Zeitschrift:	IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht
Band:	7 (1964)
Artikel:	Berechnung von Stockwerkrahmen nach Theorie II. Ordnung
Autor:	Kretzschmar, Horst / Müller, Heinz
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-7819

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. <u>Siehe Rechtliche Hinweise.</u>

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. <u>Voir Informations légales.</u>

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. <u>See Legal notice.</u>

Download PDF: 21.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ia 4

Berechnung von Stockwerkrahmen nach Theorie II. Ordnung¹)

Calculation of Multi-storey Portal Structures in Accordance with IInd Order Theory

Etude des portiques étagés par calcul du 2e ordre

HORST KRETZSCHMAR HEINZ MÜLLER Dr.-Ing. Dr.-Ing. Technische Universität Dresden, Lehrstuhl für Statik der Baukonstruktionen und Stahlbau

1. Aufgabenstellung und Lösungsweg

Die bekannten Formulierungen der baustatischen Ansätze sind im allgemeinen für den Einsatz digitaler Rechenautomaten nicht oder wenig geeignet. Für die Berechnung ausgezeichneter Größen des Spannungs- und Verschiebungszustandes von Stockwerkrahmen mit einem orthogonalen Netz nicht unterbrochener Stiel- und Riegelzüge und an den Knotenpunkten biegesteif oder gelenkig angeschlossenen Stäben nach Theorie II. Ordnung wird hier eine für Rechenautomaten geeignete Formulierung mitgeteilt.

Von den Verfahren der Baustatik wurde die vereinfachte Deformationsmethode (Vernachlässigung der elastischen Stablängenänderungen) ausgewählt. Sie besitzt gegenüber der Kraftgrößenmethode bei den zu betrachtenden Stockwerkrahmen den Vorteil einer meist kleineren Zahl der Unbekannten. So sind zum Beispiel für einen Stockwerkrahmen mit biegesteifen Stabanschlüssen bei der vereinfachten Deformationsmethode v(n+1) unbekannte Verformungsgrößen, dagegen bei der Kraftgrößenmethode 3v(n-1) unbekannte Schnittkräfte einzuführen, wenn mit v die Zahl der Geschosse und mit n die Zahl der Stielzüge bezeichnet wird. Noch wesentlicher erscheint der Umstand, daß der Formalismus der Rechnung bei der Kraftgrößenmethode durch die Art der Stabanschlüsse wesentlich stärker beeinflußt wird als bei der Deformationsmethode. Bei der Reduktionsmethode sind, soweit nicht Schnittgrößen unterdrückt werden, 3n unbekannte Größen in vertikaler oder 3v unbekannte Größen in horizontaler Richtung fortzuleiten. Sind in Fortleitungsrichtung verschiedene Stabanschlüsse vorhanden, so erhöht sich die Zahl der Unbekannten oder diese müssen abgelöst werden. In beiden Fällen wird der Formalismus der Rechnung erschwert.

Für die Auflösung des nach der vereinfachten Deformationsmethode er-

¹) Dieses Thema wurde im Rahmen eines Forschungsauftrages am Lehrstuhl für Statik der Baukonstruktionen und Stahlbau, Lehrstuhlinhaber Prof. Dr.-Ing. habil. G. Bürgermeister, bearbeitet.

haltenen Gleichungssystems scheidet eine iterative Behandlung aus, da im Gegensatz zur Theorie I. Ordnung hier Konvergenzschwierigkeiten zu erwarten sind. Die spezielle Belegung des Gleichungssystems empfiehlt für die direkte Behandlung eine zweistufige Lösung. Dadurch können auch bei relativ kleinem Speicherraum größere Systeme berechnet werden.

Zur Organisation eines für Digitalrechenautomaten geeigneten Rechenablaufes werden die beiden äußeren Stielzüge mit dem obersten Riegelzug und der Verbindungslinie der Fußpunkte wie in [4] zu einem Rechteck ergänzt. Außerdem sind die anderen Riegel- und Stielzüge bis zur Berandung des Recht-



Fig. 1. Einordnung des Stockwerkrahmens in ein Rechteckraster.

eckes zu ergänzen. Es entsteht dadurch ein Rechteck mit vn Rasterpunkten, die gemäß Fig. 1 zu numerieren sind. Diejenigen Rasterabschnitte, die sich nicht mit dem vorgegebenen Stockwerkrahmen decken, werden als unbelastete, beiderseits gelenkig angeschlossene Stäbe aufgefaßt. Gleichermaßen werden bei der Berechnung der Vorzahlen $a_{jn,jn}$, a_{jn+1} , j_{n+1} , $a_{jn,jn+1}$ (s. Fig. 4) die Verbindungen der Rasterpunkte jn, jn+1 als unbelastete, beiderseits gelenkig angeschlossene Stäbe betrachtet.

Informationen über die Art der Anschlüsse der Stäbe an die Knoten werden durch entsprechende Markierungen der Größen J eingegeben. Der Zahlenwert und die Markierung der Größe J sind aus Fig. 2 ersichtlich²).

Da bei einer Untersuchung nach Theorie II. Ordnung die Vor- und Belastungszahlen vom Längskraftzustand abhängig sind, muß die gesamte Berechnung in Form einer Iteration, die mit geschätzten Längskräften eingeleitet wird, durchgeführt werden. Es wird hier der stabilisierende Einfluß

²) Der Zeiß-Rechenautomat ZRA 1, für den das behandelte Problem programmiert wurde, verfügt über die drei Markierungsmöglichkeiten Q 1, Q 2 und Q 1 Q 2.

von Längskräften N > 0 (Zugkräfte) bei der Ermittlung der Knoten- und Stabdrehwinkel vernachlässigt.

> Markierung Lagerung Ji,k den k 20 0 keine Î Î k i 77777 K Trägheitsmoment Q, des Stabes F i,k i k i 77.077 2202 k Trägheitsmoment 1111 Q2 des Stabes i,k i k i www Trägheits-1111. moment keine des Stabes i k i,k

Der Ablauf der Rechnung ist aus Fig. 3 ersichtlich.

Fig. 2. Kennzeichnung der Stabanschlüsse durch Markierung der Größe J.

Berechnung der Hilfsfunktionen α , β , γ und der Steifigkeitswerte S^I, S^{II} Berechnung der Lastmomente und der Stabendmomente im geometrisch bestimmten Hauptsystem Berechnung der Vor- und Belastungszahlen Ermittlung der Knotendrehwinkel in der 1. Stufe der Berechnung Ermittlung der unabhängigen Stabdrehwinkel (2. Stufe der Berechnung) und der endgültigen Knotendrehwinkel Rekursion der Schnittkräfte Gleichgewichtskontrolle der Lösung P (Wiederholung des Berechnungszyklus) P



Ē

77

2. Gleichgewichtsbedingungen

Die Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_i = 0$ (i = 1, 2, ..., vn) an den Knotenketten Γ_i und die Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_{vn+j} = 0$ (j = u + 1, u + 2, ..., v)an den Geschoßketten Γ_{vn+j} führen auf ein Gleichungssystem der Form gemäß Fig. 4a. Die Geschosse j = 1, 2, ..., u sind horizontal unverschieblich. Gemäß Fig. 4b werden die Vorzahlen zu Matrizen und die Belastungszahlen sowie die unbekannten Knoten- und Stabdrehwinkel zu Spaltenvektoren zusammengefaßt. Von den $(v \cdot u)$ -Spalten einer Matrix B_j ist die Spalte $(j \cdot u)$ mit einem Spaltenvektor $b_{j,j}$ belegt, sofern $1 \leq (j - u) \leq (v - u)$ ist, und die Spalte (j - u + 1) mit einem Spaltenvektor $b_{j,j+1}$, sofern $1 \leq (j - u + 1) \leq (v - u)$



Fig. 4b. Aufbau des Gleichungssystems aus Matrizen.

ist. Die restlichen Spalten sind mit Nullvektoren o belegt. Hierbei ist o ein Spaltenvektor mit n Nullen.

$$\boldsymbol{B}_{j} = (\boldsymbol{o}, \boldsymbol{o}, \dots, \boldsymbol{b}_{j \ j}, \boldsymbol{b}_{j, j+1}, \boldsymbol{o}, \dots, \boldsymbol{o}),$$

$$\boldsymbol{b}_{j, j} = \begin{bmatrix} a_{(j-1)\ n+1,\ v\ n+j} \\ a_{(j-1)\ n+2,\ v\ n+j} \\ \vdots \\ a_{i,\ v\ n+j} \\ \vdots \\ a_{j\ n,\ v\ n+j} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{b}_{j, j+1} = \begin{bmatrix} a_{(j-1)\ n+1,\ v\ n+j+1} \\ a_{(j-1)\ n+2,\ v\ n+j+1} \\ \vdots \\ a_{i,\ v\ n+j+1} \\ \vdots \\ a_{j\ n,\ v\ n+j+1} \end{bmatrix}.$$

3. Behandlung des Gleichungssystems

Ansatz für die zweistufige Entwicklung

Das Gleichungssystem wird in zwei Stufen aufgelöst. In der ersten Stufe werden im vn-fach geometrisch unbestimmten System die Knotendrehwinkel $\varphi_{i,0}$ infolge äußerer Belastung und die Knotendrehwinkel $\varphi_{i,j}$ infolge der Verschiebungszustände $\psi_j = 1$ (j = u + 1, u + 2, ..., v) berechnet³). Die Spaltenvektoren der Knotendrehwinkel des Riegelzuges j infolge der Verschiebungszustände $\psi_{u+1} = 1, ..., \psi_v = 1$ werden in einer n-zeiligen Matrix X_j zusammengefaßt.

$$\boldsymbol{X}_{j}=(\boldsymbol{x}_{j,\,u+1},\boldsymbol{x}_{j,\,u+2},\ldots,\boldsymbol{x}_{j,\,v}).$$

Die endgültigen Knotendrehwinkel des (v n + v - u)-fach geometrisch unbestimmten Systems werden in der Form erhalten

 $x_j = x_{j,0} + X_j y$ (j = 1, 2, ..., v).

Erste Stufe der Lösung

Mit den Matrizen

$$Z_j = (x_{j,0}, X_j), \qquad F_j = (b_{j,0}, B_j).$$

werden die n Knotengleichungen des Riegelzuges j im vn-fach geometrisch unbestimmten System:

$$D_{j-1}Z_{j-1} + A_jZ_j + D_jZ_{j+1} + F_j = 0 \qquad (j = 1, 2, ..., v).$$

Dieses dreigliedrige Matrizengleichungssystem für die unbekannten Matrizen Z_j (j = 1, 2, ..., v) wird analog wie ein dreigliedriges Gleichungssystem skalarer Unbekannten [1] gelöst. Die Elimination wird am Beispiel für v = 4 entwickelt.

³) Die Knoten- und Stabdrehwinkel werden ebenso wie die Stabendmomente und die äußeren Knotenmomente positiv definiert, wenn sie im Uhrzeigersinn drehen.

Mit

$$\begin{split} & \boldsymbol{A}_{j}^{(j-1)} = \boldsymbol{A}_{j} - \boldsymbol{K}_{j-1} \, \boldsymbol{D}_{j-1}, \\ & \boldsymbol{F}_{j}^{(j-1)} = \boldsymbol{F}_{j} - \boldsymbol{K}_{j-1} \, \boldsymbol{F}_{j-1}^{(j-2)}, \\ & \boldsymbol{K}_{j-1} = \boldsymbol{D}_{j-1} \, (\boldsymbol{A}_{j-1}^{(j-2)})^{-1} \end{split}$$

lautet die Elimination für v = 4

	$\cdot Z_1$	$\cdot Z_2$	$\cdot Z_3$	$\cdot Z_4$	
$\boldsymbol{K_1}$	A_1	D ₁			F_1
	\boldsymbol{D}_1	A_2	D_2		F_2
		D_2	A_3	D_3	F_3
			D_3	A_4	F_4
\mathbf{K}_{2}		$A_{2}^{(1)}$	\boldsymbol{D}_2		$m{F}_{2}^{(1)}$
		D_2	A_3	D_3	F_3
			D_3	A ₄	F_4
K_3 .			$A_{3}^{(2)}$	D_3	$F_{3}^{(2)}$
			D_3	A_4	F_4
				$A_{4}^{(3)}$	$F_{4}^{(3)}$

Die unbekannten Matrizen folgen dann aus

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Z}_{v} &= - (\boldsymbol{A}_{v}^{(v-1)})^{-1} \boldsymbol{F}_{v}^{(v-1)}, \\ \boldsymbol{Z}_{j} &= - (\boldsymbol{A}_{j}^{(j-1)})^{-1} (\boldsymbol{F}_{j}^{(j-1)} + \boldsymbol{D}_{j} \boldsymbol{Z}_{j+1}) \qquad (j = v - 1, v - 2, \dots, 1). \end{aligned}$$

Zweite Stufe der Lösung

Die Geschoßgleichungen $\delta A_{v\,n+j}$ $(j = u + 1, u + 2, \ldots, v)$ lauten gemäß Fig. 4 b

$$\sum_{j=1}^{v} \boldsymbol{B}_{j}' \boldsymbol{x}_{j} + \boldsymbol{C} \boldsymbol{y} + \boldsymbol{c}_{0} = 0.$$
$$\boldsymbol{x}_{j} = \boldsymbol{x}_{j,0} + \boldsymbol{X}_{j} \boldsymbol{y}$$

Mit

$$\mathbf{y} = -(\mathbf{C} + \sum_{j=1}^{v} \mathbf{B}'_{j} \mathbf{X}_{j})^{-1} (\mathbf{c}_{0} + \sum_{j=1}^{v} \mathbf{B}'_{j} \mathbf{x}_{j,0}).$$

wird

4. Aufbau der Vor- und Belastungszahlen

Hilfsfunktionen
$$\alpha$$
, β , γ und Steifigkeitswerte S^I, S^{II}

Mit den Hilfsfunktionen

$$\alpha = \frac{\epsilon \sin \epsilon - \epsilon^2 \cos \epsilon}{2 \left(1 - \cos \epsilon\right) - \epsilon \sin \epsilon}, \qquad \beta = \frac{\epsilon^2 - \epsilon \sin \epsilon}{2 \left(1 - \cos \epsilon\right) - \epsilon \sin \epsilon}, \qquad \gamma = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha}$$

80

nach [2], die aus den Argumenten ϵ der Stiele (i - n, i) und der Riegel (i, i + 1)

$$\begin{split} \epsilon_{i-n,i} &= \begin{cases} 0 & N_{i-n,i} \geqq 0 \text{ oder } J_{i-n,i} = 0 \\ h_j \sqrt{\frac{|N_{i-n,i}|}{E J_{i-n,i}}} & \text{für } \\ \text{alle restlichen } i & (1 \leqq i \leqq vn), \end{cases} \\ \epsilon_{i,i+1} &= \begin{cases} 0 & N_{i,i+1} \geqq 0 \text{ oder } J_{i,i+1} = 0 \\ l_r \sqrt{\frac{|N_{i,i+1}|}{E J_{i,i+1}}} & \text{für } \\ \text{alle restlichen } i & (1 \leqq i \leqq vn-1) \end{cases} \end{split}$$

folgen, werden die Hilfswerte

$$s_{i,k}^{\mathbf{I}} = \begin{cases} 0 \\ \alpha_{i,k} \\ \gamma_{i,k} \text{ mit } Q 1 \\ \gamma_{i,k} \text{ mit } Q 2 \end{cases}, \quad s_{i,k}^{\mathbf{II}} = \begin{cases} 0 \\ \beta_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{cases} \text{ jeweils für } \begin{array}{l} J_{i,k} = 0 \\ J_{i,k} \neq 0 \text{ und keine Markierung} \\ J_{i,k} \neq 0 \text{ und } Q 1 \text{-Markierung} \\ J_{i,k} \neq 0 \text{ und } Q 2 \text{-Markierung} \end{array}$$

gebildet, woraus die Steifigkeitswerte

$$\begin{split} S_{i-n,i}^{\mathrm{I}} &= \frac{E J_{i-n,i}}{h_{j}} s_{i-n,i}^{\mathrm{I}}, \qquad S_{i-n,i}^{\mathrm{II}} &= \frac{E J_{i-n,i}}{h_{j}} s_{i-n,i}^{\mathrm{II}}, \\ S_{i,i+1}^{\mathrm{I}} &= \frac{E J_{i,i+1}}{l_{r}} s_{i,i+1}^{\mathrm{I}}, \qquad S_{i,i+1}^{\mathrm{II}} &= \frac{E J_{i,i+1}}{l_{r}} s_{i,i+1}^{\mathrm{II}} \end{split}$$

folgen. Die Zuordnung der Stiellängen h_j (j = 1, 2, ..., v) zu den Stielen (i-n,i) bzw. der Riegellängen l_r (r = 1, 2, ..., n-1) zu den Riegeln (i, i+1) wird durch Markierung der Größen $N_{(j-1)n,jn}$ bzw. $N_{jn,jn+1}$ gesteuert. Die Markierung der Hilfswerte s^{I} , s^{II} ist auf die Steifigkeitswerte S^{I} , S^{II} zu übertragen.

Stabendmomente im geometrisch bestimmten Hauptsystem

Die Stabendmomente eines Stabes i, k im geometrisch bestimmten Hauptsystem sind für eine Einzellast nach Fig. 5a bzw. für eine gleichmäßige Strekkenlast nach Fig. 5b in der Form

$$M_{i,k}^{0} = -P l (s^{I} f^{I} + s^{II} f^{II})$$

$$M_{k,i}^{0} = -P l (s^{II} f^{I} + s^{I} f^{II})$$





Fig. 5a. Belastung des Stabes ik durch eine Einzellast.

Fig. 5b. Belastung des Stabes ik durch eine gleichmäßige Streckenlast $p = P/\lambda l$.

angebbar. Unter Verwendung der in [3] mitgeteilten Beziehungen für die Stabendmomente im geometrisch bestimmten Hauptsystem werden die f-Werte für eine Einzellast

$$\begin{split} f^{\mathrm{I}} &= \frac{2}{\epsilon^{3}\sin\epsilon} \sin\left[\epsilon\left(1-\xi\right)\right] \frac{\epsilon}{2} - \frac{1}{\epsilon^{2}}(1-\xi),\\ f^{\mathrm{II}} &= -\frac{2}{\epsilon^{3}\sin\epsilon} \sin\left(\epsilon\,\xi\right) \frac{\epsilon}{2} + \frac{\xi}{\epsilon^{2}}, \end{split}$$

Für eine gleichmäßige Streckenlast werden die f-Werte durch Integration zu

$$f^{\mathrm{I}} = \frac{2}{\epsilon^{3} \sin \epsilon} \sin \left[\epsilon \left(1-\xi\right)\right] \frac{\sin \frac{\epsilon \lambda}{2}}{\lambda} - \frac{1}{\epsilon^{2}} \left(1-\xi\right),$$

$$f^{\mathrm{II}} = -\frac{2}{\epsilon^{3} \sin \epsilon} \sin \left(\epsilon \xi\right) \frac{\sin \frac{\epsilon \lambda}{2}}{\lambda} + \frac{\xi}{\epsilon^{2}}$$

erhalten.

Im Falle $\epsilon = 0$ vereinfachen sich die Ausdrücke zu

$$\begin{split} f^{\rm I} &= \quad \frac{1}{6} \bigg(2\,\xi - 3\,\xi^2 + \xi^3 + \xi\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\lambda^2}{4} \bigg), \\ f^{\rm II} &= -\frac{1}{6} \bigg(\xi - \xi^3 - \xi\frac{\lambda^2}{4} \bigg), \end{split}$$

wobei für Einzellasten $\lambda = 0$ zu setzen ist.

Bei mehreren, gleichzeitig auftretenden Querbelastungsfällen und vorgeschriebenen Längskräften werden die Stabendmomente eines Stabes durch Superposition gewonnen.

Vor- und Belastungszahlen

Die Vor- und Belastungszahlen werden analog zu [1] als virtuelle Arbeiten an den Knoten- und Geschoßketten gebildet.

$$\begin{aligned} a_{i,i} &= L_{i-n,i} + L_{i-1,i} + R_{i,i+1} + R_{i,i+n} & (i = 1, 2, \dots, vn), \\ L_{h,i} &= \begin{cases} 0, \text{ wenn } S_{h,i}^{\text{I}} \text{ mit } Q2\text{-Markierung} \\ S_{h,i}^{\text{I}} \text{ für alle sonstigen Fälle} & (h < i), \end{cases} \\ R_{i,k} &= \begin{cases} 0, \text{ wenn } S_{i,k}^{\text{I}} \text{ mit } Q1\text{-Markierung} \\ S_{i,k}^{\text{I}} \text{ für alle sonstigen Fälle} & (i < k), \end{cases} \\ a_{i,i+1} &= S_{i,i+1}^{\text{III}} & (i = 1, 2, \dots, vn-1), \\ a_{i,i+n} &= S_{i,i+n}^{\text{III}} & (i = 1, 2, \dots, vn-n), \\ a_{i,vn+j} &= \begin{cases} 0, \text{ wenn } S_{i-n,i}^{\text{I}} \text{ mit } Q2\text{-Markierung} & (j = u+1, u+2, \dots, v) \\ -(S_{i-n,i}^{\text{I}} + S_{i-n,i}^{\text{III}}) \text{ für alle sonstigen Fälle} & (j-1)n < i \leq jn, \end{cases} \end{aligned}$$

$$a_{i-n,vn+i} = \begin{cases} 0, \text{ wenn } S_{i-n,i}^{i} \text{ mit } Q \text{ 1-Markierung } (j = u + 1, u + 2, \dots, v) \\ -(S_{i-n,i}^{i} + S_{i-n,i}^{i}) \text{ für alle sonstigen Falle} (j-2) n < i \leq (j-1) n, \end{cases}$$

$$a_{vn+j,vn+j} = \begin{cases} \frac{in}{i-(j-1)n+1} T_{i-n,i} + N_{i-n,i} h_{j} \text{ für } N_{i-n,i} \leq 0 \\ \frac{i}{i-(j-1)n+1} T_{i-n,i} \text{ für } N_{i-n,i} \geq 0 \end{cases}$$

$$T_{i-n,i} = \begin{cases} S_{i-n,i}^{i}, \text{ wenn } S_{i-n,i}^{i} \text{ mit } Q \text{ 1-Markierung } \\ 2(S_{i-n,i}^{i} + S_{i-n,i}^{i}) \text{ für alle sonstigen Falle.} \end{cases}$$

$$\int_{i-i+i+i}^{i} S_{i-n,i}^{i-n,i} \text{ mit } Q \text{ 1-Markierung } \\ 2(S_{i-n,i}^{i} + S_{i-n,i}^{i}) \text{ für alle sonstigen Falle.} \end{cases}$$

$$\int_{i-i+i+i}^{i} S_{i-n,i}^{i-n,i} \text{ mit } Q \text{ 1-Markierung } \\ S_{i-n,i}^{i} = 0 \text{ (i = vn+1, vn+2, \dots, vn)} \\ S_{i-n,i}^{i} = 0 \text{ (i = vn+1, vn+2, \dots, vn+n)} \\ v \text{ a } \\ 0 \neq i \\ i+i+i = i \\ 0 \neq a_{i,i} \\ P \{S_{i-n,i} \text{ int } a 2\} \\ P \{S_{i-n,i} \text{ int } a 2\} \\ P \{S_{i+i,i} \text{ int } a 1\} \\ P \{$$



Die Fußzeiger der Vorzahlen a legen die Stellung nach Zeile und Spalte im symmetrischen Gleichungssystem nach Fig. 4a fest.

$$a_{i,0} = M_{i,i-n}^{0} + M_{i,i-1}^{0} + M_{i,i+1}^{0} + M_{i,i+n}^{0} - M_{i} \qquad (i = 1, 2, ..., vn),$$

$$a_{vn+j,0} = -[b_{j} + \sum_{i=(j-1)n+1}^{jn} (M_{i-n,i}^{0} + M_{i,i-n}^{0})] \qquad (j = u+1, u+2, ..., v),$$

Dabei bedeuten

 M_i : äußeres Knotenmoment am Knoten i,

 b_j : virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte an der kinematischen Kette Γ_{vn+j} mit $\psi_j = 1$.

Sind an einem Knoten *i* sämtliche Stäbe gelenkig angeschlossen, dann werden unter anderm folgende Vor- und Belastungszahlen null: $a_{i,i}$, $a_{i,i-1}$, $a_{i,i+1}$, $a_{i,0}$ und die zugehörige Matrix A_j wird singulär. Die im Abschnitt 3 angegebene Elimination kann jedoch beibehalten werden, wenn in einem solchen Falle $a_{i,i} = 1$ gesetzt wird (siehe Fig. 6).

5. Rekursion der Schnittkräfte

Die Rekursion der Schnittkräfte wird für die Biegemomente (vgl. Fig. 7) und Querkräfte an den unteren Enden der Stiele sowie für die Längskräfte der Stiele gezeigt.

$$\begin{split} M_{i-n,i} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } S_{i-n,i}^{\mathrm{I}} \text{ mit } Q \text{ 1 markiert ist} \\ M_{i-n,i}^{0} + S_{i-n,i}^{\mathrm{I}} (\varphi_{i-n} - \psi_{j}), & \text{wenn } S_{i-n,i}^{\mathrm{I}} \text{ mit } Q \text{ 2 markiert ist} \\ M_{i-n,i}^{0} + S_{i-n,i}^{\mathrm{I}} \varphi_{i-n} + S_{i-n,i}^{\mathrm{II}} \varphi_{i} - (S_{i-n,i}^{\mathrm{I}} + S_{i-n,i}^{\mathrm{II}}) \psi_{j}, \\ & \text{wenn } S_{i-n,i}^{\mathrm{I}} \text{ weder mit } Q \text{ 1 noch mit } Q \text{ 2 markiert ist.} \\ Q_{i-n,i} = -\frac{1}{h_{i}} (M_{i-n,i} + M_{i,i-n} + M_{i,i-n}^{P}) + N_{i-n,i} \psi_{j}. \end{split}$$

Für beide Schnittgrößen gilt:

$$j = 1, 2, ..., v;$$

$$(j-1)n < i \le jn;$$

$$\varphi_i = 0 \text{ für } i = -n+1, -n+2, ..., 0;$$

$$\psi_i = 0 \text{ für } j \le u.$$

 $M_{i,i-n}^P$ ist das Moment der Querbelastung des Stieles (i-n,i) bezogen auf das Stabende *i* (Lastmoment).

 $N_{i-n,i} = N_{i,i+n} - Q_{i,i+1} + Q_{i,i-1} - K_i \qquad (i = v \, n, v \, n - 1, \dots, 1),$

wobei zu setzen ist $N_{i,i+n} = 0$ für $i = v n, v n - 1, \ldots, v n - (n+1)$ und

$$Q_{v\,n,\,v\,n+1}=0.$$

 K_i ist die senkrechte Knotenlast am Knoten i.



Fig. 7. Flußdiagramm zur Berechnung der Stabendmomente der Stiele.

Die Schnittkräfte an den übrigen Stabenden und die Längskräfte der Riegel werden analog berechnet.

Literatur

- 1. K. BEYER: Die Statik im Stahlbetonbau. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 1956.
- 2. TGL 0-4114, Stabilitätsfälle bzw. DIN 4114, Stabilitätsfälle.
- E. CHWALLA: Die neuen Hilfstafeln zur Berechnung von Spannungsproblemen der Theorie zweiter Ordnung und von Knickproblemen. Der Bauingenieur 34 (1959), S. 128.
- 4. H. KRETZSCHMAR, H. MÜLLER: Die Berechnung regelmäßiger Stockwerkrahmen mit Digitalrechenautomaten. Bauplanung — Bautechnik 15 (1961), S. 475.

Zusammenfassung

Durch geeignete Beschreibung der Systemstruktur und durch Ausnutzung der Markierungsmöglichkeiten des verwendeten Digitalautomaten kann die Matrix der Vor- und Belastungszahlen für orthogonale Stockwerkrahmen günstig gebildet und die Schnittkraftermittlung zweckmäßig gestaltet werden.

Die zweistufige Entwicklung der Knotendrehwinkel gestattet, die Lösung des Gleichungssystems auf die Lösung zweier Teilsysteme zurückzuführen. Das kleinere Teilsystem ist vollständig belegt. Für die Auflösung des größeren Teilsystems, welches die Form eines dreigliedrigen Matrizengleichungssystems besitzt, wurde ein spezieller Algorithmus verwendet.

Summary

By means of a suitable description of the configuration of the structure and by utilising the delimitation potentialities of the digital computer employed, the matrix of the lefthand and of the load terms in the expressions for orthogonal multi-storey portal structures can be formed in an advantageous manner, and the determination of the forces in the sections can be appropriately performed.

The two-step development of the nodal angles of rotation enables the solution of the system of equations to be reduced to the solution of two partial systems. The minor partial system is fully covered, while for the solution of the major partial system, which has the form of a three-term matrix equation system, a particular algorithm was used.

Résumé

Une description adéquate de la structure du système et l'utilisation des possibilités d'enregistrement de la calculatrice digitale employée permettent d'établir facilement les matrices des coefficients et des charges relatives aux portiques étagés orthogonaux et d'en déterminer les sollicitations.

Les angles de rotation des nœuds sont calculés en deux phases, ce qui ramène la résolution du système d'équations à celle de deux systèmes partiels. Le plus petit système est complètement saturé. Un algorithme spécial a été utilisé pour la résolution du plus grand dont la forme est celle d'un système d'équations matricielles à 3 termes.