

Schubsicherheit schwindender Spannbetonbalken

Autor(en): **Goschy, Béla**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht**

Band (Jahr): **7 (1964)**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-7889>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

IV a 5

Schubsicherheit schwindender Spannbetonbalken

Shear Strength of Prestressed Concrete Beams — Effect of Shrinkage and Temperature

Résistance à l'effort tranchant des poutres en béton précontraint — Influence du retrait et de la température

BÉLA GOSCHY

Dr. Ing., Ungarn

1. Einleitung

In dieser Arbeit wird die Schubsicherung der Spannbetonbalken auf Grund der Schubbruchtheorie untersucht. Der Einfluß von Schwinden und Temperatur auf das Biegebruch- und Schubbruchmoment wird eingehend behandelt.

Die vorliegenden Zusammenhänge lassen die Bedeutung der Hauptbewehrung, Betonfestigkeit, Vorspannungsgrad und Bruchstauchung des Betons auf die Schubsicherheit erkennen.

2. Voraussetzungen

2.1. Die Querschnitte bleiben bis zum Bruch eben. (Die Annahme der ebenbleibenden Querschnitte ist bei kleinen Stahldurchmessern und niedrigen Bewehrungsgraden nach den Versuchsergebnissen von R. WALTHER als richtig zu beurteilen [1].)

2.2. Das Schwindmaß und die Temperaturänderung sind auf die ganze Balkenlänge konstant.

2.3. Die Schubdruckfestigkeit des Betons wird aus der Mohrschen Bruchtheorie bestimmt. Die Bruchbedingung wird mit

$$\frac{1-k}{k} \left(\frac{\sigma_x}{\beta_w} \right)^2 - \frac{1-2k}{k} \frac{\sigma_x}{\beta_w} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\tau_{xy}}{\beta_w} \right)^2 = 1 \quad (1)$$

ausgedrückt [2], wobei:

σ_x = Normalspannung (Schubdruckspannung),

τ_{xy} = Schubspannung,

$\beta_z = \sqrt{\beta_w}$ = Zugfestigkeit,

β_w = Würfelfestigkeit,

$k = \frac{\beta_z}{\beta_w} = \frac{1}{\sqrt{\beta_w}} = \frac{1}{\beta_z}$ = Verhältnis von Zug- zu Druckfestigkeit.

3. Bruchmoment unter Berücksichtigung von Schwinden

Bei der Berechnung des Bruchmomentes des vorgespannten rechteckigen Querschnitts mit normalen Bewehrungsverhältnissen ($\mu < \mu_{0,2}$) kann das Versagen der Betondruckzone vorausgesetzt werden.

Das Schwinden, als eine Begleiterscheinung des Erhärtungsvorganges des Betons, ist durch eine zeitabhängige plastische Formänderung gekennzeichnet, die zur Überlagerung der inneren Kräfte und Spannungsverluste im Vorspannstahl führt. Bei der Berechnung der Schwindkräfte hat man bekanntlich eine statisch unbestimmte Aufgabe zu lösen und aus diesem Grunde zur Verträglichkeit der Formänderungen zu greifen.

Da die Nulllinie der Spannungen und der Formänderungen bei Biegung mit Schwinden nicht zusammen fallen (Fig. 1a), werden die Verformungsgesetze umformuliert.

Die gesamte Schwindverkürzung (Endschwindmaß) der Betonkörper ϵ_s [3] wird im Bruchzustand zwischen Stahl und Beton nach dem Gesetz

$$\epsilon_s = \epsilon_{es} + \epsilon_{bs} \tag{2}$$

verteilt, worin

ϵ_{es} = Verkürzung des Stahls,

ϵ_{bs} = plastische Verformung in der Spannstahlhöhe aus der Verlängerung und Verdrehung der Betondruckzone.

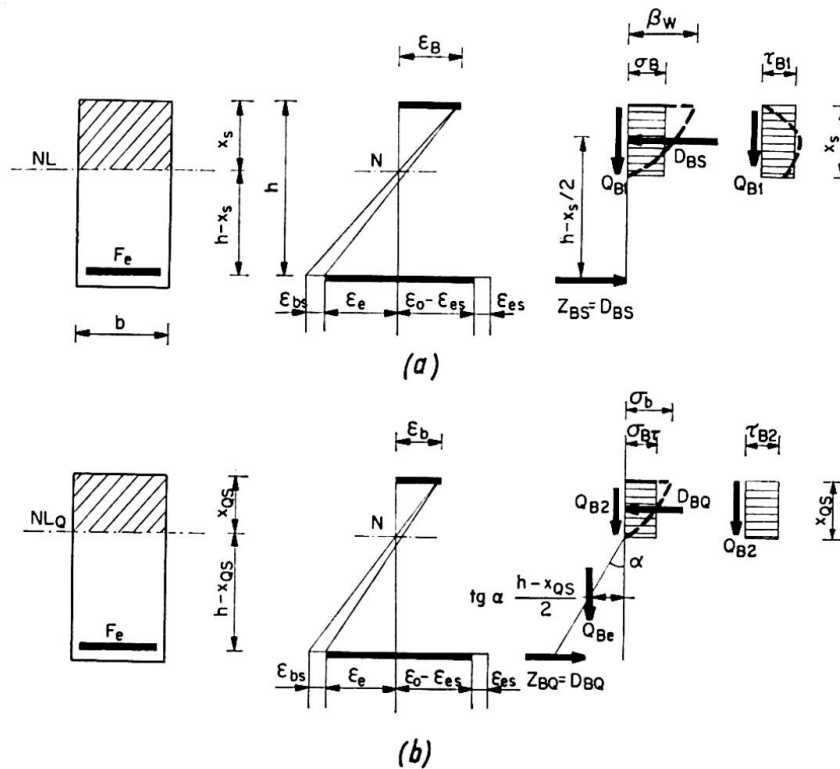


Fig. 1.

Die plastischen Schwindverformungen vergrößern die Durchbiegung des Balkens. Die Verkrümmung infolge Schwindens beträgt:

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{\epsilon_B + \epsilon_e + \epsilon_s - \epsilon_{es}}{h} = \frac{\epsilon_B + \epsilon'_e + \epsilon_s}{h} > \frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_B + \epsilon_e}{h} \quad (3)$$

(ϵ_B = Bruchstauchung des Betons, ϵ_e = Stahldehnung).

Die Lage der Spannungsnulllinie kann aus dem Gleichsetzen der Druck- und Zugkraft aus

$$\frac{\sigma_B}{\mu} \frac{x_s}{h} = \sigma_0 + \sigma_e \quad (4)$$

und aus der Verformungsbedingung

$$k_s = \frac{x_s}{h} = \frac{\epsilon_B}{\epsilon_B + \epsilon'_e + \epsilon_s} \quad (5)$$

ermittelt werden mit den Bezeichnungen:

σ_B = durchschnittliche Bruchspannung des Betons,

σ_0 = Ausgangsspannung, Spannbettspannung,

$\sigma_e = f(\epsilon'_e)$ zusätzliche Stahlspannung beim Versagen der Druckzone,

μ = Bewehrungsgrad.

Bei reiner Biegung ($Q=0$) mit Schwinden wird das Bruchmoment aus

$$M_{su} = \sigma_B b h^2 k_s \left(1 - \frac{k_s}{2}\right) \quad (6)$$

gerechnet.

4. Bruchmoment unter Berücksichtigung von Temperaturänderung

Die zusätzliche Stahlverformung aus den gleichmäßigen Temperaturänderungen wird

$$\epsilon_t = \pm \alpha_t t \quad (7)$$

mit α_t als Temperaturdehnungsziffer (gleich groß für Beton und Stahl) und t als Temperaturunterschied gegenüber der Herstellungstemperatur des vorgespannten Balkens: positiv bei Erwärmung, negativ bei Abkühlung.

Besteht ein Temperaturunterschied der beiden Betonrandfasern, so setzt man den Temperaturunterschiedswert in der Höhe des Spannstahls in Gleichung (7) ein.

Der Nulllinienabstand kann aus

$$k_t = \frac{x_t}{h} = \frac{\epsilon_B}{\epsilon_B + \epsilon_e} \quad (8)$$

und
$$\frac{\sigma_B}{\mu} \frac{x_t}{h} = \sigma_0 \pm \sigma_t + \sigma_e \quad (9)$$

bestimmt werden, wo $\sigma_t = f(\epsilon_t)$ bezeichnet.

Die Temperaturänderung führt dementsprechend zu einer Vergrößerung bzw. Verminderung des Bruchmomentes.

5. Schubbruchmoment unter Berücksichtigung von Schwinden

Die Tragfähigkeit des gleichzeitig auf Biegung und Schub beanspruchten Balkens wird mit dem Schubbruchmoment (Fig. 1 b)

$$M_{Qu} = \sigma_{B\tau} b h^2 k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right) + M_{Bü} = M'_{su} + M_{Bü} \quad (10)$$

ausgedrückt, worin die Bezeichnungen:

$\sigma_{B\tau}$ = Schubdruckspannung,

$M_{Bü} = Q_{ue} \frac{h - x_{QS}}{2} \operatorname{tg} \alpha$ = Momentenanteil der Bügel bzw. Schubbewehrung,

$k_x = \frac{x_{QS}}{h}$ = Verhältniszahl des Nulllinienabstandes,

α = Neigung der schrägen Bruchlinie zur Lotrechten.

Aus der vorausgesetzten parabolischen Spannungsverteilung in der Betondruckzone folgt, daß die Druckzone auch im Bruchzustande fähig ist, eine Querkraft aufzunehmen. Die Größe dieser Querkraft beträgt

$$Q_{B1} = b \int_0^{x_s} \tau_{xy} dx = \tau_{B1} b x_s. \quad (11)$$

Um weitere Schubkräfte in die Druckzone einzuleiten, müssen die Normalspannungen nach dem Gesetz des Bruchkriteriums (1) vermindert werden.

Der Verlauf der gerechneten Spannungen ist in Fig. 2 dargestellt. Es ist zu beachten, daß mit der Abminderung der Druckspannungen die Schubspannungen bis zu einem Maximalwert τ_{B2} wachsen, und von hier ab verkleinern sie sich. Um die beste Ausnutzung der Druckzone zu sichern, werden wir nur den steigenden Anteil der σ - τ -Kurve in Betracht nehmen und diese Strecke mit der Geraden

$$\sigma_{B\tau} = \varphi \sigma_B = \left(1 - C_3 \frac{\tau_B - \tau_{B1}}{\tau_{B2} - \tau_{B1}}\right) \sigma_B \leq \varphi_0 \sigma_B = (1 - C_3) \sigma_B \quad (12)$$

annähern.

Die Schubspannungen sind mit

$$\tau_{B0} = \sqrt{\beta_w}, \quad \tau_{B1} = C_1 \sqrt{\beta_w} \quad \text{und} \quad \tau_{B2} = C_2 \sqrt{\beta_w}$$

angegeben. Die Beiwerte C_1 , C_2 und C_3 für verschiedene Betongüten sind aus der Tafel I ersichtlich.

Tafel I

Beiwert	B 300	B 450	B 600
C_1	1,48	1,72	1,87
C_2	2,00	2,24	2,34
C_3	0,35	0,40	0,45

Die Nulllinienlage wird aus der Gleichgewichts- und Verformungsbedingung bestimmt nach der üblichen Annahme der ebenbleibenden Querschnitte.

$$\text{Mit } \sigma_{B\tau} = \varphi \sigma_B; \quad \epsilon_b = \left(\frac{\sigma_{B\tau}}{\sigma_B} \right)^2 \epsilon_B = \varphi^2 \epsilon_B \quad \text{und} \quad k_x = \frac{x_{QS}}{h} = \frac{\varphi^2 \epsilon_B}{\varphi^2 \epsilon_B + \epsilon'_e + \epsilon_s}$$

wird die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\varphi \sigma_B}{\mu} = (\sigma_0 + \sigma'_e) \left(1 + \frac{\epsilon'_e + \epsilon_s}{\varphi^2 \epsilon_B} \right). \quad (13)$$

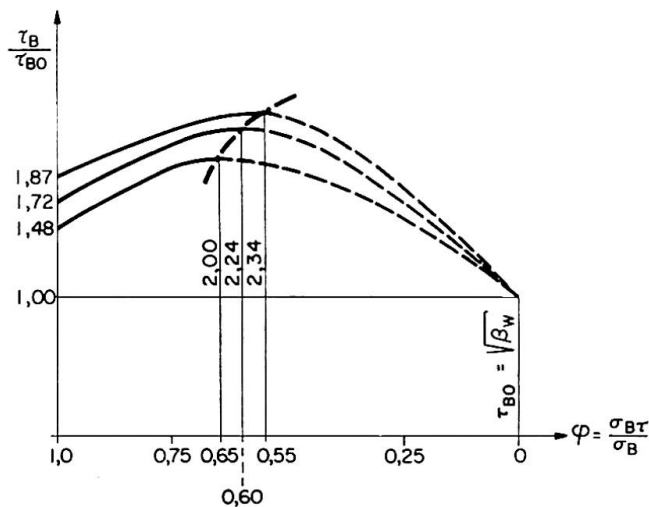


Fig. 2.

Für Temperaturänderung setzt man noch den Summanden $\pm \sigma_t$ in Gl. (13) ein.

Bei der Berechnung der Schubsicherheit untersuchen wir lediglich vier Fälle:

$$\text{Fall I:} \quad \tau_B = \frac{\nu Q_a}{b x_s} = \frac{Q_u}{b x_s} \leq \tau_{B1}$$

(ν = Sicherheitsbeiwert, Q_a = äußere Querkraft.) Die Querkraft wird durch die Biegedruckzone allein aufgenommen, ohne daß eine Schubbewehrung benötigt wird.

$$\text{Fall II: } \tau_B = \frac{Q_u}{b x_s} > \tau_{B1} \quad \text{und} \quad \tau_B = \frac{Q_u}{b h} \leq \tau_{B1},$$

$$M_{Qu} = M_{su} + Q_u \frac{h}{2} (1 - k_s)^2 \operatorname{tg} \alpha \quad (14)$$

mit

$$Q_u = Q_{ub} + Q_{ue} = Q_u k_s + Q_u (1 - k_s). \quad (15)$$

$$\text{Fall III: } \tau_{B2} \geq \tau_B = \frac{Q_u}{b h} > \tau_{B1},$$

$$M_{Qu} = \varphi \sigma_B b h^2 k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right) + Q_u \frac{h}{2} (1 - k_x)^2 \operatorname{tg} \alpha. \quad (16)$$

$$\text{Fall IV: } \tau_B = \frac{Q_u}{b h} > \tau_{B2},$$

$$M_{Qu} = \varphi_0 \sigma_B b h^2 k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right) + (Q_0 - \tau_{B2} b h k_x) (1 - k_x) \frac{h}{2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (17)$$

Die Bemessung der Schubbewehrung wird mit den folgenden Formeln durchgeführt:

$$\text{für Vertikalbügel} \quad F_{eQ} = \frac{Q_{ue}}{\sigma_F}, \quad (18)$$

$$\text{für } 45^\circ \text{ Schrägbügel} \quad F_{eQ} = \frac{Q_{ue}}{\sigma_F} \frac{\sin \alpha}{\cos \gamma} \quad (19)$$

($\gamma = \alpha - 45^\circ$; σ_F = Fließgrenze der Schubbewehrung.)

Für gekrümmte Spannglieder wird die lotrechte Spannkraftkomponente aus Q_u abgezogen.

Die mittlere Neigung der schrägen Bruchlinie zur Lotrechten kann in der Praxis mit dem bekannten Näherungsverfahren von RAUSCH [4]

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Q_a}{Z_I} = \frac{Q_e}{Z_{Ie}} = \frac{Q_a (1 - k_x)}{Z_{Ie}} > 1 \quad (20)$$

berechnet werden, wo $Z_I = -\frac{V_n}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{V_n^2 + 4 Q_a^2}$

die Hauptzugkraft und $V_n = F_e (\sigma_0 - \sigma_s \pm \sigma_l)$

die Normalkraft aus der Vorspannung + Schwinden + Temperaturänderung bedeutet.

Bei reinem Schub ($M = 0$) kann der Beton in der Aufnahme der Querkraft nicht mitwirken, infolgedessen muß die ganze Querkraft auf eine Länge von » $h \operatorname{tg} \alpha$ « durch die Schubbewehrung (volle Schubsicherung) aufgenommen werden.

Der Einfluß des Schwindens auf das Biege- bzw. Schubbruchmoment kann aus der Tafel II beurteilt werden.

Tafel II

Nr.	Betongüte	B 300 ($\varphi_0 = 0,65$)			B 450 ($\varphi_0 = 0,60$)			B 600 ($\varphi_0 = 0,55$)		
		μ (%)								
	Verhältnis	0,5	0,4	0,3	0,5	0,4	0,3	0,5	0,4	0,3
1	M_{su}/M_u	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99
2	M'_{su}/M_u	0,67	0,67	0,66	0,62	0,61	0,60	0,56	0,56	0,55
3	M'_{su}/M'_u	0,99	0,98	0,98	0,98	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93

Bezeichnungen:

M_{su}/M_u = Bruchmoment + Schwinden/Bruchmoment,

M'_{su}/M_u = Schubbruchmoment + Schwinden/Bruchmoment,

M'_{su}/M'_u = Schubbruchmoment + Schwinden/Schubbruchmoment.

6. Schlußfolgerungen

6.1. Die Schubfestigkeit des Spannbetonquerschnitts ist durch das Schwinden vermindert. Die Temperaturänderung hat bei Erwärmung einen günstigen, bei der Abkühlung einen ungünstigen Einfluß auf die Schubfestigkeit.

6.2. Die Verminderung des Schubbruchmomentes infolge Schwindens beträgt 1 bis 7%. Der Verminderungsgrad sinkt bei hohen Betongüten und niedrigen Bewehrungsprozenten (Tafel II).

6.3. Die Betondruckzone kann im Bruchzustand bei voller Ausnutzung der Schubdruckspannung erhebliche Querkräfte aufnehmen, ohne Schubbewehrung zu verwenden. Plattenbalken (T-Querschnitte) sind aus diesem Grund besonders vorteilhaft.

6.4. Bei zusammengesetzter Beanspruchung ($M + Q$) kann man die «teilweise Schubsicherung» nach dem Traglastverfahren verwirklichen; bei reinem Schub ($M = 0$) dagegen muß der Spannbalken mit «voller Schubsicherung» bemessen werden.

6.5. Die Schublänge ($h - x_{QS}$) $tg \alpha$ verkürzt sich infolge Schwindens; die Bügel müssen dementsprechend verdichtet werden. Die Abminderung der Schublänge ist aber unbedeutend.

Schrifttum

1. R. WALTHER: «Über die Berechnung der Schubfestigkeit von Stahl- und Spannbetonbalken. Schubbruchtheorie.» Beton u. Stahlbetonbau 11. 1962.
2. B. GOSCHY: «Bruchsicherheitsnachweis der Spannbetonbalken.» IV. Kongreß der F.I.P. Rom-Neapel 1962.
3. F. LEONHARDT: «Spannbeton für die Praxis.» 2. Aufl., Berlin 1962. Verlag W. Ernst & Sohn.
4. E. RAUSCH: «Drillung, Schub und Scheren im Stahlbetonbau.» Deutscher Ing.-Verlag, Düsseldorf, 1953.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Einfluß von Schwinden und Temperatur auf den Schubbruch der Spannbetonbalken untersucht. Es wurde gezeigt, daß die Schubfestigkeit und die Schublänge durch das Schwinden unbedeutend vermindert werden. Die gleichmäßige Temperaturveränderung hat bei der Erwärmung einen günstigen, bei der Abkühlung einen ungünstigen Einfluß auf die Schubfestigkeit.

Summary

An investigation has been carried out on the effect of shrinkage and of temperature on the ultimate shear strength of prestressed concrete beams. It has been shown that both shear strength and shear span are only slightly affected by shrinkage. Shear strength increases with increase of temperature and decreases with decrease of temperature.

Résumé

Des recherches on été consacrées à l'étude de l'effet du retrait et de la température sur la rupture par cisaillement des poutres en béton précontraint. On a montré que la résistance au cisaillement et la longueur affectée par le cisaillement ne sont que faiblement réduites par le retrait. La variation uniforme de la température a, pour un réchauffement, un effet favorable, et pour un refroidissement, un effet défavorable sur la résistance au cisaillement.