Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 2 (1933-1934)

Artikel: Praktische Berechnung der kreiszylindrischen Behälterwände aus Eisenbeton

Autor: Enyedi, Bela

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3396

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

PRAKTISCHE BERECHNUNG DER KREISZYLINDRISCHEN BEHÄLTERWÄNDE AUS EISENBETON.

CALCUL PRATIQUE DES PAROIS DE RÉSERVOIRS CYLINDRIQUES CIRCULAIRES EN BÉTON ARMÉ.

PRACTICAL CALCULATION OF CIRCULAR CONTAINER WALLS OF REINFORCED CONCRETE.

Dr. Ing. BELA ENYEDI, Budapest.

Die Seitenwände der kreiszylindrischen Behälter werden in der Baupraxis am häufigsten auf Zug berechnet, hervorgerufen durch die Ringkraft inf. des Seitendruckes des Füllmaterials. Seltener werden die Seitenwände als ein oben und unten eingespannter, bzw. nur unten eingespannter Träger

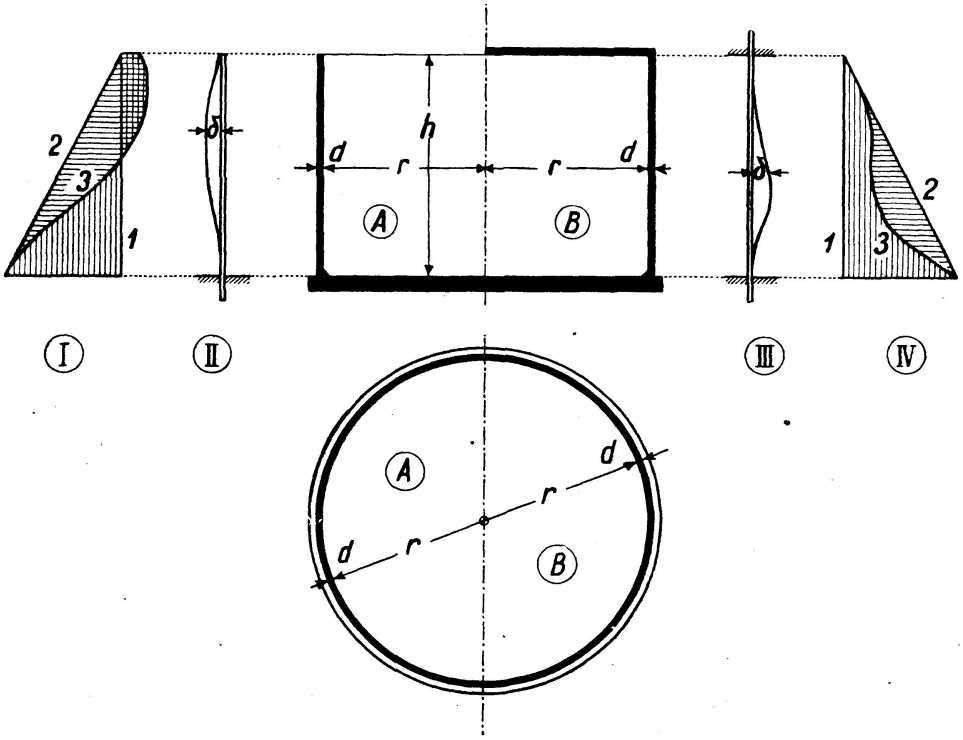

Fig. 1.

betrachtet, je nachdem die Wände auch mit einer den Behälter biegungsfest abdeckenden Konstruktion verbunden, bzw. nur im Boden eingespannt sind.

Ohne Zweifel arbeiten die Seitenwände in jedem Falle gleichzeitig auf Zug (Ringkräfte) und auf Biegung (Einspannungen); zweifellos ist es in wirtschaftlicher Hinsicht erwünscht, daß die beiden, gleichzeitig wirkenden Inanspruchnahmen berücksichtigt werden sollen.

Die Seitenwände biegen sich infolge des horizontalen Druckes des Füllmaterials aus (Fig. 1). Sind die Behälter nicht abgedeckt (Fall A), so wird

die elastische Linie, die die Formänderung der Wände darstellt, infolge der festen Einspannung im Behälterboden eine vertikale Tangente haben. Die elastische Linie gibt in jeder Höhe die Länge δ an, um die sich der entsprechende Halbmesser des Behälters durch die Formänderung vergrößert. Es ist ohne weiteres klar, daß diese Formänderungen δ von den Ringkräften und von den Biegungsmomenten hervorgerufen werden und daß die Summe der Zugkräfte (Ringsystem) und der Biegekräfte (Balkensystem) dem Druck des Füllmaterials (Seitendruck) gleich sein muß. Wenn daher die Geraden 1 und 2 (Fig. 1, I) den Seitendruck darstellen, so können wir ihn durch die zu bestimmende Linie 3 in zwei Teile teilen, von denen der erste (Linien 2 und 3) die Kräfte auf das Ringsystem und der zweite (Linien 1 und 3) die Kräfte auf das Balkensystem ergeben.

Damit ist aber die Grundbedingung der statischen Berechnung aufgestellt. Wir müssen die Linie 3 derart bestimmen, daß die durch die Ringkräfte

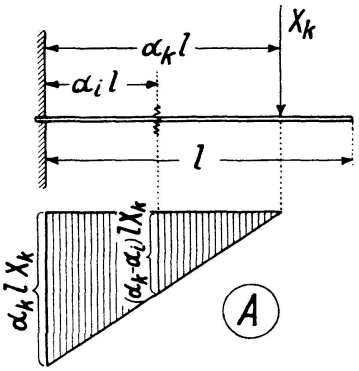

Fig. 2.

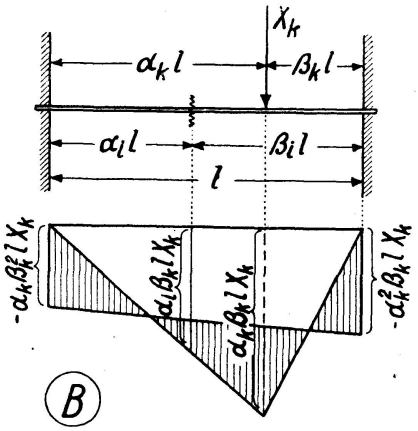

Fig. 3.

(Linien 2 und 3) und durch die Balkenkräfte (Linien 1 und 3) hervorgerufenen Formänderungen δ in jeder Höhe des Behälters gleich sind. Die statische Untersuchung ist daher auf die Bestimmung einer einzigen Linie zurückgeführt.

Falls der Behälter durch eine biegungsfeste Konstruktion abgedeckt ist (Fall B) und dementsprechend die Wände als oben und unten eingespannt betrachtet werden müssen, so ändert sich prinzipiell nichts, nur wird die elastische Linie (Fig. 1, III) und die Linie 3 (Fig. 1, IV) der oberen Einspannung entsprechend, einen anderen Verlauf haben.

Zur Lösung der Probleme A und B muß vorerst die Durchbiegung eines einseitig eingespannten Kragträgers (Fig. 2) und eines beiderseitig eingespannten Trägers (Fig. 3) berechnet werden.

Die Durchbiegung δ eines Kragträgers im Abstande $\alpha_i l$ von der Einspannstelle infolge einer Einzellast X_k senkrecht zur Stabaxe, im Abstande $\alpha_k l$ von der Einspannstelle wirkend, beträgt, wenn der Träger die Länge l, das Trägheitsmoment J und den Elastizitätsmodul E hat

$$\delta = \frac{\alpha_i^2}{6}(3\alpha_k - \alpha_i)\frac{l^3 X_k}{EJ} = C_k^i \frac{l^3 X_k}{EJ} \qquad 1)$$

In Fig. 2 wurde diese Durchbiegung als das Moment der Momentenfläche berechnet. Wird $\alpha_i > \alpha_k$, so ist diese Formel ebenfalls gültig, wenn auf Grund des MAXWELL'schen Satzes die Werte α_i und α_k gegenseitig vertauscht werden.

Die Durchbiegung δ eines beiderseitig eingespannten Trägers im Abstande $\alpha_i l$ bzw. $\beta_i l$ von den Einspannstellen (Fig. 3) infolge einer Einzellast X_k senkrecht zur Stabaxe, in den Abständen $\alpha_k l$ und $\beta_k l$ von den Einspannstellen wirkend, beträgt, wenn l die Stützweite, J das Trägheitsmoment und E den Elastizitätsmodul bezeichnet

$$\delta = \frac{\alpha_i^2 \beta_k^2}{6} [3\beta_i - \beta_k(2\beta_i + 1)] \frac{l^3 X_k}{EJ} = D_k^i \frac{l^3 X_k}{EJ} \qquad 2)$$

Für die statische Untersuchung wird die Höhe der Wand in gleiche Teile, d. h. in Lamellen gleicher Breite geteilt, und es wird vorausgesetzt, daß der Seitendruck des Füllmaterials in der Mitte der einzelnen Lamellen angreife. Diese Annahme ist umso genauer, je größer die Anzahl der Lamellen ist; auch bei der obersten dreieckförmig belasteten Lamelle bleibt der begangene Fehler klein, weil dort die Seitenkraft selbst klein ist.

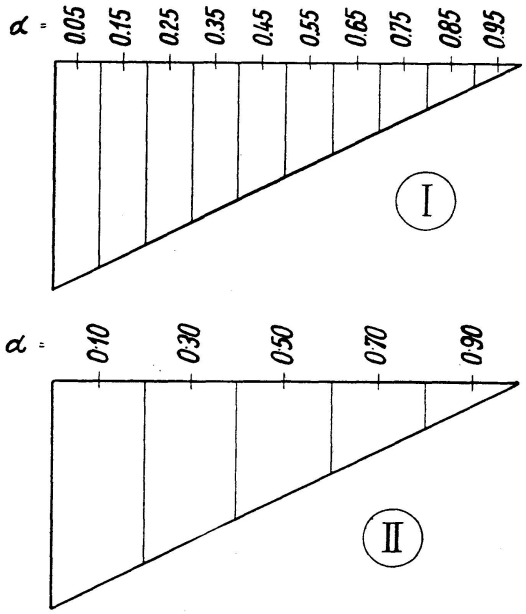

Fig. 4.

Wenn größere Genauigkeit verlangt wird, so wird die Behälterhöhe in viele, z. B. in zehn Lamellen geteilt (fig. 4, I); dann werden die die Schwerlinien ergebenden α_k-Werte sowohl im Falle A als auch im Falle B die folgenden sein:

$$\alpha_k = 0{,}05 \quad 0{,}15 \quad 0{,}25 \quad \ldots \quad 0{,}85 \quad 0{,}95 \qquad 3)$$

Wurde aber die Behälterhöhe nur in fünf Lamellen geteilt (Fig. 4, II), so hat α_k die Werte von:

$$\alpha_k = 0{,}10 \quad 0{,}30 \quad 0{,}50 \quad 0{,}70 \quad 0{,}90 \qquad 4)$$

Die Beiwerte C_k^i und D_k^i sind auf Grund der Gleichungen 1) und 2)

$$C_k^i = \frac{\alpha_i^2}{6}(3\alpha_k - \alpha_i) \qquad D_k^i = \frac{\alpha_i^2 \beta_k^2}{6}[3\beta_i - \beta_k(2\beta_i + 1)] \qquad 5)$$

berechnet und in den Tabellen I—IV zusammengestellt, unter der Voraussetzung, daß die Durchbiegungen in denjenigen Schnitten bestimmt werden, in denen die Lamellenkräfte angreifen. Die α_i-Werte sind daher mit den α_k-Werten (Formel 3 und 4) identisch. Die Tabellenwerte sind 10,000fach

Tabelle I.

C_k^i-Werte zur Berechnung der Durchbiegung eines Kragträgers (Fall A).

Durchbiegung im Querschnitte α_i	Lage der Kraft, $\alpha_K =$									
	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95
0.95	11.67	101.25	270.83	510.42	810.00	1159.58	1549.17	1968.75	2408.33	2857.92
0.85	10.42	90.00	239.58	449.17	708.75	1008.33	1337.92	1687.50	2047.08	2408.33
0.75	9.17	78.75	208.33	387.92	607.50	857.08	1126.67	1406.25	1687.50	1968.75
0.65	7.92	67.50	177.08	326.67	506.25	705.83	915.42	1126.67	1337.92	1549.17
0.55	6.67	56.25	145.83	265.42	405.00	554.58	705.83	857.08	1008.33	1159.58
0.45	5.42	45.00	114.58	204.17	303.75	405.00	506.25	607.50	708.75	810.00
0.35	4.17	33.75	83.33	142.92	204.17	265.42	326.67	387.92	449.17	510.42
0.25	2.92	22.50	52.08	83.33	114.58	145.83	177.08	208.33	239.58	270.83
0.15	1.67	11.25	22.50	33.75	45.00	56.25	67.50	78.75	90.00	101.25
0.05	0.42	1.67	2.92	4.17	5.42	6.67	7.92	9.17	10.42	11.67
Multiplikator	$\times \frac{l^3}{EJ} \frac{X_K}{10\,000}$									

Tabelle II.

C_k^i-Werte zur Berechnung der Durchbiegung eines Kragträgers (Fall A).

Durchbiegung im Querschnitte α_i	Lage der Kraft, $\alpha_K =$				
	0.10	0.30	0.50	0.70	0.90
0.90	43.33	360.00	916.67	1633.33	2430.00
0.70	33.33	270.00	666.67	1143.33	1633.33
0.50	23.33	180.00	416.67	666.67	916.67
0.30	13.33	90.00	180.00	270.00	360.00
0.10	3.33	13.33	23.33	33.33	43.33
Multiplikator	$\times \frac{l^3}{EJ} \frac{X_K}{10.000}$				

Tabelle III.

D_k^i-Werte zur Berechnung der Durchbiegung eines eingespannten Trägers (Fall B).

Durchbiegung im Querschnitte α_i	Lage der Kraft, $\alpha_K =$									
	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95
0.95	0.0282	0.2264	0.5534	0.9366	1.3036	1.5818	1.6988	1.5820	1.1590	0.3572
0.85	0.2264	1.8098	4.3945	7.3730	10.1377	12.0811	12.5958	11.0742	6.9089	1.1590
0.75	0.5534	4.3945	10.5794	17.5456	23.7305	27.5716	27.5065	21.9727	11.0742	1.5820
0.65	0.9366	7.3730	17.5456	28.6369	37.8295	42.3059	39.2485	27.5065	12.5958	1.6988
0.55	1.3036	10.1377	23.7305	37.8295	48.1823	50.5364	42.3059	27.5716	12.0811	1.5818
0.45	1.5818	12.0811	27.5716	42.3059	50.5364	48.1823	37.8295	23.7305	10.1377	1.3036
0.35	1.6988	12.5958	27.5065	39.2485	42.3059	37.8295	28.6369	17.5456	7.3730	0.9366
0.25	1.5820	11.0742	21.9727	27.5065	27.5716	23.7305	17.5456	10.5794	4.3945	0.5534
0.15	1.1590	6.9089	11.0742	12.5958	12.0811	10.1377	7.3730	4.3945	1.8098	0.2264
0.05	0.3572	1.1590	1.5820	1.6988	1.5818	1.3036	0.9366	0.5534	0.2264	0.0282
Multiplikator	$\times \frac{l^3}{EJ} \frac{X_K}{10.000}$									

Tabelle IV.

D_k-Werte zur Berechnung der Durchbiegung eines eingespannten Trägers (Fall B).

Durchbiegung im Querschnitte α_i	Lage der Kraft, $\alpha_K =$				
	0.10	0.30	0.50	0.70	0.90
0.90	0.4033	2.7900	5.4167	6.0433	2.4300
0.70	2.7900	18.6300	33.7500	30.8700	6.0433
0.50	5.4167	33.7500	52.0833	33.7500	5.4167
0.30	6.0433	30.8700	33.7500	18.6300	2.7900
0.10	2.4300	6.0433	5.4167	2.7900	0.4033
Multiplikator	$\times \frac{l^3}{EJ} \frac{X_K}{10.000}$				

vergrößert, um bequemere Zahlen zu erhalten. Sie ergeben die Durchbiegungen des Kragträgers (Fig. 2) und des beiderseits eingespannten Trägers (Fig. 3) in jedem Schnitt und für jede Laststellung, vorausgesetzt, daß die Zahlen α_i und α_k die Werte nach den Formeln 3 und 4 haben.

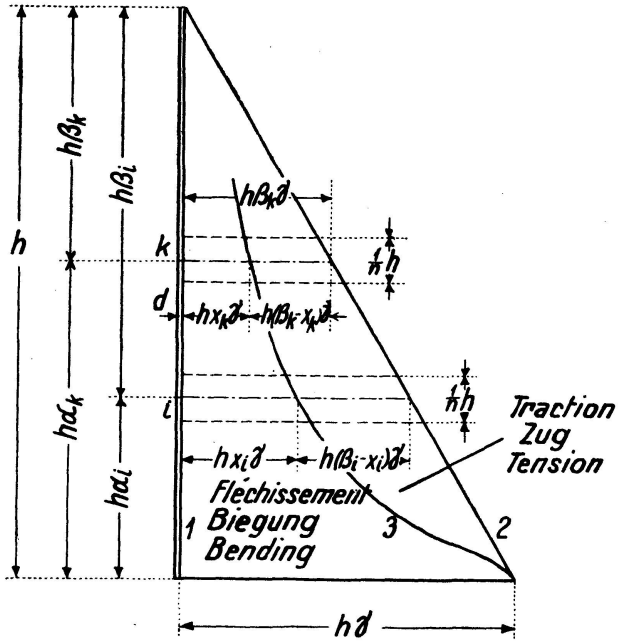

Fig. 5.

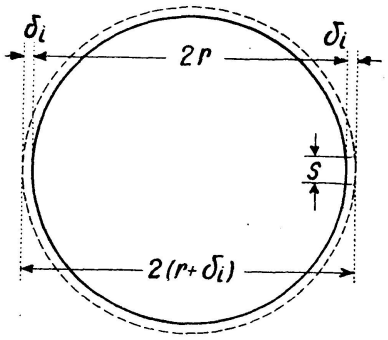

Fig. 6.

Für die statische Berechnung der Behälterwände ist es prinzipiell gleichgültig, ob Fall A oder Fall B vorliegt; es sind einfach die entsprechenden Formeln oder Tabellenwerte zu berücksichtigen.

Die Höhe h der Behälterwand (Fig. 5) sei in n gleiche Lamellen geteilt. Liegt die Mittellinie der i-ten Lamelle von der Einspannungsstelle bzw. von der Oberfläche der Flüssigkeit im Abstande von $h\alpha_i$ bzw. $h\beta_i$, so ist der Seitendruck der i-ten Lamelle:

$$\frac{h}{n} h \cdot \beta_i \cdot s \cdot \gamma = \frac{1}{n} \beta_i h^2 s \gamma$$

eite der in Betracht gezogenen Behälterwand (Fig. 6) und γ che Gewicht der Flüssigkeit bezeichnet. Diese Seitenkraft muß

in zwei Teile geteilt werden. Durch den ersten Teil (Lamellenhöhe $h\,x_i\,y$)

$$\frac{h}{n}\,h \cdot x_i\,s\,\gamma = \frac{1}{n}\,x_i\,h^2\,s\,\gamma \qquad 6)$$

werden Biegungsmomente hervorgerufen, während der zweite Teil

$$\frac{1}{n}\,(\beta_i - x_i)\,h^2\,s\,\gamma \qquad 7)$$

nur reine Zugspannungen hervorruft.

Die Durchbiegung infolge der Biegungsmomente wird für die Behälter ohne Deckenkonstruktion auf Grund der Gleichung 1) bestimmt:

$$\delta_i = \frac{h^3}{E}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{J}\,C_k^i\,X_k$$

wo die Kraft X_k den Wert hat:

$$X_k = \frac{1}{n}\,x_k\,h^2\,s\,\gamma$$

Falls die Wandstärke d konstant ist, $J = \frac{1}{12}\,s\,d^3$ wird

$$\delta_i = \frac{h^3}{E}\sum_{k=1}^{n}\frac{12}{s\,d^3}\,C_k^i\,\frac{1}{n}\,x_k\,h^2\,s\,\gamma = \frac{12\,h^5\,\gamma}{n\,E\,d^3}\sum_{k=1}^{n}C_k^i\,x_k \qquad 8)$$

Die Beiwerte C_k^i sind auf Grund der Gleichung 1) zu bestimmen; für $n = 10$ bzw. 5 finden sich die Beiwerte in den horizontalen Reihen der Tabellen I bzw. II.

Ist r der Radius des Behälters (Fig. 6), so ist die Ringkraft in der i-ten Lamelle nach Formel 7:

$$\frac{1}{n}\,(\beta_i - x_i)\,h^2\,r\,\gamma$$

Der Querschnitt bzw. die Länge des Ringes ist $d \cdot \frac{h}{n}$ bzw. $2\,r\,\pi$; nach der Verlängerung mißt die Länge $2\,(r + \delta_i)\,\pi$, die Verlängerung daher:

$$2\,\delta\,\pi = \frac{2\,r\,\pi}{n \cdot d\,\frac{h}{n}\,E}\,(\beta_i - x_i)\,h^2\,r\,\gamma$$

$$\delta_i = \frac{h\,r^2}{E\,d}\,(\beta_i - x_i)\,\gamma \qquad 9)$$

Aus den Gleichungen 8 und 9 folgt, daß

$$\frac{12\,h^5\,\gamma}{n \cdot E \cdot d^3}\sum_{k=1}^{n}C_k^i\,x_k = \frac{h\,r^2}{E\,d}\,(\beta_i - x_i)\,\gamma$$

$$\sum_{k=1}^{n}C_k^i\,x_k + \mu\,x_i = \mu\,\beta_i \qquad 10)$$

wo

$$\mu = \frac{n}{12}\,\frac{d^2\,r^2}{h^4} \qquad 11)$$

Es gibt n solcher Gleichungen 10), weil jede Lamelle je eine Gleichung liefert. Die Anzahl der Unbekannten $x_1, x_2 \ldots, x_i \ldots, x_n$ ist ebenfalls n, sodaß die Aufgabe als gelöst erscheint.

Sind die Behälterwände auch oben eingespannt, so lautet die Grundgleichung an Stelle der Gleichung 10:

$$\sum_{k=1}^{n} D_k^i x_k + \mu x_i = \mu \beta_i \qquad 12)$$

wodurch sämtliche Unbekannten ermittelt werden können.

Für praktische Fälle genügt es, für n den Wert von 5 zu wählen. Die entsprechenden Beiwerte sind in den Tabellen II bzw. IV zu finden. Wird aus irgendwelchem Grunde eine größere Genauigkeit verlangt, so wählt man $n = 10$. Hiefür sind die Beiwerte in den Tabellen I bzw. III zusammengestellt. Das Auflösen des Systems von 5 Gleichungen ist rasch erledigt; ein System von 10 Gleichungen aufzulösen erfordert wesentlich mehr Zeit. Falls n weder 5 noch 10 ist, so sind vorerst nach Gleichungen 1 und 2 neue Tabellen zu berechnen.

Zur Verwendung der Tabellen I—IV ist beizufügen, daß der Zahlenwert μ ebenfalls 10,000fach zu vergrößern ist. Es empfiehlt sich, die Daten für r und h in m, jene für d in cm in Rechnung zu stellen.

Ist die Wandstärke nicht konstant, und muß die variable Stärke berücksichtigt werden, so ändert sich prinzipiell nichts an der Berechnung, nur wird die Berechnung der Tabellenwerte sehr mühsam. Auch werden sich die Gleichungen nicht so einfach gestalten. Es muß aber bemerkt werden, daß es eher möglich ist, eine konstante Wandstärke zu erreichen, wenn die Einspannung der Behälterwände berücksichtigt wird, weil dadurch gerade an den unteren Einspannstellen einerseits die Ringkräfte sehr stark abnehmen, und anderseits die Einspannmomente nie beträchtlich werden.

Die Verteilung des Seitendruckes auf Zugkräfte und Biegungsmomente hängt natürlich ausschließlich von μ, d. h. von den Abmessungen des Behälters ab. Wie die folgenden Zahlenbeispiele beweisen, sind die Biegungsmomente bei verhältnismäßig niedrigen Behältern größer als bei höheren Behältern. Umgekehrt sind die Ringkräfte für höhere Behälter größer als für niedrigere. Diese Erkenntnis gilt auch für Behälterwände, die oben und unten eingespannt sind; die obere Einspannung hat zwar eine geringe Wirkung.

Zahlenbeispiele. Ein Behälter ohne Deckenkonstruktion hat eine Höhe von 5,0 m, einen Durchmesser von 6,0 m und eine Wanddicke von 15 cm. Mit $n = 5$ gerechnet, ergibt sich nach Gleichung 11)

$$\mu = \frac{5}{12} \frac{15^2 \cdot 3{,}0^2}{5{,}0^4} = 1{,}35$$

Die Beiwerte der Gleichungen 10) sind der Tabelle II zu entnehmen.

$$\begin{aligned}
1{,}35\, x_{0,9} + 43{,}33\, x_{0,1} + 360\, x_{0,3} + 916{,}67\, x_{0,5} + 1633{,}33\, x_{0,7} + 2430{,}00\, x_{0,9} &= 1{,}35 \cdot 0{,}10 \\
1{,}35\, x_{0,7} + 33{,}33\, x_{0,1} + 270\, x_{0,3} + 666{,}67\, x_{0,5} + 1143{,}33\, x_{0,7} + 1633{,}33\, x_{0,9} &= 1{,}35 \cdot 0{,}30 \\
1{,}35\, x_{0,5} + 23{,}33\, x_{0,1} + 180\, x_{0,3} + 416{,}67\, x_{0,5} + 666{,}67\, x_{0,7} + 916{,}67\, x_{0,9} &= 1{,}35 \cdot 0{,}50 \\
1{,}35\, x_{0,3} + 13{,}33\, x_{0,1} + 90\, x_{0,3} + 180{,}00\, x_{0,5} + 270{,}00\, x_{0,7} + 360{,}00\, x_{0,9} &= 1{,}35 \cdot 0{,}70 \\
1{,}35\, x_{0,1} + 3{,}33\, x_{0,1} + 13{,}33\, x_{0,3} + 23{,}33\, x_{0,5} + 33{,}33\, x_{0,7} + 43{,}33\, x_{0,9} &= 1{,}35 \cdot 0{,}90
\end{aligned}$$

Die mit der Rechenmaschine zu bestimmenden Unbekannten sind:

$$\left.\begin{aligned}
x_{0,1} &= +0{,}39288 \\
x_{0,3} &= -0{,}04460 \\
x_{0,5} &= -0{,}00305 \\
x_{0,7} &= +0{,}00140 \\
x_{0,9} &= -0{,}00013
\end{aligned}\right\} \qquad 13)$$

Mit $n = 10$ ($\mu = 2{,}70$) gerechnet, ergeben sich die Werte:

$x_{0,05} = +0{,}78759$	$x_{0,55} = +0{,}00021$
$x_{0,15} = +0{,}22546$	$x_{0,65} = +0{,}00158$
$x_{0,25} = -0{,}01742$	$x_{0,75} = +0{,}00077$
$x_{0,35} = -0{,}03888$	$x_{0,85} = +0{,}00015$
$x_{0,45} = -0{,}01411$	$x_{0,95} = -0{,}00016$

Wenn diese Unbekannten und die unter 13) berechneten aufgetragen werden, so ergibt sich eine kontinuierliche Linie, was beweist, daß die Gruppen übereinstimmen.

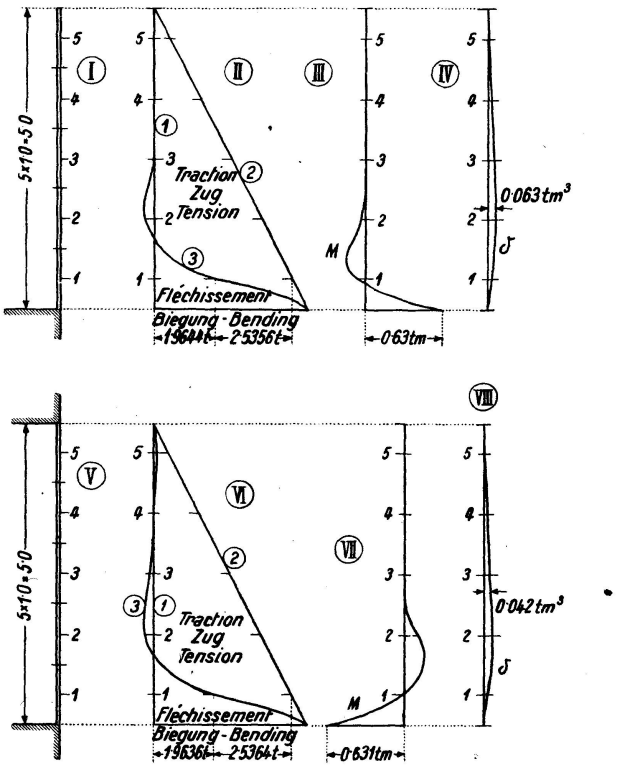

Fig. 7.

Es ist interessant festzustellen, daß die Werte von $x_{0,55}$ bis $x_{0,95}$ vernachlässigt werden können, ohne die Genauigkeit der Lösung in praktischer Hinsicht zu vermindern. Man kann daher diesen Unbekannten bereits in den betreffenden Gleichungen den Wert Null beimessen, wodurch sich ein Gleichungssystem von nur 5 Unbekannten ergibt.

Die Biegungsmomente werden durch die folgenden Seitenkräfte hervorgerufen:

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_i = 0{,}1 & +5{,}0 \cdot 0{,}39288 = +1{,}9644 \\ \quad\;\; 0{,}3 & -5{,}0 \cdot 0{,}04460 = -0{,}2230 \\ \quad\;\; 0{,}5 & -5{,}0 \cdot 0{,}00305 = -0{,}0153 \\ \quad\;\; 0{,}7 & +5{,}0 \cdot 0{,}00140 = +0{,}0070 \\ \quad\;\; 0.9 & -5{,}0 \cdot 0{,}00013 = -0{,}0007 \end{array}\right\} \qquad 14)$$

In Fig. 7, II ist die Kurve (3) aufgezeichnet, die die Seitenkräfte teilt. Die Ringkräfte werden von den folgenden Kräften hervorgerufen:

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_i = 0{,}1 & 4{,}50 - 1{,}9644 = 2{,}5356 \\ \quad\;\; 0{,}3 & 3{,}50 + 0{,}2230 = 3{,}7230 \\ \quad\;\; 0{,}5 & 01{,}5 + 0{,}0153 = 2{,}5153 \\ \quad\;\; 0{,}7 & 02{,}5 - 0{,}0070 = 1{,}4930 \\ \quad\;\; 0{,}9 & 0{,}50 + 0{,}0007 = 0{,}5007 \end{array}\right\} \qquad 15)$$

In Fig. 7, III ist die Momentenfläche gezeichnet, in Fig. 7, IV die Durchbiegung der Behälterwand. Die Durchbiegung in der Höhe 2 beträgt z. B. 0,063 tm^3. Da in diesem Falle

$$EJ = 140\,000 \frac{100 \cdot 15^3}{12} \text{ kg cm}^2 = 394 \text{ tm}^2$$

ergibt sich der Wert der Durchbiegung zu

$$\delta_{0,30} = \frac{0{,}063 \text{ tm}^3}{394 \text{ tm}^2} = 0{,}16 \text{ mm.}$$

Wenn die gleiche Durchbiegung aus der Ringkraft berechnet wird, so erhält man nach Gleichung 9:

$$\delta_i = h(\beta_i - x_i) \frac{r^2}{E\,d}$$

Da $h\,(\beta_i - x_i)$ die Seitenkraft bedeutet, die in kg/m ausgedrückt wird, so ist

$$\delta_{0,30} = \frac{3723 \cdot 3{,}0 \cdot 300}{140\,000 \cdot 100 \cdot 15} \text{ cm} = 0{,}159 \text{ mm.}$$

Tabelle V.

Zahlenbeispiele.

Der Behälterwand				Zeichen	Wert	Seitenkraft t/m²			Biegekraft	Durchbiegung
ist eingespannt	besitzt eine Höhe (h)	besitzt einen Durchmesser	besitzt eine Dicke (d)	der Unbekannten		für Biegung	für Zug	Zusammen	t/m	mm
nur unten (A)	5.0 m	6.0 m	0.15 m	$x_{0.1}$	+ 0.3929	+ 1.9644	2.5356	4.50	+ 1.9644	0.1085
				$x_{0.3}$	− 0.0446	− 0.2230	3.7230	3.50	− 0.2230	0.1590
				$x_{0.5}$	− 0.0031	− 0.0153	2.5153	2.50	− 0.0153	0.1075
				$x_{0.7}$	+ 0.0014	+ 0.0070	1.4930	1.50	+ 0.0070	0.0640
				$x_{0.9}$	− 0.0001	− 0.0007	0,5007	0.50	− 0.0007	0.0214
unten und oben (B)				$x_{0.1}$	+ 0.3927	+ 1.9636	2.5364	4.50	+ 1.9636	0.1085
				$x_{0.3}$	− 0.0445	− 0.2224	3.7224	3.50	− 0.2224	0.1590
				$x_{0.5}$	− 0.0039	− 0.0196	2 5196	2.50	− 0.0196	0.1075
				$x_{0.7}$	+ 0.0033	+ 0.0167	1.4833	1.50	+ 0.0167	0.0635
				$x_{0.9}$	+ 0.0270	+ 0.1350	0.3650	0.50	+ 0.1350	0.0156
nur unten (A)	3,0 m	20.0 m	0.30 m	$x_{0.1}$	+ 0.8771	+ 2.6312	0.0688	2.70	+ 1.5787	0.0164
				$x_{0.3}$	+ 0.5715	+ 1.7145	0.3855	2.10	+ 1.0287	0.0920
				$x_{0.5}$	+ 0.2805	+ 0.8415	0.6585	1.50	+ 0.5049	0.1570
				$x_{0.7}$	+ 0.0365	+ 0.1096	0.7904	0.90	+ 0.0658	0.1880
				$x_{0.9}$	− 0.1778	− 0.5333	0.8333	0.30	− 0.3200	0.1985
unten und oben (B)				$x_{0.1}$	+ 0.8815	+ 2.6445	0.0555	2.70	+ 1.5867	0.0132
				$x_{0.3}$	+ 0.6099	+ 1.8298	0.2702	2.10	+ 1.0979	0.0643
				$x_{0.5}$	+ 0.3845	+ 1.1535	0.3465	1.50	+ 0 6921	0.0825
				$x_{0.7}$	+ 0.2259	+ 0.6776	0.2224	0.90	+ 0.4066	0.0530
				$x_{0.9}$	+ 0.0878	+ 0.2635	0.0365	0.30	+ 0.1581	0.0087

Die Durchbiegungen (Fig. 7, IV) sind natürlich proportional zu den Ordinaten des Kräftebildes 2—3 in Fig. 7, II.

In Tabelle V sind die Resultate der Berechnung (Formel 13—5) und die Werte der Durchbiegungen zusammengestellt worden.

Um einen Einblick zu bekommen, wie groß der Einfluß der Deckenkonstruktion auf die Einspannungsverhältnisse der Wand ist, wurde das gleiche Beispiel auch für die oben eingespannte Wand durchgerechnet. Die Re-

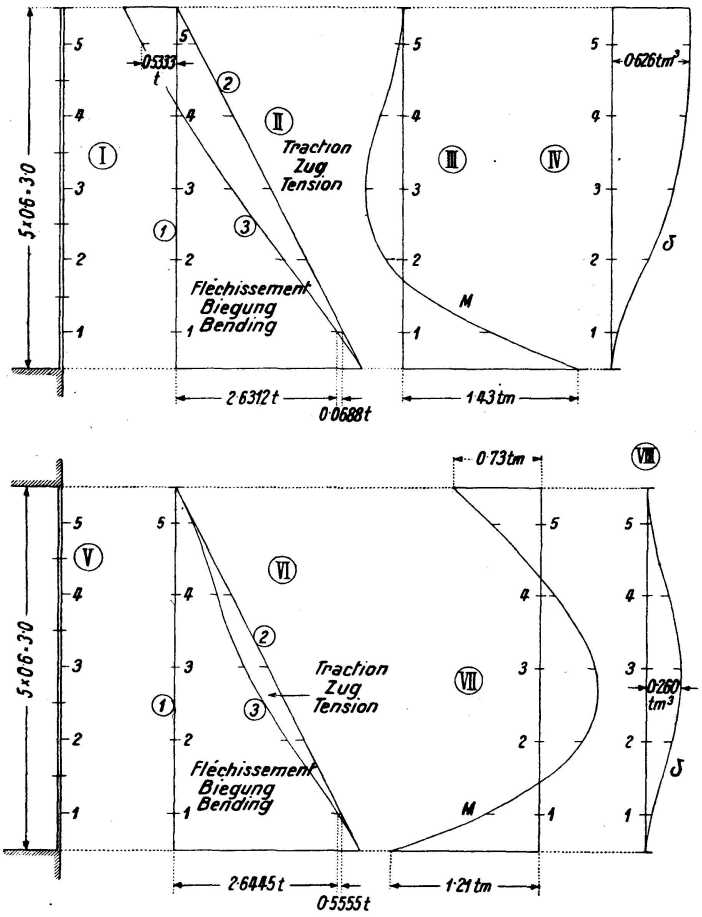

Fig. 8.

sultate sind in der Tabelle V ebenfalls eingetragen. In Fig. 7, VI—VIII, sind die Biege- und Zugkräfte, die Momentenfläche und die Biegungslinie aufgezeichnet. Man erkennt, daß der Wert der Kräfte durch die obere Einspannung nur unwesentlich beeinflußt wird.

Für einen niedrigen Behälter sei $h = 3{,}0$ m, $r = 10$ m und $d = 30$ cm; demzufolge wird bei $n = 5$

$$\mu = \frac{5}{12}\,\frac{30^2 \cdot 10^2}{3^4} = 463.$$

Die Gleichungen wurden analog dem ersten Beispiel aufgestellt und aufgelöst. Die Werte der Biege- und Zugkräfte sind in der Tabelle V eingetragen, und auch in Fig. 8, II aufgezeichnet. Die Momentenfläche und der Verlauf der Durchbiegungen sind in Fig. 8, III und IV dargestellt. Die größte Durchbiegung ist in der Höhe 5 zu finden, nämlich

0,626 tm^3. Mit $EJ = 140{,}000 \frac{100 \cdot 30^3}{12}$ $kgcm^2 = 3150$ tm^2 bestimmt sich der Wert der Durchbiegung zu

$$\delta_{0,90} = \frac{0{,}626 \text{ tm}^3}{3150 \text{ tm}^2} = 0{,}198 \text{ mm}$$

aus der Ringkraft ermittelt:

$$\delta_{0,90} = \frac{833{,}3 \cdot 10 \cdot 1000}{140\,000 \cdot 100 \cdot 30} \text{ cm} = 0{,}198 \text{ mm}.$$

Die Werte der Durchbiegungen sind in Tabelle V eingetragen.

Auch dieses Beispiel wurde für den Fall einer oberen und unteren Einspannung untersucht. Die Resultate sind in Tabelle V und in Fig. 8, VI—VIII dargestellt.

Die ausgearbeiteten Zahlenbeispiele beweisen, daß sich die Berücksichtigung der Biegungsmomente lohnt, weil dadurch die Zugkräfte wesentlich vermindert werden, während die Biegungsmomente verhältnismäßig klein bleiben.

Zusammenfassung.

Die kreiszylindrischen Behälterwände werden in der Praxis fast immer als Ringkonstruktionen untersucht, die infolge des Seitendruckes einfache Zugbeanspruchung erhalten. Da aber die Wände wenigstens unten, oft aber auch oben fest eingespannt sind, kann die übliche Berechnungsmethode nie solche Resultate liefern, die den tatsächlich vorhandenen statischen Verhältnissen entsprechen.

Die Einspannung der Behälterwände wird daher berücksichtigt, und zwar derart, daß die Biegemomente auf Grund des folgenden Satzes ebenfalls berechnet werden: die Verschiebung eines jeden Punktes k ist infolge der Biegung ebenso groß, wie die Änderung des Halbdurchmessers desselben Ringes, der durch den Punkt k durchgeht. Dies ist die Grundbedingung, die die Feststellung der Formänderungen und der tatsächlich auftretenden Biegemomente bezw. Zugkräfte ermöglicht hat.

Die ganze Berechnungsmethode ist auf der elementaren Statik aufgebaut. Die Wände sind in eine gewisse Anzahl (n) Ringe aufgeteilt; die n Elastizitätsgleichungen werden dann aufgeschrieben, deren Lösung die Biegekräfte liefert. Danach wird das Bild des Seitendruckes (Dreieck) in zwei Teile geteilt, die die Zugkräfte bezw. die Biegekräfte darstellen.

Die Resultate beweisen, daß es in der Praxis genügt, nur mit fünf Unbekannten zu rechnen. Die ausführlich durchgerechneten Zahlenbeispiele beweisen, daß die obere Einspannung, d. h. die starre Verbindung der Behälterwand mit den Deckenkonstruktionen keine größere Wirkung ausübt, hingegen aber durch die untere Einspannung die Zugkräfte ganz wesentlich vermindert werden. Die praktische Bedeutung der Berücksichtigung der Biegemomente liegt darin, daß die Seitenwände schwächer gehalten, und die Biegemomente von den Seitenwänden ohne Verstärkung derselben aufgenommen werden können.

Dieses Problem hat natürlich nur für die Eisenbetonkonstruktionen eine gewisse Bedeutung, da die Wände der Stahlbehälter im Allgemeinen keine Biegefestigkeit besitzen.

Résumé.

Les parois des réservoirs cylindriques de section circulaire sont, dans la pratique, presque toujours calculées comme des ceintures soumises à une contrainte simple de traction sous l'influence de la pression latérale. Toutefois, les parois en sont encastrées rigidement tout au moins à la portie inférieure, et souvent même également à la partie supérieure. Il en résulte que la methode ordinaire de calcul ne conduit pas à des résultats qui correspondent aux conditions statiques effectives.

L'auteur étudie donc l'influence de l'encastrement des parois des réservoirs, en calculant éventuellement les moments fléchissants sur la base suivante: la déformation subie par un point donné *k* sous l'influence de la flexion est égale à la modification du rayon qui passe par le point *k* de cette même couronne. Cette proposition de base a ainsi permis la détermination des déformations et des moments fléchissants et efforts de traction qui se manifestent effectivement.

La méthode de calcul repose dans son intégralité sur la statique élémentaire. Les parois sont divisées en un certain nombre *n* de couronnes élémentaires; on pose alors les *n* équations d'élasticité, dont la solution fournit les efforts de flexion. On divise ensuite le graphique de la pression latérale (triangle) en deux parties, qui représentent les efforts de traction et les efforts de flexion.

Les résultats obtenus montrent que dans la pratique, il est suffisant de travailler avec 5 inconnues. Les exemples chiffrés dont l'étude a été poussée intégralement ont montré que l'encastrement supérieur, c'est-à-dire l'assemblage rigide entre la paroi du réservoir et le dispositif de couverture n'exerce pas une très forte influence, mais que, par contre, les efforts de traction se trouvent tout à fait sensiblement réduits par l'encastrement inférieur. La prise en considération, dans la pratique, des moments fléchissants conduit à constater que les parois latérales travaillent moins qu'on ne le suppose et que les moments fléchissants peuvent être supportés par ces parois latérales, sans renforcement.

Ce problème ne présente naturellement une certaine importance que pour les ouvrages en béton armé, car les parois des réservoirs métalliques n'ont en général par eux-mêmes aucune résistance à la flexion.

Summary.

The walls of containers of circular cross-section are in practice nearly always calculated as annular structures, which are subject to simple tensile stresses in consequence of internal pressure. However, since the walls, at least below, are often held fixed, the usual methods of calculation never give results in accordance with actual static conditions.

This fixing of the walls of the containers is therefore taken into consideration, and in such a way that the bending moments are also calculated in accordance with the following: — The displacement of any point *k* is, in consequence of the bending, just as great as the change in the length of the radius of the ring passing through the point *k*. This is the fundamental condition which has enabled the change of shape and the bending moments or tensile stresses actually occurring to be determined.

The whole method of calculation is founded on elementary statics. The walls are divided into a certain number (n) of rings; the *n* equations of

elasticity are then written down, and their solution gives the bending forces. Then the diagram of the internal pressures (triangle) is divided into two parts representing the tensile and bending forces respectively.

The results prove that it suffices in practice to calculate with five unknown quantities. The numerical examples, worked out in detail, show that the upper fixing, i. e. the rigid connection of the walls of the container to the cover structure, exercises no great influence; on the other hand, the rigid fixing below diminishes the tensile stresses very considerably. The practical importance of considering the bending moments lies in the fact that the walls may be kept thinner and the bending moments may be taken by the walls without any stiffening.

This problem is, of course, only of a certain importance for containers of reinforced concrete, since the walls of steel containers are as a rule not capable of withstanding bending moments.