

Poutres de grandes dimensions à âme mince

Autor(en): **Massonnet, Ch.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht**

Band (Jahr): **8 (1968)**

PDF erstellt am: **30.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-8701>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

IIc

Poutres de grandes dimensions à âme mince

CH. MASSONNET

Professeur à l'Université de Liège

1. Introduction

Ces toutes dernières années ont été caractérisées, dans le domaine des ponts métalliques de grande portée, par l'emploi croissant de la poutre à âme pleine, qui surclasse la poutre en treillis au point de vue esthétique, de la facilité d'exécution – par soudage manuel ou automatique – de l'entretien et par conséquent de la résistance à la corrosion.

Le record de portée de ces ponts appartient toujours au pont à poutres continues sur la Save à Belgrade, construit en 1936 par la Société M.A.N., avec une portée de 260 m et une hauteur d'âme de 9,60 m sur les appuis intérieurs, avec une épaisseur de 14 mm (ce qui donne un rapport $b/e = 685$). Des portées largement supérieures ont été réalisées dans des ponts suspendus ou à haubans avec poutre de rigidité à âme pleine et des projets dépassant 300 m en poutre simple ont été présentés à des concours récents pour des ponts sur le Rhin (voir à ce sujet divers articles de la revue «Der Stahlbau»).

Les ponts réalisés comportent généralement des poutres à âme simple ou en caisson, rarement des ponts à âme double. L'acier à haute résistance (A 52) a été employé à plusieurs reprises, ce qui a nécessité la solution de nouveaux problèmes technologiques liés au soudage [30]. Une tendance croissante se manifeste à l'emploi dans le même ouvrage d'aciers de diverses résistances, en vue de diminuer le prix tout en respectant les impératifs de rigidité [65]. Il n'y a aucun obstacle à la mise en œuvre, dans ces ponts, d'aciers à très haute résistance, type T 1 américain, ni à l'emploi simultané d'aciers de nuances différentes, en vue de réaliser l'économie maximum.

2. Evolution de la forme de la section droite

La forme couramment adoptée, encore aujourd'hui, est celle en double té, qui est très facile à exécuter par soudage à partir de tôles et de larges plats. Cependant, l'économie exige la mise en œuvre de tôles très minces, parce que l'âme est très généralement surabondante pour résister à l'effort tranchant. Or, la tôle est un élément peu efficient pour résister au voilement. D'où l'idée toute naturelle de mettre en œuvre des tôles sandwich, avec noyau en nid d'abeilles ou en béton léger. Il ne semble pas qu'on ait trouvé jusqu'ici de solution de ce genre qui soit compétitive avec l'âme pleine, mais les progrès rapides du collage et de la mise en œuvre par pliage de tôles minces laminées à froid permet d'espérer des développements de ce genre à brève échéance.

Pour les poutres de portée faible et moyenne, le découpage de l'âme en grecque par oxycoupage permet de réaliser à partir de profils laminés des poutres ajourées (avec ou sans interposition de panneaux d'âme supplémentaires) que nous n'étudierons pas dans le présent Rapport.

Pour les poutres de grande portée, on a préconisé successivement (BROTTON) la poutre à âme d'épaisseur variable (fig. 2.1 a) et (DÖRNEN, RADOJKOVIC) la

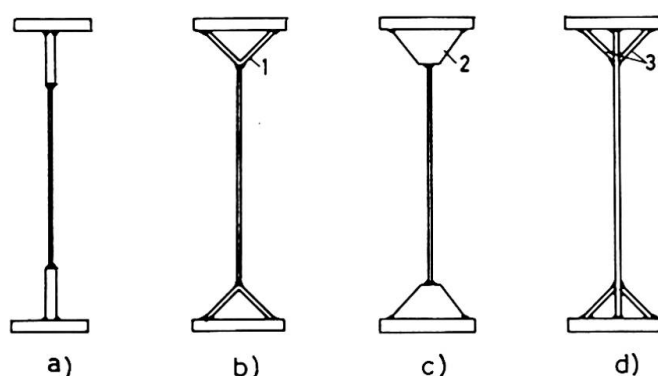


Fig. 2.1 1. 2 cornières de renforcement soudées
2. 2 profils trapézoïdaux pliés de renforcement soudés
3. 4 plats de renforcement soudés

poutre à membrure tubulaire qui peut être réalisée à l'aide de cornières à parois minces (Fig. 2.1 b) ou mieux (MASSONNET [36]), d'un profil trapézoïdal en tôle pliée pour éviter le soudage sur la zone de métal ségrégué de la cornière, ou enfin le profil classique renforcé par des plats obliques soudés (profil employé en Europe orientale d'après le professeur Tesár).

Le profil a) a comme avantages la réduction de la hauteur de la partie de l'âme en danger de voilement et la diminution de la tension de comparaison

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

à la jonction âme-semelle.

Les profils b), c), d) ont, en plus des deux avantages précédents, ceux de comporter une membrure tubulaire à forte rigidité torsionnelle qui forme un encastrement quasi-parfait pour les bords horizontaux des panneaux d'âme et possède en outre une forte rigidité flexionnelle, de sorte qu'elle forme – avec des raidisseurs transversaux généralement tubulaires, un cadre rigide résistant aux tensions de membrane qui se développent dans l'âme pour des tensions supérieures à la tension critique de voilement.

L'auteur a démontré théoriquement [34] et expérimentalement [36] la supériorité du profil c) sur le profil classique. On peut en effet développer dans des poutres de ce système, des moments fléchissants excédant de 8% le moment *plastique* (correspondant à la distribution *bi-rectangulaire* des tensions), à condition que la poutre soit garantie contre tout déversement ou flambement latéral de la membrure comprimée avec distorsion de la section droite par des organes d'entretoisement adéquats.

Le problème principal dans ce domaine semble la mise au point de procédés de fabrication économiques.

Les profils ci-dessus constituent un progrès sur le profil classique en double té, mais ne pallient que partiellement le problème fondamental de voilement de l'âme.

Au Colloque sur le comportement post-critique des plaques organisé à Liège fin 1962 [13], SHANLEY a montré que, du point de vue constructif pur – c'est-à-dire abstraction faite de l'économie, il convient toujours de préférer une structure travaillant en-dessous de sa charge critique d'instabilité à une structure travaillant dans le domaine post-critique; il a préconisé des âmes en tôle très mince pliée en triangle ou en trapèze [Fig. 2.2a) et b)], qui résistent



Fig. 2.2

parfaitement au voilement ainsi qu'aux tensions de cisaillement dues à l'effort tranchant. Comme inconvénients de ce système, citons le coût accru de fabrication et le fait que l'âme est inopérante pour résister aux tensions de flexion, à cause de l'effet d'«accordéon».

L'auteur a essayé dans son laboratoire en 1964, à la demande de la S.A. Cockerill-Ougrée, des modèles de quatre types différents de poutres à âme mince (hauteur 400 mm épaisseur 1 mm).

1. tôle ondulée à plis transversaux;
2. tôle ondulée à plis longitudinaux;
3. tôle plane et tôle ondulée à plis transversaux, soudées par points;
4. tôle plane et tôle ondulée à plis longitudinaux, soudées par points.

Certains de ces modèles ont donné des résultats insatisfaisants, en partie parce que les points de soudure avaient été mal réalisés et avaient cédé prématurément; néanmoins il a été possible d'atteindre, dans les modèles bien fabriqués, la limite élastique dans l'ensemble de l'âme sans voilement (Fig. 2.3).

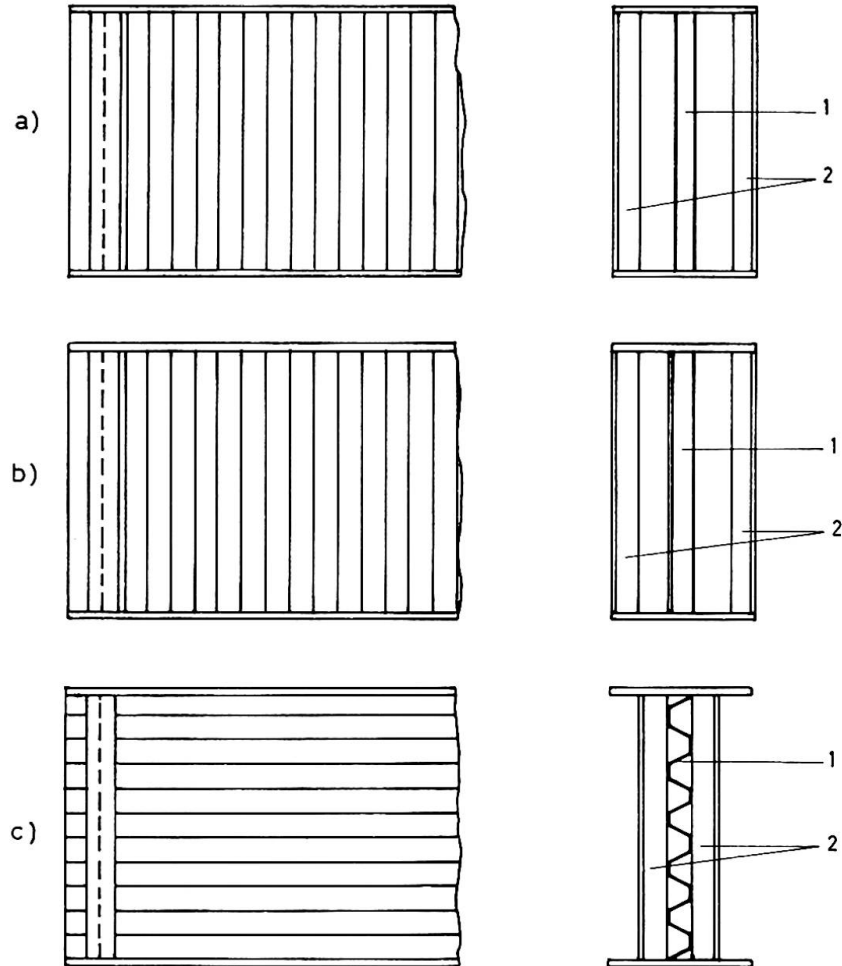


Fig. 2.3

- Poutre: a) tôle pliée de 3 mm, onde verticale
 b) tôle plane de 3 mm + tôle pliée de 1 mm, onde verticale
 et tôle plane de 2 mm + tôle pliée de 2 mm
 c) tôle pliée de 3 mm, onde horizontale
 1. âme
 2. raidisseur

Des poutres à âme pliée en ligne brisée (Fig. 2.2) ont d'ailleurs été employées récemment en Belgique.

Rockey a annoncé à l'auteur la publication d'un rapport sur des poutres ayant des âmes en tôle «corrugated».

3. Les problèmes qui se posent à propos du dimensionnement optimal des grandes poutres à âme mince

Le dimensionnement d'une poutre à âme pleine, lorsque les dispositions constructives prises écartent tout danger d'instabilité, est élémentaire; il est basé sur la formule élémentaire de flexion de Navier $\sigma = My/I$ et sur la formule élémentaire de cisaillement de Jourawski $\tau = TS/Ie$, combinées avec un des critères de plasticité de Tresca ou de von Mises qui donnent les tensions de comparaison respectives

$$\sigma_c = \begin{cases} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} & \text{(Tresca)} \\ \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} & \text{(von Mises)} \end{cases}$$

Le problème essentiel est donc d'empêcher tout phénomène d'instabilité; ces phénomènes sont de trois genres:

1. voilement local de la membrure comprimée;
2. déversement de la poutre;
3. voilement de l'âme¹⁾.

En réalité, ces trois phénomènes sont couplés et il n'est pas correct de les considérer isolément; en particulier, la ruine des poutres à âme pleine de forme classique survient toujours par le couplage du flambement de la semelle comprimée (qui est à l'état plastique), et du voilement du panneau d'âme adjacent, le flambement de la semelle étant accéléré par les tensions de membrane qu'exerce sur son cadre le panneau d'âme en régime post-critique.

Dans le cas des poutres à âme en tôle plane, il se présente un danger supplémentaire, dont la réalité a été démontrée par les essais de fatigue de HALL et STALLMEYER [21]; c'est celui de rupture de l'âme par fatigue en flexion alternée à sa jonction avec son cadre rigide. Nous reparlerons de ce phénomène lors de la discussion des essais de voilement (par. 5).

4. Dimensionnement et raidissage des âmes selon la théorie linéaire du voilement

La théorie linéaire du voilement suppose, comme la théorie classique de la flexion des plaques, que:

¹⁾ Un problème supplémentaire se pose à propos des poutres parcourues par des charges mobiles, telles que les poutres de pont roulant, c'est celui du voilement local sous l'effet d'une forte charge concentrée appliquée à la membrure supérieure. La contribution théorique la plus récente à ce problème est celle due à ZETLIN [64]; elle ne tient cependant pas compte de la distribution des tensions réalisée par la semelle supérieure, et qui a été analysée par Girkmann dans son livre «Flächentragwerke».

1. la plaque est initialement parfaitement plane;
2. son feuillet moyen prend lors du voilement des déplacements transversaux w faibles par rapport à l'épaisseur e (c'est-à-dire pratiquement $w \leq 0,3e$); elle présente alors une tension critique de voilement bien déterminée, qui est calculable, soit à l'aide de l'équation de Saint-Venant (1886)

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{D} (N_x w_{xx} + N_{yy} w_{yy} + 2N_{xy} w_{xy}), \quad (4.1)$$

soit à l'aide de la méthode énergétique de Rayleigh-Ritz.

C'est Timoshenko qui a le plus contribué au développement de cette théorie, dont on trouve l'exposé dans tous les traités classiques sur l'instabilité [61, 9, 26]. Il a, en particulier, développé la théorie des âmes raidies et introduit le concept de *raidisseur strictement rigide* dont la rigidité relative γ^* est la plus petite valeur de $\gamma \equiv EI/bD$ pour laquelle le raidisseur reste rectiligne au moment du voilement (Fig. 4.1). Dans les vingt dernières années, des résul-

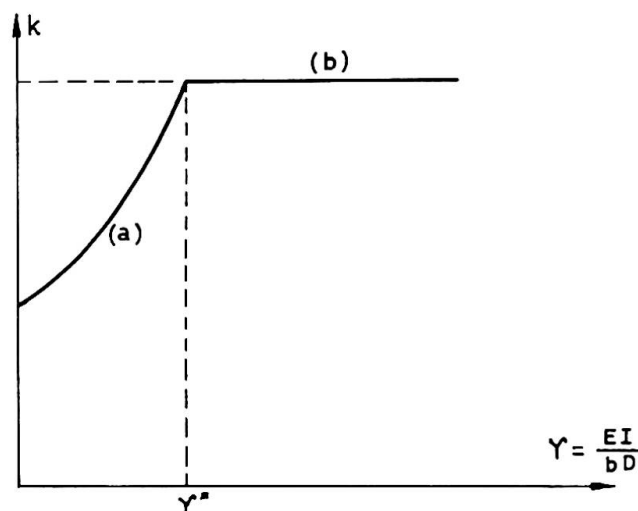


Fig. 4.1 a) raidisseur fléchi
b) raidisseur rigide

tats supplémentaires ont été obtenus par les chercheurs de la N.A.C.A. [60], P. DUBAS [18], KLÖPPEL [24, 25], MASSONNET [31, 34], ROCKEY [38 à 51], STÜSSI et DUBAS [19], etc...

C'est Klöppel qui a le plus contribué à l'application pratique de cette théorie en présentant un livre [25] contenant de nombreux abaques de dimensionnement (obtenus par la méthode énergétique à l'aide d'un ordinateur I.B.M. 7090) pour des plaques rectangulaires appuyées sur leurs quatre bords, munies de raidisseurs à section ouverte et sollicitées dans leur plan par flexion, cisaillement, ou une combinaison de ces sollicitations.

Les âmes des grands ponts à âme pleine réalisés depuis 1945 par les allemands ont été généralement dimensionnés selon cette théorie, avec un coefficient de sécurité de 1,35 par rapport au voilement.

Le livre de Klöppel et Scheer contient les valeurs des coefficients de voilement, tant des panneaux à raidisseurs flexibles ($\gamma < \gamma^*$) que ceux munis de raidisseurs rigides ($\gamma > \gamma^*$).

Selon les indications qu'il a fournies à l'auteur, Klöppel prépare un livre qui complètera l'ouvrage [25] en présentant :

- a) de nouvelles tables concernant des panneaux à un et deux raidisseurs transversaux ;
- b) de nouvelles tables pour des panneaux raidis dans le sens longitudinal par une série de raidisseurs régulièrement espacés, et en plus munis d'un ou deux raidisseurs transversaux ;
- c) un procédé permettant, pour des panneaux soumis à flexion composée, de réaliser un raidissage quasi-continu par une série de raidisseurs longitudinaux, mais en espaçant ceux-ci inégalement en travers selon l'intensité des tensions ;
- d) des précisions concernant le dimensionnement des raidisseurs transversaux délimitant un panneau pour diverses valeurs du raidissage longitudinal.

En Belgique, l'auteur a développé, de 1948 à 1954, une méthode de dimensionnement analogue [37]. Sur la base de ses essais, l'auteur a recommandé d'abaisser le coefficient de sécurité au voilement par flexion jusqu'à 1,15, mais, par contre, de multiplier par un coefficient k variant, selon le mode de sollicitation, de 3 à 6, la rigidité optimale γ^* théorique des raidisseurs, afin de garantir que ceux-ci restent quasi-rectilignes jusqu'aux environs de la ruine de la poutre.

L'auteur a tendance actuellement à accepter de dépasser légèrement les tensions critiques en service en admettant un coefficient de sécurité minimum de l'ordre de 0,8. ROCKEY [42] a exprimé, dès 1958, des vues analogues en admettant des tensions égales à 1,5 fois la tension critique. En flexion plus cisaillement, les tensions maxima admissibles σ et τ agissant simultanément seraient limitées par la relation

$$\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2 = 2,25. \tag{4.2}$$

La plupart des recherches théoriques, y compris les tables de Klöppel, sont basées sur l'hypothèse simplificatrice que le panneau d'âme est simplement appuyé sur ses quatre bords. Dans une étude théorique, l'auteur et ses collaborateurs [34] ont montré comment on pouvait relever de 100 à 200% la stabilité de l'âme en l'encasturant sur ses bords. Les résultats numériques obtenus sur ordinateur I.B.M. 650 sont cependant très partiels et devraient être complétés. Les prévisions théoriques sont en bon accord avec des essais jusqu'à la ruine sur deux poutres de $1,20 \times 18$ m à membrures et raidisseurs tubulaires [36]. Il faut cependant signaler que l'évaluation de la rigidité torsionnelle par la formule de Bredt

$$C = \frac{4GS^2}{\oint \frac{ds}{e}}$$

est optimiste parce qu'elle néglige la distortion du raidisseur. DOOLEY a montré [66] que la rigidité torsionnelle réelle pouvait être de 25% inférieure à celle ainsi calculée.

Quelques études sur des poutres stabilisées par des raidisseurs tubulaires ont été faites par ROCKEY [46, 50, 52, 53], qui annonce une recherche permettant de déterminer le raidissage rationnel des panneaux d'âme soumis au cisaillement et munis de raidisseurs transversaux et longitudinaux tubulaires.

5. Enseignements tirés des expériences jusqu'à la ruine sur des modèles de poutres à âme mince

Les premiers essais importants sur poutres soudées poussés jusqu'à la ruine sont ceux de WÄSTLUND et BERGMAN [63]. Suivent ensuite, dans l'ordre chronologique, les essais de MASSONNET [32, 33, 36], ROCKEY [38, 42, 49] etc., LONGBOTTOM et HEYMAN [29], BASLER et THÜRLIMANN [2, 3], COOPER et al. [15, 16, 20].

Les conclusions principales de tous ces essais sont très semblables et peuvent être résumées comme suit:

1. Le phénomène de voilement de l'âme est un phénomène continu, progressivement freiné par les tensions de membrane; il ne ressemble en rien au flambement des barres comprimées; les panneaux d'âme présentent toujours des imperfections initiales imprévisibles, il est souvent impossible de déceler expérimentalement une charge critique sur les courbes flèches-charges.

2. Le panneau d'âme supporte élastiquement les charges dans le domaine postcritique, en subissant des déformations transversales croissantes dont la distribution dépend essentiellement des déformations initiales du panneau. Le domaine élastique assuré par le rapport P/P_{cr} est d'autant plus étendu que le panneau est plus mince (e/b plus faible) et que le métal a un rapport R_e/E plus grand. L'auteur a observé sur des poutres en acier un domaine élastique allant jusqu'à $P/P_{cr} = 2,8$ [31] et ROCKEY [38], sur des poutres en alliage d'aluminium, des valeurs de l'ordre de 4.

3. La charge de ruine n'a aucune corrélation avec la charge critique de voilement; s'il n'y a pas de raidisseurs longitudinaux, il s'établit dans la poutre un champ de tensions diagonal incomplet, qui sollicite les semelles à la flexion. La charge de ruine est par conséquent fortement influencée par la rigidité du cadre fourni par les semelles et les raidisseurs¹⁾. Pour des âmes minces

¹⁾ ROCKEY [42] a montré que, si les semelles fléchissent, on observe moins de cloques de voilement et elles sont beaucoup plus profondes; il a recommandé, pour le moment d'inertie minimum des semelles, la formule:

$$\frac{I}{b^3 e_{min}} = 0,00035 \left[\frac{P}{P_{cr}} - 1 \right] \left(1 \leq \frac{P}{P_{cr}} \leq 4 \right).$$

Il annonce une étude avec R. D. MARTIN, complétant son mémoire antérieur et une étude avec SKALLOUD examinant spécialement l'effet de flexibilité de la semelle sur le comportement à la ruine.

($b/e \approx 500$), le rapport P_{ult}/P_{cr} peut atteindre 4 pour des poutres en acier doux [31] et 8 pour des poutres en alliage d'Al [38].

4. La distribution des tensions de flexion sur la hauteur de la section droite diffère assez fortement (surtout dans la zone comprimée) de la distribution bitriangulaire de Navier [42, 2, 3, 4].

5. Les raidisseurs longitudinaux dimensionnés d'après la théorie linéaire du voilement pour rester strictement rigides ($\gamma = \gamma^*$) plient dès le début de la mise en charge et particulièrement dans le domaine postcritique [33]. Appelons charge limite d'efficacité du raidisseur la charge pour laquelle le rapport $w_{raisseur} : w_{plaque}^{maximum}$ passe par un minimum. Pour obtenir une charge limite d'efficacité voisine de la charge de ruine de la poutre, il faut adopter des raidisseurs de rigidité relative $\gamma = k\gamma^*$, où k dépend de la position du raidisseur et est au moins égal à 3.

6. Accessoirement, les expériences ont également montré le danger de fixer les raidisseurs longitudinaux par des cordons de soudure interrompus (flambement local entre 2 cordons successifs), d'employer comme raidisseurs des plats trop minces (voilement plastique local du raidisseur) et d'employer des raidisseurs faits d'acier d'une nuance plus douce que l'acier de la poutre (par exemple des raidisseurs en Acier A 37 pour une poutre en A 52) parce que ces raidisseurs entrent prématurément en plasticité.

7. Les expériences montrent enfin que le comportement des raidisseurs placés d'un seul côté est complexe. La largeur de la bande d'âme collaborant à la flexion du raidisseur est mal connue, mais semble, d'après des essais non publiés de l'auteur, de l'ordre de 20 fois l'épaisseur de l'âme.

6. Application de la théorie linéaire du voilement

La plupart des spécialistes admettent aujourd'hui que, si la théorie linéaire donne des ouvrages sûrs, elle ne conduit pas à des solutions économiques.

Cette théorie peut se défendre dans l'optique de la théorie des tensions admissibles, mais ne nous apprend rien concernant la sécurité réelle de la structure vis-à-vis de la ruine. Elle est entièrement axée sur la nécessité d'éviter un phénomène (le voilement) qui ne présente en lui-même aucun danger, puisqu'il est immédiatement stoppé par la naissance des tensions de membrane.

En particulier, les règles sur la rigidité et l'espacement des raidisseurs qui découlent du concept de raidisseur strictement rigide en vue de l'idée de réaliser une sécurité uniforme de tous les sous-panneaux partiels, ne conduisent pas à une poutre optimale en ce qui concerne la résistance à la ruine.

A l'instar de ce qui est admis depuis longtemps en construction aéronautique (Wagner, Kuhn) et dans le domaine des constructions en tôle mince pliée à froid (G. WINTER), on s'oriente vers la recherche de dimensions plus économiques donnant à la fois un comportement satisfaisant en service (flèches

transversales limitées pour être invisibles à l'œil nu, prise en compte de la possibilité de fatigue) et une charge de ruine suffisante.

Ainsi, après un siècle, on en revient aux conceptions des constructeurs anglais de 1850, qui faisaient travailler la tôle de leurs ponts tubulaires dans le domaine postcritique, ainsi que le montrent les calculs effectués en France par la S.N.C.F. à propos de la remise en état du pont sur le Lot à Aiguillon, qui est dû au célèbre constructeur anglais R. STEPHENSON [27].

L'auteur est donc d'avis que la théorie linéaire du voilement, bien que préparant la voie à la théorie non-linéaire qu'on va discuter, a d'une certaine façon freiné le progrès technique par la peinture inexacte qu'elle donnait du phénomène de voilement.

7. La théorie non-linéaire du voilement et ses applications au problème du dimensionnement de l'âme des grandes poutres à âme mince

La théorie non-linéaire est en réalité une théorie des déformations modérées; elle tient compte de l'extension du feuillet moyen, mais suppose les pentes $\partial w/\partial x$, $\partial w/\partial y$ faibles de manière à assimiler leur sinus et leur tangente à l'angle lui-même et leur cosinus à l'unité.

Les équations de base pour une plaque isotrope parfaitement plane sont dues à von Kármán; elles s'écrivent:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \nabla^2 w &= \frac{e}{D} [\varphi_{yy} W_{xx} + \varphi_{xx} W_{yy} - 2\varphi_{xy} W_{xy}] \\ \nabla^2 \nabla^2 \varphi &= E [W_{xy}^2 - W_{xx} W_{yy}] \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

en introduisant par commodité l'opérateur laplacien

$$\nabla^2 F = F_{xx} + F_{yy} . \quad (7.2)$$

Les tensions de membrane dans l'âme se déduisent de la fonction de tension par les formules classiques d'Airy

$$\sigma_x = \varphi_{yy}; \quad \sigma_y = \varphi_{xx}; \quad \tau_{xy} = -\varphi_{xy} . \quad (7.3)$$

Marguerre a étendu en 1934 ces équations au cas de plaques présentant une légère courbure initiale, puis SOPER [14] au cas des plaques orthotropes légèrement courbes, puis SKALLOUD et DONEA [56] au cas des plaques présentant des tensions résiduelles, puis LEPIC [28] au cas des plaques en régime élastoplastique.

On donne ci-dessus les équations valables pour le comportement élastique de plaques isotropes présentant une légère courbure initiale w_0 , et des tensions

résiduelles caractérisées par la fonction de tension φ_0 , qui suffira pour la discussion de ce rapport.

$$\begin{cases} \nabla^2 \nabla^2 w = (\varphi_0 + \varphi)_{yy}(w_0 + w)_{xx} + (\varphi_0 + \varphi)_{xx}(w_0 + w)_{yy} - 2(\varphi_0 + \varphi)_{xy}(w_0 + w)_{xy} \\ \nabla^2 \nabla^2 \varphi = E \{ (w_0 + w)_{xy}^2 - (w_0 + w)_{xx}(w_0 + w)_{yy} - (w_0)_{xy}^2 + (w_0)_{xx}(w_0)_{yy} \} \end{cases} \quad (7.4)$$

Le travail de pionnier dans l'application de la théorie non-linéaire au comportement des âmes est celui de BERGMAN [8]. Des résultats importants ont été obtenus par ALEXEEV [1], BROUDE [10, 11], VOLMIR [62] et par les chercheurs tchèque SKALoud ([13, 54 à 59]) et slovaque DJUBEK [17].

Ils montrent clairement qu'il existe une réserve de résistance très importante dans les âmes minces à cadre rigide. La principale critique qu'on peut adresser aux calculs exécutés par la plupart des auteurs précités est que, s'ils tiennent compte de la rigidité extensionnelle $E\Omega$ du cadre entourant la plaque, ils supposent tous, par contre, que la rigidité flexionnelle EI est infiniment grande, ce qui fournit des résultats trop optimistes et par conséquent non réalistes. ROCKEY et SKALoud annoncent une étude dans laquelle la rigidité flexionnelle sera prise en compte dans les calculs.

La grosse difficulté est de vaincre les difficultés mathématiques quasi-insurmontables qui se présentent dès qu'on veut étudier réalistiquement l'interaction entre la plaque membrane et son cadre raidisseur. A ce propos, l'auteur recommanderait plutôt des méthodes par différences finies ou par éléments finis, bien adaptées aux ordinateurs, plutôt que les méthodes analytiques utilisant des développements en séries de Fourier.

Comme la théorie non-linéaire a comme but essentiel de prédire la ruine, il faut choisir un critère de ruine. SKALoud [13] a discuté ce problème en détail; il conclut que, pour définir l'état limite des âmes, on peut admettre que l'effet des pointes de tension s'annule dans le domaine plastique et déterminer l'état limite en se basant sur les tensions de membrane seulement.

Les expériences montrent que la ruine des panneaux d'âme est souvent précédée de déformations plastiques importantes, de sorte que l'application de la théorie non-linéaire *élastique* pour prédire le stade de ruine peut être contestée.

Quoi qu'il en soit, les résultats principaux des applications de la théorie non-linéaire faites jusqu'ici sont les suivants:

1. La réserve de résistance postcritique est d'autant plus grande que la minceur (b/e) de l'âme est grande;

2. Toutes choses égales d'ailleurs, elle croît avec la rigidité du cadre (membres + raidisseurs) limitant le panneau d'âme. Ceci justifie la règle de rigidité minimum des membres déduite par Rockey de ses recherches expérimentales.

3. La théorie [59] confirme les conclusions déduites par l'auteur de ses expériences [33, 36], à savoir que:

- a) le raidisseur strictement rigide (γ^*) fléchit régulièrement avec l'âme dans le domaine postcritique;
- b) pour obtenir un raidisseur restant rigide jusqu'au voisinage de la ruine de la poutre entière, il faut multiplier sa rigidité relative stricte γ^* par 3.

4. Il n'est cependant pas prouvé que des raidisseurs restant rectilignes jusqu'aux environs de la ruine sont les meilleurs. SKALLOUD propose comme critère d'optimisation [57] que l'ensemble plaque-raisseurs ait, pour une résistance ultime donnée, un prix minimum.

5. En attendant les recherches plus poussées, SKALLOUD et l'auteur ont proposé [13] diverses règles simples mais empiriques de dimensionnement, conduisant à une économie appréciable vis-à-vis des règles sur la théorie linéaire.

6. Les études théoriques de BROUDE [10] concernant le comportement non-linéaire des panneaux d'âme présentant une flèche initiale amènent à la conclusion que d'une part, on peut admettre en service des tensions σ_{max} égales à 1,1 fois les tensions critiques données par la théorie linéaire; d'autre part, une flèche initiale normale (c'est-à-dire égale aux trois-dixièmes de l'épaisseur) entraîne des surtensions de l'ordre de $\sigma_{max}/0,89$.

BROUDE conseille donc d'admettre pour les âmes des poutres soudées industrielles des tensions égales à $1,1 \sigma_{cr} \cdot 1/0,89 \approx \sigma_{cr}$. Les Normes Soviétiques sont basées sur ces études et admettent un coefficient de sécurité égal à un pour des poutres soumises à des charges statiques au droit desquelles sont placés des raidisseurs transversaux.

Pour les poutres de ponts roulants, parcourus par des charges mobiles, les Règles russes sont plus prudentes.

Le professeur TESAR a signalé à l'auteur que des fissures de fatigue horizontales ont été relevées en Tchécoslovaquie dans les âmes de poutres soudées de ponts roulants, à quelque distance sous le cordon de soudure âme-semelle.

La possibilité de créer des fissures de fatigue dans l'âme de poutres à âme mince a été démontrée expérimentalement par HALL et STALLMEYER [21] et ce phénomène doit être étudié en détail si l'on veut exploiter en service la résistance postcritique des âmes.

8. L'approche américaine

A partir de 1957, l'Université Lehigh a entrepris de nouveaux essais à grande échelle ([2, 3]) sur poutres à âme mince, avec comme objectif d'arriver à développer des règles de dimensionnement simples garantissant une résistance à la ruine déterminée.

Les recherches ont d'abord porté sur des poutres ne comportant que des raidisseurs transversaux. Elles ont conduit à une théorie semi-empirique inspirée de la théorie du champ de tension diagonal de WAGNER, et due à

BASLER et THÜRLIMANN ([4, 5, 6]). Cette théorie ayant été largement diffusée, on se bornera à en donner les principes directeurs, tandis que, pour l'application détaillée, on renvoie au Règlement de l'A.I.S.C.

8.1. Résistance à la flexion

BASLER et THÜRLIMANN constatent [4], après ROCKEY [42], que le voilement de la partie comprimée de l'âme a pour effet de diminuer fortement la capacité de cette partie à transmettre les tensions de compression. C'est pourquoi ils admettent qu'à la ruine, tout se passe comme si une partie de la zone comprimée disparaissait, ce qui a pour résultat d'abaisser l'axe neutre (Fig. 8.1).

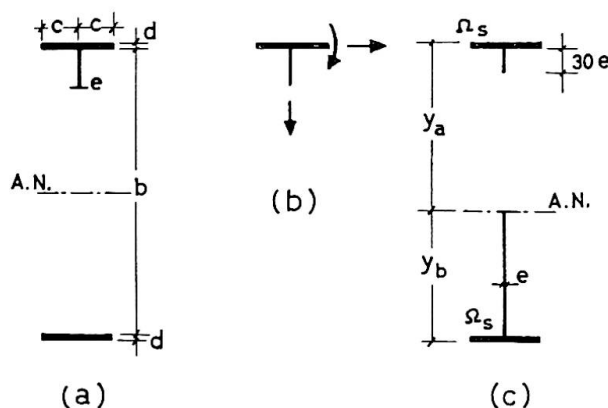


Fig. 8.1

D'autre part, la courbure de la poutre provoque des pressions transversales de la semelle sur l'âme; en écrivant que l'âme doit être juste capable de résister à ces pressions, ils trouvent comme minceur limite de l'âme la formule

$$\frac{b}{e} = \frac{0,48 E}{\sqrt{R_e (R_e + R_r)}} \quad (8.1)$$

qui donne, dans le cas de l'acier doux, $b/e = 360$. Ils développent également des formules contrôlant la résistance, au flambement par torsion et au déversement, du profil de la semelle comprimée et du tronçon d'âme effectif.

8.2. Résistance au cisaillement

BASLER [5] admet qu'à la ruine, l'état de tension dans l'âme résulte de la superposition de deux champs:

- a) un champ de cisaillement pur $\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{cr}$ ayant la valeur donnée par la théorie linéaire du voilement;

- b) un champ de tension diagonal «à la Wagner» surimposé à ce premier champ, dans lequel existent des tractions inclinées de l'angle φ sur l'horizontale (Fig. 8.2).

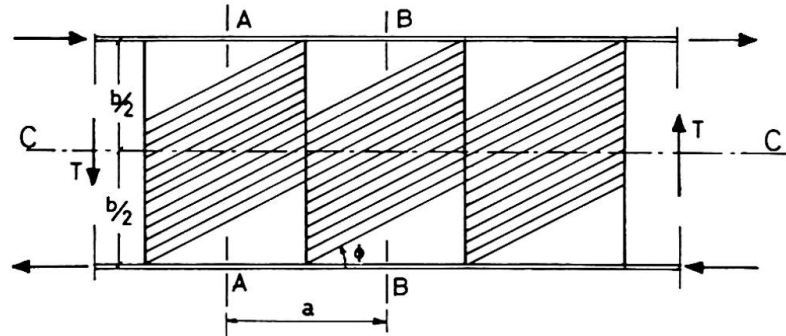


Fig. 8.2

Les développements mathématiques conduisent, pour la valeur ultime de l'effort tranchant, à la formule simple

$$T_{ult} = T_p \left[\frac{\tau_{cr}}{R_e''} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1 - \frac{\tau_{cr}}{R_e''}}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \right] \quad (8.2)$$

où $R_e'' = R_e/\sqrt{3}$ est la limite d'élasticité au cisaillement pur, $\alpha = a/b$ le rapport des côtés du panneau et $T_p = R_e'' b e$ l'effort tranchant produisant la plastification complète de l'âme.

Un des mérites des expériences américaines est d'avoir mis en évidence la nécessité d'ancrer le champ de tensions diagonal dans les panneaux d'extrémité (où l'effort tranchant maximum), par l'emploi d'un raidisseur renforcé.

8.3. Résistance à la flexion plus cisaillement

Pour tenir compte de l'effet simultané de la flexion et du cisaillement, BASLER [6] propose (Fig. 8.3) la loi d'interaction

$$\frac{M}{M_e} = \frac{M_s}{M_e} + \frac{M_p - M_s}{M_e} \left[1 - \left(\frac{T}{\Omega_a} \frac{\Omega_a}{T_u} \right)^2 \right] \quad (8.3)$$

où Ω_a est la section de l'âme

$M_p = R_{ez} = 1,10 M_e$, le moment plastique

$M_e = R_e I/v$, le moment élastique maximum

$M_s = R_e b \Omega_s$, le moment repris par les semelles plastifiées.

La loi précédente se traduit par la figure 8.3 qui montre que la valeur de l'effort tranchant T déterminée par la formule 8.2 n'est pas affectée tant que le moment reste inférieur à la valeur M_e .

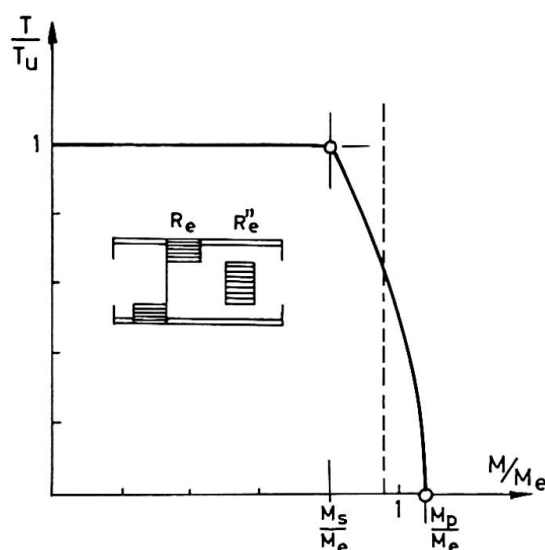


Fig. 8.3

8.4. Extensions de la méthode américaine de dimensionnement

La méthode de dimensionnement développée par BASLER et THÜRLIMANN a été adoptée dans les Normes Américaines de l'A.I.S.C. Elle est simple et est en bon accord avec les expériences entreprises par ces auteurs. Etant donné que plusieurs paramètres de la théorie ont dû être ajustés pour donner cet accord, il serait utile de confronter cette théorie avec les essais exécutés par d'autres auteurs.

Les défauts majeurs de l'approche américaine sont :

1. de n'être applicable qu'à des poutres sans raidisseurs longitudinaux, alors que les grands ponts européens sont tous munis de plusieurs raidisseurs de ce genre;

2. d'être étroitement liée à la forme classique en double té de la section droite; son application au dimensionnement de poutres à membrures et raidisseurs tubulaires donnerait des solutions exagérément lourdes.

Le premier des défauts ci-dessus a été pallié par une nouvelle série de recherches de l'Université Lehigh ([15, 16, 20]) entreprises sur des poutres possédant un raidisseur longitudinal. COOPER [15] étend la méthode de BASLER-THÜRLIMANN en admettant (Fig. 8.4) que des champs de tension diagonale séparés naissent dans chacun des sous-panneaux séparés par le raidisseur longitudinal.

Les essais ont montré que le raidisseur longitudinal ne reste effectif jusqu'à la ruine que si sa raideur relative γ est un multiple de la valeur théorique γ^* . Si le rapporteur est bien d'accord avec Cooper sur ce point, il lui semble que des investigations supplémentaires – et, en particulier, la comparaison de la nouvelle méthode de dimensionnement avec l'ensemble des résultats expérimentaux connus – sont nécessaires avant qu'on puisse avoir pleine confiance

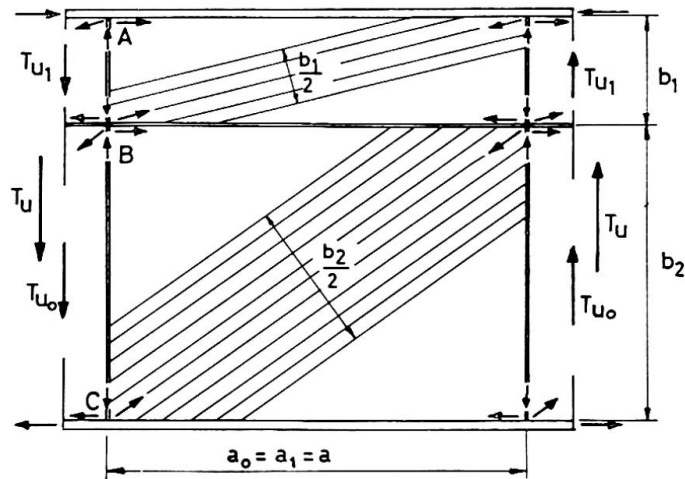


Fig. 8.4

dans un modèle de ruine qui paraît un peu sommaire pour des poutres à un raidisseur longitudinal et le serait davantage encore pour celles qui en possèdent plusieurs.

9. Conclusions

1. La théorie linéaire du voilement a atteint un grand degré de développement; elle a permis la réalisation sûre de ponts à âme pleine de grande portée; les données numériques devraient être complétées pour des plaques encadrées sur leurs bords, renforcées par des raidisseurs tubulaires.

Cette théorie a l'avantage d'être d'application immédiate à toutes les structures formées de tôles planes, y compris par exemple les ponts en caisson et les ouvrages hydrauliques. Elle convient pour des structures où le danger de fatigue est déterminant, mais elle ne fournit pas une structure optimisée vis-à-vis de la ruine statique élastoplastique.

2. La tendance actuelle est à l'établissement d'une théorie suffisamment simple et permettant d'évaluer avec sécurité la charge de ruine de la poutre; cette théorie doit être complétée par des règles garantissant un fonctionnement satisfaisant en service et excluant tout danger de fatigue.

Cette tendance est générale, non seulement dans les constructions métalliques, mais aussi dans celles en béton armé et précontraint (travaux du C.E.B. et de la F.I.P.) et correspond aux progrès récents dans les domaines du calcul plastique et de l'analyse de la notion de sécurité.

3. Les équations de la théorie non-linéaire du voilement sont connues, mais des données numériques pour les cas réels de l'encadrement déformable sont très difficiles à obtenir et sont largement insuffisantes à l'heure actuelle. La théorie non-linéaire a pour le moment comme principal mérite de montrer qu'on peut adopter des coefficients de sécurité variables avec la minceur de la plaque et éventuellement inférieurs à l'unité. L'extension de cette théorie au

voilement élasto-plastique, qui conduirait à une prédiction tout à fait précise de la charge de ruine, est encore dans l'enfance.

4. La théorie américaine paraît suffisamment contrôlée expérimentalement pour les poutres sans raidisseurs longitudinaux. Pour celles à un raidisseur longitudinal, des essais et recherches théoriques supplémentaires sont nécessaires. Pour celles à nombreux raidisseurs longitudinaux, qui sont couramment employées en Europe, il n'existe pas encore de solution à la ruine.

10. Recommandations pour les recherches futures

De l'avis du rapporteur, il serait particulièrement utile d'investiguer les problèmes suivants :

1. Etude des poutres à âme courbe ou pliée, dépourvue de raidisseurs, sauf au droit des fortes charges concentrées, en vue surtout de la mise au point de processus de fabrication économique.

2. Enquête sur les fissures de fatigue qui auraient pu être observées dans l'âme aux environs des raidisseurs dans les grands ponts à âme pleine ;

3. Extension des essais de fatigue de HALL et STALLMEYER à des poutres comportant des raidisseurs horizontaux ;

4. Etude de la possibilité, par une séquence judicieuse des opérations de soudage ou par des opérations de chauffage localisé (coups de chalumeaux par exemple) de créer des champs de tensions résiduelles stabilisant les panneaux d'âme.

5. Essais jusqu'à la ruine sur poutres à raidisseurs diagonaux.

6. Problèmes de voilement pour des poutres dont l'âme est faite d'un acier de moins haute résistance que les semelles ; idem pour des âmes formées de panneaux d'acier de résistance différente ;

7. Recherches sur la possibilité d'augmenter la résistance ultime des âmes planes en leur donnant une déformation initiale adéquate (par exemple des bossages emboutis tels que ceux préconisés par JUNGBLUTH [22]).

8. Recherches pour arriver à une méthode de dimensionnement à la ruine des poutres munies de plusieurs raidisseurs longitudinaux.

9. Nouvelles recherches sur le mode d'action des raidisseurs longitudinaux placés d'un seul côté de l'âme. (Une étude conjointe de Rockey et Skaloud est annoncée sur ce point.)

10. Recherches sur des poutres à âme en métal déployé.

11. Recherches sur le voilement de l'âme sous l'effet combiné de la flexion du cisaillement, et d'une force concentrée appliquée à la semelle supérieure (poutres de pont roulant), en tenant compte de l'effet raidisseur du rail du pont roulant.

11. Remerciements

En terminant ce rapport, l'auteur désire remercier ses collègues les professeurs B.M. BROUDE, P.B. COOPER, KIREENKO, K. KLÖPPEL, W.H. MUNSE, K. C. ROCKEY, M. SKALOUD, J. STALLMEYER, R. N. WRIGHT, qui ont bien voulu lui faire part de leurs travaux en cours.

Il adresse ses remerciements tout particuliers au professeur A. TESÁR de la Haute Ecole Technique de *Bratislava*, qui l'a aidé à mettre au point le présent Rapport, surtout en ce qui concerne l'apport des chercheurs de l'Europe de l'Est, durant un séjour qu'il a fait dans le service de l'auteur à l'Université de Liège.

Bibliographie

- [1] S. ALEXEEV: Travail postcritique des plaques élastiques (en russe). Journal «Les mathématiques appliquées et la mécanique» de l'Institut de Mécanique de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., Vol. XX, pp. 673–679, 1956.
- [2] K. BASLER et B. THÜRLIMANN: Essais de voilement sur poutres à âme pleine. 6e Congrès A.I.P.C., Public. Préliminaire, pp. 907–920, Stockholm 1960.
- [3] K. BASLER, YEN BUNG-TSEN, J. A. MÜLLER, B. THÜRLIMANN: Web buckling tests on welded plate girders. Bulletin of the Welding Research Council, No. 64, 63 pp., Septembre 1960. (Cet article contient une bibliographie très complète du problème du voilement de l'âme, comprenant 274 entrées.)
- [4] K. BASLER et B. THÜRLIMANN: Strength of plate girders in bending. Proc. A.S.C.E., Journal Structural Div. St. 6, pp. 153–181, Août 1961.
- [5] K. BASLER: Strength of plate girders in shear. – Proc. A.S.C.E., Journal Structural Div., St. 7, pp. 151–180, Octobre 1961.
- [6] K. BASLER: Strength of plate girders under combined bending and shear. – Proc. A.S.C.E., Journal Structural Div., St. 7, pp. 181–197, Octobre 1961.
- [7] K. BASLER: New provisions for plate girders design – 1961 Proceedings of the American Institute of Steel Construction.
- [8] ST. BERGMANN: Behavior of buckled rectangular plates under the action of shearing forces. Doctoral Thesis et Report of the Inst. of Struct. Engineering and bridge building. Stockholm 1948.
- [9] F. BLEICH: Buckling strength of metal structures. Mc. Graw Hill, 1952.
- [10] B. M. BROUDE: L'état critique des poutres en acier (en russe) – Chapitre 8: l'influence de la courbure initiale sur le comportement de l'âme pleine, pp. 190–214, 1953.
- [11] B. M. BROUDE: La stabilité des plaques (en russe), dans le journal: La mécanique des constructions et le calcul des bâtiments, No 6, pp. 35–46, 1961.
- [12] BÜRGERMEISTER et H. STEUP: Stabilitätstheorie, Vol. I et II, éditeur: Akademie-Verlag Berlin, 1963.
- [13] F. CAMPUS et CH. MASSONNET, éditeurs: Colloque International sur le Comportement post-critique des plaques utilisées en construction métallique. Liège, Institut du Génie Civil, 175 p., 1963.
 1. Introduction to the post-buckling behaviour of flat plates (W. T. KOITER).
 2. Le critère de l'état limite des plaques et des systèmes de plaques (M. SKALOUD).
 3. Relative Advantages of buckling resistant and post-buckling structures (F. R. SHANLEY).
 4. Applications to the design of the web of large plate girders:

4.1. present state of knowledge (CH. MASSONNET).

4.2. Design principles proposed by MM. MASSONNET and SKALOUD (M. SKALOUD).

4.3. Static strength of plate girders (B. THÜRLIMANN).

Tous les rapports sont suivis d'une discussion, généralement en anglais.

- [14] W. G. SOPER: *J. Appl. Mech.*, pp. 444–448, 1958.
- [15] P. B. COOPER: Bending and shear strength of longitudinally stiffened plate girders. Fritz Engineering Laboratory, Report No 304.6, Lehigh University, 140 p., septembre 1965.
- [16] M. A. D'APICE and P. B. COOPER: Static bending tests on longitudinally stiffened plate girders. Fritz Eng. Laboratory, Report No 304.5, Lehigh University, 62 p., avril 1965.
- [17] J. DJUBEK et R. KOELNAR: Riesenic nelinearnych úloh teorie stihlych stien (variacionymi metodami), 259 p., Vydavateľstvo Slovensky Akademie VIED, Bratislava, 1965.
- [18] CH. DUBAS: Le voilement de l'âme des poutres fléchies et raidies au cinquième supérieur. *Mémoires A.I.P.C.*, Vol. 14, pp. 1 à 12, 1964.
- [19] F. STÜSSI et CH. P. DUBAS: Le voilement de l'âme des poutres fléchies avec raidisseur au cinquième supérieur. *Mém. A.I.P.C.*, Vol. 18, pp. 214–248, 1958.
- [20] D. J. FIELDING et P. B. COOPER: Static shear tests on longitudinally stiffened plate girders. Fritz Eng. Laboratory. Report No 304.7, Lehigh University, 56 pp., décembre 1965.
- [21] L. R. HALL and J. E. STALLMEYER: Thin web girder fatigue behavior as influenced by boundary rigidity. *Civ. Engineering Studies, Structural Res. Series No 278*, Univ. of Illinois, Urbana, Ill. January, 1964.
- [22] O. JUNGBLUTH: Die Kaltverfestigung, ein Weg zur Steigerung der Wirtschaftlichkeit im Stahlbau. – Beiträge aus Statik und Stahlbau, Vol. Anniversaire du Professeur K. KLÖPPEL, Stahlbau-Verlags GmbH, Köln, 1961.
- [23] O. A. KERENSKY, A. R. FLINT and W. C. BROWN: The basis for design of beams and plate girders in the revised British Standard 153, *Proc. Inst. Civil Engineers*, 1956.
- [24] K. KLÖPPEL et J. SCHEER: Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten. Berlin, éd. W. ERNST und Sohn, 1960.
- [25] K. KLÖPPEL et K. H. MÖLLER: Ein Beitrag zur Erhöhung der Beulwerte längsausgesteifter Rechteckplatten durch entsprechende Verteilung der Steifen. *Der Stahlbau*, Vol. 34, p. 303, 1965.
- [26] C. KOLLBRUNNER und M. MEISTER: Ausbeulen. Springer-Verlag, Berlin, 1958.
- [27] A. LAZARD: Communication personnelle à l'auteur.
- [28] U. LEPIC: L'équilibre des plaques minces élastiques et plastiques à grande flèche (en russe). *Recueil d'ingénieurs*, Vol. XXIV, 1956.
- [29] E. LONGBOTTOM and J. HEYMAN: Experimental verification of the strengths of plate girders designed in accordance with revised B.S.153: Tests on full-size and on model plate girders. *Proc. Inst. Civ. Eng.*, 1956.
- [30] H. LOUIS: Le Pont de Commerce sur la Meuse à Liège.
- [31] CH. MASSONNET: La stabilité de l'âme des poutres munies de raidisseurs horizontaux et sollicitées par flexion pure. *Mém. A.I.P.C.*, Vol. 6, pp. 234–246, 1940.
- [32] CH. MASSONNET: Recherches expérimentales sur le voilement de l'âme des poutres à âme pleine. *Bull. Centre Etudes Liège*, Vol. 5, pp. 67–240, 1951 et *Publ. Préliminaire 4e Congrès A.I.P.C.*, Cambridge-Londres, pp. 539–555, 1952.
- [33] CH. MASSONNET: Essais de voilement sur poutres à âme raidie. – *Mém. A.I.P.C.*, Vol. 14, pp. 125–186, 1954.
- [34] CH. MASSONNET, G. MAZY et A. TANGHE: Théorie générale du voilement des plaques rectangulaires orthotropes, encastées ou appuyées sur leur contour, munies de raidisseurs parallèles aux bords à grandes rigidités flexionnelle et torsionnelle. *Mémoires de l'A.I.P.C.*, Vol. XX, pp. 223 à 262, 1960.
- [35] CH. MASSONNET: Stability Considerations in the design of plate girders. *Proc. A.S.C.E., Journal Structural Div.*, Vol. 86, pp. 71–97, January, 1960.
- [36] CH. MASSONNET, E. MAS et H. MAUS: Essais de voilement sur deux poutres à membrures et raidisseurs tubulaires. *Mém. A.I.P.C.*, Vol. 22, pp. 183–228, 1962.

- [37] CH. MASSONNET: Notes Techniques de la Commission Belge pour la Construction Métallique, 1952. Notes B-13.2, C-11 et C-10. Fabr Métal éditeur, Bruxelles.
- [38] K. C. ROCKEY: The design of the Webplates of Light Alloy Plate Girders. Preliminary publication 5th Congress, Int. Assoc. for Bridge and Struct. Eng., Lisbon, pp. 609-621, 1956.
- [39] – The behaviour of Webplates of Plate Girders subjected to Pure Bending. (Conjoint with F. JENKINS). The Struct. Eng., Vol. XXXV, No 5, May 1957, pp. 176-189.
- [40] – Plate Girder Design. Flange-Stiffness and Webplate Behaviour. Engineering Vol. 184, No. 4789, December 1957, pp. 788-792.
- [41] – Shear Buckling of a web reinforced by vertical stiffeners and a Central Horizontal Stiffener. Int. Assoc. for Bridge and Struct. Eng., Vol. 17, 1957, pp. 161-171.
- [42] – Web buckling and the design of webplates. The Struct. Engineer., Vol. XXXVI, No. 2, February 1958, pp. 45-60.
- [43] – The buckling of a Plate girder web under pure bending when reinforced by a single longitudinal stiffener. (Conjoint with D. M. A. Leggett.) Proc. Inst. Civ. Engs., Vol. 21, pp. 161-188, January 1962.
- [44] – Shear buckling of clamped and simply supported infinitely long plates reinforced by transverse stiffeners. (Conjoint with I. T. Cook.) Aero. Quarterly, Vol. XIII, pp. 41-70, February 1962.
- [45] – Shear buckling of clamped and simply supported infinitely long plates reinforced by transverse stiffeners and a central longitudinal stiffener. (Conjoint with I. T. Cook.) Aero. Quarterly, Vol. XIII, pp. 95-114, May 1962.
- [46] – Shear buckling of clamped and simply supported infinitely long plates reinforced by closed section transverse stiffeners. (Conjoint with I. T. Cook.) The Aero. Quarterly, Vol. XIII, August 1962, pp. 212-222.
- [47] – Aluminium Plate Girders. Paper presented at the Symposium: Aluminium in Structural Engineering, held by the Institution of Structural Engineers. June 1963, published in Proceedings of Symposium, June 1964, pp. 80-98.
- [48] – Shear buckling of Rectangular plates with mixed boundary Conditions. (Conjoint with I. T. Cook.) Aero. Quarterly, Vol. XIV, pp. 349-356, Novembre 1963.
- [49] – Optimum reinforcement by two longitudinal stiffeners of a plate subjected to pure bending.
- [50] – Influence of the torsional rigidity of transverse stiffeners upon the shear buckling of stiffened plates. (Conjoint with I. T. Cook.) Aero. Quarterly, Vol. XV, pp. 198-202, May 1964.
- [51] – The buckling under Pure Bending of a Plate Girder Web reinforced by Multiple longitudinal Stiffeners. (Conjoint with I. T. Cook.) The Int. Journ. of Solids and Structures, 1965, Vol. 1, pp. 147-156.
- [52] – Shear buckling of clamped infinitely long Plates. – Influence of Torsional Rigidity of transverse stiffeners. (Conjoint I. T. Cook.) Aero. Quarterly, Vol. XVI, pp. 92-95, February 1965.
- [53] – Influence of the Torsional Rigidity of transverse stiffeners upon the shear buckling of stiffened Plates. – Further solutions. (Conjoint with I. T. Cook.) University College of Swansea, Engineering Department, Report C/R/2/64.
- [54] H. J. SCHRÖTER: Kolloquium am Lehrstuhl für Statik und Stahlbau der Technischen Hochschule Darmstadt. Der Stahlbau, B Vol. 34, Cahier 5, p. 159, 1965.
- [55] M. SKALOUD: Pokriticka pevnost sten ocelovych nosniku (Comportement post-critique des âmes des ponts à âme pleine). – Livre écrit en tchèque avec résumé détaillé en allemand. N ČSAV, Prague, 1962.
- [56] M. SKALOUD et J. DONEA: Comportement postcritique des âmes à tensions résiduelles. Mém. A.I.P.C., Vol. 23, pp. 293-320, Zürich 1963.
- [57] M. SKALOUD: Comportement post-critique des âmes comprimées uniformément et renforcées par des raidisseurs longitudinaux. – Acier/Stahl/Steel, No. 4, pp. 193-198, 1964.
- [58] M. SKALOUD: Effet d'une courbure initiale sur le comportement post-critique d'une âme comprimée uniformément et renforcée par un raidisseur longitudinal. Acier/Stahl/Steel, No. 5, pp. 249-254, 1965.
- [59] M. SKALOUD, J. DONEA et CH. MASSONNET: à paraître dans les Mém. A.I.P.C., Vol. 26, 1966.

- [60] E. Z. STOWELL, G. I. HEIMERL, CH. LIBOVE et E. E. LUNDQUIST: Buckling stresses for flat plates and sections. Proc. A.S.C.E., Journ. Struct. Div. 1951. Discussion de ce mémoire en décembre 1962.
- [61] S. P. TIMOSHENKO and J. M. GERE: Theory of elastic stability, 2^e édition, McGraw Hill, 1961.
- [62] A. S. VOLMIR: Biegsame Platten und Schalen, VEB, Verlag für Bauwesen, Berlin, 447 p., 1962.
- [63] G. WÄSTLUND and ST. BERGMAN: Buckling of webs in deep steel I-girders. Rep. Inst. Struct. Engineering and bridge bldg., Stockholm, 206 p., 1947 et Mém. A.I.P.C., Vol. 8, p. 291, 1947.
- [64] L. ZETLIN: Elastic instability of flat plates subjected to partial edge loads. Proc. A.S.C.E., Journ. Engng. Mech. Div. paper No 795, 24 p., 1955.
- [65] U.S.S.: Design and Engineering Seminar – 1964 – Steels to match your Imagination. 106 pages, 1964.
- [66] J. F. DOOLEY: On the torsional Stiffness of closed-section web stiffeners. International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 7, pp. 183–196, 1965.