Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 4 (1936)

Artikel: Théorie des grandes voûtes en béton et en béton armé
Autor: Freudenthal, Alfred
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5083

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

THÉORIE DES GRANDES VOÛTES EN BÉTON ET EN BÉTON ARMÉ.

THEORIE DER WEITGESPANNTEN BETON- UND EISENBETON-BOGEN.

THEORY OF WIDE-SPAN ARCHES IN CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE.

ALFRED FREUDENTHAL, Dr. sc. techn., Varsovie, Pologne.

I. Introduction.

Au cours de ces dernières années le progrès dans la construction des grandes voûtes en béton et béton armé a surpassé toute prévision. Pour les ponts de grande portée l'arc en béton armé est devenu concurrent sérieux des ouvrages en acier, ce qu'on a pu constater par exemple à l'occasion du concours pour un projet du Pont de l'Ouest à Stockholm [1]). C'est pour faciliter, si non même pour rendre possible des succès encore plus vastes de l'arc en béton armé, autant que pour éviter un échec, que l'adaptation de la théorie actuelle des voûtes aux exigences de la pratique moderne s'est démontrée comme nécessité absolue.

En général, la validité d'une théorie de la technique, par contraste aux théories rigoureuses des sciences exactes, ne peut pas être illimitée. La simplicité sommaire des théories de la technique, nécessaire à l'égard de la facilité de l'application pratique, doit être rachetée par l'omission d'une série d'influences, considerées comme inessentielles. Or, la notion de l'inessentiel est liée strictement aux conditions et aux limites pour lesquelles l'admissibilité des simplifications susdites a été démontrée par la concordance parfaite des résultats des épreuves et ceux de la théorie. C'est pourquoi il arrive souvent que, par suite des progrès de la technique, les limites de la validité d'une théorie, considérées jusqu'alors comme suffisantes, sont devenues trop restreintes, ne renfermant plus des cas d'une importance actuelle. Si, en outre, des nouvelles et importantes propriétés physiques des matériaux de construction ont été trouvées et étudiées, un élargissement, resp. une révision de la théorie et des méthodes ordinairement utilisées est devenue inévitable.

Ces deux conditions sont accomplies quant à la théorie des grandes voûtes en béton et béton armé.

Les hypothèses fondamentales de la théorie usuelle des ponts en arc sont l'élasticité idéale de la matière et l'omission de l'influence des déformations sur l'état des forces élastiques. Or, les résultats de l'essai du béton ont démontré que pour tous les ouvrages en béton et béton armé la première des hypothèses n'a qu'une validité restreinte. Quant à la seconde, ce n'est que pour les structures de grande portée, qu'elle conduit aux erreurs essentielles.

---

[1]) Färber, R., Stahl und Beton im Wettbewerb bei der Stockholmer Westbrücke über den Mälar. Beton und Eisen 1931, No. 12, p. 217.

Il a été notoire depuis l'origine des recherches de la théorie du béton armé, que l'agglomérant ne se comporte pas comme un solide parfaitement élastique, mais que, à l'intervalle des fatigues admissibles, la loi de Hooke puisse être considérée comme approximation suffisamment rigoureuse. C'est à cause des vastes possibilités et avantages, offerts par les méthodes exactes de la théorie d'élasticité dans le calcul des constructions en béton et béton armé, qu'il parut opportun d'accepter des petites inexactitudes, résultant de l'écart des conditions réelles de la loi de Hooke. Une correction de l'exactitude du calcul par l'introduction de la loi de Bach $\varepsilon = a \cdot \sigma^m$, plus satisfaisante d'après les épreuves du béton que celle de Hooke, a été essayée par L. G. Straub [2]), sans que les résultats aient valu l'analyse laborieuse.

Cependant au cours de ces dernières années l'attention des ingénieurs européens a été dirigée sur un phénomène, — étudié depuis assez longtemps par des investigateurs américains —, dont l'influence sur l'état des forces et des fatigues des structures en béton et béton armé est considérable: la déformation lente du béton. Sous les efforts permanents la déformation du béton, comme fonction $c\,(t)$ du temps, va en croissant sans que la pression s'accroisse, le rapport entre la déformation et la pression restant linéaire. C'est surtout pour l'arc que ces déformations sont d'une importance spéciale et cela d'autant plus, que les fatigues dues aux charges permanentes prévalent. La loi de Hooke, établissant le rapport entre les charges mobiles ou rapidement variables et les déformations correspondantes, est ainsi complétée par les lois qui régissent la déformation lente, permettant à déterminer l'état d'équilibre et des fatigues, dues aux charges permanentes, comme fonction de l'âge de la construction. — Pour les recherches théoriques il n'est pas essentiel, si le phénomène de la déformation lente, ainsi que le retrait sont causés par des changements identiques du mécanisme intérieur de l'agglomérant [3]). La détermination des efforts exige une séparation nette de ces influences.

C'est dans la littérature américaine qu'on trouve déjà deux mémoires, concernant l'étude de l'influence des déformations lentes ou plastiques sur l'état des fatigues des arcs encastrés en béton, à savoir par L. G. Straub [2]) et Ch. S. Whitney [4]). Cependant les résultats de ces études, bien que identiques dans leur ensemble, ne sont pas applicables aux arcs de grande portée; c'est que les déformations lentes du béton produisent une déformation si considérable de l'axe de la voûte, que le calcul, effectué pour l'axe initiale, indéformé, servant de base aux recherches des investigateurs américains, doit conduire aux résultats peu exactes et d'une validité restreinte, d'autant plus, que pour les grandes voûtes l'influence même des déformations élastiques sur l'état d'équilibre correspondant aux charges variables est une telle, que son omission provoque dans l'analyse de l'arc des erreurs considérables, qui s'accroissent relativement à l'augmentation du rapport des charges permanentes et mobiles, c'est à dire à l'augmentation de la portée et de l'élancement.

C'est pourquoi une révision de la théorie de l'arc à l'égard de l'application dans le calcul des grandes voûtes en béton et béton armé doit nécessairement être effectuée en éliminant non seulement l'hypothèse d'une élasticité idéale du matériau, mais aussi celle des déformations inappréciables. Méthodes et ré-

---

[2]) Straub, L. G., Plastic Flow in Concrete Arches, Transactions Am. Soc. Civ. Eng., vol. 95, 1931, p. 613.

[3]) Freyssinet, E., Rapport Présenté au Premier Congrès International du Béton et du Béton Armé, Liége 1930. Question IV. 4.

[4]) Whitney, Ch. S., Plain and Reinforced Concrete Arches. Journal of the American Concrete Institute, 1932, March, p. 479.

sultats d'une théorie généralisée des grandes voûtes, déduite d'après les considérations susdites, sont indiquées ci-après.

II. Théorie des déformations de l'arc élastique.

La théorie des déformations pour l'arc est déduite de l'équation différentielle de la barre courbe:

$$\frac{d^2\eta}{ds^2} + \frac{\eta}{r^2} = \frac{M}{EI} - \frac{N}{rEF} \tag{1}$$

et de l'équation pour le moment fléchissant M en un point quelconque (Fig. 1)

$$M = M_0 + H(y + \eta) + M^g - \frac{x}{l}(M^g - M^d) \tag{2}$$

η étant le déplacement vertical de la fibre moyenne de la voûte, M^g et M^d les moments d'encastrement à la naissance gauche, resp. droite. Soit $I_c = I \cdot \cos^2\varphi$ et $F_c = F \cdot \cos\varphi$, I_c et F_c désignant respectivement le moment d'inertie et la

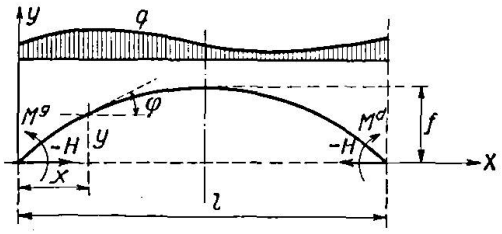

Fig. 1.

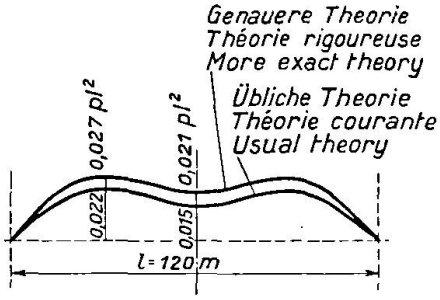

Fig. 2.

section de la clé de l'arc. L'équation fondamentale de la théorie des déformations s'obtient des relations (1) et (2) sous la forme

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} + c^2 \cdot \eta = A + B\left(\frac{x}{l}\right) + C\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \ldots\ldots N\left(\frac{x}{l}\right)^\nu = X(x) \tag{3}$$

en faisant

$$c^2 = -\frac{H}{EI_c} + \frac{1}{(r\cos\varphi)^2} \doteq -\frac{H}{EI_c} \tag{3a}$$

les constantes $A, \ldots N$ dépendant de la nature de la charge et des conditions d'appui. Cette forme admet que les fonctions $M\left(\frac{x}{l}\right)$ et $y\left(\frac{x}{l}\right)$ puissent être représentées comme polynomes entiers en $\left(\frac{x}{l}\right)$, condition accomplie presque toujours.

La solution de l'équation (3) se présente sous la forme

$$\eta = C_1 \cos cx + C_2 \cdot \sin cx + F(x) \tag{4}$$

$F(x)$ étant une fonction du même ordre que $X(x)$, dont les coefficients peuvent être évalués sans difficultés, introduisant la fonction $F(x)$ dans l'équation (3) et effectuant la comparaison avec $X(x)$. Les coefficients eux-mêmes sont des fonctions des réactions indéterminées H, M^g et M^d. Considérant le rapport géometrique entre la forme de la structure déformée et la forme initiale, on en déduit les conditions, permettant à déterminer les trois réactions inconnues

$$\int_0^l (ds + \Delta\, ds) \cos(\varphi + \Delta\, d\varphi) = l + \Delta$$

(5)

$$\left(\frac{d\eta}{dx}\right)_{x=0} = k_1\,; \qquad \left(\frac{d\eta}{dx}\right)_{x=l} = k_2$$

Δ signifiant un écartement des culées resp. la projection horizontale d'un changement arbitraire de longueur de la fibre moyenne de l'arc (p. e. une expansion d'après la méthode Freyssinet), k_1 et k_2 les angles de rotation des sections d'encastrement.

Le moment fléchissant, résultant en un point quelconque de la portée s'obtient de l'équation (1):

$$M = H(C_1 \cos cx + C_2 \cdot \sin cx) + E I_c \frac{d^2 F(x)}{dx^2} \tag{6}$$

C'est par les relations (5) et (6) que l'état d'équilibre de la voûte est parfaitement déterminé.

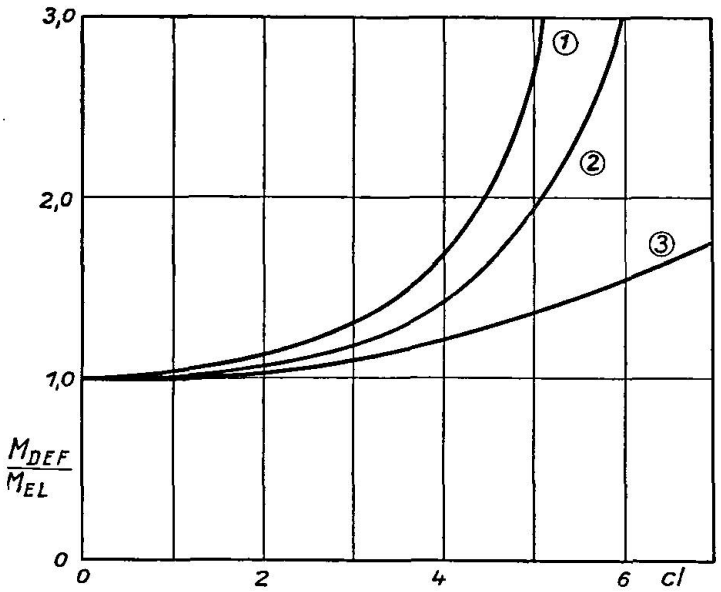

Fig. 3.

1 { Dreigelenkbogen / Arc à trois rotules / Three-hinged arch

2 { Zweigelenkbogen / Arc à deux rotules / Two-hinged arch

3 { Eingespannter Bogen / Arc encastré / Encastré arch

Pour une répartition discontinue de la charge les équations (4) et (6) doivent être établies pour chaque intervalle de charge continue, les constantes se déduisant des conditions d'appui et de la continuité de la ligne de flexion.

Le principe de Betti et Maxwell ayant évidemment perdu sa validité, on ne doit plus, dans la théorie des déflections, se servir des lignes d'influence. Pour évaluer les efforts maxima il faut donc superposer les charges les plus défavorables elles-mêmes.

Les moments fléchissants obtenues par la méthode ci-dessus s'écartent, pour les voûtes de grande portée et grand élancement, considérablement des valeurs du calcul usuel, le maximum de différence se présentant sur le tronçon central de la travée. Le calcul comparatif, effectué pour une voûte encastrée et parabolique en béton, d'une portée de 450 pieds anglais et d'un élancement de 9: 1, donne pour le moment fléchissant à la clé une augmentation moyenne de 50 % par rapport à la théorie courante, les différences des moments d'encastrement restant inessentielles [5]). — Les diagrammes des moments maxima,

[5]) Freudenthal, A., Deflection Theory of Arches. Mémoires de l'Assoc. Int. Ponts et Charpentes, vol. 3, 1935.

dûs à la charge permanente et aux surcharges réparties, déterminées d'après la théorie des déformations ainsi que par la méthode usuelle et représentés dans la fig. 2, font connaître, pour un arc en béton à deux rotules de 120 m de portée et d'un élancement 7: 1 les écarts appréciables de la théorie courante, atteignant à la clé 40 %.

La déduction des formules closes pour les moments fléchissants des voûtes, en évaluant les équations (4), (5) et (6), exige pour les structures statiquement indéterminées un calcul très laborieux. Ainsi, par exemple, le moment fléchissant à la section $x = 0{,}25\ l$, — étant une des sections les plus défavorables —, d'un arc à deux articulations, se produisant sous la charge permanente w, uniformément répartie sur toute la longueur et la surcharge p, uniformément répartie sur la moitié gauche de la longueur, se présente sous la forme:

$$M_{\frac{l}{4}} = \frac{w l^2}{(cl)^2}\left[\left(\frac{\cos\frac{cl}{4}}{\cos\frac{cl}{2}} - 1\right)\left(1 + \frac{8f}{l^2}\frac{H}{w}\right) + \frac{p}{2w}\left(\frac{\cos\frac{cl}{2} + \cos^2\frac{cl}{4}}{\cos\frac{cl}{2}\cdot\cos\frac{cl}{4}} - 2\right)\right],$$

la poussée H étant donnée par l'équation transcendente

$$\left(1 + \frac{8f}{l^2}\frac{H}{w}\right) = \frac{\left(\frac{cl}{8}\right)^2\left(\frac{i}{f}\right)^2\left(1 + \frac{F_c}{m\cdot F_z}\right) + \frac{1}{(cl)^3}\left[\frac{(cl)^3}{12} + cl - 2\,\mathrm{tg}\,\frac{cl}{2}\right]\frac{p}{2w}}{\left(\frac{cl}{8}\right)^2\left(\frac{i}{f}\right)^2\left(1 + \frac{F_c}{m\cdot F_z}\right) - \frac{1}{(cl)^3}\left[\frac{(cl)^3}{12} + cl - 2\,\mathrm{tg}\,\frac{cl}{2}\right]}$$

Soit M_{DEF} le moment calculé par les formules ci-dessus, M_{EL} le même moment, mais déterminé d'après la théorie courante. Pour une voûte sans tirant ($F_z = \infty$), admettant $\left(\frac{i}{f}\right)^2 = 0{,}005$ et $w = 6\,p$, la relation $\frac{M_{DEF}}{M_{EL}} = \varphi_2\,(cl)$ a été évaluée et représentée dans la fig. 3. — L'influence des déformations, c'est à dire les ordonnées de la fonction $\varphi_2\,(cl)$ varient considérablement avec le changement du rapport de la charge permanente à la charge mobile. La mesure de cette variabilité s'obtient pour la structure considérée par la comparaison des valeurs des moments fléchissants déduites des équations ci-dessus pour différents rapports $\frac{w}{p}$. Tandis que d'après la méthode usuelle le moment en $x = 0{,}25\ l$ est $M = \frac{1}{47{,}5}\,p\cdot l^2$, la théorie des déformations donne les valeurs portées au tableau ci-après:

$\frac{w}{p} =$	1	6	12	
$cl = 2$	1/52	1/44	1/35,4	$p\,l^2$
$cl = 4$	1/30	1/26	1/22,4	$p\,l^2$

L'exemple présenté, indiquant les difficultés d'une évaluation directe et numérique des équations de la théorie des déformations, même pour les conditions peu compliquées d'une voûte parabolique à deux rotules, on en peut conclure aux difficultés d'un calcul analogue pour l'arc encastré. C'est pourquoi la fonction $\frac{M_{DEF}}{M_{EL}} = \varphi_3\,(cl)$ pour le moment en $x = 0{,}25\ l$ de ce système sous charge permanente uniforme et charge mobile uniformément répartie sur la moitié gauche de la travée n'a pu être déterminée que successivement pour

une série des valeurs cl, évaluant pour chacune de ces valeurs les équations (5) et (6). — Par contre, les moments fléchissants de l'arc à trois rotules sont donnés par des formules assez simples, p. e. pour la section la plus défavorable $x = 0{,}25\ l$ d'un arc parabolique, chargé comme les structures considérées auparavant

$$M_{\frac{l}{4}} = \frac{1}{2}\frac{p\,l^2}{(cl)^2}\left(\frac{1}{\cos\frac{cl}{4}} - 1\right) \tag{7}$$

la valeur correspondant au calcul courant étant $M = {}^1/_{64}\ pl^2$. C'est aussi pour l'arc à trois articulations que la relation $\frac{M_{DEF}}{M_{EL}} = \varphi_1\,(cl)$ a été tracée dans la fig. 3, la forme de la fonction indiquant la considérable influence pratique de la déformation de la fibre moyenne sur l'état d'équilibre de l'ouvrage. C'est que, par exemple, l'erreur dans les valeurs des moments fléchissants en $x = 0{,}25\ l$, dûs à la charge permanente et à la surcharge mobile de la voûte droite (107 m de portée), resp. de la voûte centrale (95 m de portée) du nouveau pont sur la Moselle à Coblenz, déduites à l'aide des lignes d'influence se monte à 30 % resp. 36 %, les valeurs respectives de cl étant 3,0 et 3,15. — L'exemple ci-dessus prouve que non seulement pour les ouvrages du futur, mais déjà pour des réalisations accomplies, les erreurs dues aux hypothèses simplifiantes de la théorie courante sont devenues inadmissibles, ce qui indique la nécessité d'une application de la théorie rigoureuse dans le calcul des grandes voûtes.

Evidemment, le progrès dans la construction des grandes voûtes en béton armé, ayant conduit jusqu'à présent à une série des réalisations éminentes, n'est pas terminé; c'est, sans doute, plutôt un commencement, des portées de 400 m, et même de 1000 m étant considérées comme réalisables en béton armé [6]). Le produit cl, caractéristique pour les ponts en arc, dont la valeur n'a pas, jusqu'à présent, dépassée essentiellement le nombre 3, pour les grandes portées va aller encore en croissant. Soit r_N la pression de la fibre moyenne de la clé et i le rayon d'inertie de la section, on peut écrire

$$cl = \frac{l}{i}\sqrt{\frac{r_N}{E_b}}. \tag{8}$$

Pour les voûtes de grande portée et de grand élancement la pression de la fibre moyenne à la clé sera de à peu près 0,8 de la contrainte maximum à l'extrados. Admettant pour le taux de travail R_b 25 % de la résistance à l'écrasement, mesurée sur cubes après vingt-huit jours de prise C_{28}, la relation (8) se transforme en

$$cl = \frac{l}{i}\sqrt{\frac{0{,}2\,C_{28}}{E_b}}$$

Introduisant pour le rapport entre C_{28} et E_b la formule établie par le Laboratoire Fédéral d'Essai des Matériaux à Zurich

$$E_b = 550.000\,\frac{p\beta_d}{p\beta_d + 150} = 550.000\,\frac{C_{28}}{C_{28} + 200}$$

$p\beta d = 0{,}75\ C_{28}$ étant la résistance à l'écrasement mesurée sur prismes, on en tire la relation

---

[6]) Freyssinet, E., Rapport Présenté au Premier Congrès International du Béton et du Béton Armé, Liége 1930. Question III. 3.

$$cl \doteq \frac{l}{i} \frac{\sqrt{C_{28} + 200}}{1660},$$

relation caractérisant les conditions pour le développement des grandes voûtes en béton armé. Il a été établi que pour les ponts de très grande portée, conçus, mais pas réalisés jusqu'à présent, la résistance C_{28} du béton doit nécessairement parvenir à 600 kg/cm² et plus, ce qui, en combinaison avec la valeur moyenne, usuelle pour les grands ouvrages, de la proportion $l/i = 200$ donne des valeurs $cl \geqq 4$. En regardant les courbes tracées dans la fig. 3, on s'aperçoit que pour les abscisses $cl > 4$ l'influence de la déformation de l'axe est très forte, surtout quant aux arcs à deux et trois rotules, où elle est déjà inadmissible, les conditions correspondant à l'arc encastré s'établissant beaucoup plus favorables. C'est pour réduire ces influences, qu'il faut limiter l'augmentation de la „caractéristique" cl à une mesure admissible et cela en connexion avec le type statique de la structure. Une résistance élevée du béton faisant une condition sine qua non pour le développement des grandes voûtes, les considérations ci-dessus doivent conduire d'un côté à une diminution de la relation l/i, c'est à dire au remplacement des types aux sections pleines par ceux aux sections évidées, de l'autre côté à l'élimination des structures articulées en faveur de l'arc encastré.

C'est pourquoi seul l'arc encastré à section évidée, — système autant favorisée en Italie et en France, qu'impopulaire en Allemagne, — malgré quelques particularités défavorables et caractéristiques, doit être considéré, pour les ouvrages de grande portée, comme structure rationnelle, notamment lorsque réellement les désavantages susdits ne sont pas si graves qu'on ne s'attend d'après les résultats de la théorie courante des voûtes. C'est que les objections contre l'arc encastré se bornent à indiquer les valeurs disproportionnées des sollicitations secondaires (parasitiques) et à la susceptibilité particulière de la structure à un écartement des culées. Cependant, la considération de l'influence des déformations lentes du béton sur les sollicitations de la voûte, rend possible de réduire l'importance des objections ci-dessus conformément aux conditions réelles, prouvant que celles-ci sont plus favorables qu'on ne le présume en général.

III. Influence des déformations lentes (plastiques) du béton sur les sollicitations des voûtes.

Considérant dans le calcul des voûtes l'influence de la déformation lente du béton, il faut séparer a) les charges et sollicitations permanentes ou variables lentement (poids propre, retrait, écartement des culées), b) les charges mobiles et sollicitations variables pendant des intervalles de temps assez courts (charge d'exploitation, variation de la température), l'effet des déformations lentes seulement sur le premier groupe des efforts étant direct et considérable, tandis que l'effet direct sur le second groupe reste inessentiel. — Il est vrai qu'une interprétation rigoureuse devrait conduire aussi à la considération des déformations lentes en leur influence directe sur l'état d'équilibre correspondant aux charges mobiles, l'invalidité du principe des superpositions des forces intérieures produisant une connexion réciproque de toutes les charges et sollicitations. Du point de vue mathématique il faudrait donc établir et résoudre deux équations différentielles, simultanées, pour le déplacement élastique et plastique, procédé laborieux dont les difficultés ne sont pas suffisamment récompensées par la plus grande exactitude des résultats par rapport aux résultats

d'un calcul, adoptant deux équations différentielles, indépendantes, en forme (3), l'une pour le déplacement η_w dû aux charges du groupe a) et introduisant la déformation lente, l'autre pour le déplacement η_{p+w} dû à une superposition des charges du groupe a) avec celles du groupe b), la structure considérée comme parfaitement élastique. Les moments résultants M_r, dûs à une combinaison quelconque des charges permanentes w et des charges mobiles p s'obtient par la formule ci-après:

$$M_r = E I_c \left(\frac{d^2 \eta}{dx^2}\right)_{w+p} - E I_c \left(\frac{d^2 \eta}{dx^2}\right)_w + E' I_c' \left(\frac{d^2 \eta}{dx^2}\right)_w . \tag{9}$$

E' et I_c' étant les valeurs effectives du module d'élasticité et du moment d'inertie, changées par la déformation lente du béton. Or, l'influence directe de cette déformation sur les forces élastiques correspondant aux charges du second groupe restant sans importance appréciable, il y a néanmoins une influence indirecte sur les sollicitations, de manière que, la répartition intérieure des pressions dues aux charges du premier groupe étant pour une section armée variable et dépendante des déformations lentes, par conséquent les sollicitations respectives, produites par les charges du groupe b) doivent changer, à savoir par suite de l'invalidité du principe de superposition dans le calcul des sections en béton armé, soumises à la composée.

Quant aux charges du groupe a), les effets de la déformation lente du béton sur l'état des fatigues sont de double nature: 1° effet susdit sur la répartition des pressions intérieures, 2° influence sur les valeurs des forces élastiques et réactions des structures statiquement indéterminées. Tandis que les effets de la première sorte se présentent en toutes les constructions en béton armé, ce ne sont que des ouvrages soit de grande portée, soit soumis aux charges excessives, susceptibles des influences appréciables de la seconde sorte. Ce fut Glanville [7]) qui introduisit une interprétation mathématique de la variabilité de la répartition intérieure des pressions comme fonction de la durée de la charge. Dans une section comprimée on obtient pour la diminution de la pression du béton Δr_b, resp. pour l'augmentation de la contrainte de l'armature Δr_a, dues à la déformation plastique $(r_b - \Delta r_b) \cdot c(t)$ du béton les équations

$$\Delta r_b = r_b (1 - e^{c/b}); \qquad \Delta r_a = \frac{r_a}{m \cdot \mu} (1 - e^{c/b})$$

$b = \frac{1}{E_b}\left(\frac{1}{m\mu} + 1\right)$ étant une constante caractéristique de la section, armée de $\mu \cdot F_c$. Développant la puissance ci-dessus de la base des logarithmes népériens en une série, dont on ne considère que deux premiers membres, on en tire les relations déjà déduites par Faber [8]) à l'aide du „facteur de la plasticité", resp. par Davis [9]) à l'aide du module de résistance $R = \frac{1}{\varepsilon + c(t)}$, ε étant le raccourcissement spécifique dû à l'élasticité. Quant aux armatures usuelles, les différences des relations ci-dessus par rapport aux relations rigoureuses de Glanville sont inessentielles, ainsi que l'introduction du module de résistance

[7]) Glanville, W. H., The creep or flow of concrete under load. Building Research, Technical Papar No. 12.

[8]) Faber, O., Plastic yield, shrinkage and other problems of concrete, and their effect on design. Proc. Inst. Civ. Eng. 1927—1928, 225, Part I, 27—130.

[9]) Davis, R. E., and Davis, H. E., Flow of concrete under action of sustained loads. A. C. I. Journal, March 1931; Proc. vol. 27, p. 837.

de Davis conduit, pour toutes sortes des influences de la déformation lente, aux résultats suffisamment exactes.

C'est surtout la forme de la fonction $c(t)$ qui fut le sujet des recherches empiriques[10]). Sur la base des essais de Davis, en tirant des valeurs moyennes et extrapolant, Whitney réussit à établir pour un béton de résistance moyenne des courbes empiriques idéales, tracées dans la fig. 4. La forme algébrique correspondante de la fonction soit

$$c(t) = \frac{\varkappa t}{1 + \nu t} 10^{-6} \tag{10}$$

t étant le temps en années à partir de la date de l'application de la charge; le module de résistance par conséquent:

$$R = \frac{1 + \nu t}{1 + \left(\varkappa \frac{E}{10^6} + \nu\right) t} = \frac{1 + \nu t}{1 + \lambda t} E_b \tag{11}$$

les coefficient $\varkappa$, λ et ν dépendant de l'âge du béton au moment de l'application de la charge. Adoptant le module d'élasticité indiqué par Davis $E_b = 250.000$

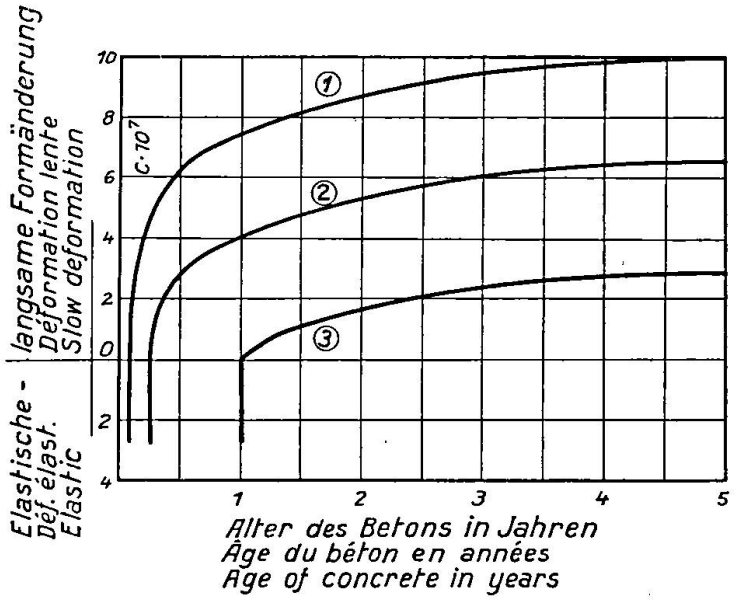

Fig. 4.

1 { Belastet nach 1 Monat / Chargé après 1 mois / Loaded after 1 month

2 { Belastet nach 3 Monaten / Chargé après 3 mois / Loaded after 3 months

3 { Belastet nach 1 Jahr / Chargé après 1 année / Loaded after 1 year

kg/cm², les coefficients correspondants aux courbes de Whitney sont $\varkappa_1 = 60$, $\nu_1 = 4$, $\lambda_1 = 19$, la charge étant appliquée après un mois, $\varkappa_3 = 25$, $\nu_3 = 2{,}5$, $\lambda_3 = 8{,}8$, la charge étant appliquée après 3 mois et $\varkappa_{12} = 5$, $\nu_{12} = 1$, $\lambda_{12} = 2{,}3$, la charge étant appliquée après une année. Par conséquent, le module de résistance pour le moment de la fin de la déformation lente, donc théoriquement pour $t = \infty$ (Whitney présume $t = 5$ années) prend les valeurs respectives 0,21 E_b au premier cas, 0,29 E_b au second cas et 0,44 E_b au dernier cas. — A présent les résultats des essais effectués ne sont pas assez étendues pour être adoptés comme base des recherches théoriques d'une satisfaisante exactitude quantitative, conduisant finalement à l'introduction des effets du phénomène de la déformation plastique aux réglements officiels, néanmoins on en peut déjà déduire des rapports très instructifs et importants.

[10]) Davis, R. E., Flow of concrete under sustained compressive stress. Proc. A. C. I., vol. 24, 1928.

1° Les sollicitations résultant du raccourcissement élastique et plastique de l'arc et de l'écartement des culées. a) L'arc encastré. — Il y a une relation presque linéaire entre les moments fléchissants dûs au raccourcissement de l'arc et le rapport $\left(\frac{i}{f}\right)^2$. En tenant compte du fait, que pour une section évidée et rationelle, i^2 a une valeur plus grande d'environ 60 % par rapport à la section pleine de la même hauteur, il est évident, que l'application des sections évidées produit une majoration de l'influence du raccourcissement de l'arc, ainsi que l'importance des procédés constructifs, conduisant à une diminution des sollicitations correspondantes s'accroit avec la portée de l'ouvrage. Pour les valeurs de la caractéristique $cl \leqq 3$ les moments fléchissants ne dépendent que du rac-

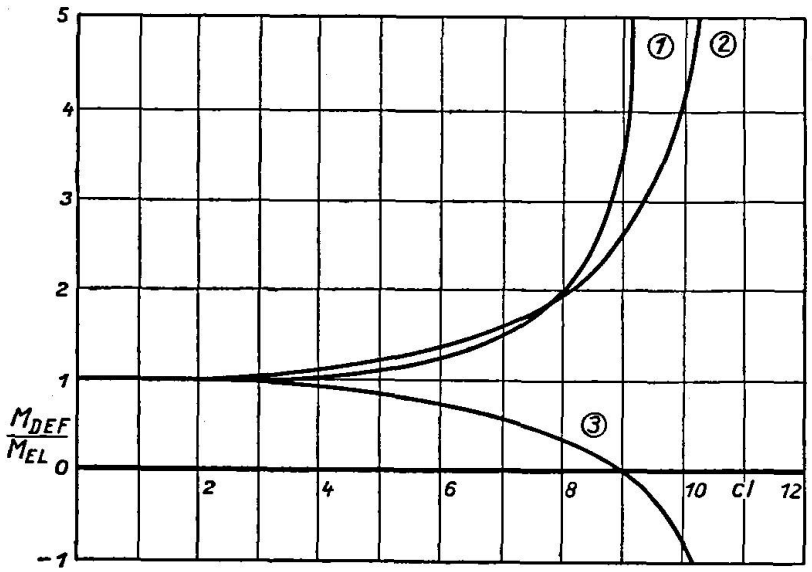

Fig. 5.

1 { Zweigelenkbogen / Arc à deux rotules / Two-hinged arch

2 { Eingespannter Bogen: Scheitel / Arc encastré: clé / Encastré arch: crown

courcissement élastique de l'arc. Bien que, d'un côté, la compression plastique soit un multiple de la compression élastique, de l'autre côté la rigidité décroissante de la structure cause une diminution des moments correspondants. Les raisons $\frac{M_{DEF}}{M_{EL}} = \varphi\,(cl)$ des moments fléchissants à la clé et aux naissances, dûs au raccourcissement de l'arc ont été évaluées et tracées en fig. 5. Les courbes indiquent que, les ordonnées conservant jusqu'à cl 3 des valeurs peu différentes de l'unité, à partir de $cl = 3$ le moment à la clé est soumis à une augmentation, lente d'abord mais assez brusque ensuite, pendant que les moments aux naissances décroissent d'abord, changent ensuite le signe négatif, prenant avant le flambage de l'arc des grandes valeurs positives. Ce sont les fonctions réprésentées en fig. 5, offrant une illustration très instructive des conséquences dangereuses des compressions plastiques excessives pour la sécurité des voûtes de grande portée, — danger présumé déjà par Freyssinet[11]), — la déformation lente du béton provoquant d'après l'équation (8) une augmentation considé-

[11]) Freyssinet, E., Discussion des Rapports sur la question IV au Congrès Int. du Béton et du Béton Armé, Liége 1930, p. 548.

rable de cl. Voilà pourquoi le décintrage tôt d'un arc de grande portée peut être très périlleux pour la stabilité de l'ouvrage, comme une valeur initiale de la caractéristique, par exemple de $cl = 3{,}6$ peut s'accroître (avec $R = 0{,}21\ E$) jusqu'à $cl = 8$, valeur critique et caractérisant un état dangereux des déformations excessives. — Se rapportant aux résultats de leurs recherches, non seulement L. G. Straub, mais aussi Ch. S. Whitney recommandent le décintrement au plus tôt comme méthode efficace pour réduire les sollicitations secondaires et, en effet, la déformation lente cause une diminution essentielle de la susceptibilité de l'arc encastré à un écartement des culées ou une rotation des naissances, ainsi qu'une réduction des moments dûs au retrait, la rigidité de la structure étant rabaissée. Cependant, l'exemple cité ci-dessus indique le danger simultané de cette méthode, affirmant la justesse de la critique par J. Melan[12]).

La méthode la plus efficace pour éliminer les moments dûs au raccourcissement de l'arc est celle de Freyssinet[13]), modifiant l'équilibre des voûtes

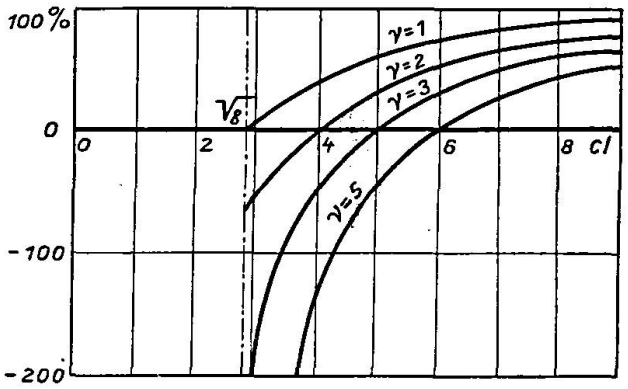

Fig. 6.

par l'introduction des forces nouvelles qui font diminuer les maxima des sollicitations unitaires qui se seraient produites sans leur intervention, en appliquant des martinets à la clé et en faisant diverger les deux demi-arcs jusqu'au moment ou la compensation voulue est atteinte. Indiquant les effets de la déformation lente du béton, Whitney met en doute l'efficacité du procédé susdit et, au fond, ses objections sont justes, si la méthode de Freyssinet n'est appliquée que pour la compensation du raccourcissement élastique. Cependant il est possible de rétablir l'efficacité de la méthode pour la majeure partie, adaptant celle-ci aux effets de la déformation plastique, ce qu'on peut démontrer en évaluant le rapport χ des moments M_e d'une voûte soumise à une expansion d'une valeur Δ aux moments $M_{(e=0)}$ de la même voûte dont l'équilibre n'a pas été modifié. C'est une réflexion élémentaire qui conduit à la relation

$$\chi = \frac{M_e}{M_{(e=0)}} = 1 - \frac{1}{(cl)^2}\left(\frac{l}{i}\right)^2 \frac{\Delta}{l} = 1 - \frac{1}{(cl)^2}\left(\frac{l}{i}\right)^2 \nu \cdot \varepsilon_b . \tag{12}$$

ε_b signifiant la compression élastique spécifique du béton, ν étant un facteur arbitraire, indiquant le rapport de l'expansion effective Δ au raccourcissement $\varepsilon_b \cdot l$ de la voûte. Soit, par exemple, $l/i = 200$ et $\varepsilon_b = 2.10^{-4}$ (valeurs courantes); c'est à dire la caractéristique cl pour $t = 0$ égale à $\sqrt{8} = 2{,}83$. Les fonctions $\chi\,(cl)$ pour $\nu = 1, 2, 3, 5$ sont représentées en fig. 6. Considérant que la dé-

[12]) Melan, J., Das plastische Verhalten des Betons. Beton und Eisen, 1932.

[13]) Freyssinet, E., Le Pont de Villeneuve-sur-Lot. Génie Civil 1921, juillet 30, août 6, 13.

formation lente produit une augmentation de cl, on en peut conclure que, les déformations plastiques allant en croissant, les valeurs des moments M_e s'approchent des valeurs $M_{(e=0)}$, c'est à dire l'effet de l'expansion de la voûte décroit. — C'est aussi l'optimum du facteur ν qui est indiqué par les diagrammes. Référant aux fonctions $c(t)$ de Whitney, la caractéristique cl d'un arc s'augmente, les déformations lentes accomplies, à une valeur 2,2 fois aussi grande que la valeur initiale pour une application des charges (décintrement) après un mois, 1,85 fois aussi grande pour une application après trois mois et 1,5 fois aussi grande pour une application après une année. Se proposant à compenser parfaitement les moments dûs au raccourcissement de l'arc par rapport à l'état final d'équilibre, on devrait adopter $\nu = 4{,}5$ au premier cas, $\nu = 3{,}5$ au second cas et $\nu = 2{,}2$ au troisième cas, ce qui provoquerait, par rapport à l'état initial, des moments inverses, 3,5-fois, resp. 2,5-fois, resp. 1,2-fois aussi grands que les moments, résultant dans la voûte sans intervention d'une expansion. C'est pourquoi de économies ne peuvent pas résulter d'une telle forme du procédé, un avantage effectif n'étant que la conséquence d'une diminution des sollicitations finales, sans que les efforts inverses, résultant de l'introduction des forces arbitraires, atteignent des valeurs qui se seraient produites sans leur intervention. La valeur optimum à adopter pour le rapport des moments finaux de l'arc $\chi_{fin} \cdot M_{(e=0)}$ aux moments $\chi_{init} \cdot M_{(e=0)}$ résultants pour $t = 0$ et dûs à l'expansion de la voûte, se déduit du rapport entre les pressions, admissibles pour les charges permanentes à l'intrados et à l'extrados de la naissance, considérant aussi l'armature à l'intrados et le procédé de travail. Ne tenant compte que des seules contraintes à compenser, la valeur susdite optimum pour une section de naissance symétrique est égale à -1, ce qui, dans l'exemple ci-dessus conduit aux valeurs subséquentes de ν: 1,65 au premier cas, 1,55 au second cas et 1,38 au dernier cas; c'est à dire, en décintrant l'arc après un mois on obtient une réduction de 35 % des moments initiaux, le décintrant plus tard la réduction s'augmente et atteint 62 % au cas du décintrage après une année, ce qui démontre l'avantage d'un décintrage tard. L'efficacité de la méthode de Freyssinet s'accroit avec l'augmentation de la raison $\frac{\chi_{init}}{\chi_{fin}}$. — Si la réduction des sollicitations additionnelles, dûs au raccourcissement de l'arc, résultant d'une seule application de la méthode de Freyssinet à l'occasion du décintrage n'est pas satisfaisante, on peut encore améliorer l'état d'équilibre par une répétition du procédé après un certain temps, une grande portion des déformations lentes déjà accomplie.

Comme il est ainsi possible d'adapter la méthode de Freyssinet aux effets des déformations lentes, sans qu'elle perde beaucoup de son efficacité, cette méthode ne cesse pas d'être le procédé le plus sûr pour la compensation des sollicitations secondaires, ainsi que pour le décintrage des grandes voûtes.

b) L'arc à deux rotules sans tirant. Considérant la raison $\frac{M_{DEF}}{M_{EL}}$, tracée pour la clé d'un arc à deux rotules en fig. 6 comme fonction de cl et comparant ce diagramme avec la courbe correspondante à l'arc encastré, on s'aperçoit que, quant à l'influence de la déformation lente sur l'état d'équilibre, les deux systèmes ne diffèrent que peu, l'augmentation de la caractéristique cl étant pour l'arc à deux rotules encore plus défavorable. — Comme on sait, les sollicitations additionnelles (parasitiques) sont beaucoup plus petites que celles de l'arc encastré, de sorte que leur influence sur les dimensions de la structure sont sans importance; c'est pourquoi une application économique des méthodes pour

l'amélioration de l'état d'équilibre est impossible. En général, l'arc à deux rotules sans tirant est un système correspondant plutôt aux conditions des constructions en acier qu'à celles du béton armé, et on ne connait qu'une seule réalisation en béton armé de grande portée, le pont sur l'Ammer à Echelsbach, arc à ossature rigide (système Melan), donc une structure peu favorable pour l'application d'un arc encastré.

c) L'arc à deux rotules et à tirant. L'effet du raccourcissement de l'arc est surpassé sensiblement de l'influence de l'allongement du tirant, de sorte que les valeurs des moments additionnels correspondants sont beaucoup plus elevées que pour l'arc sans tirant. Elles dépendent du facteur $\left(1 + \frac{F_c}{m F_z}\right) = \left(1 + \frac{r_a}{m r_b}\right)$ et du rapport $\frac{w}{p}$, F_z signifiant l'aire de la section du tirant, r_a sa tension. C'était Dischinger[14]) indiquant, que pour les grandes portées, caractérisées par une augmentation disproportionnée du rapport $\frac{w}{p}$, les sollicitations additionnelles s'accroissent tant, qu'une réalisation d'un tel pont devient impossible sans application de méthodes constructives, compensant l'influence de l'allongement du tirant.

Cependant l'effet de la déformation lente du béton sur l'état d'équilibre de l'arc à tirant est considérable, de sorte que les sollicitations dues à l'allongement du tirant décroissent, les déformations plastiques allant en croissant, la diminution étant d'autant plus essentielle, que les sollicitations additionnelles initiales en $t = 0$ sont plus élevées. Cependant cette diminution, même pour un décintrage très tôt, n'est pas si considérable, afin d'introduire les déformations plastiques comme facteur favorable dans le calcul de la voûte, ne soit que pour des portées petites, pour lesquelles les méthodes constructives, permettant à améliorer l'état d'équilibre ne peuvent pas être économiques, les déformations plastiques, même excessives, ne provoquant au surplus aucun danger pour la stabilité de l'ouvrage. Pour les ponts de grande portée, conçus comme arcs à deux rotules et à tirant à cause des difficultés d'une fondation solide de l'arc encastré, la méthode de Baticle[15]) et Dischinger[14]), compensant l'allongement du tirant, est le procédé le plus efficace pour l'élimination des sollicitations additionnelles, rendant possible des réalisations audacieuses.

2° Effet de la déformation lente sur la répartition des pressions intérieures. Les considérations ci-dessus s'occupent des changements de l'état d'équilibre des structures statiquement indéterminées, causés par la déformation plastique du béton. Il faut maintenant indiquer l'influence de cette déformation sur la répartition des pressions intérieures, phénomène traité déjà à fond pour les piliers en béton armé[16]). Comme pour les grandes voûtes sous charge permanente la ligne des pressions ne s'écarte que peu de la fibre moyenne, il n'y a pas de différences essentielles dans la répartition des pressions entre une telle voûte et un pilier, c'est pourquoi il faut expecter un effet analogue de la déformation lente: la contrainte de l'armature prend des valeurs beaucoup plus élevées que celles calculées avec $m = 15$, pendant que les pressions du béton diminuent. Avec une approximation satisfaisante les contraintes effectives peu-

---

[14]) Dischinger, F., Beseitigung der zusätzlichen Biegungsmomente im Zweigelenkbogen mit Zugband. Mémoires de L'Assoc. Int. Ponts et Charpentes 1932, p. 53.

[15]) Baticle, H., Génie Civil 1928, No. 20, mai 19.

[16]) Richart, F. E., Progress Reports on column tests at the University at Illinois. Proc. A. C. I. 1931, 1932, and Inge Lyse, Progress Reports on Column Tests made at Lehigh University. Proc. A. C. I. 1931, 1932, 1933.

vent être évaluées d'après les formules courantes, introduisant $m = \frac{E_a}{R(t)}$ en tout que la pression de l'armature reste au-dessous de la limite d'écoulement. C'est pourquoi la notion du taux admissible de l'armature au sens du réglement officiel perd parfaitement le rapport avec les contraintes effectives.

3° Le retrait. Evidemment l'influence de la déformation plastique ne s'étend que sur l'effet statique du retrait, provoquant dans les structures statiquement indéterminées des sollicitations additionnelles, les contraintes initiales, provoquées par le retrait de l'agglomérant pendant le durcissement, restant invariables. Pour déterminer l'effet statique du retrait il faut, d'après les réglements officiels, introduire dans le calcul une diminution de la température de $\tau_s{}^0$, la valeur de τ_s établie dans les règlements varie entre 8° et 20° C. Cette valeur finale du retrait n'est atteinte qu'un certain temps après le décintrage de la voûte, la forme du rapport entre le retrait et le temps après décintrage, établie sur la base des épreuves de Glanville, ressemblant aux courbes $c(t)$ de la déformation lente du béton. Ce résultat a été affirmé en quelque façon par les mesurages effectués par Gehler[17]) pendant la construction du nouveau pont sur la Moselle à Coblentz, établissant pour les grandes voûtes à section évidée la valeur $\tau_s = 10°$. La fonction correspondante qui détermine le rapport entre la valeur du retrait ε_s et le temps après l'application de la charge peut être écrite sous la forme

$$\varepsilon_s = \frac{\nu \cdot t}{1 + \nu \cdot t} 10^{-4}. \tag{13}$$

Comme on sait, les efforts se produisant à cause du retrait dans les structures statiquement indéterminées sont à peu près proportionnels au produit $E \cdot I_c$. Introduisant l'effet de la déformation lente, il faut remplacer le module d'élasticité E_b par le module de résistance $R(t)$. C'est pourquoi, considérant les courbes de Whitney, les moments fléchissants effectifs, dûs au retrait n'atteignent que 21 % des valeurs, calculées avec le module initial E_b pour la voûte décintrée après un mois, resp. 44 % pour une voûte décintrée après une année. A cause de l'augmentation simultanée de la raison $m = \frac{E_a}{R(t)}$, les pressions dans le béton diminuent encore, tandis que les contraintes de l'armature s'accroissent. Il n'y a pas de doute que déjà les sollicitations initiales de l'armature surpassent, — à cause des contraintes initiales dûs au retrait —, les valeurs calculées d'après la méthode courante et on doit expecter que, quelques mois après le décintrage, la limite d'écoulement soit atteinte sans avoir de moyen de l'éviter.

4° L'influence de la déformation lente sur le calcul des pièces soumises à la flexion composée. Pour le calcul des sections et des armatures de l'arc, le fait, que les pressions dans les barres, dues aux charges permanentes s'approchent de la limite d'écoulement, est de grande importance. Les moments dûs aux charges mobiles et aux changements de la température provoquent des tensions dans l'armature, pour lesquelles des pressions élevées dues aux charges permanentes et au retrait produisent les effets des compressions préalables, c'est pourquoi les tensions effectives de l'armature n'ont pas des valeurs que l'on tire du calcul courant, mais des valeurs beaucoup plus petites. Par conséquent, il est sûr que le renforcement considérable de la section et de l'armature

[17]) Gehler, W., Die technischen Lehren beim Bau der Moselbrücke in Koblenz. Beton und Eisen 1934, No. 14, 15, 16, 17.

tendue, sortant du calcul usuel pour les naissances des arcs encastrés, est tout à fait superflu, une armature plus petite, soumise aux compressions préalables dues aux déformations lentes sous charge permanente, étant apte à se charger des tensions superposées. Le calcul respectif des sections doit être effectué à l'aide des formules courantes de la flexion composée, à savoir en deux parties: la première pour les charges permanentes introduisant $m_1 = \frac{E_a}{R(t)}$ dans les formules usuelles, la seconde pour les charges mobiles avec $m = \frac{E_a}{E_b}$, établissant des formules analogues en introduisant les efforts déjà produits par les charges permanentes. Soit pour une section rectangulaire b/h, symétriquement armée de $s = s' = p \cdot F$ et soumise à un effort de compression N appliqué au centre de la section et à un moment fléchissant M, la résultante des forces extérieures passant par un point distant du centre de gravité de $c = M/N$, le point d'application étant à l'extérieur du noyau central, r_b la fatigue du béton en compression sur la fibre extrême due aux charges permanentes, r_a' la fatigue du métal en compression, r_a la fatigue du métal à l'extension dues aux charges permanentes, R_b, resp. R_a' et R_a les fatigues respectives, dues aux efforts résultant des charges permanentes et mobiles, les équations permettant à déterminer les valeurs inconnues, R_b, R_a', R_a et la position x de la fibre neutre peuvent être écrites sous la forme:

$$
(14)\quad
\begin{aligned}
\frac{N}{bd} &= \frac{1}{2} R_b \left(\frac{x}{h}\right) + p\left[m R_b\left(2 - \frac{h}{x}\right) + \left(1 - \frac{m}{m_1}\right)(r_a' - r_a)\right] \\
\frac{M}{bd^2} &= \frac{1}{2} R_b \left(\frac{x}{h}\right)\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\frac{x}{h}\right] + p\,\frac{0{,}5\,h - a}{h}\left[m R_b \frac{h - 2a}{x} + \left(1 - \frac{m}{m_1}\right)(r_a' + r_a)\right] \\
R_a &= \frac{m \cdot R_b}{x}(h - a - x) + \left(1 - \frac{m}{m_1}\right) r_a \\
R_a' &= \frac{m \cdot R_b}{x}(x - a) + \left(1 - \frac{m}{m_1}\right) r_a' .
\end{aligned}
$$

Par exemple pour les naissances d'une voûte encastrée de 45,0 m de portée à section pleine 100/150 cm, l'armature symétrique nécessaire était d'après le calcul courant (avec $m = 15$) $p = 0{,}68\,\% = p'$, les taux admissibles étant pour le béton 80 kg/cm², pour l'acier 1200 kg/cm², tandis que les équations (14) donnent $p = 0{,}41\,\% = p'$ pour le même taux du béton, la tension effective de l'armature n'étant que 950 kg/cm². La fatigue du métal sur la fibre comprimée, cependant, a surpassée la valeur admissible, un fait inévitable, même si l'on adopte l'armature trop élevée, indiquée par le calcul courant. L'exemple admet, que la voûte ait été décintrée après 3 mois. Le décintrage après un temps plus court provoque des différences encore plus considérables entre le calcul usuel et les résultats des équations (14) [18]).

Ce sont les reflexions ci-dessus et l'exemple présenté, offrant une explication du phénomène que, à l'occasion d'une inspection des grandes ponts en arc à Chatterault, Imphy, Décize et Pyrimont en 1908, des fissures typiques pour les efforts dûs au changement de la température avaient été trouvées aux points d'assemblage du tablier à la voûte, l'armature nécessaire n'ayant pas été prévue, tandis que les voûtes elles-mêmes se présentaient sans la moindre

[18]) Freudenthal, A., Einfluß der Plastizität des Betons auf die Bemessung außermittig gedrückter Eisenbetonquerschnitte. Beton und Eisen 1936.

fissure, bien que l'influence d'un changement de la température n'eût pas été considérée dans le calcul [19]).

Les épreuves et recherches existantes ne traitant jusqu'à présent que les effets de la déformation plastique elle-même, il nous manque encore d'exacte base physique pour la considération quantitative des phénomènes résultants de l'existence simultanée des déformations plastiques permanentes et des déformations élastiques instantanées. Ce sont des recherches empiriques dans cette direction étant de grande importance pour le développement de la théorie rigoureuse des grandes voûtes en béton armé.

Résumé.

Les hypothèses d'un comportement élastique idéal de la matière et des déformations infiniment petites de la structure, introduites dans le calcul des grandes voûtes en béton et béton armé, conduisent aux erreurs essentielles. C'est pourquoi le progrès dans la construction des grandes ponts en arc exige une révision de la théorie de l'arc, déduisant les équations rigoureuses de la théorie des déformations et introduisant l'effet de la déformation lente du béton sur l'état d'équilibre et sur la répartition des pressions intérieures. L'application de la théorie exacte ainsi établie offre non seulement une augmentation de la sécurité de l'ouvrage, mais aussi une plus grande économie de la construction.

Zusammenfassung.

Die Annahmen eines ideal elastischen Verhaltens der Stoffe und der unendlich kleinen Verformungen des Baues, die bei den Berechnungen der großen Beton- und Eisenbetongewölbe eingeführt werden, ergeben wesentliche Fehler. Deshalb erfordert der Fortschritt im Bau von großen Bogenbrücken eine Überprüfung der Gewölbetheorie; die strengen Gleichungen der Verformungslehre werden abgeleitet und die Wirkung der Plastizität des Betons auf den Gleichgewichtszustand und die innere Spannungsverteilung eingeführt. Die Anwendung der so abgeleiteten genauen Theorie ergibt nicht nur einen höheren Sicherheitsgrad des Bauwerks, sondern auch eine größere Wirtschaftlichkeit.

Summary.

The assumption of an ideally elastic behaviour of materials and of infinitely small deformations of structures as made in the calculation of large-sized plain and reinforced concrete arches, leads to considerable errors. The progress made in big-span arch bridge construction therefore necessitates checking of the theory of arches; exacting equations of the theory of deformations are developed. The effects of the elasticity of concrete on the conditions of equilibrium and the internal distribution of stresses are introduced.

The application of the exact theory as developed on this basis not only supplies a higher degree of safety, but leads also to increased economy.

---

[19]) Armierter Beton, 1910, voir Emperger, F. v., Handbuch für Eisenbeton, Bogenbrücken.