Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 11 (1951)

Artikel: Spannungen in Decken mit Strahlungsheizung
Autor: Melan, Ernst
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-11439

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Spannungen in Decken mit Strahlungsheizung

Les contraintes dans les planchers avec chauffage par rayonnement

Stresses in ceilings with panel heating

Professor Dr. Ing. Ernst Melan, Techn. Hochschule, Wien

I.

Bei Decken mit Strahlungsheizung sind in der Decke nahe der Unterseite Schlangenrohre angeordnet, durch welche Wasser mit einer Temperatur von 50—60° zur Heizung des unter der Decke liegenden Raumes geleitet wird. Zur besseren Wärmeverteilung pflegt man zumeist noch senkrecht zu den Rohren liegende Stahlstäbe anzuordnen. Bei Betondecken kann man unter Umständen diese Rohre und Stäbe auch als Bewehrung des Beton verwenden. Rohre und Verteilungseisen sind dann vollständig von Beton umhüllt.

In einer solchen Decke treten infolge der Erwärmung Wärmespannungen auf, deren Ermittlung der Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist.

Man kann die gestellte Aufgabe in der Weise idealisieren, daß man eine Platte von der Dicke H betrachtet, in der im Abstande h_1 von der unteren und h_2 von der oberen Begrenzungsebene der Platte eine sehr dünne, wärmespendende Schicht liegt. Wir beziehen uns auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem; sein Ursprung liegt in der wärmespendenden Schichte, in welche die X- und Y-Achse fallen. Die Z-Achse liegt senkrecht hiezu mit der positiven Richtung nach unten. Die Platte sei durch $x = \pm a$ und $y = \pm b$ begrenzt. Wir nehmen an, daß ein stationärer Temperaturzustand vorliegt, der also von der Zeit unabhängig ist. Die Temperaturen T_1 an der Unterfläche der Platte, T_2 an deren Oberfläche und T_0 der wärmenden Schichte seien gegeben. Wir setzen ferner voraus, daß diese Temperaturen von den Koordinaten x und y unabhängig sind. Dann werden alle Punkte, die in einer Ebene parallel zu den Oberflächen der Platte liegen, die gleiche Temperatur $T(z)$ besitzen, die also lediglich von dem Abstande z von der wärmespendenden Schichte abhängt.

Nach der Theorie der Wärme muß die Temperatur bei einem stationären Zustand der partiellen Differentialgleichung

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

genügen, die sich in unserem Falle zu der gewöhnlichen Differentialgleichung

$$\frac{d^2 T}{d z^2} = 0$$

vereinfacht. Für das Gebiet $z \geqq 0$ gelten die Randbedingungen $T = T_0$ für $z = 0$, $T = T_1$ für $z = h_1$, für $z < 0$, $T = T_0$ für $z = 0$ und $T = T_2$ für $z = h_2$.

Bezeichnet $\delta T_1 = T_0 - T_1$ und $\delta T_2 = T_0 - T_2$, so lautet die Lösung für $z \geqq 0$ $T = T_0 - \delta T_1 \frac{z}{h_1}$ und für $z \leqq 0$ $T = T_0 + \delta T_2 \frac{z}{h_2}$.

Führt man das thermische Verschiebungspotential Φ ein, welches durch die partielle Differentialgleichung

$$\Delta \Phi = \alpha \frac{m+1}{m-1} T$$

gegeben ist und für welches sich in unserem Falle

für $\quad z > 0 \quad \Phi = \alpha \frac{m+1}{m-1} \left(T_0 \frac{z^2}{2} - \delta T_1 \frac{z^3}{6 h_1} \right)$

für $\quad z < 0 \quad \Phi = \alpha \frac{m+1}{m-1} \left(T_0 \frac{z^2}{2} + \delta T_2 \frac{z^3}{6 h_2} \right)$

ergibt, so erhält man die Spannungen aus den Gleichungen

$$\sigma_{xx} = -2G \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \alpha \frac{m+1}{m-1} T \right), \quad \sigma_{xy} = -2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial_x \partial_y}$$

und ähnlichen Ausdrücken für die übrigen Spannungen, also hier

für $\quad z \geqq 0 \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -2G\alpha \frac{m+1}{m-1} \left[T_0 - \delta T_1 \frac{z}{h_1} \right],$

für $\quad z \leqq 0 \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -2G\alpha \frac{m+1}{m-1} \left[T_0 + \delta T_2 \frac{z}{h_2} \right].$ (1)

Alle übrigen Spannungen verschwinden.

Spannungs- und Temperaturverteilung über die Dicke der Platte sind also ähnlich und linear. Die Plattenränder sind aber nicht spannungsfrei. Da die Verschiebungen u in der X-Richtung durch

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

und zwei weitere ähnliche Gleichungen für die Verschiebungen v und w gegeben sind, ergibt sich in unserem Falle $u = v = 0$, d. h. die Ränder $x = \pm a$ und $y = \pm b$ haben sich wie alle übrigen Punkte nicht verschoben. Für $w = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ erhält man

für $$z \geqq 0 \quad w = \alpha \frac{m+1}{m-1}\left(T_0 z - \delta T_1 \frac{z^2}{2h_1}\right)$$

für $$z \leqq 0 \quad w = \alpha \frac{m+1}{m-1}\left(T_0 z + \delta T_2 \frac{z^2}{2h_1}\right)$$

also $w=0$ für $z=0$, demnach bleibt die Platte eben und hat keine Krümmung erfahren.

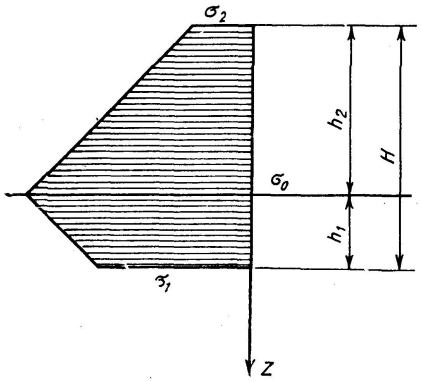

Fig. 1

Die Spannungsverteilung nach Gl. (1) längs der Z-Richtung ist in Fig. 1 dargestellt und an jeder Stelle der Platte dieselbe. Auch längs der Ränder $x = \pm a$ und $y = \pm b$ herrscht gleiche Spannungsverteilung. Die Spannungen besitzen sowohl eine Resultierende N, als auch ein Moment M. Für erstere ergibt sich

$$N = +H\left(\sigma_0 - \frac{c_1}{2}\delta\sigma_1 - \frac{c_2}{2}\delta\sigma_2\right) \tag{2}$$

für letzteres

$$M = \frac{H^2}{12}\left[-\delta\sigma_1 c_1 (c_1 + 3c_2) + \delta\sigma_2 c_2 (c_2 + 3c_1)\right] \tag{3}$$

Hiebei wurde zur Abkürzung $\delta\sigma_1 = \sigma_0 - \sigma_1$ und $\delta\sigma_2 = \sigma_0 - \sigma_2$ ferner $h_1 = c_1 H$ und $h_2 = c_2 H$ gesetzt.

Ist die Platte an den Rändern geklemmt, also verschieblich in der Richtung der Plattenebene, aber nicht verdrehbar gelagert, dann können wir N durch Überlagerung einer Zugkraft gleicher Größe zum Verschwinden bringen. Unter der Annahme, daß sich diese Zugkraft gleichmäßig über die ganze Plattendicke verteilt, ergibt sich eine zusätzliche Zugspannung

$$\sigma_0^* = -\frac{N}{H} = -\left(\sigma_0 - \frac{c_1}{2}\delta\sigma_1 - \frac{c_2}{2}\delta\sigma_2\right)$$

oder wenn man hierin die bereits gefundenen Werte für die Spannungen σ_0, σ_1 und σ_2 gemäß Gl. (1) mit $z=0$, bzw. $z = h_1 = c_1 H$ und $z = -h_2 = -c_2 H$ einsetzt

$$\sigma_0^* = +2G\alpha\frac{m+1}{m-1}\left[T_0 - \frac{c_1}{2}\delta T_1 - \frac{c_2}{2}\delta T_2\right]$$

Damit erhält man die Spannungen an der Unterseite der Platte ($z = h_1$)

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 + \sigma_0{}^* = -2\,G\,\alpha\,\frac{m+1}{m-1}\left[\left(\frac{c_1}{2}-1\right)\delta\,T_1 + \frac{c_2}{2}\,\delta\,T_2\right] \tag{4a}$$

in der wärmespendenden Schichte ($z = 0$)

$$\bar{\sigma}_0 = \sigma_0 + \sigma_0{}^* = -2\,G\,\alpha\,\frac{m+1}{m-1}\left[\frac{c_1}{2}\,\delta\,T_1 + \frac{c_2}{2}\,\delta\,T_2\right] \tag{4b}$$

und an der Oberseite ($z = -h_2$)

$$\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 + \sigma_0{}^* = -2\,G\,\alpha\,\frac{m+1}{m-1}\left[\frac{c_1}{2}\,\delta\,T_1 + \left(\frac{c_2}{2}-1\right)\delta\,T_2\right] \tag{4c}$$

M stellt das Einspannmoment an den Plattenrändern vor; mit Einführung der Werte für die Spannungen ergibt sich für M und mit $2\,G = \frac{E\,m}{m+1}$

$$M = E\,\frac{m}{m-1}\,\alpha\,\frac{H^2}{12}\,[c_1\,(c_1+3\,c_2)\,\delta\,T_1 - c_2\,(c_2+3\,c_1)\,\delta\,T_2] \tag{5}$$

Die Fig. 2 zeigt die Spannungsverteilung längs der Dicke der Platte; sie ist in allen Punkten der Platte dieselbe.

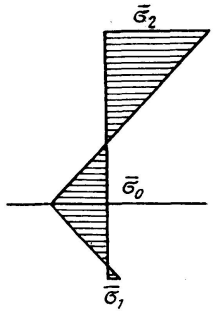

Fig. 2

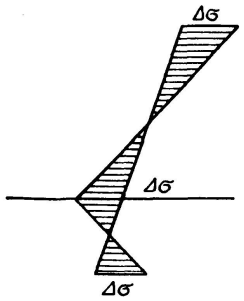

Fig. 3

Diese Lösung stellt allerdings nur eine Näherung vor, da sich nach der Theorie der Platten ein an den Rändern angreifendes Moment linear über die ganze Plattendicke H und nicht so, wie in Fig. 2 dargestellt, verteilt. Aber die Spannungsdifferenzen zwischen diesen beiden Spannungsverteilungen, die in Fig. 3 dargestellt sind, haben weder ein Moment noch eine Resultierende, und es kann daher nach dem Prinzip von St. Venant ihr Einfluß bereits in einiger Entfernung vom Rande vernachlässigt werden.

II.

Liegt eine Platte mit gelenkiger Lagerung vor, deren Ränder seitlich, aber nicht senkrecht zur Plattenebene verschieblich sind, so muß ein Einspannmoment $M' = -M$ hinzugefügt werden, wodurch der Rand momentenfrei gemacht wird. Vollkommen spannungsfrei werden die Ränder allerdings nicht

sein, aber der übrigbleibende Spannungszustand, den Fig. 3 zeigt, hat, wie schon oben bemerkt, weder eine Resultierende noch ein Moment, und sein Einfluß verschwindet sonach in einiger Entfernung vom Rand. Die Aufgabe, die Spannungen in einer Platte zu bestimmen, an deren Rändern Momente von gegebener Größe angreifen, ist unschwer zu lösen. Bezeichnet w die Verschiebungen der Platte in senkrechter Richtung, so handelt es sich darum, eine Lösung der Differentialgleichung

$$\Delta \Delta w = 0$$

mit den Randbedingungen

$$w = 0 \quad \text{und} \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -M' = M \quad \text{für } x = \pm a$$

und

$$w = 0 \quad \text{und} \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -M' = M \quad \text{für } y = \pm b$$

zu finden.

Hierin bedeutet K eine Konstante, welche aus der Plattentheorie mit $K = \frac{E H^3 m^2}{12 (m^2 - 1)}$ folgt.

Wir lösen diese Aufgabe in zwei Schritten. Zunächst suchen wir eine Lösung, welche die Randbedingungen

$$w = 0 \quad \text{und} \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{für } x = \pm a$$

und

$$w = 0 \quad \text{und} \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = M \quad \text{für } y = \pm b \tag{6}$$

erfüllt und dann eine Lösung mit den Randbedingungen

$$w = 0 \quad \text{und} \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = M \quad \text{für } x = \pm a$$

und

$$w = 0 \quad \text{und} \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad \text{für } y = \pm b \tag{7}$$

Diese zweite Lösung erhält man übrigens sofort aus der ersten durch Vertauschung von x mit y und von a mit b. Die Summe dieser beiden Lösungen besitzt dann die vorgeschriebenen Randwerte.

Um zu einer Lösung zu gelangen, welche die Randwerte gemäß Gl. (6)

$$w = 0, \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{für } x = \pm a \quad \text{und} \quad w = 0, \quad K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = M$$

für $y = \pm b$ besitzt, verwenden wir den Ansatz

$$K \cdot w = \sum C \left(\omega y \, \mathfrak{Sin}\, \omega y \, \mathfrak{Cos}\, \omega b - \mathfrak{Cos}\, \omega y \, \omega b \, \mathfrak{Sin}\, \omega b\right) \cos \omega x \tag{8}$$

Wie man sich durch Einsetzen leicht überzeugen kann, erfüllt dieser Ausdruck die partielle Differentialgleichung für w. Auch der Randbedingung $w = 0$ für

$y = \pm b$ ist bereits Genüge geleistet, während die Randbedingungen $w = 0$ und $K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$ für $x = \pm a$ dann erfüllt sind, wenn wir $\omega = \frac{\pi \cdot n}{2a}$ setzen, worin n eine beliebige ungerade Zahl bedeutet. Wir erhalten nämlich für $K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ aus Gl. (8)

$$K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum C_n \omega_n^2 [\omega_n y \,\mathfrak{Sin}\, \omega_n y \,\mathfrak{Cof}\, \omega_n b - \mathfrak{Cof}\, \omega_n y \, \omega_n b \,\mathfrak{Sin}\, \omega_n b] \cos \omega_n x \tag{9}$$

Für $K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$ ergibt sich

$$K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\sum C_n \omega_n^2 [-\omega_n y \,\mathfrak{Sin}\, \omega_n y \,\mathfrak{Cof}\, \omega_n b - \mathfrak{Cof}\, \omega_n y \,(2\,\mathfrak{Cof}\, \omega_n b - \omega_n b \,\mathfrak{Sin}\, \omega_n b) \cos \omega_n x \tag{10}$$

und dies gibt speziell für $y = \pm b$

$$K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = +\sum C_n \omega_n^2 \cdot 2\,\mathfrak{Cof}^2 \omega_n b \cdot \cos \omega_n x = M$$

Nun kann eine im Intervall $-a \leqq x \leqq a$ eine konstante Größe M durch die Fourier'sche Reihe

$$M = \frac{4M}{\pi} \sum \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \omega_n x \qquad \left(\omega_n = \frac{n\pi}{2a} \text{ mit } n = 1, 3, 5 \ldots\right)$$

dargestellt werden. Die Koeffizientenvergleichung der beiden Reihen ergibt also

$$C_n \omega_n^2 = \frac{4M}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \frac{1}{2\,\mathfrak{Cof}^2 \omega_n b} = M \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\frac{n\pi}{2}} \cdot \frac{1}{\mathfrak{Cof}^2 \omega_n b}$$

Wir wollen nunmehr die auftretenden Momente M_x' und M_y' berechnen, für welche sich nach der Plattentheorie die Werte

$$M_x' = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \quad My' = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)$$

ergeben. Für die Plattenmitte, d. h. für $x = 0$ und $y = 0$ erhalten wir zunächst durch Einsetzen des Wertes für $C_n \omega_n^2$ aus der Gl. (9) und (10)

$$K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = M \sum \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\frac{n\pi}{2}} \cdot \frac{\omega_n b \,\mathfrak{Sin}\, \omega_n b}{\mathfrak{Cof}^2 \omega_n b}$$

$$K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = M \sum \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\frac{\pi n}{2}} \cdot \frac{-\omega_n b \,\mathfrak{Sin}\, \omega_n b + 2\,\mathfrak{Cof}\, \omega_n b}{\mathfrak{Cof}^2 \omega_n b}$$

und daraus mit $\frac{n\pi}{2} = \varphi_n$, $\omega_n = \frac{n\pi}{2a}$ und $\frac{b}{a} = \beta$, also $\omega_n b = \varphi_n \beta$

$$M_x' = -M \sum \frac{\sin \varphi_n}{\varphi_n} \cdot \frac{1}{\mathfrak{Cof}\, \varphi_n \beta} \left[\varphi_n \beta\, \mathfrak{Tg}\, \varphi_n \beta \left(1 - \frac{1}{m}\right) + \frac{2}{m} \right]$$

$$M_y' = -M \sum \frac{\sin \varphi_n}{\varphi_n} \cdot \frac{1}{\mathfrak{Cof}\, \varphi_n \beta} \left[-\varphi_n \beta\, \mathfrak{Tg}\, \varphi_n \beta \left(1 - \frac{1}{m}\right) + 2 \right] \tag{11}$$

Die Lösung, für die das Moment längs der Ränder $x = \pm a$ den Wert M annimmt, während w längs der Ränder verschwindet, wird durch Vertauschung von x mit y und von a mit b erhalten. So findet man

$$M_x'' = -M \sum \frac{\sin \varphi_n}{\varphi_n} \frac{1}{\mathfrak{Cof}\, \varphi_n/\beta} \left[-\varphi_n/\beta \cdot \mathfrak{Tg}\, \varphi_n/\beta \left(1 - \frac{1}{m}\right) + 2 \right]$$

$$M_y'' = -M \sum \frac{\sin \varphi_n}{\varphi_n} \frac{1}{\mathfrak{Cof}\, \varphi_n/\beta} \left[\varphi_n/\beta\, \mathfrak{Tg}\, \varphi_n/\beta \left(1 - \frac{1}{m}\right) + \frac{2}{m} \right] \tag{12}$$

Die endgültigen Momente in der Mitte der Platte betragen also bei gelenkiger freier Auflagerung an den Rändern

$$M_x = M_x' + M_x'' \text{ und } M_y = M_y' + M_y''$$

und die aus denselben sich ergebenden Spannungen sind den Spannungen nach Gl. (4a–c)

$$\bar{\sigma}_1 = -E \frac{m}{m-1} \alpha \left[\left(\frac{c_1}{2} - 1 \right) \delta T_1 + \frac{c_2}{2} \delta T_2 \right]$$

$$\bar{\sigma}_0 = -E \frac{m}{m-1} \alpha \left[\frac{c_1}{2} \delta T_1 + \frac{c_2}{2} \delta T_2 \right]$$

$$\bar{\sigma}_2 = -E \frac{m}{m-1} \alpha \left[\frac{c_1}{2} \delta T_1 + \left(\frac{c_2}{2} - 1 \right) \delta T_2 \right]$$

die im ersten Abschnitt ermittelt wurden, zu überlagern.

Die Werte von $c_x = -\frac{M_x}{M}$ und $c_y = -\frac{M_y}{M}$ sind für verschiedene Werte von $\beta = \frac{b}{a}$ in der folgenden Tabelle zusammengestellt, so daß für eine am Rande gelenkig gelagerte Platte sofort die Momente in der Plattenmitte angegeben werden können. Dabei liegt die Richtung der X-Achse stets parallel zur kürzeren Plattenseite. Für M ist nach Gl. (5)

$$M = E \frac{m}{m-1} \alpha \frac{H^2}{12} [c_1 (c_1 + 3 c_2) \delta T_1 - c_2 (c_2 + 3 c_1) \delta T_2] \text{ zu setzen.}$$

$\beta = \frac{a}{b}$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
c_x	0,651	0,834	0,914	0,963	0,990
c_y	0,651	0,465	0,405	0,342	0,330

Ein Beispiel. Eine Platte mit dem Seitenverhältnis $\beta = 2{,}0$ habe eine Dicke von 12 cm; die wärmespendende Schichte liege in einer Entfernung von 2 cm von der Unterseite und 10 cm von der Oberseite der Platte. Es ist sonach $c_1 = {}^2/_{12} = 0{,}1667$ und $c_2 = {}^{10}/_{12} = 0{,}8333$. Die Temperatur T_0 in der wärmespendenden Schichte betrage 50°, an der Unterseite sei $T_1 = 35°$, an der Oberseite $T_2 = 20°$. Es ist also $\delta T_1 = 15°$ und $\delta T_2 = 30°$. Der Elastizitätsmodul des Beton beträgt $2{,}1 \cdot 10^5$ kg/cm², der Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ je 1° und der Koeffizient für die Querzusammenziehung $m = 3$.

Damit ergibt sich zunächst

$$E \frac{m}{m-1} \alpha = 2{,}1 \cdot 10^5,\ 1{,}25\ 10^{-5} \cdot \frac{3}{2} = 3{,}9375$$

Ist die Platte an den Rändern eingespannt, so ergeben sich nach den Gleichungen (4a–c) die Spannungen an der Unterseite

$$\bar{\sigma}_1 = -E \frac{m}{m-1} \alpha \left[\left(\frac{c_1}{2} - 1 \right) \delta T_1 + \frac{c_2}{2} \delta T_2 \right]$$
$$= -3{,}9375\,[(0{,}0833 - 1) \cdot 15 + 0{,}4167 \cdot 30] = +4{,}9 \text{ kg/cm}^2$$

in der Wärme spendenden Schichte

$$\bar{\sigma}_0 = -E \frac{m}{m-1} \alpha \cdot \left(\frac{c_1}{2} \delta T_1 + \frac{c_2}{2} \delta T_2 \right)$$
$$= -3{,}9725\,(0{,}0833 \cdot 15 + 0{,}4167 \cdot 30) = -54 \text{ kg/cm}^2$$

an der Oberseite

$$\bar{\sigma}_2 = -E \frac{m}{m-1} \alpha \left[\frac{c_1}{2} \delta T_1 + \left(\frac{c_2}{2} - 1 \right) \delta T_2 \right]$$
$$= -3{,}9375\,[0{,}08333 \cdot 15 + (0{,}4167 - 1) \cdot 30] = +64 \text{ kg/cm}^2$$

Das Einspannmoment an den Plattenrändern beträgt

$$M = E \frac{m}{m-1} \alpha \frac{H^2}{12} [c_1 (c_1 + 3 c_2) \delta T_1 - c_2 (c_2 + 3 c_1) \delta T_2]$$
$$= 3{,}9375 \cdot 12 \cdot [0{,}1667\,(0{,}1667 + 3 \cdot 0{,}8333)\,15 - 0{,}8333\,(0{,}8333 + 3 \cdot 0{,}1667)\,30]$$
$$= -1260 \text{ kgcm}$$

Entsprechend den für $\beta = 2$ zu entnehmenden Werten von $c_x = 0{,}914$ und $c_y = 0{,}405$ treten bei freiaufliegenden Plattenrändern in Plattenmitte die Momente

$$M_x = 0{,}914 \cdot 1260 = +1152 \text{ kgcm und } M_y = 0{,}405 \cdot 1260 = +510 \text{ kgcm}$$

auf. M, M_x und M_y beziehen sich auf einen Plattenstreifen von 1 cm Breite. Die durch M_x und M_y hervorgerufenen Spannungen kommen zu jenen für die eingespannte Platte, nämlich $+64$ kg/cm² an der Oberseite und $+4{,}9$ kg/cm² an der Unterseite noch hinzu.

Zusammenfassung

Die in einer Betondecke mit Strahlungsheizung auftretenden Spannungen werden auf Grund der Theorie der Wärmespannungen in elastischen Körpern untersucht. Bei geklemmten Rändern ergeben sich verhältnismäßig einfache Ausdrücke, für freie Ränder können die auftretenden größten Momente für verschiedene Verhältnisse der Seitenlängen der Platte einer Tabelle sofort entnommen werden.

Résumé

L'auteur étudie les contraintes qui se manifestent dans un plancher en béton avec chauffage par rayonnement, sur la base de la théorie relative aux contraintes thermiques dans les corps élastiques. Lorsque les bords sont encastrés, les expressions obtenues sont relativement simples; dans le cas des bords portant librement, un tableau donne immédiatement les moments les plus élevés qui se manifestent pour différentes conditions concernant les longueurs des côtés.

Summary

The stresses occurring in a concrete ceiling with panel heating are examined in accordance with the theory of heat stresses in elastic bodies. In the case of clamped edges, comparatively simple expressions are obtained; for free edges, the maximum moments occurring for different ratios of the side lengths of the slabs can be obtained at once from a table.

Leere Seite
Blank page
Page vide