

# Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke

Autor(en): **Cichocki, B.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht**

Band (Jahr): **10 (1976)**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-10517>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke**

Optimization of Elastic Plane Frames

Optimisation des cadres plans élastiques

**B. CICHOCKI**

Dipl.-Ing. Dr. techn.

Institut für Stahlbeton- und Massivbau, TU Graz

Graz, Oesterreich

1. Einführung

Die Optimierung der Tragwerke wurde im Einführungsbericht /1/ in 4 Kategorien eingeteilt. Der vorliegende Bericht beschreibt ein Verfahren, das der 3. Kategorie angehört und gleichzeitig die Aufgabestellung der 4. Kategorie weitgehend erfüllt. Ebene Rahmentragwerke mit linear-elastischem Last-Verformungszusammenhang sollen bei gegebenen Geometrie-, Lagerbedingungen und Belastungszuständen so dimensioniert werden, daß ein Optimalitätskriterium für das gesamte Tragwerk erfüllt und die einzelnen Elemente des diskretisierten Tragwerkes für sich optimal gestaltet sind.

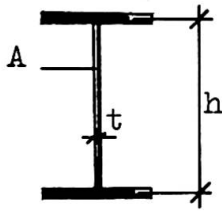
2. Zielfunktion

Mit den Querschnittsflächen  $A_i$  als Variablen ist die Zielfunktion für minimales Gewicht oder minimale Kosten zu formulieren. Voraussetzung ist eine stetige und stetig differenzierbare Funktion.

$$f(A_i) \Rightarrow \min \quad i = 1 \dots n \quad (1)$$

3. Optimaler Einzelquerschnitt

Der optimale Einzelquerschnitt ist durch die Erzielung des erforderlichen Biegesteifigkeitswertes bei minimaler Querschnittsfläche gekennzeichnet. Die Zusammenhänge zwischen Trägheitsmoment  $I$ , Widerstandsmoment  $W$ , Bauhöhe  $h$  und optimaler Querschnittsfläche sind nach Festlegung der Querschnittsform durch Differentialrechnung zu ermitteln. Unter Verwendung üblicher Näherungen ergibt sich beispielsweise am doppelt-symmetrischen I-Profil, dessen Stegverhältnis  $\lambda = h/t$  den Erfordernissen der Stegbeulung entsprechend vorgewählt wird



$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\lambda}{12} \cdot A^2 \\ W &= \left( \sqrt[3]{\frac{16}{3\lambda}} + \sqrt[3]{\frac{2}{3\lambda}} \right)^{-3/2} \cdot A^{3/2} \\ h &= \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \cdot A^{1/2} \end{aligned} \right\} (2)$$

Abb.1. Bezeichnungen  
am I-Querschnitt

Bei einfach-symmetrischen Profilen sind die Gurtflächen als getrennte Variablen einzuführen.

#### 4. Restriktionssystem

Die nicht-linearen Restriktionen für die Variablen  $A_i$  sind durch die Forderung gegeben, daß äußere Schnittgrößen an keiner Stelle des Tragwerkes die inneren Widerstände übersteigen dürfen.

$$\left. \begin{aligned} |M^{\ddot{a}}| &\leq |M^i| \\ |N^{\ddot{a}}| &\leq |N^i| \end{aligned} \right\} (3)$$

Der Einfluß der Querkräfte bleibt unberücksichtigt.

Als Vorsorge gegen Stabilitätsversagen des Systems werden die äußeren Schnittgrößen unter Berücksichtigung von Vorverformungen und ungewollten Lastausmitteln im Traglastzustand nach Theorie II. Ordnung errechnet.

Bei Verwendung der verallgemeinerten Deformationsmethode wird die globale Steifigkeitsmatrix  $[S]$  durch Summation aus den ins globale System rotierten Stabsteifigkeitsmatrizen  $[L]$  gewonnen.

$$[L] = [L^I] + [L^{II}] \quad (4)$$

Die Matrix I. Ordnung enthält die Variablen  $A_i$ , die Matrix II. Ordnung die unbekanntenen Stablängskräfte  $N$ . In der Iterationsrechnung dürfen - mit Rücksicht auf die geringe Änderung der Normalkräfte bei Variation der Steifigkeiten - die Längskräfte des vorhergehenden Iterationsschrittes als Konstantwerte verwendet werden.

Die Knotenverformungen  $\{v\}$  unter der Belastung  $\{P\}$  sind durch

$$\{v\} = [S]^{-1} \cdot \{P\} \quad (5)$$

gegeben. Die Änderung einer Verformung  $v_k$  kann im Bereich kleiner Steifigkeitsänderungen genügend genau durch

$$\Delta v_k = \text{grad } v_k \{ \Delta A \} \quad (6)$$

angenähert werden, wobei  $\text{grad } v_k$  aus (5) numerisch ermittelt wird. Hierbei kann vorteilhaft von der Näherung

$$[S + \Delta S_i]^{-1} \doteq ([I] - [S]^{-1} [\Delta S_i]) \cdot [S]^{-1} \quad (7)$$

Gebrauch gemacht werden /2/, in der  $[I]$  die Einheitsmatrix und  $[\Delta S_i]$  die Änderung der globalen Steifigkeitsmatrix durch Änderung des Querschnittes  $A_i$  bedeuten. Die Matrix  $[S]$  muß in jedem Iterationsschritt nur einmal invertiert werden.

Sind  $\{w\}$  die aus  $\{v\}$  durch Zuordnung und Rotation ins lokale Koordinatensystem gewonnen Stabendverformungen, so gilt für die Schnittgrößen

$$\{M^{\ddot{a}}\} = [L] \{w\} \quad (8)$$

und bei Variation der Flächen  $A_i$

$$\{M^{\ddot{a}}\} = [L + \Delta L] \{w + \Delta w\} \leq \{M^i\} \quad (9)$$

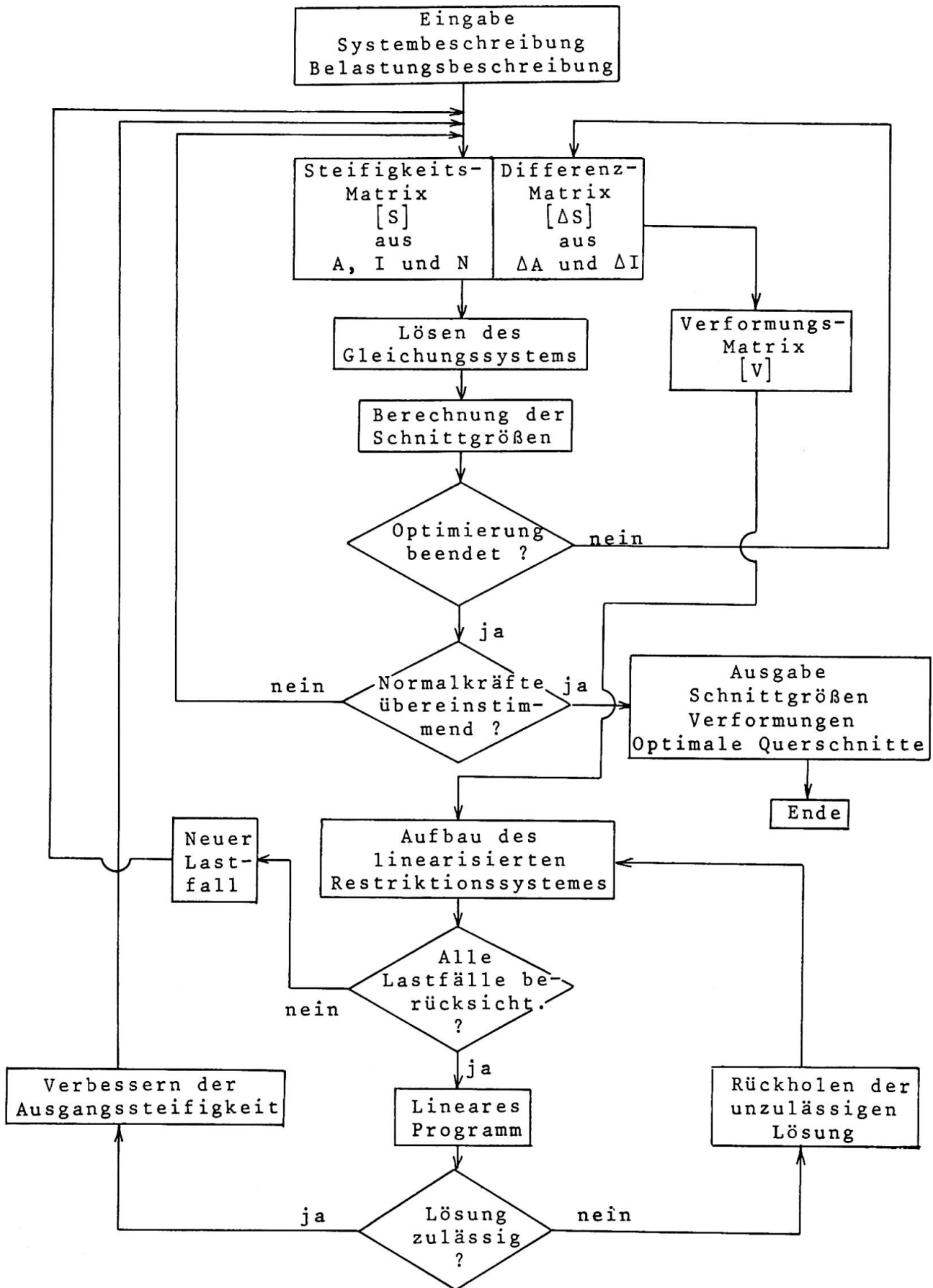


Abb. 2. Schematisches Flußdiagramm

Gleichung (9) an allen Stabenden und für alle Lastfälle formuliert liefert das Restriktionssystem für die Variablen  $A_i$ .

### 5. Mathematische Optimierung

Die Lösung der nicht-linearen Optimierungsaufgabe erfolgt mittels der "Methode der approximierenden Optimierung" /3/, einer Variante der Sequentiellen Linearen Programmierung. Zielfunktion und Restriktionen werden in einem zulässigen Startpunkt  $\{A_0\}$  linearisiert und mittels Simplex-Algorithmus die Lösung des Linearen Programmes bestimmt. Der Lösungspunkt  $\{\bar{A}\}$ , der wegen des Linearisierungsfehlers außerhalb des zulässigen Raumes liegt, wird mit der Vektoraddition

$$\{A^*\} = \frac{1}{2^t} \cdot \{\bar{A}\} + \frac{2^t - 1}{2^t} \cdot \{A_0\} \quad (10)$$

rückgeführt. Die Potenz  $t$  wird beginnend mit  $t=0$  solange um 1 erhöht, bis  $\{A^*\}$  in den zulässigen Grundbereich zu liegen kommt.

Mit den verbesserten Werten für die Querschnittsflächen werden verbesserte Verformungsgradienten errechnet und ein neuerlicher Iterationszyklus durchlaufen.

Der Berechnungsablauf ist an einem schematischen Flußdiagramm erläutert. (Abb.2)

Das Konvergenzverhalten wurde an verschiedenen kleineren Beispielen untersucht. Die Verbesserung des Wertes der Zielfunktion nach 5 Iterationsschritten lag zumeist unter 1 %.

### Literaturangaben:

- /1/ TEMPLEMAN, A.B.: "Optimization Concepts and Techniques in Structural Design", Einführungsbericht IVBH 10. Kongress, Tokyo 1970
- /2/ BOMMER, C.M./ SYMONDS, D.A.: "Skeletal Structures", Crosby Lockwood & Son, London 1968.
- /3/ BURKARD, R.E./ GENSER, B.: "Zur Methode der approximierenden Optimierung", Math. Operationsforschung und Statistik 5 (1974).
- /4/ CICHOCKI, B.: "Zur Optimierung ebener Stabtragwerke", Dissertation Technische Universität Graz, 1976.

### ZUSAMMENFASSUNG

Der Bericht behandelt die Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke. Die Lösung des nicht-linearen Programmes erfolgt mit der "Methode der approximierenden Optimierung", einer Variante der sequentiellen linearen Programmierung.

### SUMMARY

The paper examines the optimization of elastic plane frames. The solution of the non-linear programming is obtained by the method "Methode der approximierenden Optimierung", a kind of sequential linear programming.

### RESUME

L'article traite de l'optimisation des cadres plans élastiques. La solution pour la programmation non-linéaire est obtenue à l'aide de la "Methode der approximierenden Optimierung", une variante de la programmation linéaire séquentielle.