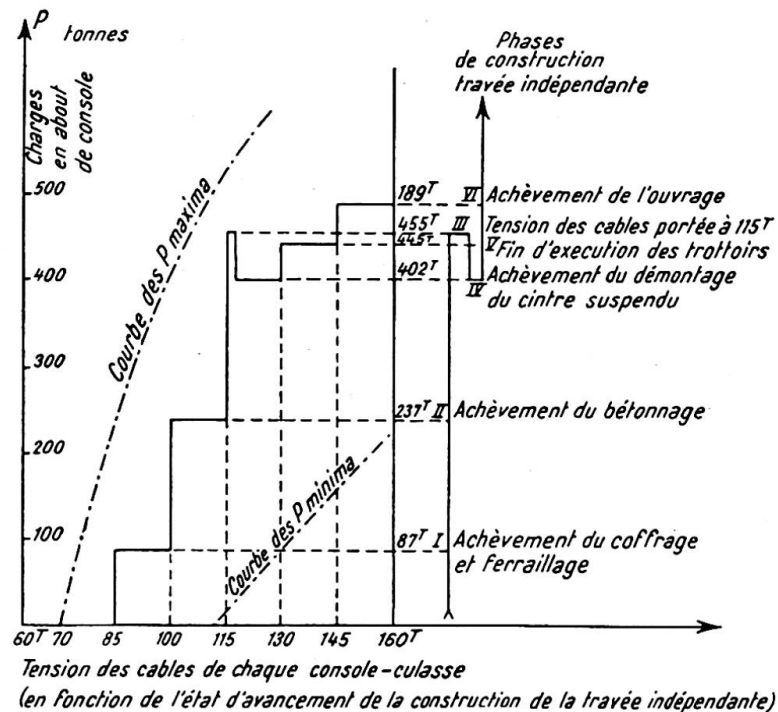


Fig. 12. Diagramme de mise en tension des câbles des poutres consoles culasses

Une étude analogue a été faite pour la mise en tension des câbles de la travée indépendante centrale.

(b) Etapes de mise en tension

Pour passer d'un palier de mise en tension au suivant dans le cadre du programme défini ci-dessus, les Ingénieurs ont adopté des "étapes" uniformes de 15 tonnes.

Soit T_0 la tension de l'ensemble des câbles d'un élément d'ouvrage dans un état intermédiaire du programme. Le processus conduisait à porter la tension de tous les câbles de l'élément considéré, de T_0 à (T_0+15) tonnes, puis de (T_0+15) à (T_0+30) tonnes, et ainsi de suite.

Au sein d'une même "étape" de 15 tonnes, l'ordre de mise en tension des câbles

d'un même élément d'ouvrage est demeuré immuable; il avait été déterminé une fois pour toutes, compte tenu de la nécessité d'éviter l'apparition de contraintes anormales dans les voiles transversaux.

(c) Sens de mise en tension—Mouvements des balanciers

Compte tenu des dispositions générales qui précèdent, les Ingénieurs ont procédé à une étude détaillée des mouvements des divers balanciers au cours de la mise en traction des câbles. Cette étude a permis de définir la position initiale à donner à chacun des balanciers, et les sens de traction à adopter (tantôt côté "rive gauche" et tantôt côté "rive droite") pour que, en définitive, sous la tension de service (160 tonnes), les balanciers occupent leur position théorique (axe de chaque balancier confondu avec la bissectrice de l'angle des directions de câble).

Procédant ainsi, il a été possible, à ce jour, de mettre en tension de 10 à 120 tonnes, dans de bonnes conditions, et sans difficultés notables, les $(39 \times 2) = 78$ câbles des deux poutres consoles-culasses, en utilisant seulement 4 jeux de 4 vérins.

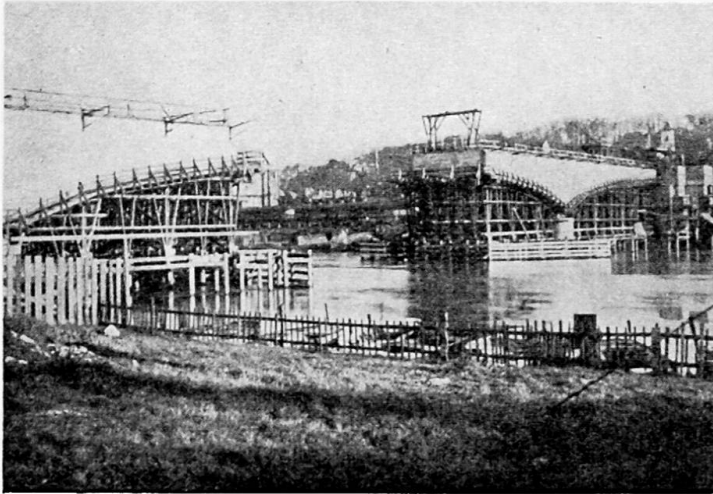


Fig. 13. Câbles tendus à 85 tonnes. On va procéder à l'enlèvement du cintre sous console-culasse Rive-gauche

(d) Dispositif de mise en tension

La mise en tension de chaque câble s'effectue à l'aide d'un jeu de 4 vérins, disposés entre la plaque d'amarrage du culot, et une plaque d'appui fixe solidaire des tiges de retenue (figs. 14 et 15).

Les manomètres de contrôle des pressions sont étalonnés chaque jour sur le chantier, à l'aide d'une balance à fléau spéciale.

CONTRÔLES EN COURS D'EXÉCUTION

Les taux de travail adoptés dans la note de calculs de l'ouvrage, sont les suivants:

<i>Béton</i> : à la compression	100 kg./cm. ²
au cisaillement	10 „
(porté à 25 kg./cm. ² si les armatures transversales sont calculées pour résister seules aux efforts tranchants).	
à l'adhérence	10 kg./cm. ²
(porté à 20 kg./cm. ² si les barres sont munies de crosses).	
<i>Acier clair</i> (câbles):	65 kg./mm. ²

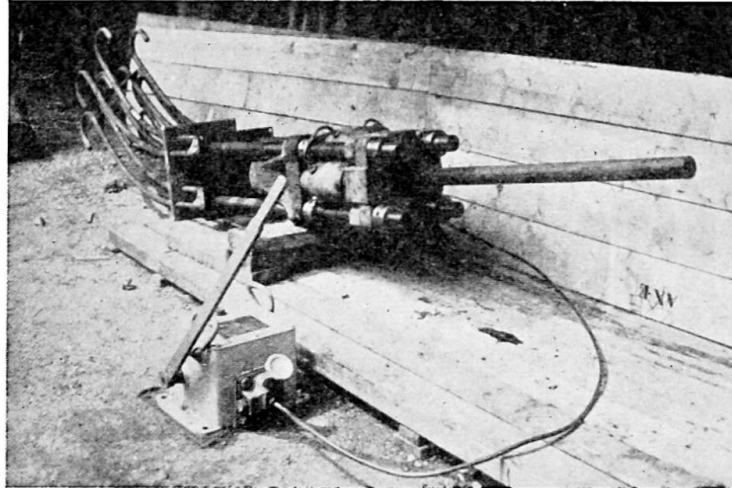


Fig. 14

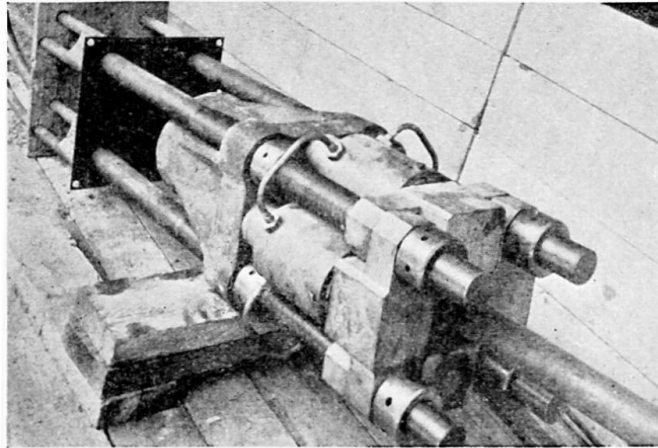


Fig. 15

Ces taux étant relativement élevés, un contrôle sévère de la qualité des matériaux mis en œuvre et de la résistance des assemblages a été assuré en cours d'exécution.

Le béton mis en œuvre dans les éléments de la poutre était constitué comme suit (pour un mètre cube de béton):

sable 0/8 des sablières de la Seine	285 litres
sable 0/2 de Pitre (Rouen)	57 „
gravillon 5/25 des sablières de la Seine	885 „
ciment 250/315 C.P.A.	400 kg.
eau totale	210 litres

Toutes précautions ont été prises en vue d'assurer l'homogénéité des fournitures de ciment et la constance du dosage en eau.

Des prélèvements systématiques de béton ont été effectués, à raison de 12 éprouvettes prismatiques $10 \times 10 \times 30$ et 9 éprouvettes cubiques $20 \times 20 \times 20$ par 10 mètres cubes de béton mis en œuvre. Chaque série d'éprouvettes était prélevée sur

une même gachée, les modalités de fabrication et de conservation des éprouvettes avaient été définies avec précision; celles-ci ont fait l'objet d'essais à 7, 28 et 90 jours.

L'ensemble des résultats expérimentaux relatifs à ces essais est en cours de dépouillement; il permettra de vérifier certaines hypothèses relatives aux lois de répartition des observations faites et donnera, par ailleurs, des indications intéressantes sur le comportement de deux séries homologuées d'éprouvettes de formes différentes (prismatique et cubique).

Les résultats acquis à ce jour pour les poutres consoles-culasses sont les suivants (résistance à la compression à 90 jours):

Désignation	Unité	Eprouvettes 10 × 10 × 30		Eprouvettes 20 × 20 × 20	
		Console-culasse		Console-culasse	
		Rive gauche	Rive droite	Rive gauche	Rive droite
Nombre d'éprouvettes	—	244	252	156	207
Moyenne arithmétique	kg./cm. ²	347	359	440	444
Ecart moyen arithmétique	kg./cm. ²	66,1	37,6	43,2	32,3
Ecart moyen quadrat	kg./cm. ²	84,9	48,0	56,8	42,5

Toute l'organisation du chantier de bétonnage est axée vers la recherche de la dispersion minima dans les résultats d'essais.

Acier clair (câbles)

Les conditions imposées pour la réception des câbles en usine sont celles de l'Instruction du 15 octobre 1947 sur les téléphériques à voyageurs.

Les caractéristiques générales des câbles sont les suivantes:

diamètre nominal 66 mm.

composition 193 fils 41/10—type spiraloïdal monotoron

acier de 160/180 kg./mm.² de résistance à la rupture

angle de câblage 20°

Chaque câble, muni de ses culots d'ancrage, a été mis en prétension à 1,25 fois la charge de service, sur le banc d'essai du chantier. Cette opération a permis de contrôler la bonne tenue de tous les culottages et de stabiliser le câble en provoquant la mise en place définitive des fils les uns par rapport aux autres.

Six essais à la rupture ont été effectués sur la machine de traction de 500 tonnes des Laboratoires de la Marine à Paris; les échantillons soumis aux essais étaient constitués par une longueur de 1 m. 40 de câble, culottés à leurs deux extrémités à l'aide de culots identiques à ceux adoptés sur l'ouvrage, et maintenus sur la machine grâce à 4 tiges d'ancrage ϕ 64 mm.

Les essais ont permis de vérifier la tenue de l'ensemble du dispositif d'ancrage—câble, culots, barres de retenue.

Dans tous les cas, c'est le câble qui s'est rompu; les taux observés ont été les suivants (charge de service 160 tonnes):

Echantillon N°.	1	2	3	4	5	6
Charge de rupture (tonnes)	420	407	398	400	394	415

Les essais ont également permis d'examiner le comportement élastique des câbles et ont conduit les Ingénieurs à adopter comme allongement élastique sous 160 tonnes après prétension à 200 tonnes: $de/e=4,25\%$. Cette constante a été utilisée dans l'établissement du programme de mise en tension.

Ancrages: contrôle des soudures

Des prélèvements systématiques d'assemblage soudés (3 barres ϕ 32 soudées sur une barre ϕ 64) ont été effectués en cours d'exécution des travaux (un assemblage par lot de 50).

Les essais de rupture, effectués sur la machine de traction du Laboratoire du Conservatoire National des Arts et Métiers à Paris, ont donné des résultats satisfaisants (rupture en dehors des soudures, pour des taux de travail de l'ordre de 55 kg./mm.²).

On a procédé à des essais sur modèle réduit en vue de fixer les dispositions à adopter pour le ferrailage des dalles d'ancrage disposées aux extrémités de la travée indépendante centrale (essai sur dalle réduite au $\frac{1}{3}$).

Toutes dispositions ont été prises en vue de permettre le contrôle des contraintes dans l'ouvrage en cours de mise en tension et dans l'ouvrage terminé:

(a) *Béton*: 100 extensomètres acoustiques à corde vibrante (Société des Télémesures Acoustiques à Paris) ont été disposés dans le béton des voiles longitudinaux et transversaux de l'ouvrage. Ils permettent de suivre les opérations de mise en tension, et de comparer à chaque instant les contraintes observées à celles prévues dans la note de calcul.

(b) *Câbles*: des bases de mesures extensométriques (colliers) ont été disposées sur tous les câbles de l'ouvrage, et permettent un contrôle rapide des tensions, indépendamment des indications fournies par les manomètres.

CONCLUSIONS

Le chantier de reconstruction du Pont de Villeneuve-Saint-Georges, situé à proximité de Paris, constitue un exemple de "Chantier Laboratoire" sur lequel les Ingénieurs peuvent procéder à divers essais présentant un caractère d'intérêt général.

Le principe de fonctionnement de l'ouvrage, dont les avantages ont été soulignés plus haut, impose certaines sujétions d'exécution incontestables. Il exige, en particulier, une extrême précision dans la mise en place des ancrages, et un contrôle très poussé des opérations de mise en tension.

Ces sujétions lors de la construction sont compensées par la suite; en raison de la facilité avec laquelle les Ingénieurs pourront suivre l'évolution de la précontrainte, et compenser, si cela s'avère nécessaire, les effets du retrait, du fluage, et de la relaxation de l'acier.

Une telle réalisation constitue, enfin, un bon exemple de la collaboration fructueuse entre: Administration, Technicien Privé, Architecte et Entreprise.

Résumé

Le pont de Villeneuve-Saint-Georges franchit la Seine, près Paris, par 3 travées mesurant respectivement 41 m., 78,20 m. et 41 m. de portée. Son tablier, du type cantilever, comporte une partie indépendante de 39,11 m. au milieu de la travée centrale.

Il est précontraint dans le sens longitudinal par un système souple de câbles de ponts suspendus et de balanciers. Ce système, réglable en tous temps de l'intérieur

de l'ouvrage, permet de compenser entièrement, à la demande, les effets de détente des câbles engendrés par le retrait et le fluage du béton, ainsi que par la relaxation propre de l'acier.

Le tracé et la tension des câbles sont déterminés de telle sorte que, sous la charge permanente, les diverses sections du tablier ne subissent que des efforts de flexion relativement très faibles, aucune traction du béton ne se produisant sous l'action des surcharges les plus défavorables.

L'exécution de cet ouvrage a été précédée par une série d'essais élémentaires concernant la résistance des câbles, de leurs culots, des soudures, des plaques d'ancrage en béton armé, etc.

Les diverses phases de la mise en œuvre du tablier sont également exposées.

Summary

The Villeneuve-Saint-Georges bridge crosses the Seine near Paris in 3 spans of 41 m., 78.2 m. and 41 m. In the centre a girder of the cantilever type, 39.11 m. long, is suspended.

The bridge is prestressed longitudinally with flexible cables on rocking bearings. This system, which can be adjusted at any time within the bridge, allows for compensating for the loss of tension due to shrinkage and creep of the concrete and plastic deformation of the cables.

The positioning and the tensioning of the cables are adjusted in such a way that the various sections of the roadway are subjected only to slight bending stresses under the permanent load and no tensile stress occurs in the concrete, even under the most unfavourable distribution of the effective loads.

Before the bridge was built numerous tests were made regarding the carrying capacity of the cables, their anchorages, the weld positions, the reinforced-concrete anchor plates, etc.

The various stages during the progress of the work are described in the paper.

Zusammenfassung

Die Brücke von Villeneuve-Saint-Georges überspannt die Seine bei Paris in 3 Öffnungen von 41 m., 78,2 m. und 41 m. Spannweite. Im Mittelfeld ist ein Träger von 39,11 m. (Typus Cantilever) eingehängt.

Die Brücke ist in Längsrichtung mit biegsamen Kabeln auf Pendellagern vorgespannt. Dieses im Innern der Brücke jederzeit regulierbare System erlaubt, die infolge Schwinden und Kriechen des Betons sowie infolge der plastischen Verformung der Kabel entstandenen Spannungsverluste auszugleichen.

Die Führung sowie die Spannung der Kabel sind so bestimmt, dass unter der ständigen Last die verschiedenen Querschnitte der Fahrbahn nur kleine Biegebeanspruchung erleiden, und auch bei der ungünstigsten Anordnung der Nutzlasten keine Zugbeanspruchung im Beton entsteht.

Vor der Ausführung wurden zahlreiche Versuche über die Tragfähigkeit der Kabel, ihrer Verankerungen, der Schweiss-Stellen, der Ankerplatten in Eisenbeton, usw. durchgeführt.

Die verschiedenen Bauetappen sind im Bericht ebenfalls beschrieben.

Leere Seite
Blank page
Page vide

CII 2

Continuity in prestressed concrete

La continuité dans le béton précontraint

Die Kontinuität im vorgespannten Beton

PROF. G. MAGNEL

Ghent

INTRODUCTION*

All those who have been pioneers in the field of prestressing have started by making exclusive use of simply supported beams; and they were quite right, as it was necessary to become thoroughly acquainted with the new technique by first applying it to the easiest case.

However, from the very beginning, the necessity has been felt for its application to statically indeterminate structures, and, indeed, it is unavoidable in many cases, as for example:

- (a) the construction of multi-storey buildings;
- (b) the construction of bridges with two or more spans; particularly when the spans are large and the height available for the bridge deck at midspan is very reduced, while the available height is much greater above the intermediate supports.
- (c) the construction of buildings, even with only one storey, in areas subject to earthquakes.

In addition the desire to make use of continuity arises from the fact that it is a way to economise in anchorages and, consequently, to make prestressed beams with short spans economically; even in the case where anchored cables are used.

THE DIFFICULTY OF THE PROBLEM

Many difficulties were met by those who tried to apply prestressing to statically indeterminate structures. The following difficulties are worth mentioning:

- (a) The method of design is not at first sight straightforward, although it is seen

* The word "prestressing" is taken to mean "stressed previous to the live load acting on it" and no difference is made between what in England are called "prestressing" and "poststressing."

immediately that it does not involve any new principles. Several specialists have published their methods and all that can be said is that they are all equivalent—being nothing else than the application of Hooke's law—and that the best is the one which one knows best and which one has applied many times.

(b) What is worth mentioning is that a rather small accidental displacement of the cable in a continuous beam—and this is also true for all statically indeterminate structures—produces an important variation in the external moments due to prestressing which the author has called the secondary moments.

Take, for example, continuous beams with three or two spans of 49 ft. each, calculated as shown in the author's book:* the secondary moments at the internal supports are the following:

Eccentricities	Case A	Case B
	Three spans	
At end support	0	0
At middle of end span	−8.5 in.	−9.5 in.
At middle of midspan	−3.3 in.	−3.3 in.
At interior support	+8.0 in.	−8.0 in.
Secondary moment at interior support	−27,100 lb.-in.	+8,300 lb.-in.
	Two spans	
At end support	0	0
At midspan	−10.1 in.	−11.0 in.
At mid-support	+0.9 in.	0 in.
Secondary moment at interior support	+837,000 lb.-in.	+975,000 lb.-in.

It will be seen that in the case of three spans the secondary moment changes considerably (even its sign changes) for a difference of 1 in. in the eccentricity of the cable; however, this is not important, as the absolute value of the secondary moment is in this case almost negligible.

In the case of two spans a difference of less than 1 in. in the exact position of the cable produces a difference of 16% in the value of the secondary moment, to which corresponds a variation in stress of 143 lb./in.² in the beam, or about 7% of the permissible stress. It may be concluded from this that the exact position of the cable is of great importance and that it is the duty of the designer to see which is the best position and shape of the cables.

(c) The execution of statically indeterminate structures is not free from special difficulties, of which only three are discussed below:

- (i) There is the frictional resistance of the cables in their housing; the loss of prestressing force corresponding to this friction exists also in the case of simply supported beams with curved cables, but is less important, as the cable has generally only one curvature. In continuous beams it is sometimes easy for the designer to use cables with several changes of sign of the curvatures and in these cases the loss through friction cannot be considered to be negligible. The ideal solution is to use straight cables, or cables only deviated at one point, being straight between this point and the ends.

* G. Magnel, *Prestressed Concrete*, p. 102, fig. 75, Concrete Publications, London.

- However, this is not always possible. The author has made some tests on losses through friction and the results of the tests are given in an appendix.
- (ii) There is the tendency for designers to achieve continuity by using short cables placed in the beam above the internal supports, with their ends protruding from the underside of the beam not far from the columns. The author does not think this is an arrangement that can be recommended except in cases of large spans. It is indeed, according to the author's experience, impossible to prestress short cables with sufficient accuracy. Take a cable of 15 ft. long to be prestressed up to 140,000 lb./in.², this means a total elongation of about 0.90 in.; in other words, by working with one jack at each end of the cable—as has to be done to decrease the frictional loss—the elongation to be produced by each jack is about 0.45 in. If it is remembered that in all known systems, where the wires are fixed in pairs or in larger numbers by a wedge, the difference from one case to another in slipping of the wires when (the wedge being driven home) they are released, amounts to 0.10 in., it is seen that the prestressing cannot be done with an accuracy of more than 22%, which the author considers as insufficient; moreover the error due to ignorance of the exact friction loss has to be added to this. In the present state of development, any other means of establishing continuity by means of short elements above the columns cannot be foreseen except through the use of steel bolts with a high elastic limit, the fixing device being a nut or something equivalent.
 - (iii) There is the difficulty in connection with expansion and contraction joints, where a special arrangement has to be developed to allow for the prestressing operation. This special arrangement is of course dependent upon the special kind of structure to be made. If the case of framed buildings is considered, two solutions are possible: Either make three spans continuous with a cantilever extending to about one-fifth of the fourth span; then leave the fourth span open in its central part and make the spans 5, 6 and 7 continuous with a short cantilever extending through about one-fifth of the fourth span. The ends of the two cantilevers in the fourth span can then be bridged over by a prefabricated beam in prestressed concrete simply supported on the cantilever ends. Or, alternatively, build the central part of the fourth span in ordinary reinforced concrete, provided dowel bars have been placed in the ends of the cantilevers.

A similar arrangement is going to be applied in Belgium in the case of a very important mushroom slab. It is intended to build the mushroom panel above the columns, using the prestressing technique in two directions; the remaining parts of the slab will be in ordinary reinforced concrete.

GENERAL REMARKS

The author would like to emphasise that in his opinion one should not be too afraid of the above difficulties. It must not be forgotten that the computations of stresses to be made are very inaccurate, as they are based on the elastic theory. Concrete has the great property of adapting itself to different conditions, mainly in statically indeterminate structures. Moreover, the factors of safety permitted for concrete are generally very high, and the concrete in prestressing work is not only made better than in ordinary reinforced concrete, but is cured under better conditions, and some of its hardening is done under pressure.

The main point, in the author's opinion, is to be sure of the value of the prestressing forces given by the steel at the time of prestressing and this should and can be done with an accuracy of about 5%.

Consequently, calculations which take too much time should not be made with the view of achieving better accuracy; let the designer concentrate on a good general conception of the structure to be made and see to it that the prestressing operation is done in the most perfect way.

SOME EXAMPLES OF CONTINUITY IN BELGIUM

Figs. 1, 2, 3, 4 and 5 give the general arrangement of framed buildings in

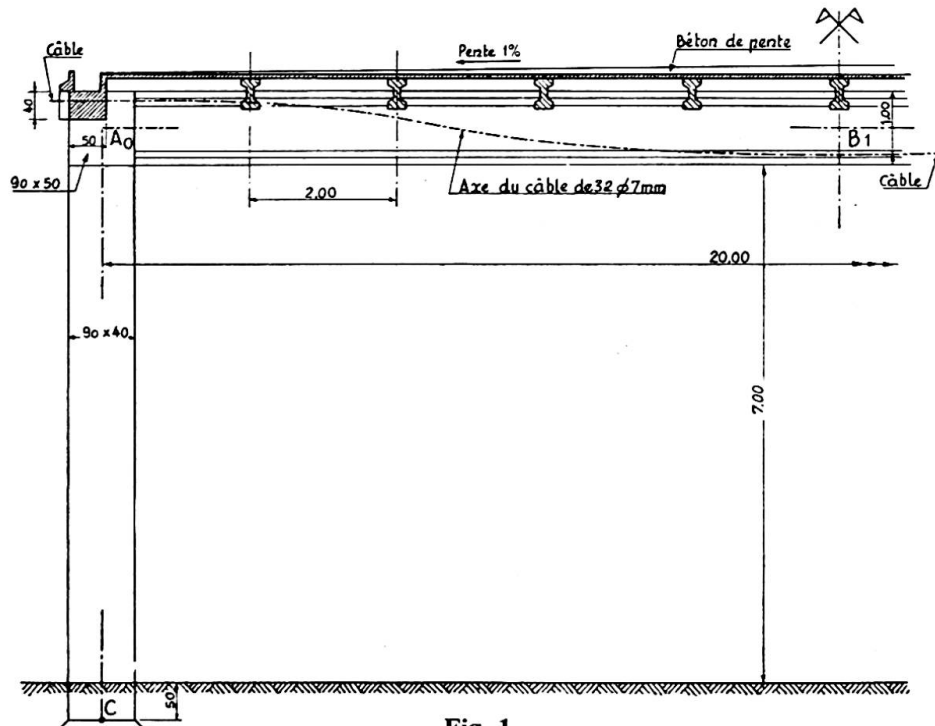


Fig. 1

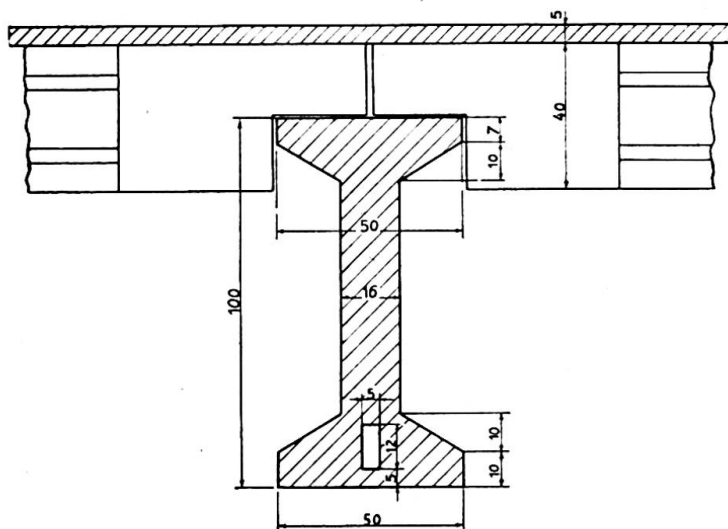


Fig. 2

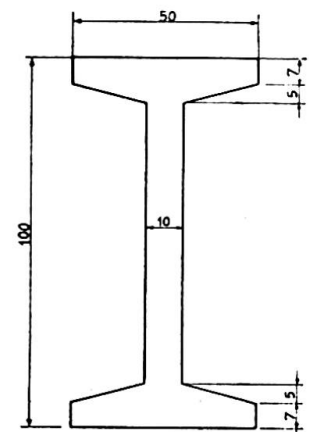


Fig. 3

prestressed concrete. Figs. 1, 2 and 3 show the case of a simple frame of 66 ft. span. Two possibilities are shown;

- (i) the beam is either made monolithic with the cable hidden in it (fig. 2), or
- (ii) the beam is made in prefabricated blocks with the cables placed at each side of the web (fig. 3).

In both cases the tops of the columns serve as end blocks for the beam. The columns are either in ordinary reinforced or in prestressed concrete. Fig. 4 shows a one-span multi-storey building. Fig. 5 shows a multi-span one-storey building.

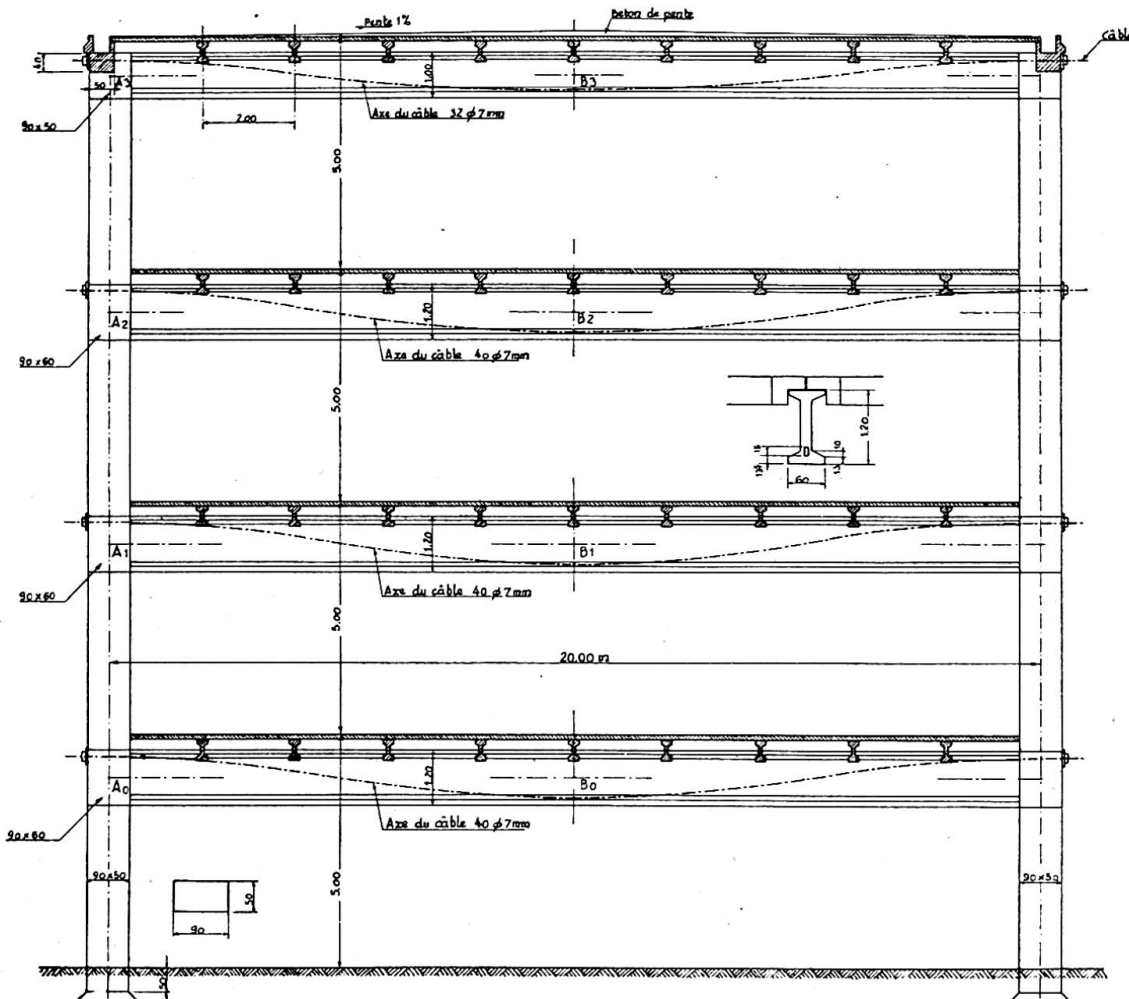


Fig. 4

Three examples of structures that have actually been built are given below:

(a) A two-storey building built in a contractor's yard; it was a much needed building, but it was decided to make it in prestressed concrete frames as a first experiment in this new direction (fig. 6). The span of the frame is about 53 ft.; the beams are made in prefabricated blocks, the cross-section of which is shown on fig. 6; the cables are placed outside the web on each side. Figs. 7 and 8 show some aspects of the structure.

(b) A four-storey office building built at Leopoldville in the Belgian Congo (fig. 9).

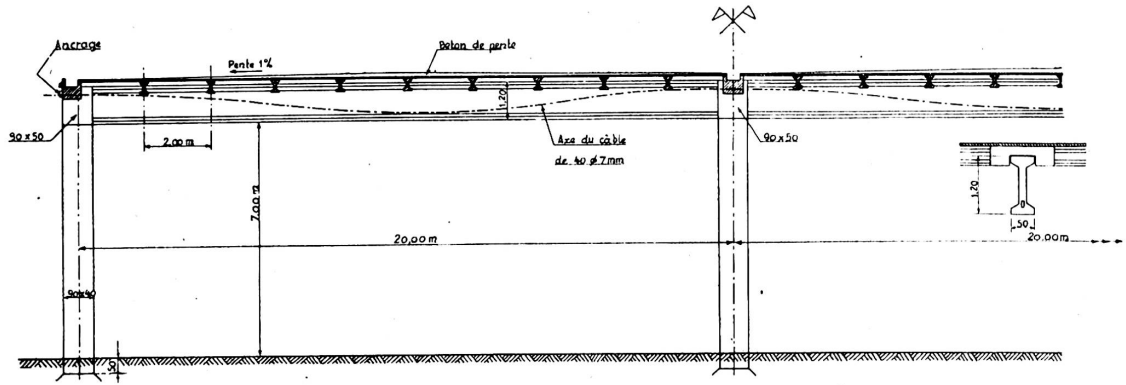


Fig. 5

Fig. 9 is self-explanatory (span about 46 ft.; height from floor to floor about 15 ft. 9 in.). Figs. 10, 11, 12 and 13 show some aspects of the building during its construction.

(c) Finally, the most important example of continuity is the Sclayn road bridge in Belgium. It has two spans of 205.72 ft. each, a roadway 23 ft. wide with two foot-paths each 5 ft. wide. The structure is a box girder having a total depth of only 6.36 ft. at midspan and 15.58 ft. at the central support. The elevation and cross-section are shown in figs. 14 and 15; a photograph of the finished bridge is given in fig. 18; details of cables are given in fig. 16 and of the prestressing jack in fig. 17. The cables are straight in each span; at their mid-point, above the central support, they are 2.84 ft. higher than at their ends at the end supports. The girder is divided in three

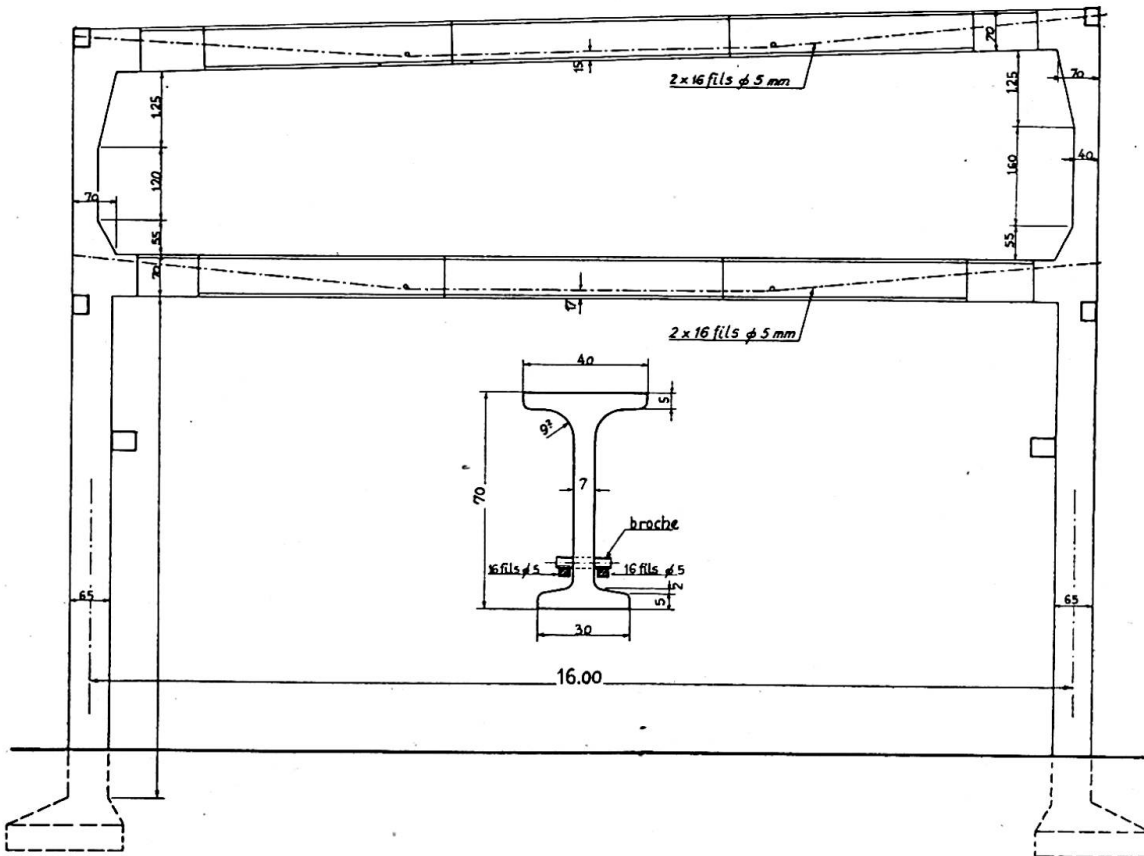


Fig. 6. Factory at Machelen. Dépôt—Cross-section

compartments in which the cables are placed. In all 36 cables each of 48 wires of 0.276 in.², have been provided; they have been prestressed at both ends simultaneously up to 121,000 lb./in.², which gave initially a total prestressing force of 5,650 metric tons, dropping to about 4,800 metric tons in course of time. The working stress allowed in the concrete is 2,200 lb./in.²

It is worth while pointing out that the secondary bending moment due to the prestressing is in this case initially equal to 67,138,000 lb.-ft., which one should compare with the 128,860,000 lb.-ft. which is the bending moment due to dead and live load at the point above the central support. These figures show that the secondary bending moment is far from negligible in this case. It is helpful above the support, but

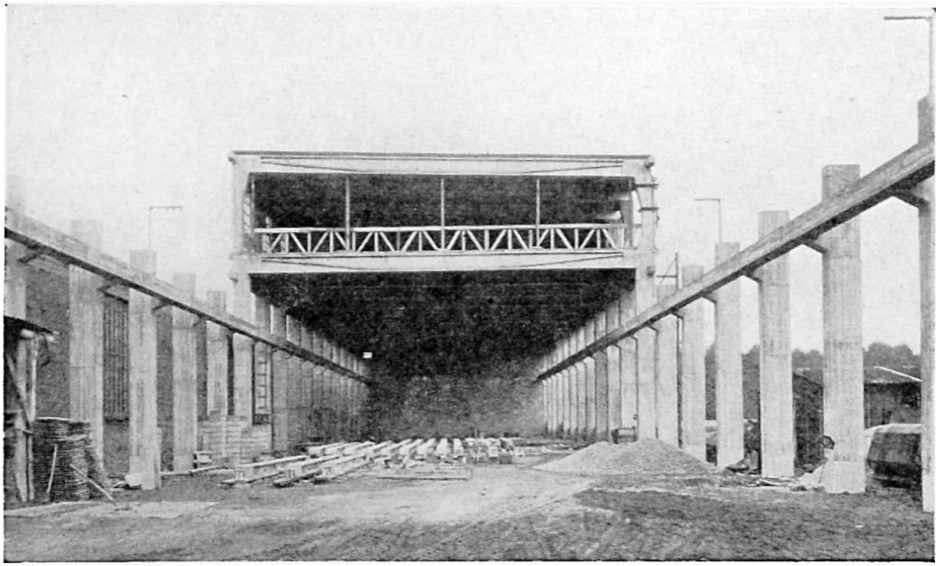


Fig. 7

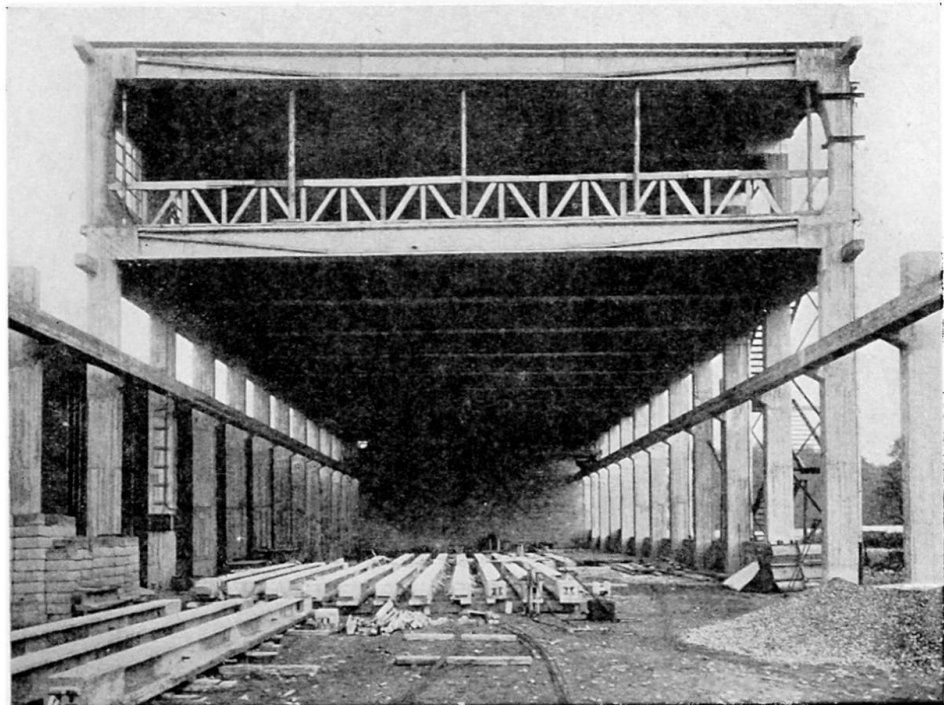


Fig. 8

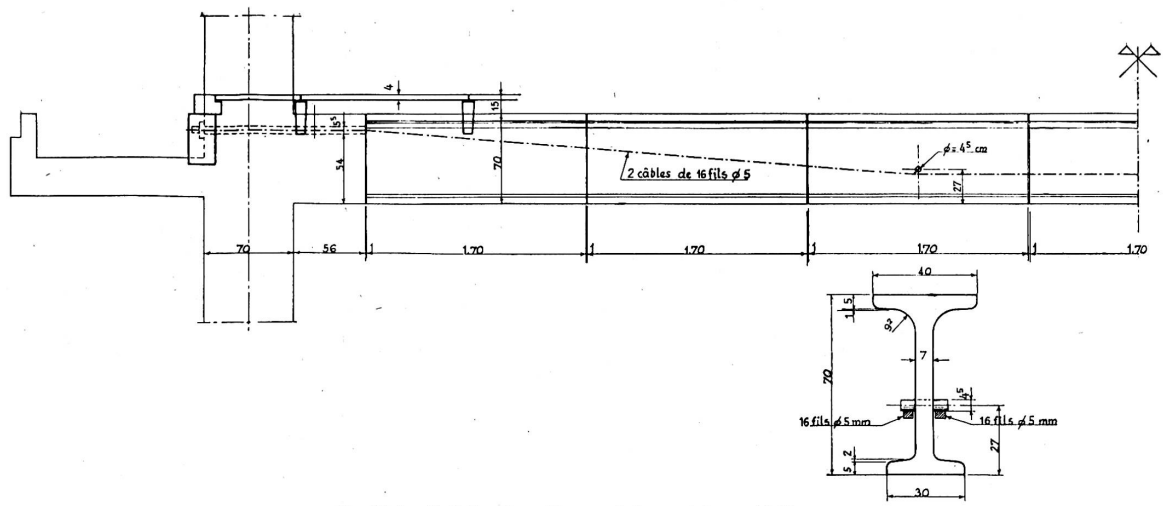


Fig. 9(a). Building for offices and shops at Leopoldville

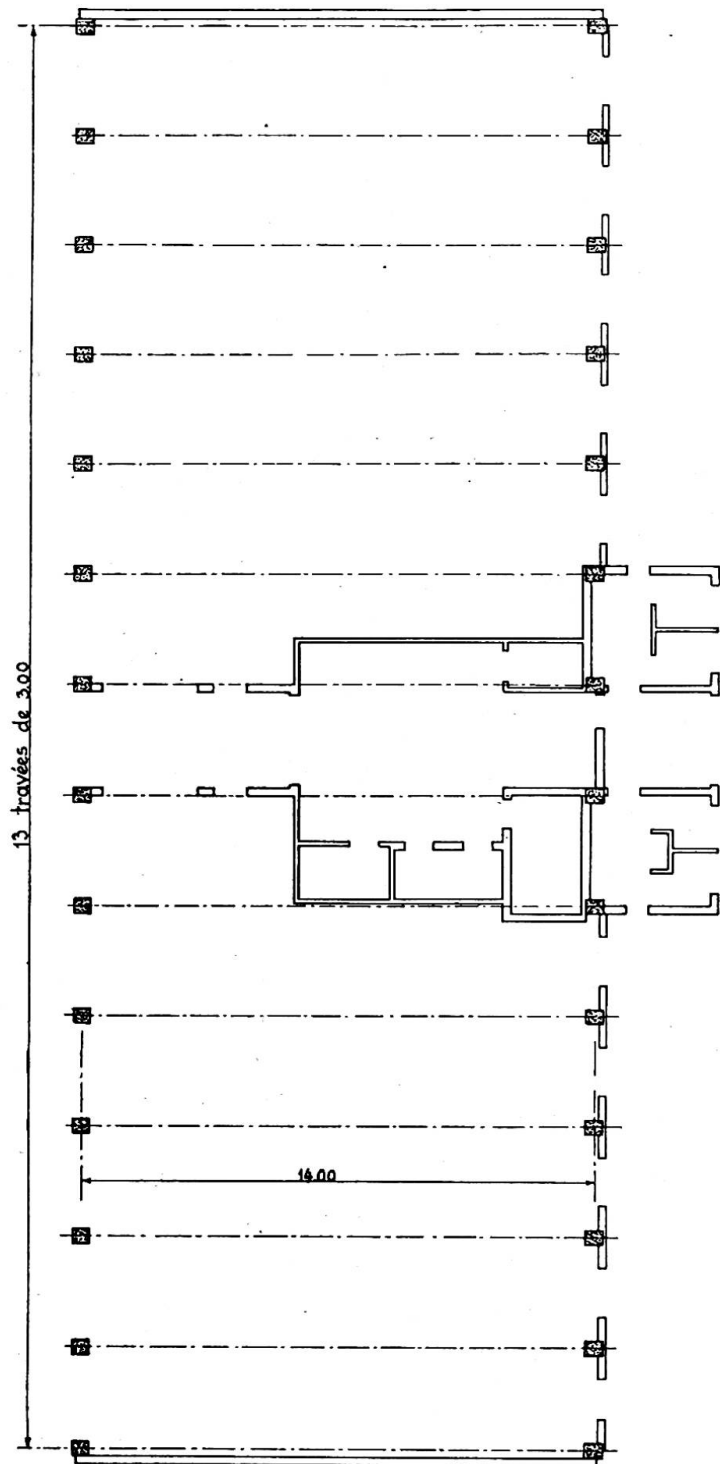


Fig. 9(b). Building at Leopoldville—Plan

disadvantageous at midspan, when the maximum bending moment due to dead and liveload is 28,500,000 lb.-ft. With another arrangement of the cable the value of the secondary bending moment changes considerably. It is the duty of the designer to find the most economic arrangement.

The Belgian specialists have taken the opportunity of this large bridge to make experiments on the loss of prestress in course of time. Therefore they have provided

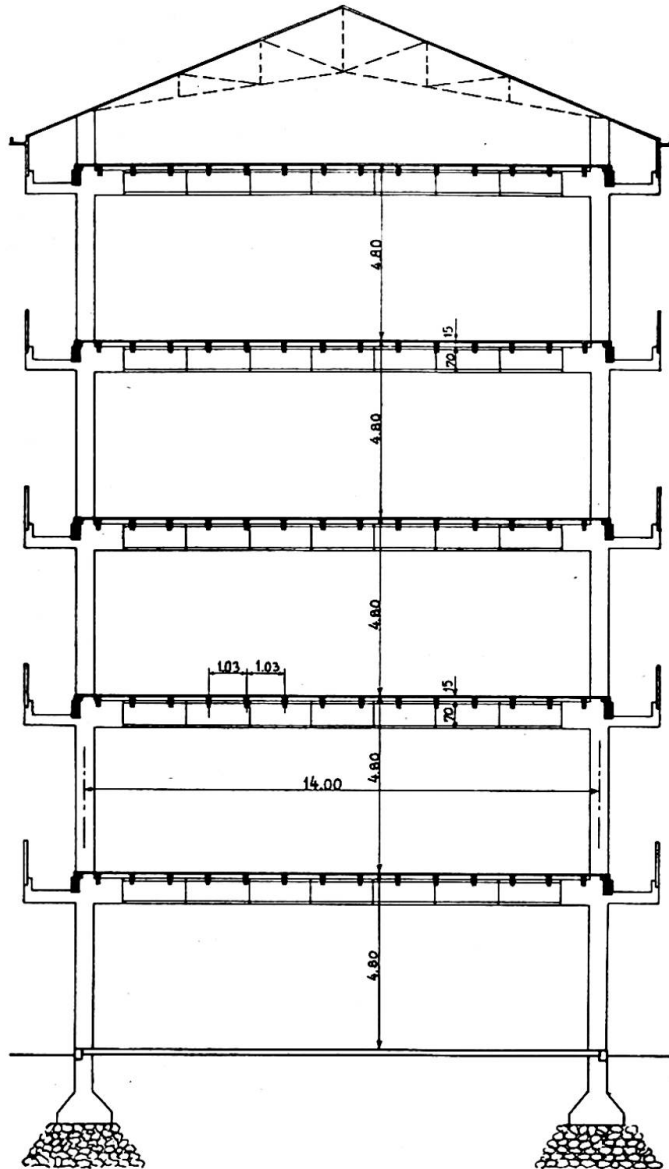


Fig. 9(c). Building at Leopoldville—Cross-section

in the box girder two supplementary cables of eight wires each; these cables are not grouted and as their wires remain free, it is possible to measure periodically the variation in stress. Up to the present the measurements made show (after more than two years) that the loss of prestress through all causes is rather smaller than what is generally accepted by designers.

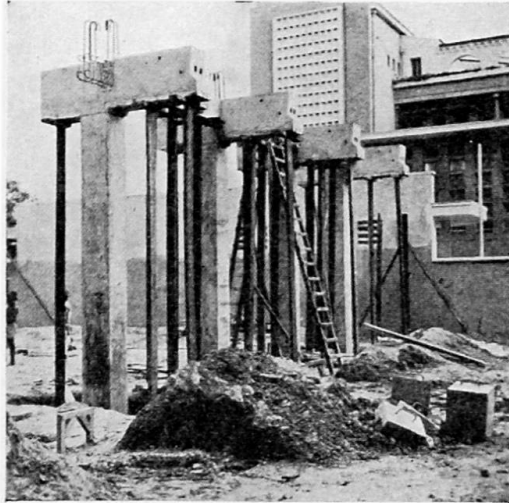


Fig. 10

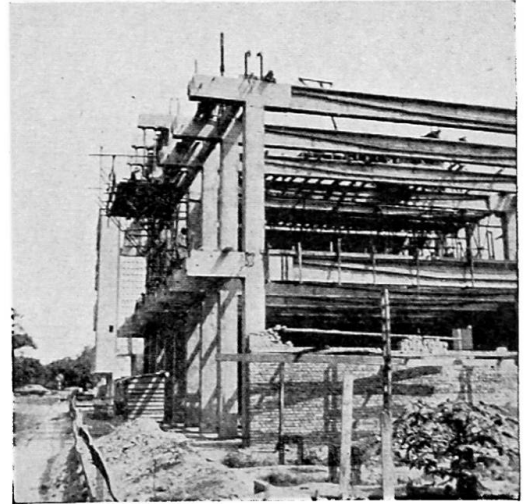


Fig. 11

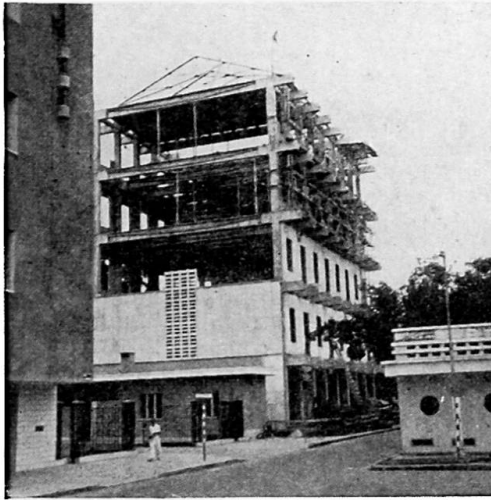


Fig. 12



Fig. 13

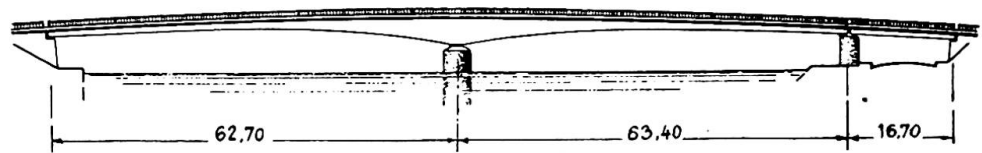


Fig. 14. Bridge over the Meuse at Sclayn in prestressed concrete—Elevation

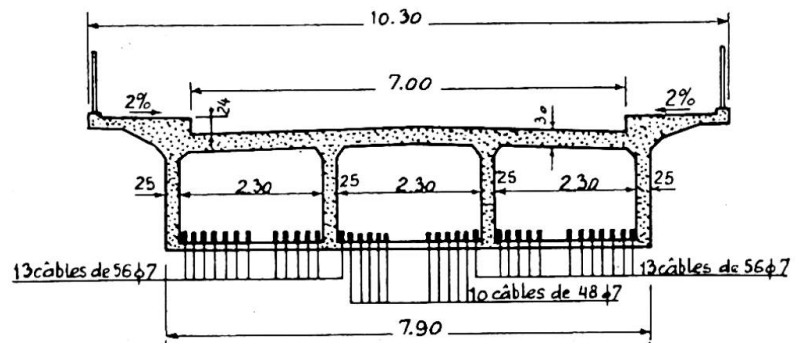


Fig. 15. Bridge over the Meuse at Sclayn in prestressed concrete—Cross-section

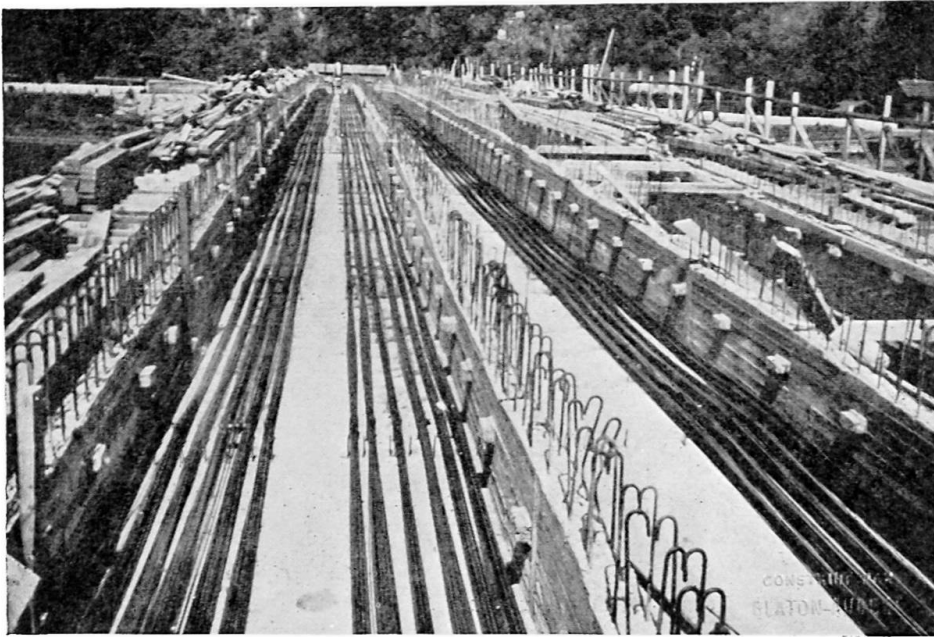


Fig. 16

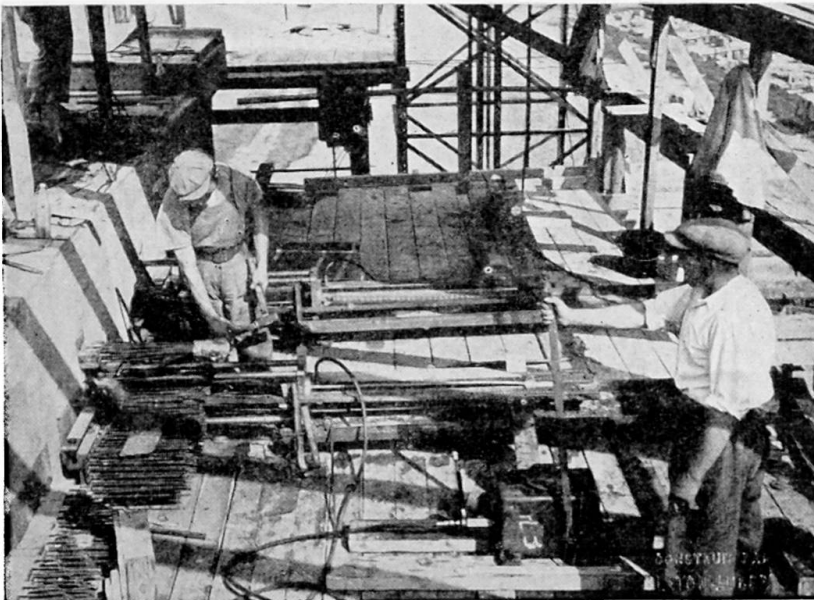


Fig. 17

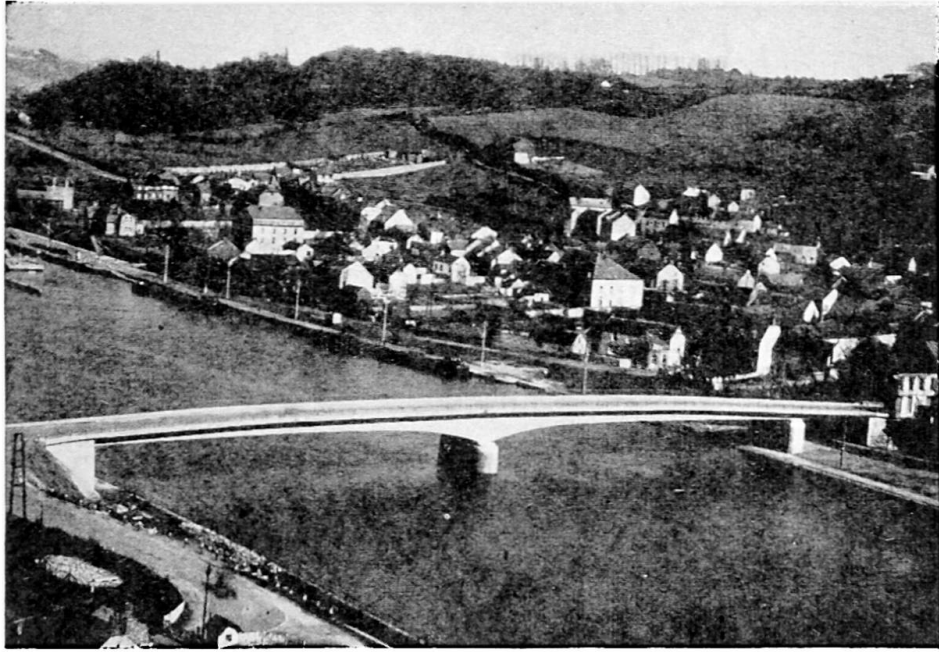


Fig. 18

APPENDIX

RESULTS OF TESTS FOR FRICTION LOSSES

The testing method is shown in fig. 19. A wire (5 or 7 mm. in diameter) is fixed at one end (A) and attached to a jack (D) at the other end (B). The middle of the wire (C) can be deflected by means of a special device; the deflection is called e and the base length l ($l = 13.40$ m.).

Strain gauges are attached to the wire at the two places indicated in fig. 19. Details of the cast-iron plate (C) used to cause the deflection are given in fig. 20.

Tests have been made for different values of e by stretching the wire with the jack, and measuring the difference in strain indicated by the two strain gauges for a series of jack loads. The results are summarised in Table I for 5 mm. wires and Table II for 7 mm. wires.

Figs. 21 and 22 show the loss in stress as a function of the angle α for different values of the stress in the wire. The author has checked that the speed with which the wire is stretched to its maximum stress has virtually no effect on the magnitude of the loss due to friction.

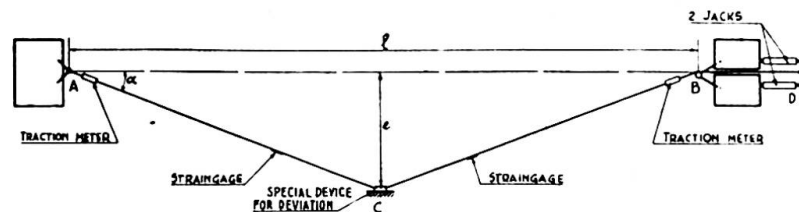


Fig. 19

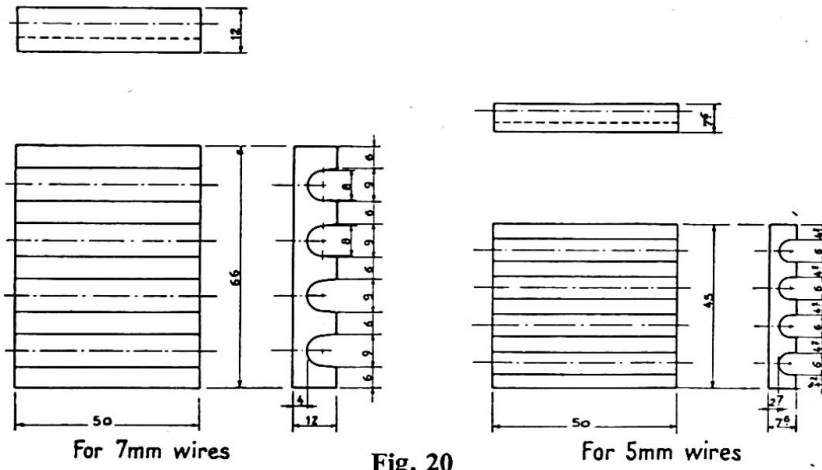


Fig. 20

TABLE I
Size of wire: 5 mm. diameter

Deviations		Loss of stress due to friction for different stresses in kg./mm. ²							
e (cm.)	α	25		50		75		100	
		strain gauge	jacks	strain gauge	jacks	strain gauge	jacks	strain gauge	jacks
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	2 3	0.5	—	0.8	—	0.8	—	1.2	—
48	4 5	0.7	—	1.4	—	1.4	—	2.0	—
72	6 10	1.0	—	1.6	—	2.2	—	3.4	—
100	8 30	1.2	—	2.0	—	2.8	—	4.0	—
124	10 30	1.4	1.0	2.4	—	3.4	2.5	5.0	3.1
148	12 30	1.7	1.5	3.0	4.1	4.1	4.6	5.6	5.6
176	14 40	2.0	2.0	4.1	4.1	4.0	4.6	5.9	5.6
200	16 40	2.3	2.5	4.2	4.1	5.6	6.6	8.0	8.1
224	18 30	2.5	3.0	4.0	4.6	6.2	6.6	9.1	8.1

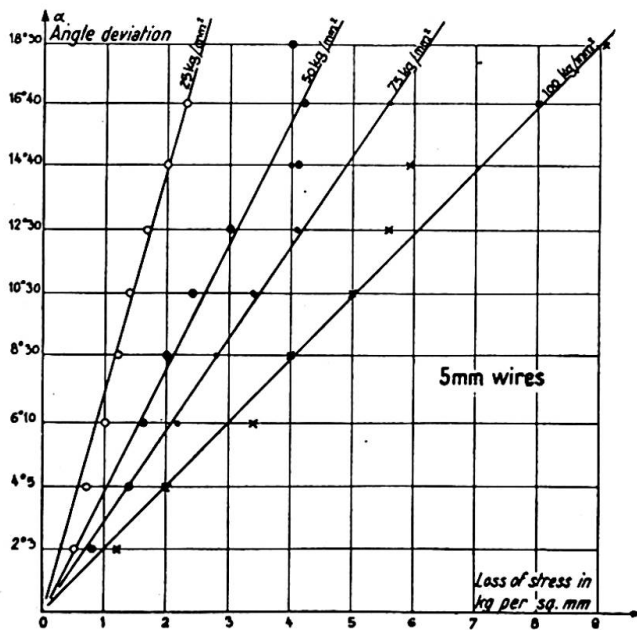


Fig. 21

TABLE II
Size of wire: 7 mm. diameter

Deviations		Loss of stress due to friction for different stresses in kg./mm. ²							
e (cm.)	α °	25		50		75		100	
		strain gauge	jacks	strain gauge	jacks	strain gauge	jacks	strain gauge	jacks
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	2 3	0.8	—	1.2	—	1.2	0.9	1.5	1.6
48	4 5	0.6	0.6	0.8	1.0	1.2	1.3	2.0	2.1
72	6 10	0.3	0.9	0.5	1.0	1.8	1.9	2.5	2.6
100	8 30	0.3	1.7	1.1	2.1	1.8	2.4	2.7	3.6
124	10 30	1.5	1.3	2.2	2.1	3.2	3.6	4.2	4.4
148	12 30	1.2	2.1	3.0	3.2	4.2	4.9	5.0	6.7
176	14 40	1.3	2.1	3.6	3.9	4.3	5.2	6.2	7.1
200	16 40	2.8	2.1	4.2	3.9	5.2	6.2	7.8	8.2
224	18 30	2.6	2.1	5.1	4.9	7.6	7.0	9.0	9.1

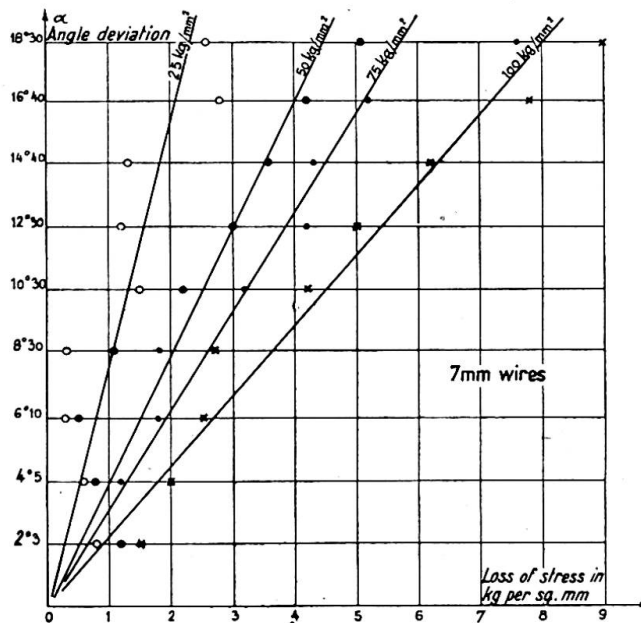


Fig. 22

Summary

The author explains the reasons why it is unavoidable to make continuous statically indeterminate structures in prestressed concrete, and states the theoretical and practical difficulties in connection with this.

Some examples of statically prestressed structures in Belgium are given: these include a two-storey building at Brussels, a four-storey building at Leopoldville, and the Sclayn Bridge across the River Meuse, which is the most important application of continuity made up to the present time in bridge building.

The paper gives some results of measurements of the loss of stress due to friction.

Résumé

L'auteur expose les raisons pour lesquelles il est nécessaire d'associer l'hyperstatisme à la précontrainte; il montre les difficultés corrélatives, tant théoriques que pratiques.

Il cite quelques exemples d'ouvrages hyperstatiques en béton précontraint, réalisés en Belgique: un immeuble à deux étages à Bruxelles, un immeuble à quatre étages à Léopoldville et le pont Sclayn sur la Meuse. Ces exemples constituent les applications actuelles les plus intéressantes de la continuité dans la construction en béton précontraint.

L'auteur termine en reproduisant quelques résultats de mesures concernant les réductions de contraintes dues au frottement.

Zusammenfassung

Der Verfasser erklärt die Gründe, weshalb es unvermeidlich ist, durchlaufende, statisch unbestimmte Konstruktionen in vorgespanntem Beton zu bauen und legt die damit verbundenen theoretischen und praktischen Schwierigkeiten dar.

Einige Beispiele von statisch unbestimmten vorgespannten Bauten in Belgien werden beschrieben: Ein zweistöckiges Gebäude in Brüssel, ein vierstöckiges Gebäude in Leopoldville und die Sclaynbrücke über die Meuse, welche gegenwärtig die wichtigste Anwendung der Kontinuität im Bau vorgespannter Brücken darstellt.

Die Abhandlung enthält einige Ergebnisse von Messungen über den Spannungsverlust infolge Reibung an.

Leere Seite
Blank page
Page vide