

# Zum Ausrüsten von gewölbten Tragwerken aus Beton und aus Mauerwerk

Autor(en): **Fritsche, Josef**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **7 (1943-1944)**

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-7997>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# ZUM AUSTRÜSTEN VON GEWÖLBTEN TRAGWERKEN AUS BETON UND AUS MAUERWERK.

SUR LE DÉCINTRAGE DES VOÛTES EN BÉTON ET  
EN MAÇONNERIE.

STRIKING THE CENTERING OF ARCHED SUPPORTING  
STRUCTURES IN CONCRETE OR IN MASONRY.

Prof. Dr. Ing. JOSEF FRITSCHÉ, Prag.

Das Wesen der Ausrüstung besteht in der allmählichen Überführung des Wölbgewichtes aus dem Lehrgerüst in den Bogen, und es ist einleuchtend, daß dieser Vorgang so ablaufen soll, daß dabei mit Rücksicht auf die geringe Zugfestigkeit des jungen Betons keine Biegungsspannungen entstehen. Das Wölbgewicht soll sich möglichst ausschließlich als Längskraft eintragen (Bogenwirkung), was nur erreicht werden kann, wenn in jedem Augenblick des Vorganges die Stützlinie des bereits freigemachten Teiles des Wölbgewichtes (Bogenanteil) nahezu mit der Bogenachse zusammenfällt. Schon daraus ist zu erkennen, daß die Belastungszunahme des jeweiligen Bogenanteiles vom Scheitel gegen den Kämpfer immer ungefähr in der Art erfolgen muß, wie dies für das Wölbgewicht als Ganzes gilt. Es muß in zu einander ähnlichen „Schichten“ eingetragen werden, während nur örtlich wirkende „Streifen“ nicht frei werden dürfen, da sie immer zu beträchtlichen Abweichungen der Stützlinie und damit zu Balkenwirkung führen.

Das Ausrüsten erfolgt entweder durch Absenken des Lehrgerüstes oder durch Anheben des Bogens mit Hilfe von Druckpressen im Scheitel (Gewölbespreizverfahren).

## A. Das Absenken des Lehrgerüstes.

Die geforderte schichtenweise Entlastung des Gerüstes kann durch eine geeignete Absenkungslinie angestrebt werden, und es ist augenscheinlich, daß diese Absenkungslinie in Zusammenhang mit der Biegelinie des Tragwerkes stehen muß, die infolge des jeweiligen Bogenanteiles entsteht. Aber auch die durch die allmählich eintretende Entlastung des Gerüstes bedingte Rückfederung muß auf diesen Vorgang Einfluß nehmen. Die Durchbiegung kann immer nur einen Teil der Absenkung betragen, da der andere Teil durch die Rückfederung des Gerüstes aufgebraucht wird.

Die Absenkung des Gerüstes erfolgt in Stufen, und wenn der Betrachtung die Theorie 1. Ordnung zu Grunde gelegt wird, die bei der Untersuchung des Gleichgewichtes vom nicht verformten Tragwerk ausgeht, folgt, daß die einzelnen Stufen einander ähnlich sein müssen, wenn der Vorgang immer in der gleichen Weise ablaufen soll. Es genügt daher die Untersuchung einer Absenkungsstufe, die mit  $\vartheta$  bezeichnet werden soll.

Die Rückfederung ist insofern rechnerisch gut erfaßbar, als sie wirklich elastisch vor sich geht und da der ganze Ausrüstungsvorgang sich in

verhältnismäßig kurzer Zeit abspielt, ist es nicht nötig, dabei auf Formänderungen des Holzes, die durch wechselnden Feuchtigkeitsgehalt oder durch Temperaturänderungen bedingt sind, einzugehen. Allerdings nehmen diese Verhältnisse insofern Einfluß auf den Vorgang, als sie die Ausgangslage bestimmen, und es ist gut denkbar, daß bei Beginn der Absenkung durch Austrocknen des Gerüsts oder durch Erwärmung des Bogens bereits ein beträchtlicher Teil des Wölbgewichtes in den Bogen eingetragen sein kann. Die Annahme, daß bei der Einleitung der 1. Absenkungsstufe noch das ganze Wölbgewicht auf dem Lehrgerüst liegt, trifft dann nicht mehr zu. Es braucht nur noch ein übriggebliebener Teil des Wölbgewichtes durch Absenken des Gerüsts verlagert zu werden, so daß der Ausrüstungsvorgang nun durch eine kleinere Absenkung bzw. durch eine geringe Anzahl von Absenkungsstufen beendet werden kann.

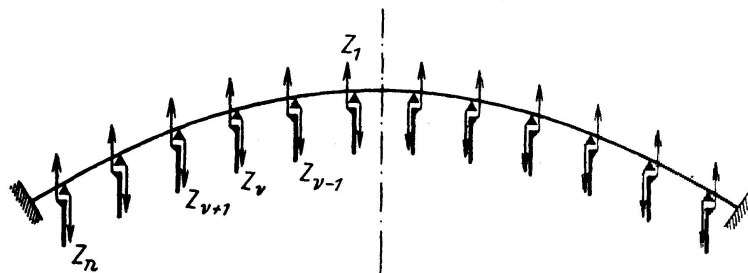


Fig. 1

Am einfachsten und deutlichsten sind die auftretenden Kräfte noch zu übersehen, wenn man annimmt, daß das Lehrgerüst lediglich aus einer Reihe nebeneinander stehender Joche besteht. Das tragende System ist dann der in gleichen Abständen unterstützte Bogen (Fig. 1), der am einfachsten berechnet werden kann, wenn man die bei der Absenkung in den Stützen auftretende Kräfte  $Z_v$  als überzählige Größen einführt. Bezeichnet man mit  $\delta_{vk}$  die lotrechte Verschiebung des Punktes  $v$  infolge  $Z = 1$  in  $k$ , dann berechnet sich das System der Kräfte  $Z_v$  aus der Gleichungsgruppe

$$Z_1 \delta_{v1} + Z_2 \delta_{v2} + \dots + Z_v \delta_{vv} + \dots + Z_n \delta_{vn} = \vartheta_v - Z_v \delta_{vw} \quad (1)$$

worin  $\vartheta_v$  die Absenkung des Punktes  $v$  und  $\delta_{vw}$  die Rückfederung der Jochstütze bei Entlastung um  $Z_v = 1$  bedeutet. Da die Auflösung eines derartigen Gleichungssatzes von  $n$  Gleichungen mit  $n$  Unbekannten bei entsprechend zahlreichen Stützen recht mühselig ist und auch die Ermittlung der Beiwerte  $\delta_{vk}$  recht beträchtliche Rechenarbeit erfordert, erscheint der Versuch gerechtfertigt, durch Einführung einer Reihe näherungsweise zutreffender Annahmen die Auflösung dieses linearen Gleichungssatzes zu vermeiden und die Frage auf eine geschlossen lösbare Differentialgleichung zurückzuführen.

Die einschneidendste Annahme in dieser Hinsicht besteht darin, die einzelnen Stützen durch eine stetige Stützung zu ersetzen bzw. die Jochdrücke in eine stetige Gegenwirkung des Gerüsts umzuordnen<sup>1)</sup>. Bei einem Jochabstand  $\lambda$  und der Entfernung  $c$  der einzelnen Gerüstbinder verteilt sich der Jochdruck  $P_v$  auf die Fläche  $\lambda c$  und es ist die Gegenwirkung einer stetigen Stützung an der Stelle  $v$

<sup>1)</sup> A. HABEL, Statische Fragen der Ringwölbung steinerner Brücken. Bautechnik 1942, S. 309.

$$p_v = \frac{P_v}{\lambda c}.$$

Das Rückfedern des Gerüsts kann nun durch eine Bettungsziffer  $C_v$  zum Ausdruck gebracht werden, die sich aus

$$\delta_{vw} = \frac{1}{\lambda c} \cdot \frac{1}{C_v}$$

mit

$$C_v = \frac{1}{\lambda c \delta_{vw}} \quad (2)$$

berechnet.  $C_v$  hat bekanntlich die Dimension  $\text{kg/cm}^3$ , weil es unmittelbar eine Verschiebung und keine bezogene Verformung beschreibt. Man kann das Problem dadurch noch anschaulicher machen, daß man den Binderstreifen von der Breite  $c$  auf eine Linie zusammendrängt, die dann bei  $Z_v = 1$  die Gegenwirkung  $\frac{1}{\lambda}$  erzeugt. Dann hat die Belastung die Dimension  $\text{kg/cm}$  und  $C_v$  die Dimension  $\text{kg/cm}^2$ .

$\delta_{vw}$  ist ein Maß für die Verformungsfähigkeit der Unterlage und ist gleichbedeutend mit der Zusammendrückung der Stütze infolge der Belastung  $\frac{1}{\lambda c}$  in der Fläche  $\lambda c$ . Bezeichnet man mit  $h_v$  die Höhe der  $v$ -ten Stütze,  $F_H$  ihren Querschnitt und  $E_H$  den Elastizitätsbeiwert des Holzes bei der Rückfederung, dann ist für  $Z_v = 1$

$$\delta_{vw} = 1 \cdot \frac{h_v}{E_H F_H}$$

und damit

$$C_v = \frac{E_H F_H}{\lambda c h_v} \quad (3)$$

$h_v$  ist von Joch zu Joch veränderlich; am größten ist die Jochhöhe mit Rücksicht auf die Form des zu überbrückenden Tales in Brückenmitte, am kleinsten in der Nähe des Kämpfers; im entgegengesetzten Sinne muß sich  $C$  ändern und man hat daher streng genommen mit einer gegen die Kämpfer zunehmenden Bettungsziffer zu rechnen. Damit werden aber die zu entwickelnden Differentialgleichungen in mathematischer Hinsicht recht schwierig lösbar und es soll daher mit einer unveränderlichen Bettungsziffer gerechnet und durch Vergleichrechnung geprüft werden, wie groß der Einfluß ihrer Veränderlichkeit auf das Endergebnis ist.

Über die Frage, ob mit Hilfe der in der üblichen Weise eingeführten Bettungsziffer die Verteilung der inneren Kräfte richtig wiedergegeben werden kann, liegen im einschlägigen Fachschrifttum eine Reihe von Untersuchungen vor<sup>2)</sup>. Die Bettungsziffer bringt bekanntlich zum Ausdruck, daß die Verformung der Unterlage nur von dem an der gleichen Stelle herrschenden Druck abhängig und diesem verhältnismäßig gleich sein soll. Das würde zur Folge haben, daß der Rand der Halbebene unter örtlicher Belastung mit einer gleichmäßig verteilten Belastung  $p$  im Belastungsbereich gleichmäßig um einen bestimmten Betrag einsinkt, womit eine Zerstörung des Zusammenhanges des Randes verknüpft ist. Bei einem weichen Boden

<sup>2)</sup> F. SCHLEICHER, Kreisplatten auf elastischer Unterlage. Berlin 1926, Verlag J. Springer.

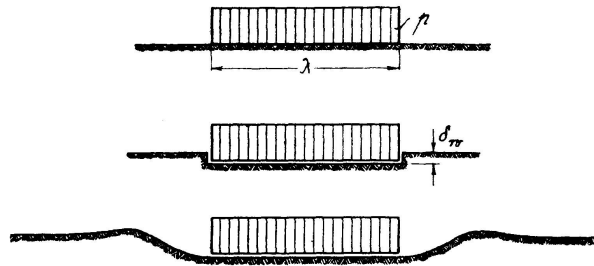


Fig. 2

ist dies vorstellbar, nicht aber bei einer festen Unterlage, die sich einer solchen Zerreißung des Randes widersetzt (Fig. 2). Man darf in diesem Zusammenhang nicht darauf vergessen, daß die Einführung der Bettungsziffer in die Statik der Untersuchung der Frage der Druckverteilung einer in den Boden gelegten Schwelle, die unter dem Druck der Schiene stand, zu verdanken ist.

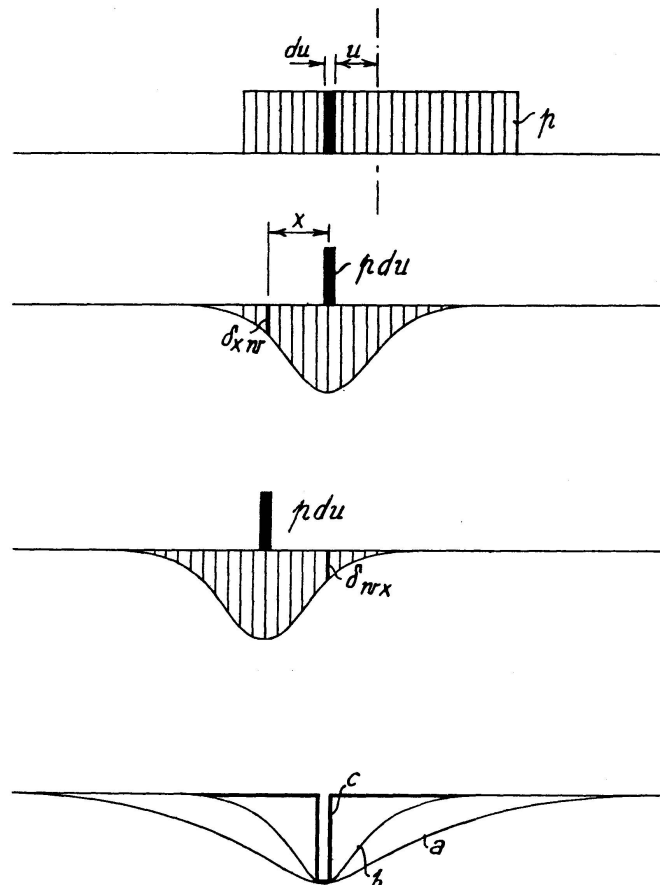


Fig. 3

Bei einer festen, in sich unverschieblichen Unterlage wird beim Einpressen eines Stempels wohl zunächst eine stetige Verformung ihres Randes zu erwarten sein, welche dann allerdings über den Belastungsstreifen hinausreicht, so daß die Randverformung allmählich abklingt. Ein derartiges Beobachtungsergebnis ist natürlich mit einer Bettungsziffer nicht wiederzugeben, denn die Einsenkung ist offenbar nicht nur von der an der gleichen Stelle vorhandenen Belastung, sondern auch von der Belastungsverteilung in einer weiteren Umgebung der betrachteten Stelle abhängig. Nimmt man

die Verformung klein an, so daß man mit der Theorie 1. Ordnung auskommt, dann kann man die Belastung  $p$  längs einer Länge  $\lambda$  in einzelnen Streifen von der Breite  $du$  zerlegen (Fig. 3) und die gleichzeitige Wirkung dieser vielen schmalen Streifenlasten in eine aufeinanderfolgende umwandeln. Für einen Streifen von der Breite  $du$ , der mit  $p$  kg/cm<sup>2</sup> belastet ist, ergibt sich bei der genauen Durchrechnung des Problems eine trichterartige Verformung der Oberfläche, wobei keine scharfe Spitze, sondern lediglich eine starke Krümmungsänderung im Trichtergrunde zustande kommt. Scharfe Spitzen würden sich nur einer Einzellast  $P$  zuordnen. Im Abstand  $x$ , von der Mitte der belasteten Flächeneinheit aus gemessen, ergibt sich eine Einsenkung von der Größe  $\delta_{xw}$  und mit Rücksicht auf die Gültigkeit des Satzes von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen ist

$$\delta_{xw} = \delta_{wx},$$

womit zum Ausdruck kommt, daß an der betrachteten Stelle  $w$  die gleiche Einsenkung entsteht, wenn der Lastenstreifen sich im Abstand  $x$  von  $w$  befindet.  $\delta_{wx}$  kann daher auch als Einflußfläche (Kernfunktion) für die Einsenkung im Punkte  $w$  aufgefaßt werden, aus deren Bedeutung sich dann die Einsenkung infolge  $p$  in der Belastungslänge  $\lambda$  mit

$$\delta_w = p \int^{\lambda} \delta_{xw}(x) dx \quad (4)$$

berechnet, worin  $\delta_{xw}$  als Funktion von  $x$  bekannt sein muß.

Man erkennt aus dieser Darstellung leicht, daß die Einführung einer Bettungsziffer umso besser mit den wirklichen Verhältnissen übereinstimmt, je rascher die Einflußfläche abklingt; damit wird der Belastungsbereich, der auf die Absenkung  $\delta_w$  Einfluß nimmt, immer enger und nähert sich allmählich dem Grenzfall, daß nur die Belastung der Stelle selbst ihre Senkung bestimmt. Das sind die Voraussetzungen, die zur Einführung von  $C$  geführt hatten. Ihr entspricht eine Einflußfläche von der in Fig. 3 unter  $c$  dargestellten Form, die also nur dann zutreffende Ergebnisse liefern kann, wenn man sich vorstellt, daß die Unterlage aus nebeneinander liegenden Stäbchen besteht, welche reibungslos aneinander gleiten können. Die Einführung einer Bettungsziffer ist daher bei in sich unverschieblichen Unterlagen im allgemeinen abzulehnen. Andererseits macht sie aber die Rechnung einfach und bequem, während die Berücksichtigung der oben dargestellten Einflußfunktion, auch wenn man sie in ihrer Form durch leicht integrierbare Ausdrücke ersetzt, zu recht beträchtlichen mathematischen Schwierigkeiten führt. Man wird daher vor der Einführung einer Bettungsziffer in die Rechnung die Frage zu prüfen haben, unter welchen Umständen damit noch brauchbare Ergebnisse zu erhalten sind. Denkt man sich die Oberfläche in ihrer ganzen Ausdehnung durch  $p$  kg/cm<sup>2</sup> belastet, so ist leicht einzusehen, daß dann die durch Zerreißen des Randes bedingten Schwierigkeiten verschwinden müssen, da sich die Oberfläche gleichmäßig setzt. Dies wird auch dann noch näherungsweise zutreffen, wenn  $p$  nur wenig veränderlich ist bzw. die Veränderlichkeit sehr allmählich erfolgt; bei stark veränderlichen Druckverteilungen, vor allem an Spannungsspitzen und an Spannungsgrenzen sind die Voraussetzungen der Theorie nicht erfüllt und dort sind demnach brauchbare Ergebnisse nicht zu erwarten.

Bei der verlangten schichtenweisen Eintragung der Belastung wird gefordert, daß die Entlastungsintensität längs der ganzen Oberfläche des Gerüsts nur geringen Schwankungen unterliegt, so daß gerade beim richtigen

Ausrüstungsvorgang die Voraussetzungen für die Einführung der Bettungsziffer recht gut erfüllt erscheinen. Bei streifenweiser Entlastung müßte mit dem Auftreten stark veränderlicher Pressungen gerechnet werden und dann würde die Einführung einer Bettungsziffer die in Wirklichkeit auftretenden Erscheinungen kaum befriedigend wiedergeben.

Eine zu weit gehende Schärfe der Rechnung scheint bei derartigen Untersuchungen, denen auch sonst eine Reihe von Idealisierungen zu Grunde gelegt werden müssen, nicht notwendig. Es kann sich im wesentlichen nur darum handeln, den ungefähren Verlauf der Kraftverteilung kennen zu lernen, um daraus Schlüsse über die Art und Weise ziehen zu können, wie der Ausrüstungsvorgang durchzuführen ist, um vorübergehend auftretende Kräfteverteilungen zu vermeiden, die das Bauwerk dauernd schädigen können. Unter diesen Umständen wird man der Einführung der Bettungsziffer für die vorliegende Untersuchung kaum widersprechen können.

Die Differentialgleichung für die lotrechten Verschiebungen eines Bogenträgers lautet bekanntlich<sup>3)</sup>:

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} = - \left[ \frac{M}{EJ \cos \varphi} - \frac{d}{dx} \left( \frac{N \operatorname{tg} \varphi}{EF} \right) \right], \quad (5)$$

wobei das zweite Glied den Verformungsanteil der Längskraft  $N$  erfaßt. Mit Rücksicht auf die bereits getroffenen Vereinfachungen wird die Frage berechtigt sein, ob und unter welchen Umständen dieses Glied vernachlässigt werden kann. Im allgemeinen ist dies bei Bogenträgern unter Vollbelastung nicht zulässig, weil in diesem Falle die Momente sehr klein sind und die Biegelinie in der Hauptsache durch die Zusammendrückung der Bogenachse entsteht. Doch werden gerade hier mit Rücksicht darauf, daß die Bogenachse nach der Stützzlinie aus dem gesamten Eigengewicht bestimmt wurde und das Wölbgewicht oder der jeweilige Bogenanteil desselben einem davon abweichenden Belastungsgesetz folgt, die Momente nicht gar so klein und im Gegensatz dazu sind bei den ersten Absenkungsstufen die Längskräfte noch so gering, daß sie den schweren Bogen kaum merklich zusammendrücken können. Man wird daher von der Vernachlässigung des Einflusses der Längskräfte wenigstens bei einer vorläufigen Untersuchung Gebrauch machen können und der Rechnung unter der für einen eingespannten Bogen recht gut erfüllten Annahme  $J \cos \varphi = J_0$  die gekürzte Differentialgleichung

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} = - \frac{M}{EJ_0} \quad (6)$$

zu Grunde legen können. Dabei ist  $\eta$  positiv, wenn es eine Senkung des Bogens zur Folge hat.

Bezeichnet man die statisch unbestimmten Größen des eingespannten Bogens infolge Belastung durch den jeweiligen Bogenanteil mit  $X_{az}$  und  $X_{cz}$ , dann ist (Fig. 4)

$$M_z = M_{0z} - X_{az} \cdot \bar{y} - X_{cz}, \quad (7)$$

wobei  $M_{0z}$  das Balkenmoment infolge Belastung des bei der Absenkung bereits freigewordenen Teiles  $z(x)$  des Wölbgewichtes (Bogenanteil) bedeutet. Durch zweimalige Differentiation der gekürzten Gleichung (6) und Einsetzen von  $M_z$  nach Gl. (7) erhält man

$$\frac{d^4 \eta}{dx^4} = - \frac{1}{EJ_0} \left( \frac{d^2 M_{0z}}{dx^2} - X_{az} \cdot \frac{d^2 \bar{y}}{dx^2} \right), \quad (8)$$

<sup>3)</sup> J. FRITSCHÉ, Zur Berechnung der Bogenträger, ZAMM 1929, S. 361.

wobei noch zu beachten ist, daß

$$\frac{d^2 M_{0z}}{dx^2} = -z(x).$$

Der Bogenanteil  $z(x)$  greift im Gerüst als Zug an, da er dessen Entlastung vorstellt und erzeugt daher eine Rückfederung desselben um den Betrag  $\frac{z(x)}{C}$ .

So lange der Ausrüstungsvorgang nicht abgeschlossen ist und keine Lücken zwischen Bogen und Gerüst entstanden sind, muß

$$\eta = \vartheta - \frac{z}{C} \quad (9)$$

sein; daraus berechnet sich der Bogenanteil

$$z = -(\eta - \vartheta)C \quad (9a)$$

und man erhält aus (8) als Differentialgleichung zur Berechnung von  $\eta$

$$\frac{d^4 \eta}{dx^4} + \frac{C}{EJ_0} \eta - \frac{X_{az}}{EJ_0} \frac{d^2 \bar{y}}{dx^2} - \frac{C}{EJ_0} \vartheta = 0. \quad (10)$$

Bei gegebener Absenkungslinie  $\vartheta$  und gegebener Bogenachse  $y$  kann daraus  $\eta$  bzw.  $z$  berechnet werden.

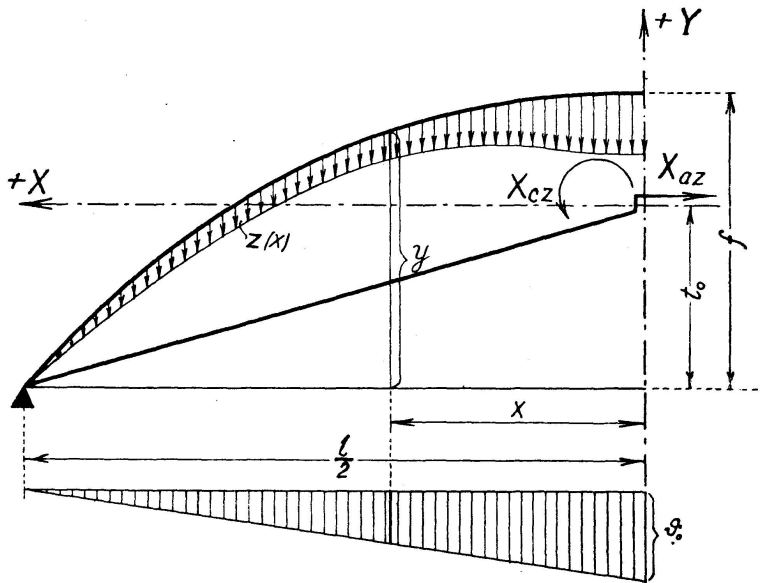


Fig. 4

Bei der Integration dieser Gleichung treten vier Freiwerte auf und da außerdem auch  $X_{az}$  noch nicht bekannt ist, sind im Ganzen 5 unbekannte Größen zu berechnen, wofür 5 Randbedingungen zur Verfügung stehen müssen. Unter Bezugnahme auf Fig. 4 muß

$$\left. \begin{array}{l} 1. \quad \eta\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \\ 2. \quad \dot{\eta}(0) = 0 \\ 3. \quad \dot{\eta}\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \\ 4. \quad \ddot{\eta}(0) = 0, \end{array} \right\} \quad (11)$$



wozu bemerkt sei, daß  $\bar{\eta}$  unter den getroffenen Vereinfachungen unmittelbar der Balkenquerkraft aus der Belastung  $z(x)$  verhältnismäßig ist, die in der Bogenmitte aus Symmetriegründen verschwinden muß. Die 4 Randbedingungen von  $\eta$  reichen jedoch nicht aus und man muß daher auf die Randbedingung der waagerechten Verschiebung  $\xi$  zurückgreifen, wenn eine eindeutige Bestimmung der Aufgabe erreicht werden soll. Bei der angenommenen längentreuen Verformung berechnet sich  $\xi$  aus  $\eta$  nach der einfachen Beziehung

$$\dot{\xi} = + \dot{y} \eta \quad (12)$$

Bei der Integration dieser Gleichung tritt allerdings ein 6. Freiwert auf, dafür können aber für  $\xi$  die zwei Randbedingungen

$$\left. \begin{array}{l} 5. \quad \xi(0) = 0 \quad \text{und} \\ 6. \quad \xi\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \end{array} \right\} \quad (11 a)$$

angegeben werden. Diese 6 Randbedingungen reichen nun zur Bestimmung der 6 unbekanntenen Größen aus. Ihre Ermittlung ist der mühseligste Teil der Aufgabe. Um den Rechnungsgang zu übersehen, soll er zunächst bei parabolischer Bogenachse  $y$  studiert werden. Die Absenkungslinie  $\vartheta$  wird dreieckig mit dem Wert  $\vartheta_0$  in Brückenmitte angenommen, da man bei der Ausrüstung erfahrungsgemäß dieser Regel tunlichst nachzukommen versucht (Fig. 5).

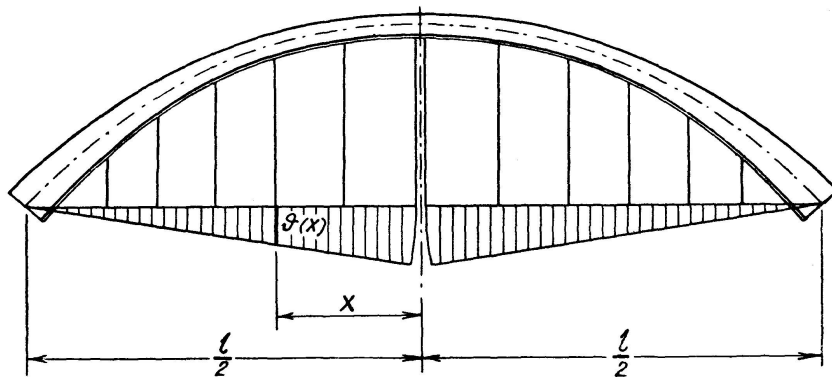


Fig. 5

### 1. Parabolische Bogenachse.

Unter Voraussetzung einer parabolischen Bogenachse und  $J \cos \varphi = J_0$  ist verhältnismäßig einfach ein Einblick in den Rechnungsgang zu gewinnen. Ist  $x$  der Abstand eines beliebigen Bogenpunktes von der Symmetrieachse, dann ist

$$\bar{y} = f \left( 1 - \frac{4x^2}{l^2} \right) - t_0, \quad (13)$$

wobei  $t_0$  die Lage des elastischen Bogenschwerpunktes festlegt. Damit berechnet sich

$$\frac{d^2 \bar{y}}{dx^2} = - \frac{8f}{l^2}.$$

Bezeichnet  $\vartheta_0$  die Absenkung in der Mitte des Bogens bei irgendeiner Absenkungsstufe, dann ist bei dreieckiger Absenkungslinie

$$\vartheta = \vartheta_0 \left(1 - \frac{2x}{l}\right), \quad (14)$$

Damit erhält man aus (10)

$$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\eta} + \frac{C}{EJ_0} \eta = \bar{a}_0 - \bar{a}_1 \frac{x}{l} \quad (15)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_0 &= \frac{C}{EJ_0} \left( \vartheta_0 - \frac{8f}{l^2} \frac{X_{az}}{C} \right) \quad \text{und} \\ \bar{a}_1 &= \frac{2C\vartheta_0}{EJ_0} \end{aligned} \right\} \quad (15a)$$

bedeutet. Führt man zur Abkürzung die Bezeichnung  $\frac{C}{EJ_0} = 4\kappa^4$  bzw.

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt[4]{\frac{C}{EJ_0}}$$

ein, dann kann die Lösung der homogenen Gleichung

$$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\eta} + 4\kappa^4 \eta = 0 \quad (16)$$

in der Form

$$\eta_0 = A \mathfrak{Cof} \kappa x \cos \kappa x + B \mathfrak{Cof} \kappa x \sin \kappa x + C \mathfrak{Sin} \kappa x \cos \kappa x + D \mathfrak{Sin} \kappa x \sin \kappa x \quad (17)$$

angeschrieben werden, wie man sich durch Einsetzen leicht überzeugen kann. Ein partikuläres Integral der inhomogenen Gleichung lautet

$$\eta_1 = a_0 - a_1 \frac{x}{l}$$

und durch Koeffizientenvergleich gewinnt man leicht

$$a_0 = \frac{\bar{a}_0}{4\kappa^4} = \vartheta_0 - \frac{8f}{l^2} \frac{X_{az}}{C}$$

$$a_1 = \frac{\bar{a}_1}{4\kappa^4} = 2\vartheta_0$$

und es ist daher

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_0 + \eta_1 \\ &= A \mathfrak{Cof} \kappa x \cos \kappa x + B \mathfrak{Cof} \kappa x \sin \kappa x + C \mathfrak{Sin} \kappa x \cos \kappa x + D \mathfrak{Sin} \kappa x \sin \kappa x \\ &\quad + a_0 - a_1 \frac{x}{l}. \end{aligned} \quad (18)$$

Daraus berechnet sich

$$\begin{aligned} i &= \kappa [(B + C) \mathfrak{Cof} \kappa x \cos \kappa x - (A - D) \mathfrak{Cof} \kappa x \sin \kappa x \\ &\quad + (A + D) \mathfrak{Sin} \kappa x \cos \kappa x + (B - C) \mathfrak{Sin} \kappa x \sin \kappa x] - \frac{a_1}{l} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\overset{\cdot\cdot}{\eta} = 2\kappa^2 [D \mathfrak{Cof} \kappa x \cos \kappa x - C \mathfrak{Cof} \kappa x \sin \kappa x + B \mathfrak{Sin} \kappa x \cos \kappa x - A \mathfrak{Sin} \kappa x \sin \kappa x] \quad (20)$$

$$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\eta} = 2\kappa^3 [(B - C) \mathfrak{Cof} \kappa x \cos \kappa x - (A + D) \mathfrak{Cof} \kappa x \sin \kappa x - (A - D) \mathfrak{Sin} \kappa x \cos \kappa x - (B + C) \mathfrak{Sin} \kappa x \sin \kappa x] \quad (21)$$

Aus der 2. Randbedingung  $\dot{\eta}(0) = 0$  erhält man zunächst

$$0 = z(B + C) - \frac{a_1}{l},$$

woraus sich mit Einführung der Abkürzung  $\alpha = z \cdot \frac{l}{2}$

$$B + C = \frac{\mathcal{J}_0}{\alpha}$$

ergibt. Aus der 4. Randbedingung  $\ddot{\eta}(0) = 0$  folgt  $B - C = 0$  und daher ist

$$B = C = \frac{\mathcal{J}_0}{2\alpha} \quad (22)$$

Aus der 1. Randbedingung  $\eta\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  bekommt man

$$A \mathfrak{Cof} \alpha \cos \alpha + D \mathfrak{Sin} \alpha \sin \alpha = (\mathcal{J}_0 - a_0) - \frac{\mathcal{J}_0}{2\alpha} (\mathfrak{Cof} \alpha \sin \alpha + \mathfrak{Sin} \alpha \cos \alpha). \quad (23)$$

Aus der 3. Randbedingung  $\dot{\eta}\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  folgt schließlich in ähnlicher Weise

$$(A + D) \mathfrak{Sin} \alpha \cos \alpha - (A - D) \mathfrak{Cof} \alpha \sin \alpha = \frac{\mathcal{J}_0}{\alpha} (1 - \mathfrak{Cof} \alpha \cos \alpha). \quad (24)$$

Die zahlenmäßige Ermittlung der beiden Freiwerte  $A$  und  $D$  ist jedoch noch immer nicht möglich, da in  $a_0$  der noch unbekannt, durch die Belastung  $z(x)$  ausgelöste Bogenschub  $X_{az}$  enthalten ist. Zur Berechnung von  $X_{az}$  muß auf die Randbedingungen von  $\xi$  zurückgegriffen werden. Man erhält aus (12)

$$\begin{aligned} \dot{\xi} = -\frac{8zf}{l^2} \cdot x \left[ \frac{\mathcal{J}_0}{\alpha} \mathfrak{Cof} zx \cos zx - (A - D) \mathfrak{Cof} zx \sin zx \right. \\ \left. + (A + D) \mathfrak{Sin} zx \cos zx \right] + \frac{16\mathcal{J}_0 f}{l^2} \cdot \frac{x}{l} \end{aligned}$$

woraus man durch Integration

$$\begin{aligned} \xi = -\frac{4f}{xl^2} \left\{ \frac{\mathcal{J}_0}{\alpha} [zx (\mathfrak{Cof} zx \sin zx + \mathfrak{Sin} zx \cos zx) - \mathfrak{Sin} zx \sin zx] \right. \\ + (A + D) [zx (\mathfrak{Cof} zx \cos zx + \mathfrak{Sin} zx \sin zx) - \mathfrak{Cof} zx \sin zx] \\ \left. + (A - D) [zx (\mathfrak{Cof} zx \cos zx - \mathfrak{Sin} zx \sin zx) - \mathfrak{Sin} zx \cos zx] \right\} \\ + \frac{8\mathcal{J}_0 f}{l} \left( \frac{x}{l} \right)^2 + E \quad (25) \end{aligned}$$

bekommt.

Aus der Randbedingung  $\xi(0) = 0$  folgt unmittelbar  $E = 0$ , aus der Randbedingung  $\xi\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  ergibt sich die Gleichung

$$\begin{aligned} (A + D) [\alpha (\mathfrak{Cof} \alpha \cos \alpha + \mathfrak{Sin} \alpha \sin \alpha) - \mathfrak{Cof} \alpha \sin \alpha] \\ + (A - D) [\alpha (\mathfrak{Cof} \alpha \cos \alpha - \mathfrak{Sin} \alpha \sin \alpha) - \mathfrak{Sin} \alpha \cos \alpha] \\ - \frac{\mathcal{J}_0}{\alpha} \{\alpha^2 - [\alpha (\mathfrak{Cof} \alpha \sin \alpha + \mathfrak{Sin} \alpha \cos \alpha) - \mathfrak{Sin} \alpha \sin \alpha]\} = 0. \quad (26) \end{aligned}$$

Für größere Werte von  $\alpha$  kann  $\text{Cos } \alpha = \text{Sin } \alpha$  gesetzt werden. Damit lassen sich die 3 Gleichungen zur Berechnung von  $X_{az}$ ,  $A$  und  $D$  auf eine vereinfachte Form bringen. Sie lauten dann

$$\left. \begin{aligned} A \cos \alpha + D \sin \alpha &= \frac{\vartheta_0 - a_0}{\text{Cos } \alpha} - \frac{\vartheta_0}{2\alpha} (\cos \alpha + \sin \alpha) \\ (A + D) \cos \alpha - (A - D) \sin \alpha &= \frac{\vartheta_0}{\alpha} \left( \frac{1}{\text{Cos } \alpha} - \cos \alpha \right) \\ (A + D) [\alpha (\cos \alpha + \sin \alpha) - \sin \alpha] + (A - D) [\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) - \cos \alpha] \\ &= \frac{\vartheta_0}{\alpha} \left\{ \frac{\alpha^2}{\text{Cos } \alpha} - [\alpha (\cos \alpha + \sin \alpha) - \sin \alpha] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Aus der Größe  $a_0$  berechnet sich der Bogenschub

$$X_{az} = C (\vartheta_0 - a_0) \frac{l^2}{8f} \quad (28)$$

und der ausgerüstete, in den Bogen bereits eingetragene Teil des Wölbgewichtes ergibt sich nach (9a) mit

$$\begin{aligned} z &= - (\eta - \vartheta) C \\ &= - C \left[ A \text{Cos } \chi x \cos \chi x + D \text{Sin } \chi x \sin \chi x \right. \\ &\quad \left. + \frac{\vartheta_0}{2\alpha} (\text{Cos } \chi x \sin \chi x + \text{Sin } \chi x \cos \chi x) \right] + \frac{8f}{l^2} \cdot X_{az} \end{aligned} \quad (29)$$

Im Bogenscheitel erhält man

$$z(0) = \frac{8f}{l^2} \cdot X_{az} - AC, \quad (29a)$$

im Bogenkämpfer muß sich natürlich  $z$  mit Rücksicht auf die in die Rechnung eingeführten Randbedingungen von  $\eta$  und  $\vartheta$  mit Null ergeben.

Nach Ermittlung der Aufteilung des Gewölbgewichtes in Bogen- und Gerüstanteil ist die Größe des infolge des Bogenanteiles im Bogen entstandenen Biegemomentes von großer Wichtigkeit, da es die Größe der dabei auftretenden Zugspannungen bzw. einer etwaigen Balkenwirkung erkennen läßt. Es ist auf Grund der früheren Voraussetzungen

$$\begin{aligned} M &= - EJ_0 \ddot{\eta} \\ &= - 2\chi^2 EJ_0 \left[ - A \text{Sin } \chi x \sin \chi x + D \text{Cos } \chi x \cos \chi x \right. \\ &\quad \left. - \frac{\vartheta_0}{2\alpha} (\text{Cos } \chi x \sin \chi x - \text{Sin } \chi x \cos \chi x) \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Daraus ergibt sich das Scheitelmoment  $M_s$  mit

$$M_s = - 2\chi^2 EJ_0 D \quad (30a)$$

und das Kämpfermoment  $M_k$

$$M_k = - 2\chi^2 EJ_0 \left[ - A \text{Sin } \alpha \sin \alpha + D \text{Cos } \alpha \cos \alpha - \frac{\vartheta_0}{2\alpha} (\text{Cos } \alpha \sin \alpha - \text{Sin } \alpha \cos \alpha) \right]$$

bezw. nach Berücksichtigung von  $\text{Cos } \alpha = \text{Sin } \alpha$



$$M_k = -2z^2 EJ_0 \cos \alpha \left[ -A \sin \alpha + D \cos \alpha + \frac{y_0}{2\alpha} (\cos \alpha - \sin \alpha) \right]. \quad (30b)$$

Diese allgemeine Untersuchung gibt noch kein deutliches Bild der Vorgänge; dies erkennt man erst aus der zahlenmäßigen Durchrechnung eines bestimmten Falles. Den folgenden Rechnungen sind die Verhältnisse der 96,86 m weit gespannten Brücke über den Lot bei Villeneuve<sup>4)</sup> zu Grunde gelegt, wobei gleich bemerkt sei, daß in Wirklichkeit das Ausrüsten der Brücke nicht durch Absenken des Gerüsts, sondern durch Anheben des Bogens mit Hilfe von Pressen im Bogenscheitel erfolgte. Auf die dabei auftretende Aufteilung des Wölbgewichtes in Bogen und Gerüstanteil soll unter vereinfachenden Annahmen im Abschnitt B eingegangen werden.

Jeder der beiden 3,00 m breiten Bogengurte der Brücke liegt nach Fertigstellung der Wölbung auf zwei Lehrgerüstbindern (Fig. 6), deren Joche in der Nähe des Bogenscheitels einen mittleren Abstand von 6,30 m haben. Zwischen diese Joche sind zwar im obersten Geschoß Trapezsprengwerke eingezogen, um Zwischenstützpunkte für die Kranzhölzer zu gewinnen. Diese Zwischenstützpunkte sollen jedoch in der Rechnung nur so berücksichtigt werden, daß der Querschnitt der Streben zu dem Querschnitt der Stützen zugeschlagen wird, um die Nachgiebigkeit des Gerüsts so wirklichkeitsnahe als möglich zu erfassen. Als mittlerer Querschnitt der Stützen wird der im untersten Geschoß angenommen, der aus 3 Pfählen von je  $\varnothing 36$  cm besteht. Damit ist der Jochquerschnitt

$$F_H = 3 \cdot \frac{3,14}{4} \cdot 0,36^2 = 0,30 \text{ m}^2$$

und bei Annahme von  $E_H = 1\,000\,000 \text{ t/m}^2$  und einer durchschnittlichen Jochhöhe  $h = 17,0 \text{ m}$  berechnet sich nach (3)

$$C = \frac{1\,000\,000}{6,30 \cdot 17,0} 0,30 = 2850 \text{ t/m}^2$$

Demgemäß hat man sich die Belastung als Linienlast in der Bogenachse zusammengedrängt vorzustellen.

Die Druckfestigkeit des verwendeten Betons wurde an 20 cm-Würfeln bei einem Zementgehalt von 350 kg auf 1 m<sup>3</sup> Beton nach 90tägiger Erhärtung mit  $W_{b90} = 457 \text{ kg/cm}^2$  festgestellt. Schätzt man die Prismenfestigkeit des Betons  $K_{b90} = 0,75 W_{b90} = 0,75 \cdot 457 = 340 \text{ kg/cm}^2$ , so erhält man auf Grund der Schweizer Formel die Elastizitätszahl  $E_{b0}$  des Betons mit

$$E_{b0} = 1000 \cdot \frac{550 K_b}{180 + K_b} = 382\,000 \text{ kg/cm}^2.$$

Dieser hohe Wert von  $E_{b0}$  dürfte aber nur bei Laboratoriumsversuchen mit kleineren Betonkörpern erreichbar sein; große Betonkörper sind aller Wahrscheinlichkeit nach weicher, und es soll daher in der Folge lediglich mit  $E_{b0} = 300\,000 \text{ kg/cm}^2$  gerechnet werden.

Bei einer Scheitelstärke des Bogens  $d_0 = 1,45 \text{ m}$  erhält man nun aus

$$4z^4 = \frac{2850 \cdot 12}{3,00 \cdot 1,45^3 \cdot 3\,000\,000} \text{ den Wert } z = 0,13253$$

<sup>4)</sup> P. SÉJOURNÉ, Grandes Voûtes, Bd. VI, S. 210.

und damit  $\alpha = \frac{\alpha l}{2} = 0,13253 \cdot 48,43 = 6,4184$ .  $\alpha$  ist eine dimensionslose Zahl. Aus den Tafeln von HAYASHI<sup>5)</sup> entnimmt man nun

$$\cos \alpha = 0,99090$$

$$\sin \alpha = 0,13459$$

$$\text{Cof } \alpha = \text{Sin } \alpha = 300,93.$$

Setzt man als erste Absenkungsstufe  $\vartheta_0 = 0,002$  m, dann ergibt sich nach Auflösen der gekürzten Gleichungen (27)

$$A = -0,00015207$$

$$D = -0,00015851$$

$$\vartheta_0 - a_0 = 0,001155 \quad \text{bzw.} \quad a_0 = 0,000845.$$

Mit  $l = 96,86$  m und  $f = 13,05$  m berechnet sich nach (28)

$$X_{az} = 2850 \cdot 0,001155 \frac{96,86^2}{8 \cdot 13,05} = 295,81 \text{ t.}$$

Der Bogengurt ist bei 3,00 m Breite im Scheitel 1,45 m stark; damit ergibt sich bei einem geschätzten Raumgewicht des Betons  $\gamma = 2,20$  t/m<sup>3</sup> das Wölbgewicht im Scheitel

$$g_0 = 3,00 \cdot 1,45 \cdot 2,2 = 9,570 \text{ t/m}$$

Die Bogenstärke im Kämpfer beträgt 2,44 m; der Neigungswinkel der Tangente an die Bogenachse im Kämpfer gegen die Waagrechte ist genau genug durch

$$\text{tg } \varphi_k = \frac{4f}{l} = \frac{4 \cdot 13,05}{96,86} = 0,539$$

bestimmt. Daraus erhält man  $\sec \varphi_k = 1,136$ . Das Wölbgewicht im Kämpfer bekommt man nun mit

$$g_k = \gamma b d_k \sec \varphi_k = 2,2 \cdot 3,0 \cdot 2,44 \cdot 1,136 = 18,295 \text{ t/m.}$$

Den Bogenschub  $H_{0w}$  der Stützlinie des Dreigelenkbogens aus dem Wölbgewicht, der bei dieser Untersuchung auch dem Bogenschub des eingespannten Bogens näherungsweise gleichgesetzt werden kann, erhält man mit

$$H_{0w} = \frac{5g_0 + g_k}{6g_0} \cdot \frac{g_0 l^2}{8f} = 1,1516 \cdot 808,55 = 931,157 \text{ t.}$$

Bei einer 1. Absenkungsstufe von  $\vartheta_0 = 0,002$  m ist daher bereits rund der  $\frac{295,81}{981,16} = 0,3$ te Teil des Bogenschubes durch Ausrüsten entstanden. Was die Verteilung des ausgerüsteten Teiles des Wölbgewichtes anbetrifft, so erhält man nach (29)

$$z(0) = 2850 (0,000152 + 0,001155) = 3,725 \text{ t/m;}$$

$$z\left(\frac{l}{2}\right) = 0,$$

<sup>5)</sup> K. HAYASHI, Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen. Berlin und Leipzig 1921, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger.

die übrigen Werte  $z$  in den Viertel- und Achtelpunkten der Spannweite sind aus Fig. 7 zu entnehmen. Wie daraus ersichtlich ist, erfolgt die Entlastung des Gerüsts nicht ganz so, wie es den theoretischen Forderungen entspricht. Die bei einzelnen Absenkungsstufen  $\vartheta_0$  freigewordenen Belastungsschichten sind der Verteilung des Wölbgewichtes nicht ähnlich; in Kämpfernähe bleibt die Ausrüstung gegenüber dem Scheitel zurück. Bei  $\vartheta_0' = 5,2$  mm ist der Scheitel ausgerüstet.

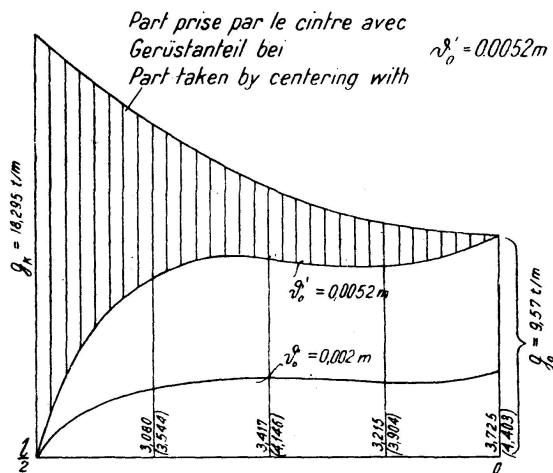


Fig. 7

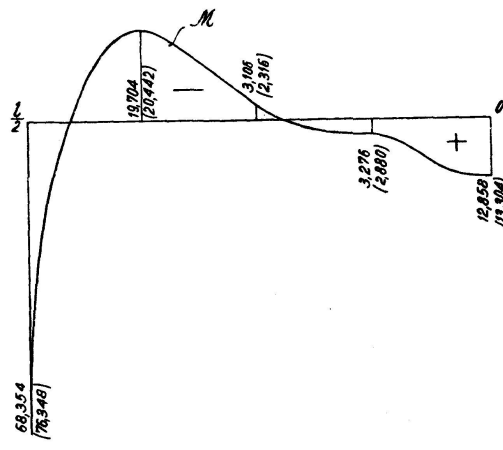


Fig. 8

Die weitere Ausrüstung kann mit Hilfe der entwickelten Rechnung nicht weiter verfolgt werden, da sich bei  $\vartheta_0' = 5,2$  mm im Scheitel Bogen und Gerüst trennen und damit die Voraussetzungen der Rechnung aufheben.

Von großem Interesse ist zunächst die Empfindlichkeit dieser Untersuchung auf eine Änderung von  $C$ . Stellt man z. B. die Joche des Gerüsts enger, so daß etwa  $\lambda = 5,0$  m wird, so erhält man  $C' = 3500$  t/m<sup>2</sup>,  $\kappa' = 0,13952$  und  $\alpha' = 6,75695$ . Damit liefern die gekürzten 3 Gleichungen (27) mit  $\vartheta_0 = 0,002$  m

$$A' = -0,00014473, \quad D' = -0,00014854 \quad \text{und}$$

$a_0' = 0,00085672$ . Damit berechnet sich  $X'_{az} = 359,591$  t, so daß die größere Steifigkeit des Gerüsts bei gleicher Absenkungsstufe eine Vergrößerung des Bogenschubes um 64,78 t bzw. um rund 22 v. H. zur Folge hat. Die zugehörige Entlastung  $z$  des Gerüsts ist ebenfalls aus Fig. 7 zu ersehen (geklammerte Zahlen).

Ein schwerer gebautes Gerüst liefert demnach bei gleicher Absenkungsstufe eine kräftigere Entlastung, als ein leichteres Gerüst, das stärker zusammengedrückt wird und daher auch stärker zurückfedert.

Die durchgeführte Vergleichsrechnung ermöglicht nun auch einen Überblick über den Einfluß einer Veränderlichkeit von  $C$  auf die Ausrüstung. In der Nähe des Brückenscheitels ist  $C$  in der Regel kleiner als in Kämpfernähe, wo die geringe Jochhöhe bei Benützung der gleichen Stützenquerschnitte eine geringere Zusammendrückbarkeit und damit eine geringere Rückfederung des Gerüsts bedingt. Der Verlauf des Gerüstanteiles  $z$  wird daher in der Nähe der Brückenmitte durch den kleineren Wert  $C$  richtiger beschrieben sein, während in der Nähe des Kämpfers der größere Wert von  $C$  und damit eine kräftige Entlastung besser der Wirklichkeit entspricht.

Wie bereits erwähnt wurde, bleibt bei unveränderlichem  $C$  die Entlastung des Kämpfers gegenüber der theoretischen Forderung zurück. Eine



Veränderlichkeit von  $C$  im Sinne eines Anwachsens gegen den Kämpfer zu bedingt daher eine Verbesserung des Vorganges. Durch Abweichen der Absenkung  $\vartheta$  von dem angenommenen Dreiecksverlauf im Sinne einer leichten Vergrößerung derselben gegen den Kämpfer kann voraussichtlich eine so weitgehende Anpassung der Entlastung  $z$  an die Bogenform erzielt werden, daß das Auftreten der Biegemomente im Bogen praktisch ausgeschaltet werden kann.

Den Verlauf der Biegemomente bei der Entlastung um  $\vartheta_0$ , dessen Ermittlung auf Grund der Gl. (30) keine Schwierigkeiten bedeutet, zeigt Fig. 8. Die errechneten Momente  $M$  sind in ihrer Größe unbedeutend; allerdings muß dabei berücksichtigt werden, daß die der Rechnung zugrundegelegte parabolische Bogenachse darüber noch kein verlässliches Bild geben kann.

## 2. Die Bogenachse ist eine Linie 4. Grades (Stützlinie).

Eine Verschärfung der Untersuchung ist zunächst durch Berücksichtigung der wirklichen Bogenform anzustreben. Bekanntlich kommt man mit der Linie 4. Grades

$$\bar{y} = f \left[ 1 - c_1 \left( \frac{x}{l} \right)^2 - c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^4 \right] - t_0 \quad (31)$$

bereits weitgehend an die Stützlinie aus der ständigen Last heran, und diese Bogenachse (31) soll daher der folgenden Untersuchung zu Grunde gelegt werden. Aus (31) folgt

$$\frac{d^2 \bar{y}}{dx^2} = - \frac{2f}{l^2} \left[ c_1 + 6c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right]$$

und damit lautet die Differentialgleichung zur Berechnung von  $\eta$  mit denselben Vereinfachungen wie früher

$$\bar{\eta} + 4z^4 \eta = 4z^4 \left[ a_0 - a_1 \left( \frac{x}{l} \right) - a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \quad (32)$$

wobei ähnlich wie früher in dem zuerst untersuchten Falle

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \vartheta_0 - \frac{2c_1 f}{l^2} \cdot \frac{X_{az}}{C} \\ a_1 &= 2\vartheta_0 \\ a_2 &= \frac{12fc_2}{l^2} \cdot \frac{X_{az}}{C} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

bedeuten. Das partikuläre Integral  $\eta_1$  der inhomogenen Gleichung lautet

$$\eta_1 = a_0 - a_1 \left( \frac{x}{l} \right) - a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2$$

und man erhält daher die allgemeine Lösung von (32) mit

$$\eta = A \operatorname{Cof} \alpha x \cos \alpha x + B \operatorname{Cof} \alpha x \sin \alpha x + C \operatorname{Sin} \alpha x \cos \alpha x + D \operatorname{Sin} \alpha x \sin \alpha x \\ + a_0 - a_1 \left( \frac{x}{l} \right) - a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2. \quad (34)$$

Daraus berechnen sich durch aufeinanderfolgende Differentiationen wieder

die Ausdrücke  $i_j$ ,  $\ddot{i}_j$  und  $\ddot{\ddot{i}}_j$  nach den Gl. (19), (20) und (21), nur sind als Beitrag des partikulären Integrales die Größen

$$i_{j1} = -\frac{a_1}{l} - \frac{2a_2}{l} \cdot \frac{x}{l}$$

$$\ddot{i}_{j1} = -\frac{2a_2}{l^2} \quad \text{und} \quad \ddot{\ddot{i}}_{j1} = 0$$

zu berücksichtigen.

Die Randbedingungen zur Berechnung der Freiwerte sind die gleichen wie früher. Man erhält aus  $i_j(0) = 0$

$$B + C = \frac{a_1}{2\alpha},$$

aus  $\ddot{\ddot{i}}_j(0) = 0$  die Beziehung  $B = C$ , sodaß sich ähnlich wie früher

$$B = C = \frac{a_1}{4\alpha} = \frac{\vartheta_0}{2\alpha}$$

ergibt.

Die Randbedingung  $\eta\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  liefert die Gleichung

$$A \mathfrak{Cof} \alpha \cos \alpha + D \mathfrak{Sin} \alpha \sin \alpha = (\vartheta_0 - a_0) + \frac{a_2}{4} - \frac{\vartheta_0}{2\alpha} (\mathfrak{Cof} \alpha \sin \alpha + \mathfrak{Sin} \alpha \cos \alpha) \quad (35)$$

Aus der Randbedingung  $i_j\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  bekommt man

$$-(A - D) \mathfrak{Cof} \alpha \sin \alpha + (A + D) \mathfrak{Sin} \alpha \cos \alpha = \frac{\vartheta_0}{\alpha} (1 - \mathfrak{Cof} \alpha \cos \alpha) + \frac{a_2}{2\alpha} \quad (36)$$

Aus  $\dot{\xi} = + \dot{y} i_j$  berechnet sich mit  $\dot{y} = -\frac{2f}{l} \left[ c_1 \left( \frac{x}{l} \right) + 2c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right]$

$$\dot{\xi} = -\frac{2xf}{l} \left[ c_1 \left( \frac{x}{l} \right) + 2c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right] \left[ \frac{\vartheta_0}{\alpha} (\mathfrak{Cof} \alpha x \cos \alpha x) - (A - D) \mathfrak{Cof} \alpha x \sin \alpha x \right. \\ \left. + (A + D) \mathfrak{Sin} \alpha x \cos \alpha x \right] + \frac{2f}{l^2} \left[ c_1 \left( \frac{x}{l} \right) + 2c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right] \left[ a_1 + 2a_2 \left( \frac{x}{l} \right) \right].$$

Die Integration dieses Ausdrucks erfordert recht viel Rechenarbeit und ist nur mit Hilfe von zusammenfassenden Symbolen praktisch durchführbar. Da die auftretenden Integrale auch bei vielen anderen Aufgaben vorkommen und in Tabellen nicht zu finden sind, seien sie zunächst hier angeführt. Es bezeichnet

$$\left. \begin{aligned} P(x) &= \mathfrak{Cof} \alpha x \cos \alpha x \\ Q(x) &= \mathfrak{Cof} \alpha x \sin \alpha x \\ R(x) &= \mathfrak{Sin} \alpha x \cos \alpha x \\ S(x) &= \mathfrak{Sin} \alpha x \sin \alpha x \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

dann ist

$$\frac{dP}{dx} = -\alpha(Q - R), \quad \int P dx = \frac{1}{2\alpha} (Q + R)$$

$$\frac{dQ}{dx} = \alpha(P + S), \quad \int Q dx = -\frac{1}{2\alpha} (P - S)$$

$$\begin{aligned}\frac{dR}{dx} &= \kappa(P - S), & \int R dx &= \frac{1}{2\kappa}(P + S) \\ \frac{dS}{dx} &= \kappa(Q + R), & \int S dx &= \frac{1}{2\kappa}(Q - R)\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\int x P dx &= \frac{1}{2\kappa^2} [\kappa x(Q + R) - S] \\ \int x Q dx &= -\frac{1}{2\kappa^2} [\kappa x(P - S) - R] \\ \int x R dx &= \frac{1}{2\kappa^2} [\kappa x(P + S) - Q] \\ \int x S dx &= \frac{1}{2\kappa^2} [\kappa x(Q - R) + P]\end{aligned}$$

weiter ergibt sich

$$\begin{aligned}\int x^2 P dx &= \frac{1}{2\kappa^3} [\kappa^2 x^2(Q + R) - 2\kappa xS - (R - Q)] \\ \int x^2 Q dx &= \frac{1}{2\kappa^3} [-\kappa^2 x^2(P - S) + 2\kappa xR - (P + S)] \\ \int x^2 R dx &= \frac{1}{2\kappa^3} [\kappa^2 x^2(P + S) - 2\kappa xQ - (P - S)] \\ \int x^2 S dx &= \frac{1}{2\kappa^3} [\kappa^2 x^2(Q - R) + 2\kappa xP - (Q + R)]\end{aligned}$$

und schließlich

$$\begin{aligned}\int x^3 P dx &= \frac{1}{2\kappa^4} [\kappa^3 x^3(Q + R) - 3\kappa^2 x^2 S + 3\kappa x(Q - R) + 3P] \\ \int x^3 Q dx &= \frac{1}{2\kappa^4} [-\kappa^3 x^3(P - S) + 3\kappa^2 x^2 R - 3\kappa x(P + S) + 3Q] \\ \int x^3 R dx &= \frac{1}{2\kappa^4} [\kappa^3 x^3(P + S) - 3\kappa^2 x^2 Q - 3\kappa x(P - S) + 3R] \\ \int x^3 S dx &= \frac{1}{2\kappa^4} [\kappa^3 x^3(Q - R) + 3\kappa^2 x^2 P - 3\kappa x(Q + R) + 3S].\end{aligned}$$

Mit den nach (37) eingeführten Symbolen erhält man zunächst  $\xi$  in der Form

$$\begin{aligned}\xi &= -\frac{2c_1 \kappa f}{l^2} \left[ \frac{\mathcal{Y}_0}{\alpha} x P - (A - D)x Q + (A + D)x R \right] \\ &\quad - \frac{4c_2 \kappa f}{l^4} \left[ \frac{\mathcal{Y}_0}{\alpha} x^3 P - (A - D)x^3 Q + (A + D)x^3 R \right] \\ &\quad + \frac{2c_1 a_1 f}{l^3} x + \frac{4c_2 a_1 f}{l^5} x^3 + \frac{4c_1 a_2 f}{l^4} x^2 + \frac{8c_2 a_2 f}{l^6} x^4\end{aligned}$$

und durch Integration mit Hilfe der oben angegebenen Gleichungen

$$\begin{aligned}
 \xi = & -\frac{c_1 \kappa f}{\kappa^2 l^2} \left\{ \frac{\mathfrak{J}_0}{\alpha} [\kappa x(Q+R) - S] + (A-D) [\kappa x(P-S) - R] \right. \\
 & \left. + (A+D) [\kappa x(P+S) - Q] \right\} \\
 & - \frac{f}{l} \cdot \frac{2c_2}{\kappa^3 l^3} \left\{ \frac{\mathfrak{J}_0}{\alpha} [\kappa^3 x^3(Q+R) - 3\kappa^2 x^2 S + 3\kappa x(Q-R) + 3P] \right. \\
 & \quad + (A-D) [\kappa^3 x^3(P-S) - 3\kappa^2 x^2 R + 3\kappa x(P+S) - 3Q] \\
 & \quad \left. + (A+D) [\kappa^3 x^3(P+S) - 3\kappa^2 x^2 Q - 3\kappa x(P-S) + 3R] \right\} \\
 & + \frac{2c_1 f}{l} \left[ \mathfrak{J}_0 \left( \frac{x}{l} \right)^2 + \frac{2}{3} a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right] \\
 & + \frac{2c_2 f}{l} \left[ \mathfrak{J}_0 \left( \frac{x}{l} \right)^4 + \frac{4}{5} a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^5 \right] + E. \tag{38}
 \end{aligned}$$

Aus der Randbedingung  $\xi(0) = 0$  folgt

$$0 = -6 \frac{f}{l} \frac{\mathfrak{J}_0}{\alpha} \frac{c_2}{\kappa^3 l^3} + E \quad \text{bezw.} \quad E = + \frac{3}{4} \frac{f}{l} \frac{c_2 \mathfrak{J}_0}{\alpha^4},$$

aus der Randbedingung  $\xi\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  schließlich, wenn man die Funktionen  $P, Q, R$  und  $S$  an der Stelle  $x = \left(\frac{l}{2}\right)$  mit  $P_1, Q_1, R_1$  und  $S_1$  bezeichnet,

$$\begin{aligned}
 & (A+D) \left\{ c_1 [\alpha(P_1+S_1) - Q_1] + \frac{c_2}{2\alpha^2} [\alpha^3(P_1+S_1) - 3\alpha^2 Q_1 - 3\alpha(P_1-S_1) + 3R_1] \right\} \\
 & + (A-D) \left\{ c_1 [\alpha(P_1-S_1) - R_1] + \frac{c_2}{2\alpha^2} [\alpha^3(P_1-S_1) - 3\alpha^2 R_1 + 3\alpha(P_1+S_1) - 3Q_1] \right\} \\
 & - a_2 \frac{\alpha}{3} \left( c_1 + \frac{3}{10} c_2 \right) \\
 = & \alpha \mathfrak{J}_0 \left[ c_1 + \frac{c_2}{4} 1 + \frac{6c_2}{\alpha^4} \right] \\
 & - \frac{c_1 \mathfrak{J}_0}{\alpha} [\alpha(Q_1+R_1) - S_1] \\
 & - \frac{c_2 \mathfrak{J}_0}{2\alpha^3} [\alpha^3(Q_1+R_1) - 3\alpha^2 S_1 + 3\alpha(Q_1-R_1) + 3P_1]. \tag{39}
 \end{aligned}$$

Berücksichtigt man wieder, daß die Größe von  $\alpha$  in der Regel zuläßt,  $\mathfrak{Cof} \alpha = \mathfrak{Sin} \alpha$  zu setzen, dann erhält man die 3 gekürzten Gleichungen zur Berechnung der 3 Freiwerte  $A, D$  und  $a_2$  mit

$$A \cos \alpha + D \sin \alpha - a_2 \frac{2c_1 + 3c_2}{12c_2 \mathfrak{Cof} \alpha} = -\frac{\mathfrak{J}_0}{2\alpha} (\cos \alpha + \sin \alpha) \tag{40a}$$

$$(A+D) \cos \alpha - (A-D) \sin \alpha - a_2 \frac{1}{2\alpha \mathfrak{Cof} \alpha} = \frac{\mathfrak{J}_0}{\alpha} \left( \frac{1}{\mathfrak{Cof} \alpha} - \cos \alpha \right) \tag{40b}$$

$$\begin{aligned}
& (A + D) \left\{ c_1 [\alpha (\cos \alpha + \sin \alpha) - \sin \alpha] \right. \\
& + \frac{c_2}{2\alpha^2} [\alpha^3 (\cos \alpha + \sin \alpha) - 3\alpha^2 \sin \alpha - 3\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) + 3 \cos \alpha] \left. \right\} \\
& + (A - D) \left\{ c_1 [\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) - \cos \alpha] \right. \\
& + \frac{c_2}{2\alpha^2} [\alpha^3 (\cos \alpha - \sin \alpha) - 3\alpha^2 \cos \alpha + 3\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) - 3 \sin \alpha] \left. \right\} \\
& - a_2 \frac{\alpha}{3 \mathfrak{Cof} \alpha} \left( c_1 + \frac{3}{10} c_2 \right) \\
= & \frac{\alpha \mathfrak{J}_0}{\mathfrak{Cof} \alpha} \left[ c_1 + \frac{c_2}{4} \left( 1 + \frac{6c_2}{\alpha^4} \right) \right] \\
& - \frac{c_1 \mathfrak{J}_0}{\alpha} [\alpha (\cos \alpha + \sin \alpha) - \sin \alpha] \\
& - \frac{c_2 \mathfrak{J}_0}{2\alpha^3} [\alpha^3 (\cos \alpha + \sin \alpha) - 3\alpha^2 \sin \alpha - 3\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) + 3 \cos \alpha] \quad (40c)
\end{aligned}$$

Aus (33c) berechnet sich

$$\frac{X_{az}}{C} = a_2 \frac{l^2}{12 c_2 f}; \quad \text{damit erh\u00e4lt man} \quad a_0 = \mathfrak{J}_0 - \frac{1}{6} \frac{c_1}{c_2} a_2$$

und der von den Unbekannten freie Wert in der ersten der Gleichungen (40) berechnet sich daher mit

$$\mathfrak{J}_0 - a_0 + \frac{a_1}{4} = \frac{a_2}{12 c_2} (2c_1 + 3c_2)$$

Nun erh\u00e4lt man den Bogenanteil aus (9a) mit

$$\begin{aligned}
z = & - C \left[ A \mathfrak{Cof} \kappa x \cos \kappa x + \frac{\mathfrak{J}_0}{2\alpha} (\mathfrak{Cof} \kappa x \sin \kappa x + \mathfrak{Sin} \kappa x \cos \kappa x) \right. \\
& \left. + D \mathfrak{Sin} \kappa x \sin \kappa x + \frac{a_2 C}{6 c_2} \left[ c_1 + 6c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \right] \quad (41)
\end{aligned}$$

Daraus berechnen sich die Werte  $z$  an den Grenzen des integrierten Gebietes mit

$$z(0) = C \left( \frac{a_2 c_1}{6 c_2} - A \right) \quad (42)$$

$$z\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{a_2 C}{12 c_2} (2c_1 + 3c_2)$$

$$- C \left[ A \mathfrak{Cof} \alpha \cos \alpha + \frac{\mathfrak{J}_0}{2\alpha} (\mathfrak{Cof} \alpha \sin \alpha + \mathfrak{Sin} \alpha \cos \alpha) + D \mathfrak{Sin} \alpha \sin \alpha \right] = 0 \quad (43)$$

Unter Ber\u00fccksichtigung, da\u00df bei gr\u00f6\u00dfere  $\alpha$  wieder  $\mathfrak{Cof} \alpha = \mathfrak{Sin} \alpha$  ist, kann daf\u00fcr auch die vereinfachte Gleichung

$$z\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{a_2 C}{12 c_2} (2c_1 + 3c_2) - C \mathfrak{Cof} \alpha \left[ A \cos \alpha + \frac{\mathfrak{J}_0}{2\alpha} (\cos \alpha + \sin \alpha) + D \sin \alpha \right] = 0 \quad (43a)$$

benützt werden, wobei die Gleichungen (43) und (43a) nur zur Überprüfung der Rechenergebnisse dienen. Der für die Spannungsverteilung im Bogen wichtige Momentenverlauf ergibt sich nach  $M = -EJ_0 \ddot{v}$  mit

$$M = -2\alpha^2 EJ_0 \left[ D \mathfrak{C} \cos \alpha x \cos \alpha x - \frac{y_0}{2\alpha} (\mathfrak{C} \cos \alpha x \sin \alpha x - \mathfrak{S} \sin \alpha x \cos \alpha x) - A \mathfrak{S} \sin \alpha x \sin \alpha x \right] + 2EJ_0 \frac{a_2}{l^2}; \quad (44)$$

daraus erhält man das Scheitelmoment mit

$$M(0) = M_S = 2\alpha^2 EJ_0 \left( \frac{a_2}{4\alpha^2} - D \right) \quad (45)$$

und das Kämpfermoment mit

$$M\left(\frac{l}{2}\right) = M_K = 2\alpha^2 EJ_0 \left[ -D \mathfrak{C} \cos \alpha \cos \alpha + \frac{y_0}{2\alpha} (\mathfrak{C} \cos \alpha \sin \alpha - \mathfrak{S} \sin \alpha \cos \alpha) + A \mathfrak{S} \sin \alpha \sin \alpha + \frac{a_2}{4\alpha^2} \right] \quad (46)$$

und nach der gewöhnlich erlaubten Vereinfachung

$$M_k = 2\alpha^2 EJ_0 \left\{ \mathfrak{C} \cos \alpha \left[ -D \cos \alpha - \frac{y_0}{2\alpha} (\cos \alpha - \sin \alpha) + A \sin \alpha \right] + \frac{a_2}{4\alpha^2} \right\} \quad (46a)$$

Als Zahlenbeispiel sei wieder die Brücke über den Lot bei Villeneuve herangezogen, deren Bogen nach SÉJOURNÉ allerdings die einer Gleichung 6. Grades entsprechende Achse

$$y = 0,47619 \left(\frac{x}{10}\right)^2 \left[ 1 + 0,00681819 \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 0,0000161006 \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$$

hat, deren strenge Berücksichtigung eine weitere Verwicklung der Rechnung bedeuten würde. Es ist daher der Rechnung die Stützlinie des Bogens mit der parabolisch veränderlichen Belastung

$$q = q_0 + (q_k - q_0) \left[ 1 - 4 \left(\frac{x}{l}\right)^2 \right] \quad (47)$$

zu Grunde gelegt worden, wobei  $q_0$  und  $q_1$  das gesamte Eigengewicht der Brücke im Scheitel bzw. im Kämpfer umfaßt, das überschlägig berechnet wurde. Man bekommt damit nach MELAN<sup>6)</sup>

$$y = f \left[ 1 - \frac{24q_0}{5q_0 + q_k} \left(\frac{x}{l}\right)^2 - \frac{16(q_k - q_0)}{5q_0 + q_k} \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right] \quad (48)$$

so daß sich

$$c_1 = 24 \frac{q_0}{5q_0 + q_k} \quad \text{und} \quad c_2 = 16 \frac{q_k - q_0}{5q_0 + q_k} \quad (49)$$

ergibt. Mit  $q_0 = 16,50$  t/m und  $q_1 = 35,90$  t/m berechnet sich daher  $c_1 = 3,3446$  und  $c_2 = 2,6216$ . Die Werte  $\alpha$  und  $\alpha$ , die dem Wert  $C = 2850$  entsprechen, verändern sich gegenüber der vorherigen Rechnung nicht, so daß es nun möglich ist, den Gleichungssatz (40) nach den Unbekannten  $A$ ,

<sup>6)</sup> J. MELAN, Der Brückenbau, II. Bd., 3. Aufl. Wien 1924, Verlag F. Deuticke.

$D$  und  $a_0$  aufzulösen, wobei wieder  $\vartheta_0 = 0,002$  m angenommen wurde. Man erhält

$$\begin{aligned} A &= -0,00015146 \\ D &= -0,00015757 \\ a_2 &= +0,00263661. \end{aligned}$$

Zunächst ist der durch  $\vartheta_0 = 0,002$  m ausgelöste Bogenschub  $X_{az}$  von Interesse. Er ergibt sich aus (33) mit

$$X_{az} = \frac{Ca_2 l^2}{12c_2 f} = \frac{2850 \cdot 0,00263661 \cdot 96,86^2}{12 \cdot 2,621622 \cdot 13,05} = 171,72 \text{ t};$$

er hat sich gegenüber dem bei parabolischer Bogenachse, der bei der gleichen Absenkung 295,81 t betragen hatte, wesentlich vermindert, wofür jedenfalls die größere Verbiegung verantwortlich zu machen ist. Auch der Bogenanteil geht wesentlich zurück; er ist in Abb. 9 dargestellt, die gleichzeitig

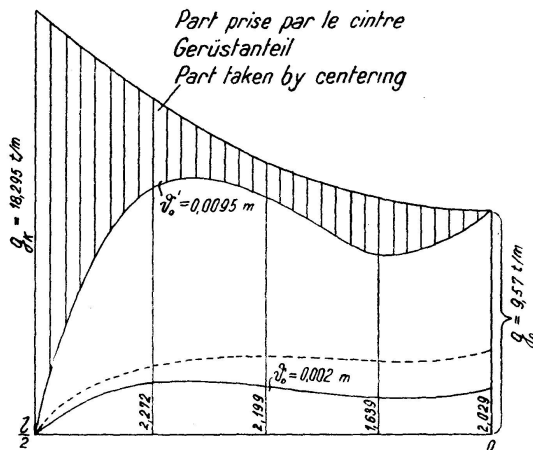


Fig. 9

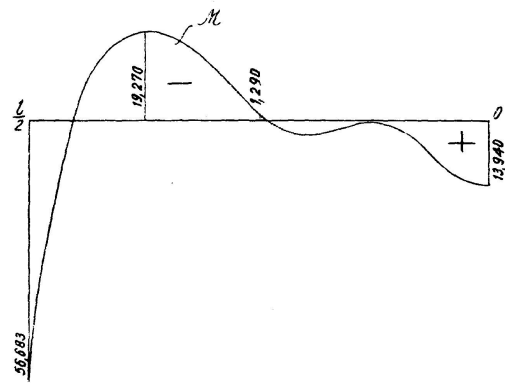


Fig. 10

erkennen läßt, daß bei der angenommenen dreieckigen Absenkung die erstrebte schichtenweise Ausrüstung nicht erreicht wird. Die Entlastung im Kämpfer bleibt weit zurück und es liegt dort noch ein wesentlicher Teil des Bogengewichtes auf dem Gerüst, wenn im Scheitel die Ausrüstung bereits vollendet ist. Das Wölbgewicht im Scheitel war  $g_0 = 9,58$  t, so daß eine Scheitelsenkung

$$\vartheta'_0 = 0,002 \cdot \frac{9,58}{2,03} = 0,0095 \text{ m} = 9,5 \text{ mm}$$

notwendig ist, um den Bogen im Scheitel vom Gerüst zu lösen; bei parabolischer Bogenachse hatte dieser Wert lediglich 5,2 mm betragen. Der zu  $\vartheta'_0 = 9,5$  mm gehörige Bogenschub beträgt 816 t gegenüber dem Stützlinienbogenschub von 931,16 t. Bei der Ausrüstung des Scheitels ist daher bereits der wesentliche Teil des Bogenschubes entstanden, da die noch fehlende Belastung in der Kämpfergegend, die noch auf dem Gerüst liegt, den Bogenschub nur noch wenig vergrößert. Das ist von außerordentlicher Wichtigkeit, da der Bogenschub die notwendige Längskraft im Bogen herstellt, um die zusätzlichen Biegemomente ohne Auftreten von Zugspannungen aufnehmen zu können. Aus dem Vergleich der beiden Untersuchungen folgt jedenfalls der Schluß, daß es notwendig ist, die wirkliche Bogenachse so gut als möglich in der Rechnung zu berücksichtigen; die Parabel liefert

noch keinen befriedigenden Einblick in die Verhältnisse. Fig. 10 zeigt den zur angenommenen Absenkungsstufe zugehörigen Momentenverlauf.

Es entsteht die Frage, wie einer wirklichen schichtenmäßigen Entlastung näherzukommen wäre. Am einfachsten wäre dies wohl zu erreichen durch Verlassen der dreieckigen Absenkung und Benützung einer Absenkungslinie, welche sich bereits der Parabel nähert. Außerdem wird es vielleicht günstig sein, auch im Kämpfer das Gerüst leicht abzusenken, um dort das Verlagern des Gewölbegewichtes in den Bogen zu erzielen. Rechnungsmäßig ist der Einfluß einer solchen Absenkungslinie jedoch schwer zu verfolgen, da mit Rücksicht auf  $\eta\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  ein Wert  $\vartheta\left(\frac{l}{2}\right) > 0$  theoretisch unmittelbar eine Lösung von Bogen und Gerüst bedeutet, die die Anwendung der vorliegenden Untersuchung ausschließt. Diese wichtige Frage der richtigen Absenkungslinie  $\vartheta$  wird auf Grund der entwickelten theoretischen Zusammenhänge noch einer Klärung zugeführt werden müssen.

### B. Das Ausrüsten des Bogens erfolgt nach dem Gewölbespreizverfahren.

Durch einen bestimmten Betrag des Anhebens der Pressen entsteht ein Bogenanteil  $z(u)$  und es ist bei dem Pressendruck  $H_{Pr}$ , der mit der Außer-mittigkeit  $e$  im Bogenscheitel wirkt, das Moment im bogenartig geformten, statisch bestimmten Kragträger (Fig. 11)

$$M = H_{Pr}(e + f - y) - \int_0^x z(u) du (x - u). \quad (50)$$

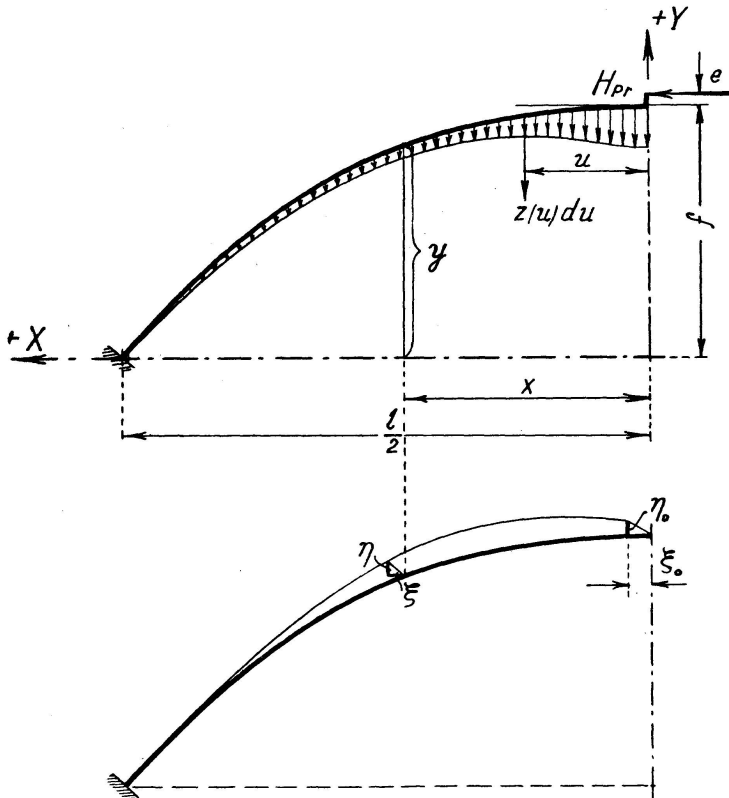


Fig. 11



Vernachlässigt man wieder den Einfluß der Längskräfte auf die Verformung und auch die durch die Zusammendrückung des Bogens bedingte Reibung zwischen Bogen und Gerüst, dann kann man wieder von der gekürzten Differentialgleichung (6) für die elastische Linie eines gekrümmten Trägers ausgehen und man erhält mit  $J \cos \varphi = J_0$

$$EJ_0 \ddot{\eta} = -H_{Pr}(e + f - y) + \int_0^x z(u)(x - u) du. \quad (51)$$

Durch Differentiation dieser Gleichung, wobei darauf zu achten ist, daß  $x$  auch an den Grenzen des bestimmten Integrals vorkommt, erhält man

$$EJ_0 \ddot{\eta} = +H_{Pr} \dot{y} + z(x)(x - x) + \int_0^x z(u) du$$

und bei nochmaliger Anwendung dieser Rechenoperation

$$EJ_0 \ddot{\eta} = +H_{Pr} \ddot{y} + z(x). \quad (52)$$

Beachtet man, daß die Rückfederung des Gerüsts  $\vartheta$  auf Grund der getroffenen Annahmen der Entlastung  $z(x)$  verhältnismäßig sein muß, dann ist nach (9a)

$$\vartheta = \frac{z(x)}{C}$$

So lange Gerüst und Bogen lückenlos beisammen bleiben, so lange daher an keiner Stelle eine Ausrüstung stattgefunden hat, muß

$$\vartheta = -\eta \quad (53)$$

sein, da mit Rücksicht auf das gewählte Bezugssystem  $\eta$  positiv ist, wenn es eine Senkung des Bogens bedeutet. Damit erhält man aus (52) als Differentialgleichung zur Berechnung von  $\eta$

$$\ddot{\eta} + \frac{C}{EJ_0} \eta = + \frac{H_{Pr}}{EJ_0} \ddot{y}. \quad (54)$$

In die Lösung dieser Gleichung treten vier Freiwerte ein, während mit Rücksicht auf die statische Bestimmtheit der tragenden Anordnung (Kragträger) die Berechnung des Bogenschubes entfällt. Zur Berechnung der 4 freien Werte stehen die 4 Randbedingungen für  $\eta$

$$\left. \begin{array}{l} 1. \quad \eta\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \\ 2. \quad \dot{\eta}\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \\ 3. \quad \ddot{\eta}(0) = -\frac{e H_{Pr}}{EJ_0} = \varepsilon \\ 4. \quad \ddot{\eta}(0) = 0 \end{array} \right\} \quad (55)$$

zur Verfügung. Die Randbedingungen für  $\eta$  reichen daher hier zur Bestimmung der 4 Freiwerte aus, so daß  $\eta$ , ohne auf die waagrechte Verschiebung  $\xi$  einzugehen, bestimmt werden kann. Die Bedingung  $\dot{\eta}(0) = 0$ , die den stetigen Zusammenhang der beiden Bogenhälften sicherstellen würde, ist in den Voraussetzungen der Rechnung nicht begründet; im Gegenteil verlangt

besonders der außermittige Angriff von  $H_{Pr}$ , die Zulassung einer Endtangentialdrehung und die Unterlage muß, da sie ja aus lauter elastisch sich verkürzenden oder verlängernden Stäbchen, welche reibungslos aneinander gleiten können, zusammengesetzt gedacht ist, diese gegenseitige Winkeländerung an der Stelle Null trotz der damit verbundenen Unstetigkeit in der ersten Ableitung ihrer Randbegrenzung mitmachen. Theoretisch schließen daher nach Abschluß der Ausrüstung durch Gewölbespreizung die beiden Bogenhälften unstetig einander. Doch ist dieser Knick in der Bogenachse bei der Größe der durch das Gewölbegewicht allein bedingten Verformung so gering, daß er bei der Berechnung der Spannungsverteilung wohl immer vernachlässigt werden darf. Wie die Verhältnisse bei ganz großen Bögen liegen, könnte erst bei einer Untersuchung des Bogens nach der Theorie 2. Ordnung entschieden werden.

Die waagrechte Verschiebung  $\xi$  erhält man bei längentreuer Verformung wieder aus (12); bei der Integration tritt ein neuer Freiwert  $E$  auf, der aus der einzigen für  $\xi$  anzugebenden Randbedingung  $\xi\left(\frac{l}{2}\right) = 0$  zu berechnen ist.

An der Stelle Null tritt eine waagrechte Verschiebung  $\xi_0$  auf, welche die Größe der bei dem jeweiligen Pressendruck  $H_{Pr}$  auftretende Scheitellücke zu berechnen gestattet. Allerdings wird besonders diese Rechnung mit Unsicherheiten behaftet sein, da sich gerade hier die getroffenen Voraussetzungen (Vernachlässigung der Längskräfte und Vernachlässigung der Reibung zwischen Gerüst und Bogen) maßgeblich auswirken können. Da ihr nur geringes Interesse zukommt, soll aus Platzmangel auf die Wiedergabe derselben verzichtet werden.

Bezeichnet man der Einfachheit halber wieder

$$\frac{C}{EJ_0} = 4\alpha^4$$

dann nimmt (54) die Form

$$\ddot{\eta} + 4\alpha^4 \eta = + \frac{H_{Pr}}{EJ_0} \ddot{y} \quad (56)$$

an. Auf die Lösung nimmt daher die Bogenform maßgeblichen Einfluß.

### 1. Parabolische Bogenachse.

Ist die Bogenachse eine Parabel, dann ist  $\ddot{y} = -\frac{8f}{l^2}$  und die Differentialgleichung (56) nimmt in diesem Sonderfall die einfache Form

$$\ddot{\eta} + 4\alpha^4 \eta = 4\alpha^4 \cdot a_0 \quad (57)$$

an, worin

$$a_0 = -\frac{8f}{l^2} \cdot \frac{H_{Pr}}{c} \quad (57a)$$

bedeutet. Die Lösung von (57) lautet

$$\eta = A \cos \alpha x \cos \alpha x + B \cos \alpha x \sin \alpha x + C \sin \alpha x \cos \alpha x + D \sin \alpha x \sin \alpha x + a_0 \quad (58)$$

Die Ableitungen  $\dot{\eta}$ ,  $\ddot{\eta}$  und  $\ddot{\eta}$  sind aus den Gl. (19), (20) und (21) zu entnehmen, nur ist dort  $a_1 = 0$  zu setzen. Aus  $\ddot{\eta}(0) = 0$  folgt

$$B = C,$$

aus  $\ddot{\eta}(0) = -\frac{e H_{Pr}}{E J_0} = \varepsilon$  erhält man

$$D = \frac{\varepsilon}{2 \chi^2}$$

Die beiden übrigen Randbedingungen liefern mit  $\alpha = \chi \frac{l}{2}$  die beiden Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} -A(\mathfrak{C} \cos \alpha \sin \alpha - \mathfrak{S} \sin \alpha \cos \alpha) + 2B \mathfrak{C} \cos \alpha \cos \alpha + \frac{\varepsilon}{2 \chi^2} (\mathfrak{C} \cos \alpha \sin \alpha + \mathfrak{S} \sin \alpha \cos \alpha) &= 0 \\ A \mathfrak{C} \cos \alpha \cos \alpha + B(\mathfrak{C} \cos \alpha \sin \alpha + \mathfrak{S} \sin \alpha \cos \alpha) + \frac{\varepsilon}{2 \chi^2} \mathfrak{S} \sin \alpha \sin \alpha + a_0 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

die mit den üblichen Vereinfachungen die für die Rechnung leichter zugängliche Form

$$\left. \begin{aligned} A(\cos \alpha - \sin \alpha) + 2B \cos \alpha + \frac{\varepsilon}{2 \chi^2} (\cos \alpha + \sin \alpha) &= 0 \\ A \cos \alpha + B(\cos \alpha + \sin \alpha) + \frac{\varepsilon}{2 \chi^2} \sin \alpha + \frac{a_0}{\mathfrak{C} \cos \alpha} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

annehmen.

Der Gewölbanteil  $z$  berechnet sich beim Pressendruck  $H_{Pr}$  nach

$$z = -C \eta$$

mit

$$\begin{aligned} z = -C \left[ A \mathfrak{C} \cos \chi x \cos \chi x + B(\mathfrak{C} \cos \chi x \sin \chi x + \mathfrak{S} \sin \chi x \cos \chi x) \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon}{2 \chi^2} \mathfrak{S} \sin \chi x \sin \chi x \right] + \frac{8f}{l^2} H_{Pr} \end{aligned} \quad (61)$$

so daß

$$z(0) = -AC + \frac{8f}{l^2} H_{Pr} \quad (62)$$

und

$$\begin{aligned} z\left(\frac{l}{2}\right) = -C \left[ A \mathfrak{C} \cos \alpha \cos \alpha + B(\mathfrak{C} \cos \alpha \sin \alpha + \mathfrak{S} \sin \alpha \cos \alpha) + \frac{\varepsilon}{2 \chi^2} \mathfrak{S} \sin \alpha \sin \alpha \right] \\ + \frac{8f}{l^2} H_{Pr} = 0. \end{aligned} \quad (63)$$

Mit den bei großem  $\alpha$  zulässigen Vereinfachungen bekommt man mit genügender Annäherung

$$z\left(\frac{l}{2}\right) = -C \mathfrak{C} \cos \alpha \left[ A \cos \alpha + B(\cos \alpha + \sin \alpha) + \frac{\varepsilon}{2 \chi^2} \sin \alpha \right] + \frac{8f}{l^2} H_{Pr} = 0 \quad (64)$$

wobei zu beachten ist, daß die beiden Gleichungen (63) und (64) wieder nur zur Überprüfung der gewonnenen Rechenergebnisse dienen. Den Verlauf der Biegemomente beim Pressendruck  $H_{Pr}$  erhält man nach

$$M = -E J_0 \ddot{\eta}$$

$$\text{mit } M = -2\kappa^2 EJ_0 \left[ \frac{\varepsilon}{2\kappa^2} \mathfrak{C} \cos \kappa x \cos \kappa x - B(\mathfrak{C} \sin \kappa x \sin \kappa x - \mathfrak{S} \cos \kappa x \cos \kappa x) - A \mathfrak{S} \sin \kappa x \sin \kappa x \right]. \quad (65)$$

An der Stelle Null muß sich der in den Randbedingungen berücksichtigte Wert  $M(0) = eH_{Pr}$  ergeben. Als Überprüfung der Rechnung muß daher

$$eH_{Pr} = -2\kappa^2 EJ_0 \cdot \frac{\varepsilon}{2\kappa^2} = -\varepsilon EJ_0 = eH_{Pr}$$

sein. Das Kämpfermoment  $M_k$  berechnet sich nach

$$M_k = -2\kappa^2 EJ_0 \left[ \frac{\varepsilon}{2\kappa^2} \mathfrak{C} \cos \alpha \cos \alpha - B(\mathfrak{C} \sin \alpha \sin \alpha - \mathfrak{S} \cos \alpha \cos \alpha) - A \mathfrak{S} \sin \alpha \sin \alpha \right] \quad (66)$$

und mit den bei großen Spannweiten zulässigen Vereinfachungen nach

$$M_k = -2\kappa^2 EJ_0 \mathfrak{C} \cos \alpha \left[ \frac{\varepsilon}{2\kappa^2} \cos \alpha + B(\cos \alpha - \sin \alpha) - A \sin \alpha \right] \quad (67)$$

Die Brücke über den Lot bei Villeneuve ist in Wirklichkeit durch Anheben mit Pressen ausgerüstet worden. SÉJOURNÉ gibt leider nicht an, bei welchem Pressendruck zuerst eine Lösung des Bogens im Scheitel beobachtet worden ist, so daß eine Überprüfung der Rechnung durch die Erfahrung nicht möglich ist.

Bei der Nachrechnung des Vorganges mit Hilfe der eben entwickelten Gleichung bleiben  $\kappa$  und  $\alpha$  in ihrer früher benützten Größe erhalten.

Nimmt man einen Pressendruck von  $H_{Pr} = 400$  t an, der mit einer Außermittigkeit von  $e = 0,1$  m im Scheitel angreifen soll, dann ist

$$\varepsilon = -\frac{eH_{Pr}}{EJ_0} = -\frac{40}{3\,000\,000 \cdot 0,76216} = -0,00001749,$$

$$\frac{\varepsilon}{2\kappa^2} = -\frac{0,00001749}{2 \cdot 0,13253^2} = -0,00049801;$$

$a_0$  berechnet sich nach (57a) mit  $a_0 = -0,00156180$ . Damit ist es möglich, die Gleichungen (60) anzuschreiben und aufzulösen. Man erhält

$$A = -0,00048772$$

$$B = +0,00049357.$$

Damit kann nun der Verlauf des Bogenanteiles  $z$  und der zugehörigen Biegemomente berechnet werden. Er ist in Fig. 12 dargestellt. Wie zu erwarten war, bleibt auch hier die Entlastung in der Kämpfergegend zurück, während die Entlastung im Scheitel sehr rasch und wirksam ist. Bei

$$H'_{Pr} = H_{Pr} \cdot \frac{g_0}{z(0)} = 400 \cdot \frac{9,570}{5,841} = 656 \text{ t}$$

ist der Scheitel ausgerüstet. Bei Überschreiten von  $H_{Pr}$  bildet sich dort eine Lücke, welche es ausschließt, die Vorgänge weiter mit Hilfe der entwickelten Rechnung zu verfolgen. Der Stützliniens Schub aus dem Gewölbegewicht allein war  $H_{0w} = 931$  t, so daß noch 275 t fehlen, die dem in diesem Augenblick noch auf dem Gerüst liegenden Teil des Gewölbegewichtes entsprechen.

Die auftretenden Biegemomente sind bei der gleichzeitigen Wirkung der durch  $H_{Pr}$  bedingten Längskräfte ungefährlich. Fig. 13 zeigt ihren Verlauf.

Bevor weitere Schlüsse über den Ausrüstungsvorgang gezogen werden, soll die Berücksichtigung der wirklichen Bogenachse bei der Berechnung von  $z$  erfolgen.

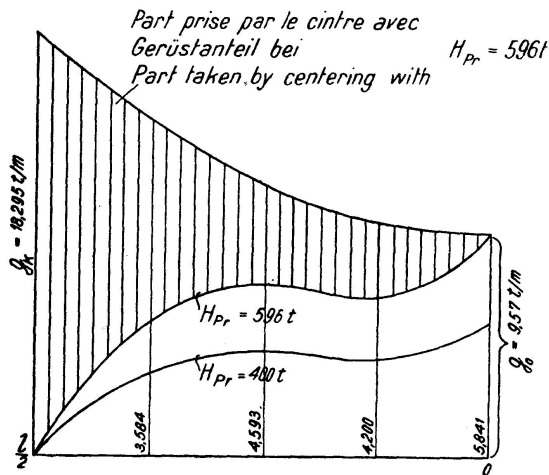


Fig. 12

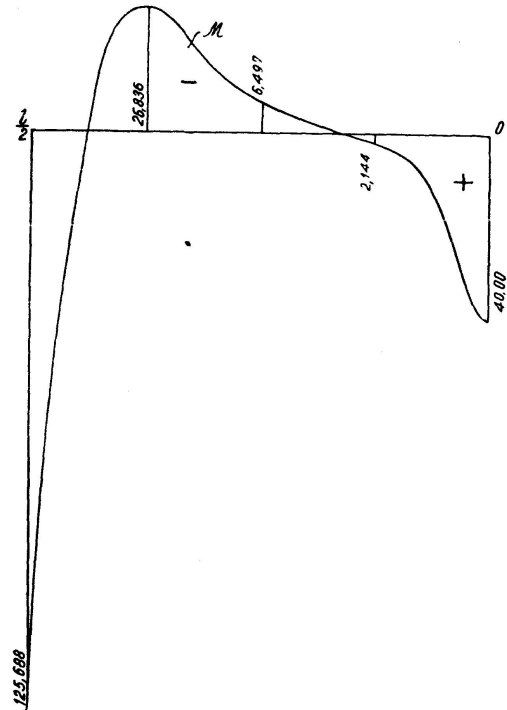


Fig. 13

## 2. Die Bogenachse ist die Stützlinie aus der ständigen Last.

Mit der Bogenachse nach Gl. (31) ist

$$\ddot{y} = -\frac{2f}{l^2} \left[ c_1 + 6c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right]$$

und die Differentialgleichung (56) nimmt die Form

$$\ddot{\eta} + 4\kappa^4 \eta = 4\kappa^4 \left[ a_0 + a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \quad (68)$$

an, wobei

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= -\frac{2c_1 f}{l^2} \frac{H_{Pr}}{C} \\ a_2 &= -\frac{12c_2 f}{l^2} \frac{H_{Pr}}{C} \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

bedeutet. Das partikuläre Integral dieser Gleichung lautet

$$\eta_1 = a_0 + a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2,$$

seine Ableitungen

$$\dot{\eta}_1 = \frac{2a_2}{l} \left( \frac{x}{l} \right), \quad \ddot{\eta}_1 = \frac{2a_2}{l^2}, \quad \dddot{\eta}_1 = 0;$$

damit berechnet sich nun

$$\eta = A \mathfrak{C} \cos \kappa x + B \mathfrak{C} \sin \kappa x + C \mathfrak{S} \cos \kappa x + D \mathfrak{S} \sin \kappa x + a_0 + a_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2. \quad (69)$$

Die Gleichungen für  $\eta$ ,  $\dot{\eta}$  und  $\ddot{\eta}$  können leicht aus den in (19), (20) und (21) angeschriebenen und den oben angegebenen Ableitungen des partikulären Integrales zusammengestellt werden. Man erhält aus  $\ddot{\eta}(0) = 0$  wieder

$$B = C,$$

aus  $\dot{\eta}(0) = \varepsilon$

$$D = \frac{1}{2 \kappa^2} \left( \varepsilon - \frac{2 a_2}{l^2} \right). \quad (76)$$

In den folgenden Rechnungen wird  $D$  stehen gelassen und als bekannte Größe angesehen. Aus den restlichen beiden Bedingungen folgen ähnlich wie früher die beiden Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} A \mathfrak{C} \cos \alpha + B (\mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{S} \cos \alpha) + D \mathfrak{S} \sin \alpha + a_0 + \frac{a_2}{4} &= 0 \\ -A (\mathfrak{C} \sin \alpha - \mathfrak{S} \cos \alpha) + 2B \mathfrak{C} \cos \alpha + D (\mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{S} \cos \alpha) + \frac{a_2}{2\alpha} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

deren Auflösung bei großen Werten von  $\alpha$  auf Schwierigkeiten stößt. Sie lassen sich unter den bereits angeführten, die Genauigkeit der Rechnung kaum beeinflussenden Näherungen durch die beiden Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{C} \cos \alpha [A \cos \alpha + B (\cos \alpha + \sin \alpha) + D \sin \alpha] + a_0 + \frac{a_2}{4} &= 0 \\ \mathfrak{C} \cos \alpha [A (\cos \alpha - \sin \alpha) + 2B \cos \alpha + D (\cos \alpha + \sin \alpha)] + \frac{a_2}{2\alpha} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

ersetzen. Wie bereits ausgeführt, ist bei der Ermittlung des Bogenanteiles  $z$  und des Momentenverlaufes  $M$  ein Eingehen auf die waagerechten Verschiebungen nicht notwendig. Es ist nun

$$z = -C \eta = -C [A \mathfrak{C} \cos \kappa x + B (\mathfrak{C} \sin \kappa x + \mathfrak{S} \cos \kappa x) + D \mathfrak{S} \sin \kappa x] + H_{Pr} \cdot \frac{2f}{l^2} \left[ c_1 + 6c_2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right]. \quad (79)$$

daraus berechnet sich

$$z(0) = -CA + \frac{2c_1 f}{l^2} H_{Pr} \quad \text{und} \quad (80)$$

$$z\left(\frac{l}{2}\right) = -C [A \mathfrak{C} \cos \alpha + B (\mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{S} \cos \alpha) + D \mathfrak{S} \sin \alpha] + \frac{f}{l^2} H_{Pr} (2c_1 + 3c_2) = 0$$

bezw.

$$z\left(\frac{l}{2}\right) = -C \mathfrak{C} \cos \alpha [A \cos \alpha + B (\cos \alpha + \sin \alpha) + D \sin \alpha] + \frac{f}{l^2} H_{Pr} (2c_1 + 3c_2) = 0,$$

die wieder lediglich zur Prüfung der Rechenergebnisse zu benützen sind. Die Momentenverteilung erhält man aus

$$M = -2\lambda^2 EJ_0 \left[ D \cos \lambda x \cos \lambda x - B (\cos \lambda x \sin \lambda x - \sin \lambda x \cos \lambda x) - A \sin \lambda x \sin \lambda x + \frac{a_2}{4\alpha^2} \right]; \quad (81)$$

daraus berechnet sich

$$M_s = -2\lambda^2 EJ_0 \left( D + \frac{a_2}{4\alpha^2} \right) = -2\lambda^2 EJ_0 \left[ \frac{1}{2\lambda^2} \left( \varepsilon - \frac{2a_2}{l^2} \right) + \frac{a_2}{4\alpha^2} \right] = e H_{Pr};$$

ein Wert, der in die Randbedingungen eingeführt worden ist und

$$M_k = -2\lambda^2 EJ_0 [D \cos \alpha \cos \alpha - B (\cos \alpha \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha) - A \sin \alpha \sin \alpha] + \frac{3}{8} \frac{c_2 f}{\alpha^4} \cdot H_{Pr} \quad (82)$$

und mit den üblichen Vereinfachungen

$$M_k = -2\lambda^2 EJ_0 \cos \alpha [D \cos \alpha + B (\cos \alpha - \sin \alpha) - A \sin \alpha] + \frac{3}{8} \frac{c_2 f}{\alpha^4} H_{Pr} \quad (82a)$$

Die Ermittlung der waagerechten Verschiebung  $\xi$  ist nur dann notwendig, wenn man die bei einem gegebenen Pressendruck  $H_{Pr}$  entstehende Scheitellücke berechnen will. Es ist bereits erwähnt worden, daß dieser Rechnung unter den getroffenen Voraussetzungen (Vernachlässigung des Einflusses der Längskraft) keine besondere Bedeutung zukommt.

Um den Einfluß der Abweichung der wirklichen Bogenachse von der Parabel zu übersehen, wird der folgenden Rechnung wieder die Stützlinie der gesamten ständigen Last zu Grunde gelegt, deren Gleichung in (31) angegeben worden ist. Die Zahlen  $c_1$  und  $c_2$  hatten sich mit  $c_1 = 3,34459$  und  $c_2 = 2,62162$  ergeben. Zunächst erhält man nach (69)

$$a_0 = - \frac{2 \cdot 3,34459 \cdot 13,05}{96,86^2} \cdot \frac{400}{2850} = - 0,00130590$$

$$a_2 = - \frac{12 \cdot 2,62162 \cdot 13,05}{96,86^2} \cdot \frac{400}{2850} = - 0,00614169;$$

damit bekommt man nach (76)

$$D = \frac{1}{2 \cdot 0,13153^2} \cdot \left( - 0,0000174942 + \frac{2 \cdot 0,00614169}{96,86^2} \right) = - 0,0004606.$$

Damit können wieder die Gleichungen (78) angeschrieben und aufgelöst werden; man bekommt daraus

$$A = - 0,00044368$$

$$B = + 0,00045409,$$

womit nun die Verteilung des Bogenanteils  $z$  und der zu  $H_{Pr} = 400$  t Pressendruck gehörigen Biegemomentenverteilung im Bogen berechnet werden kann. Das Rechenergebnis ist in den Fig. 14 und 15 zusammengestellt. Was die

Durchführung der Zahlenrechnungen anbetrißt, so sei bemerkt, daß die Fehlerempfindlichkeit umso größer wird, je weiter man sich vom Bogenscheitel entfernt, weil dann die Werte  $\cos \alpha$  und  $\sin \alpha$  immer größer werden und in den zur Verfügung stehenden Tafeln nur Ziffern mit wenig Dezimalstellen angegeben sind; da im Verlauf der Rechnung die Differenzen dieser Funktionen zu bilden sind, entsteht eine beträchtliche Fehlerempfindlichkeit der Rechnung, die sich besonders in den Werten  $M$  auswirkt und die zur Folge hat, daß besonders der Wert  $M_k$  nur dann verhältnismäßig richtig zu bestimmen ist, wenn man viel Ziffern bei der Rechnung mitnimmt und den Wert  $\cos \alpha$  so genau als möglich in die Rechnung einführt.

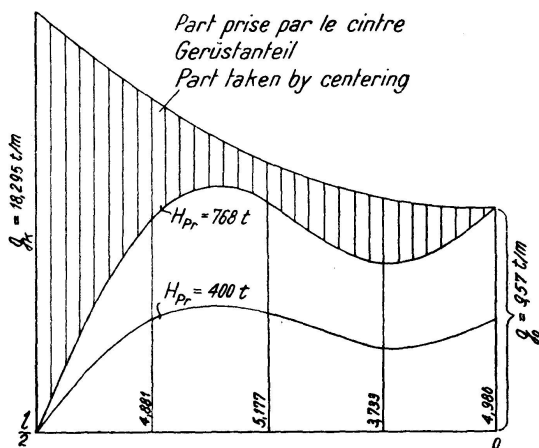


Fig. 14

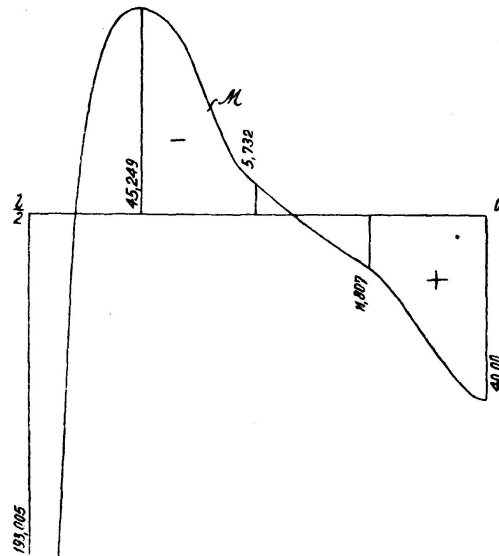


Fig. 15

Was das Rechenergebnis anbetrißt, so sieht man wieder die übliche Erscheinung, daß wohl bereits früh der Scheitel ausgerüstet wird, daß jedoch das Bogengewicht im Kämpfer auf dem Gerüst liegen bleibt und auch durch Steigerung des Pressendruckes von dort nicht entfernt werden kann. Dabei ist zu bemerken, daß dem vorliegenden Rechenergebnis noch keine endgültige Bedeutung insofern zukommt, als die zweifellos beträchtliche Reibung zwischen Gerüst und Bogen noch nicht beim Aufbau der Differentialgleichung angesetzt worden ist. Diese Reibung muß die schon hier beobachtete Erscheinung, daß sich die wirkliche Ausrüstung nur auf die Scheitelgegend erstreckt, noch weitgehend verstärken. Beobachtungen bei der Ausrüstung der Aare-Brücke der neuen Lorraine-Linie der SBB in Bern<sup>7)</sup> haben gezeigt, daß in größerem Abstand vom Pressenansatz der Pressendruck sogar infolge der Reibung statt in den Bogen in das Gerüst zu gehen scheint und dieses zusammenpreßt.

Mit gewissen Vereinfachungen wird es vielleicht möglich sein, diese Reibung im Aufbau der Ausgangs-Differentialgleichungen zu berücksichtigen; erst dann wird man in der Lage sein, zu übersehen, ein wie großer Teil des Gewölbegewichtes im Kämpfer durch Ausrüsten mit den Pressen im Scheitel nicht erfaßt werden kann und der erst frei wird, wenn man daran geht, das Gerüst wegzuräumen. Auf Grund dieser Beobachtungen wird wahrscheinlich das geeignetste Ausrüstungsverfahren bei größeren Brücken

<sup>7)</sup> Schweizer Bauzeitung, Bd. 116, S. 95.



eine Verknüpfung von Spreizen mit Absenken des Gerüsts sein; man wird zuerst spreizen und um ein allmähliches Eintragen des Gewölbegewichtes in der Umgebung des Kämpfers zu erzielen, wird es sich empfehlen, das Gerüst trotz alledem auf Ausrüstungsvorrichtungen zu setzen, um es nach erfolgter Spreizung allmählich absenken zu können.

Das Gewölbespreizverfahren hat seine besonderen Vorzüge bei weit gespannten Brücken, wo es gleichzeitig eine Spannungsregulierung ermöglicht, die besonders dann notwendig ist, wenn der Bogen in einzelnen Ringen hergestellt wird. Dann ist der obere Ring aus dem Wölbgewicht praktisch spannungsfrei und es sind positive Momente besonders im Scheitel und im Kämpfer notwendig, um ihn entsprechend in Spannung zu versetzen und den unteren Ring zu entlasten. Wie die Fig. 13 und 15 erkennen lassen, entstehen beim Spreizen solche positive Momente, die die geforderte Wirkung haben. Bei großen Spannweiten, deren Bögen in Ringen gewölbt worden sind, wird man daher auf das Spreizverfahren trotz seiner offensichtlichen Nachteile nicht verzichten können. Durch Änderungen der Auermittigkeit hat man es außerdem in der Hand, sowohl die Ausrüstung als auch die Spannungsregulierung gewissen Forderungen anzupassen.

Wie bereits erwähnt, bedarf die Untersuchung in mehrfacher Hinsicht einer Erweiterung. Bemerkt sei jedoch, daß sie in der vorliegenden Form nur auf unterstützte Gerüste angewendet werden darf. Freitragende Gerüste folgen anderen Formänderungsgesetzen und die Untersuchung der entsprechenden Vorgänge bei freitragenden Gerüsten bleibt daher ebenfalls noch offen.

### **Zusammenfassung.**

In den vorstehenden Ausführungen wird der Versuch unternommen, den Ausrüstungsvorgang schrittweise zu verfolgen. Dabei spielt die Rückfederung des Gerüsts eine wichtige Rolle, da erst dann eine Lösung des Bogens vom Gerüst erfolgen kann, wenn die Absenkung größer wird als die Durchbiegung im Bogen, vermehrt um die „Aufatmung“ des Gerüsts infolge der gleichzeitig damit entstehenden Entlastung. Ebenso kann beim Gewölbespreizverfahren diese Trennung erst erfolgen, wenn die Anhebung größer wird als die „Aufatmung“. Um die Rückfederung des Gerüsts einer einfachen rechnerischen Behandlung zugänglich zu machen, wird seine Verformung durch eine Bettungsziffer  $C$  beschrieben. Die Zulässigkeit dieser Auffassung wird eingehend begründet.

Die Rechnung wird getrennt für den Fall einer Absenkung des Gerüsts und für das Gewölbespreizverfahren durchgeführt. Die Ausgangsgleichungen haben zwar den gleichen Typus, doch unterscheiden sich die beiden Aufgaben wesentlich in den Randbedingungen. Dem Absenkungsverfahren des Gerüsts ist die übliche dreieckige Absenkungslinie zu Grunde gelegt. Die Bogenachse wird einmal als Parabel und einmal als Kurve vierter Ordnung angenommen. Der Einfluß der Form der Bogenachse ist beträchtlich.

Sowohl das Absenkungsverfahren mit dreieckiger Absenkungslinie als auch das Gewölbespreizverfahren befriedigen in statischer Hinsicht. Die Entlastung beginnt bei beiden Verfahren im Scheitelbereich, während in der Kämpfergegend damit das Wölbgewicht nicht aus dem Gerüst in den Bogen zu bringen ist. Infolge der großen Scheitelbelastung treten frühzeitig große Gewölbeschübe auf, welche die auftretenden Biegemomente unschädlich machen.

### Résumé.

Ce mémoire contient une première étude des phases successives du décintrage. La rétractilité du cintre y joue un rôle important, car un décollage du cintre n'est possible qu'au moment où la flèche, due au décintrage, devient plus grande que celle de la voûte augmentée de la «respiration» du cintre due à son allègement du fait même du décintrage. De même, par le procédé «d'expansion de la voûte», cette séparation ne peut avoir lieu qu'au moment où l'élévation de la voûte dépasse la «respiration» du cintre. Dans le but d'établir un calcul simple de la rétractilité du cintre, on caractérisera sa déformation par un coefficient de tassement  $C$ . La légitimité de cette interprétation sera duement motivée au cours de ce travail.

Les calculs ont été établis séparément pour le cas du décintrage et pour celui de «l'expansion de la voûte». Malgré que les équations initiales soient de même nature, les deux problèmes diffèrent essentiellement par leurs conditions aux limites. Le décintrage est basé sur la notion habituelle de «ligne triangulaire de décintrage». L'axe de la voûte est donné une fois par une parabole, une autre fois par une courbe du 4ème degré. L'influence exercée par la forme de l'axe de la voûte est considérable.

Du point de vue statique, le décintrage à «ligne triangulaire» aussi bien que la méthode «d'expansion de la voûte» donnent toute satisfaction. Pour les deux procédés, l'allègement commence dans la zone du sommet de la voûte, tandis que dans l'entourage des culées, il n'est pas possible de libérer le cintre du poids de la voûte. La charge considérable du sommet engendre très tôt de fortes poussées horizontales qui annulent l'effet défavorable des moments fléchissants dus au décintrage.

### Summary.

In this paper an endeavour is made to study the successive phases occurring when removing the centering from an arch. The retractility of the centering then plays an important part, since the arch can only separate from the centering when the sinking of the centering is greater than the deflection in the arch plus the "breathing" of the centering in consequence of its being at the same time relieved of load. In exactly the same way, when the method of raising the arch is employed, separation can only occur when the rise of the arch is greater than the rise of the centering because of the "breathing". In order to make the retractility of the centering amenable to calculation, its deformation is expressed by a bedding coefficient  $C$ . In the course of the paper the legitimacy of this method is demonstrated.

The calculation is made separately for the case of lowering the centering and for the case of raising the arch. The initial equations are in fact of the same type, but the two problems differ essentially in the limiting conditions. The sinking process is based on the usual triangular sinking line. The axis of the arch is assumed one time to be parabolic, and another time to be a curve of the 4th order. The influence of the form of the axis of the arch is considerable.

Regarded statically, the sinking process with triangular sinking line and also the process of raising the arch have both proved satisfactory. Separation begins in both cases in the region of the crown, whilst near the abutments the weight of the arch cannot be transferred from the centering into the arch itself. The great load at the crown soon causes strong horizontal forces, and they annul the effects of the bending moments which occur.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide