

# Schubmittelpunkt und Torsion

Autor(en): **Stüssi, F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **12 (1952)**

PDF erstellt am: **18.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-12324>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Schubmittelpunkt und Torsion

*Centre de cisaillement et torsion*

*Shear center and torsion*

Prof. Dr. F. Stüssi, Präsident der IVBH, Eidg. Technische Hochschule, Zürich

## 1. Gegenstand

In meiner letzten Untersuchung des dünnwandigen schlanken Stahlstabes mit Kastenquerschnitt<sup>1)</sup> bin ich von der vereinfachenden Voraussetzung ausgegangen, daß bei der Aufstellung der Elastizitätsbedingung über die Erhaltung der Querschnittsform der Einfluß der sekundären Schubspannungen  $\tau_\sigma$  auf die Formänderungen der einzelnen Scheiben, aus denen sich der zu untersuchende Stab zusammensetzt, vernachlässigt werden dürfe. Prof. Charles Massonnet, Liège, hat mich nun darauf aufmerksam gemacht, daß diese Vereinfachung, die bei der Untersuchung der Biegung nach wie vor zulässig erscheint, bei der Torsion zu zuwenig genauen Ergebnissen führen könne. Ich habe mich überzeugt, daß der Einwand von Prof. Massonnet stichhaltig ist und ich möchte deshalb meine frühere Untersuchung verbessern und ergänzen.

Daß die Vernachlässigung der sekundären Schubverformungen bei der Torsion nicht mehr zulässig ist, rührt davon her, daß die hier auftretenden örtlichen Spannungen  $\sigma$  (beispielsweise infolge eines konzentrierten äußeren Drehmomentes  $M_d$ ) in Richtung der Stabachse  $z$  sehr stark veränderlich sind; da die Schubspannungen  $\tau_\sigma$  mit den Längsspannungen  $\sigma$  durch die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial u} = 0$$

verbunden sind, werden somit auch große Schubspannungen  $\tau_\sigma$  auftreten, deren Einfluß auf die Formänderungen nicht mehr vernachlässigbar klein ist. Es handelt sich somit im Grunde genommen darum, daß auch ein Stab, der an sich schlank ist, überhaupt nicht mehr auf Grund der Voraussetzung der Schlankheit auf Torsion untersucht werden darf oder auch, daß die Voraussetzung der Schlankheit hier hinfällig wird, weil sich ein Teil der maßgebenden

---

<sup>1)</sup> F. Stüssi: Der dünnwandige schlanke Stahlstab mit Kastenquerschnitt. Abhandlungen I. V. B. H., Band 11, 1951.

Formänderungen auf einem örtlich engen Bereich, also in einem kurzen oder gedrungenen Stabteil abspielt.

Meine frühere Torsionstheorie ist also zunächst dadurch zu verbessern, daß in der Elastizitätsbedingung für Torsion, Gleichung (11)<sup>2)</sup>

$$\frac{\eta_i}{a_i} = \varphi = \text{konst.},$$

die ausdrückt, daß im betrachteten Querschnitt die ursprüngliche Querschnittsform erhalten bleiben soll, auch die Einflüsse der Schubspannungen  $\tau_\sigma$  einschließlich des sekundären Schubflusses  $s_\tau$  berücksichtigt werden. Diese Elastizitätsbedingung nimmt somit (bei sonst gleichbleibenden Voraussetzungen) zunächst die Form

$$\varphi'' = \frac{1}{a_i} \left[ \frac{\sigma_{i-1} - \sigma_i}{b_i \cdot E} + \frac{s'}{d_i \cdot G} + \frac{\mathcal{D}'_{0i}}{b_i' \cdot d_i \cdot G} + \frac{s_\tau'}{d_i \cdot G} \right] = \text{konst.}$$

an, wobei  $b_i'$  die zunächst unbekannte reduzierte Scheibenbreite bedeutet, die die veränderliche Verteilung der Schubspannungen  $\tau_{0\sigma}$  berücksichtigen soll.

Sobald wir aber im Zusammenhang mit dem Schubmittelpunkt die Schubverformungen berücksichtigen, drängt sich die Tatsache auf, daß der Schubmittelpunkt nicht ein Querschnittsfestpunkt ist, sondern auch von der Art der Belastung und der Stablänge, bzw. von der Lagerungsart abhängt<sup>3)</sup>. Wenn wir den Schubmittelpunkt, entsprechend seiner einen Bedeutung, als Angriffspunkt der Querkraft bei verdrehungsfreier Biegung definieren, so wird dieser Angriffspunkt verschieden sein, je nachdem, ob wir bei der Berechnung der Durchbiegungen nur die Längsspannungen  $\sigma$  oder nur die Schubspannungen  $\tau$  berücksichtigen. Es existieren somit zwei Grenzlagen des Schubmittelpunktes, von denen die erste,  $0_1$ , den Verformungen infolge der Längsspannungen (und damit dem bisher in der technischen Literatur überhaupt als Schubmittelpunkt 0 bezeichneten Punkt) und die zweite,  $0_2$ , den Verformungen infolge der Schubspannungen entspricht. Bei Biegung und auch bei der Torsion offener Querschnitte ist die zweite Grenzlage  $0_2$  praktisch bedeutungslos, nicht aber bei der Torsion geschlossener Querschnitte.

Da wegen des Betti-Maxwell-Mohr'schen Reziprozitätsgesetzes der Schubmittelpunkt gleichzeitig Verdrehungszentrum des Querschnittes bei biegungsfreier Verdrehung ist, so existieren nun offensichtlich auch zwei Grenzlagen  $0_1$  und  $0_2$  des Verdrehungszentrums und die Elastizitätsbedingung für Torsion ist korrekterweise in der Form

$$\varphi'' = \frac{1}{a_i} \cdot \left[ \frac{\sigma_{i-1} - \sigma_i}{b_i \cdot E} + \frac{s'}{d_i \cdot G} \right] + \frac{1}{a_i'} \cdot \left[ \frac{\mathcal{D}'_{0i}}{b_i' \cdot d_i \cdot G} + \frac{s_\tau'}{d_i \cdot G} \right] = \text{konst.} \quad (17)$$

<sup>2)</sup> Die Gleichungsnummern bis 16 beziehen sich auf die in Fußnote 1 angegebene frühere Untersuchung.

<sup>3)</sup> F. STÜSSI: Zur Biegung und Verdrehung des dünnwandigen schlanken Stahlstabes. Abhandlungen I.V.B.H., Band 6, 1940/41.

anzuschreiben, wobei  $a_i'$  den Abstand der Scheibe  $i$  vom zweiten Schubmittelpunkt  $O_2$  bedeutet (Fig. 1).

Es scheint nun für das weitere Vorgehen zweckmäßig, den Drehwinkel  $\varphi$  in zwei Anteile,

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi,$$

aufzuteilen. Für den ersten Anteil  $\varphi_0$  gelten die bisherigen Beziehungen unverändert, und es ist insbesondere

$$\varphi_0'' = \frac{s'}{G \cdot \Phi}, \quad (13)$$

wobei

$$\Phi = \frac{\sum a_i \cdot b_i}{\sum \frac{b_i}{d_i}} = \frac{2 F_m}{a_{11}}$$

bedeutet, und

$$\sigma_{i-1} - \sigma_i = \frac{E}{G} \cdot \left[ \frac{a_i \cdot b_i}{\Phi} - \frac{b_i}{d_i} \right] \cdot s' \quad (14a)$$

für zum geschlossenen Querschnittsteil gehörende Scheiben.

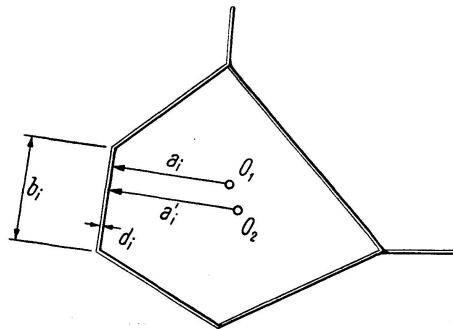


Fig. 1

Für den zweiten Anteil  $\Delta\varphi$  finden wir zunächst

$$G \cdot \Delta\varphi' = \frac{1}{a_i'} \cdot \left[ \frac{\mathcal{Q}_{0i}}{b_i' \cdot d_i} + \frac{s_\tau}{d_i} \right] \quad (18a)$$

oder auch

$$G \cdot \Delta\varphi' \cdot a_i' \cdot b_i' = \frac{\mathcal{Q}_{0i}}{d_i} + \frac{b_i'}{d_i} \cdot s_\tau; \quad (18b)$$

durch Aufsummieren dieser Werte über alle zum geschlossenen Querschnittsteil gehörenden Scheiben ergibt sich

$$G \cdot \Delta\varphi' \cdot \sum_{i=1}^n a_i' \cdot b_i' = \sum_{i=1}^n \frac{\mathcal{Q}_{0i}}{d_i} + s_\tau \cdot \sum_{i=1}^n \frac{b_i'}{d_i}. \quad (19a)$$

Diesen Drehwinkel hätten wir, wie übrigens auch Gleichung (13), auch direkt aus einer virtuellen Arbeitsgleichung mit einem virtuellen Belastungszustand

$s = 1$  erhalten können, wobei an Stelle der reduzierten Scheibenbreiten  $b_i'$  die wirklichen Scheibenbreiten  $b_i$  getreten wären. Wir erkennen daraus, daß Gleichung (19a) für geschlossene Querschnittsteile die Form

$$\Delta \varphi' \cdot 2 G \cdot F_m = \sum_{i=1}^n \frac{\mathcal{Q}_i}{d_i} + s_\tau \cdot \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{d_i} \quad (19b)$$

annehmen muß.

Der Vergleich dieser Gleichung (19b) mit der früheren Elastizitätsbedingung für den sekundären Schubfluß  $s_\tau$ , Gleichung (9), zeigt deutlich den Einfluß der bisher vernachlässigten Schubverformung. Es sei festgehalten, daß Gleichung (9) für den Fall der verdrehungsfreien Biegung nach wie vor gilt; dies geht mit  $\Delta \varphi = 0$  nun auch aus Gleichung (19b) hervor.

Für freie Flanschen bin ich heute noch nicht in der Lage, die in der Berechnung der Schubverformung benötigte reduzierte Scheibenbreite  $b_i'$ ,

$$b_i' = \frac{\mathcal{Q}_i}{d_i \cdot G \cdot \eta_i'}$$

in einer für diese Berechnung zweckmäßigen, einfachen und genauen Form anzugeben; ich beschränke mich deshalb im folgenden auf geschlossene Querschnitte ohne freie Flanschen und behalte mir vor, später auf den allgemeinen Fall zurückzukommen.

## 2. Die zweite Grenzlage des Schubmittelpunktes für geschlossene Querschnitte

Für geschlossene Querschnitte läßt sich die zweite Grenzlage  $0_2$  des Schubmittelpunktes sehr einfach bestimmen. Der Schubmittelpunkt  $0_2$ , definiert als Angriffspunkt einer Querkraft  $Q$  für verdrehungsfreie Biegung unter dem

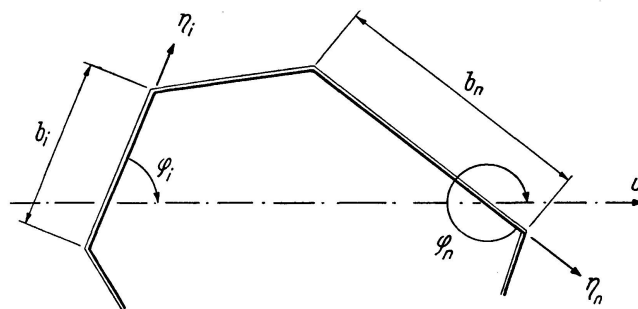


Fig. 2

Einfluß nur der Schubspannungen, muß sich als Schnittpunkt von zwei Querkraften  $Q_u$  und  $Q_v$  ergeben, von denen die erste einer Verschiebung  $u$ , die zweite einer Verschiebung  $v$  entspricht.

Um den ersten geometrischen Ort des Schubmittelpunktes  $0_2$  zu bestimmen, nehmen wir eine Verschiebungsänderung  $u'$  (z. B.  $u' = c_u = 1$ ) in Richtung  $u$  an; für jede Scheibe ist somit nach Figur 2

$$\eta_i' = u' \cdot \cos \varphi_i = c_u \cdot \cos \varphi_i,$$

während die Verformungen  $\xi_i$  normal zu den Mittelebenen der als dünn vorausgesetzten Scheiben vernachlässigt werden dürfen. Da für eine zu einem geschlossenen Querschnitt gehörende Scheibe die Durchbiegung  $\eta'$  mit

$$\eta_i' = \frac{\mathfrak{D}_{0i}}{G \cdot b_i \cdot d_i} + \frac{s_\tau}{G \cdot d_i} = \frac{\mathfrak{D}_i}{G \cdot b_i \cdot d_i}$$

einzuführen ist, wird

$$\frac{\mathfrak{D}_i}{G \cdot b_i \cdot d_i} = c_u \cdot \cos \varphi_i$$

oder

$$\underline{\mathfrak{D}_i = G \cdot c_u \cdot b_i \cdot d_i \cdot \cos \varphi_i = C_u \cdot b_i \cdot d_i \cdot \cos \varphi_i;} \quad (20)$$

Die Scheibenquerkräfte  $\mathfrak{D}_i$  ergeben sich somit direkt, ohne den Umweg über Spannungen  $\sigma'$  in Funktion einer beliebig zu wählenden Konstanten  $C_u$ . Aus den Scheibenquerkräften  $\mathfrak{D}_i$  kann die Resultierende  $Q_u$  nach Größe und Lage bestimmt werden. Analog ergibt sich auch  $Q_v$  und damit ist der Schubmittelpunkt  $0_2$  gefunden.

In bezug auf die Vorzeichen ist zu beachten, daß wir für die Scheibenquerkräfte bei gleichem Vorzeichen einen gleichbleibenden Drehsinn um den geschlossenen Querschnitt herum annehmen; das Vorzeichen von  $\cos \varphi_i$  ist somit entsprechend der positiven Scheibenrichtung und der positiven Verschiebungsrichtung einzuführen.

### 3. Verbesserte Torsionstheorie

Die Verbesserung der Torsionstheorie gegenüber der früheren Untersuchung<sup>1)</sup> besteht nun somit darin, daß die sekundären Schubspannungen in der Elastizitätsbedingung Gleichung (17) berücksichtigt werden. Die Spannungen  $\sigma$  und damit die Verteilung der Spannungsänderungen  $\sigma'$  über den Querschnitt bei Torsion sind nach wie vor nach Gleichung (14a) zu bestimmen; da sich diese Gleichung auf den ersten Schubmittelpunkt  $0_1$  bezieht, sind wegen der Gültigkeit des Reziprozitätsgesetzes automatisch auch die beiden Gleichgewichtsbedingungen  $Q_x = 0$  und  $Q_y = 0$  für die Resultierende aus den Scheibenquerkräften  $\mathfrak{D}_{0i}$ ,

$$\mathfrak{D}_{0i} = d_i \cdot b_i \cdot \left( \tau_{0i-1} - \frac{b_i}{6} (2\sigma'_{i-1} + \sigma'_i) \right), \quad (8)$$

erfüllt.

Um den zugehörigen sekundären Schubfluß  $s_\tau$  zu bestimmen, schreiben wir die Elastizitätsbedingung (18a) für zwei aufeinanderfolgende Scheiben an:

$$G \cdot \Delta \varphi' = \frac{1}{a_i'} \cdot \left[ \frac{\mathfrak{D}_{0i}}{b_i \cdot d_i} + \frac{s_\tau}{d_i} \right] = \frac{1}{a_{i+1}'} \cdot \left[ \frac{\mathfrak{D}_{0i+1}}{b_{i+1} \cdot d_{i+1}} + \frac{s_\tau}{d_{i+1}} \right]$$

woraus folgt

$$s_\tau = \frac{\frac{\mathfrak{D}_{0i+1}}{b_{i+1}} \cdot a_i' \cdot d_i - \frac{\mathfrak{D}_{0i}}{b_i} \cdot a_{i+1}' \cdot d_{i+1}}{a_{i+1}' \cdot d_{i+1} - a_i' \cdot d_i} \quad (21)$$

Da sich diese Gleichung auf den zweiten Schubmittelpunkt  $0_2$  bezieht, wirkt sich hier die Gültigkeit des Reziprozitätsgesetzes so aus, daß die Elastizitätsbedingung Gleichung (21) für zwei beliebige Scheiben (des geschlossenen Querschnittes) angeschrieben werden kann, was eine Kontrollmöglichkeit über die Lage von  $0_2$  bedeutet.

Damit kann nun das sekundäre Torsionsmoment  $T_\sigma$ ,

$$T_\sigma = \Sigma \mathfrak{D}_i \cdot a_i' = \Sigma \mathfrak{D}_{0i} \cdot a_i' + 2 F_m \cdot s_\tau = -A \cdot s''$$

in Funktion von  $s''$  berechnet werden und damit ist, entsprechend Gleichung (15a), die Torsionsgleichung

$$\underline{T = 2 F_m \cdot s - A \cdot s''}$$

gefunden. Die beiden Torsionsanteile können nun aber auch ohne weiteres durch den Spannungswert  $\sigma_0$  an einem bestimmten Querschnittspunkt, zum Beispiel an einer Ecke, ausgedrückt werden, so daß die Torsionsgleichung die Form

$$\underline{T' = m_d = a \cdot \sigma_0 - b \cdot \sigma_0''} \quad (15c)$$

annimmt.

In Figur 3a ist der Verlauf der Spannungen  $\sigma$  für einen unsymmetrischen, rechteckigen Kastenquerschnitt, bestimmt nach Gleichung (14a), und die Lage des Schubmittelpunktes  $0_1$  skizziert, während Figur 3b den Verlauf der Schubspannungen  $\tau_\sigma = \tau_{0\sigma} + \frac{s_\tau}{d}$  sowie den Schubmittelpunkt  $0_2$  angibt. Es ist darauf hinzuweisen, daß in diesem Fall alle vier Scheibenquerkräfte  $\mathfrak{D}_i$  gleich groß werden, was eine Rechenkontrolle bedeutet.

Zwischen den Torsionsmomenten  $T_s$  und  $T_\sigma$  einerseits und den Verdrehungswinkeln  $\varphi_0$  und  $\Delta \varphi$  andererseits, läßt sich nun noch eine sehr einfache Beziehung aufstellen: Für den primären Torsionsanteil gilt für jede Scheibe

$$G \cdot \varphi_0' = \frac{\mathfrak{D}_s}{a_i \cdot b_i \cdot d_i}$$

oder auch

$$G \cdot \varphi_0' \cdot a_i \cdot b_i \cdot d_i = \mathfrak{D}_s;$$

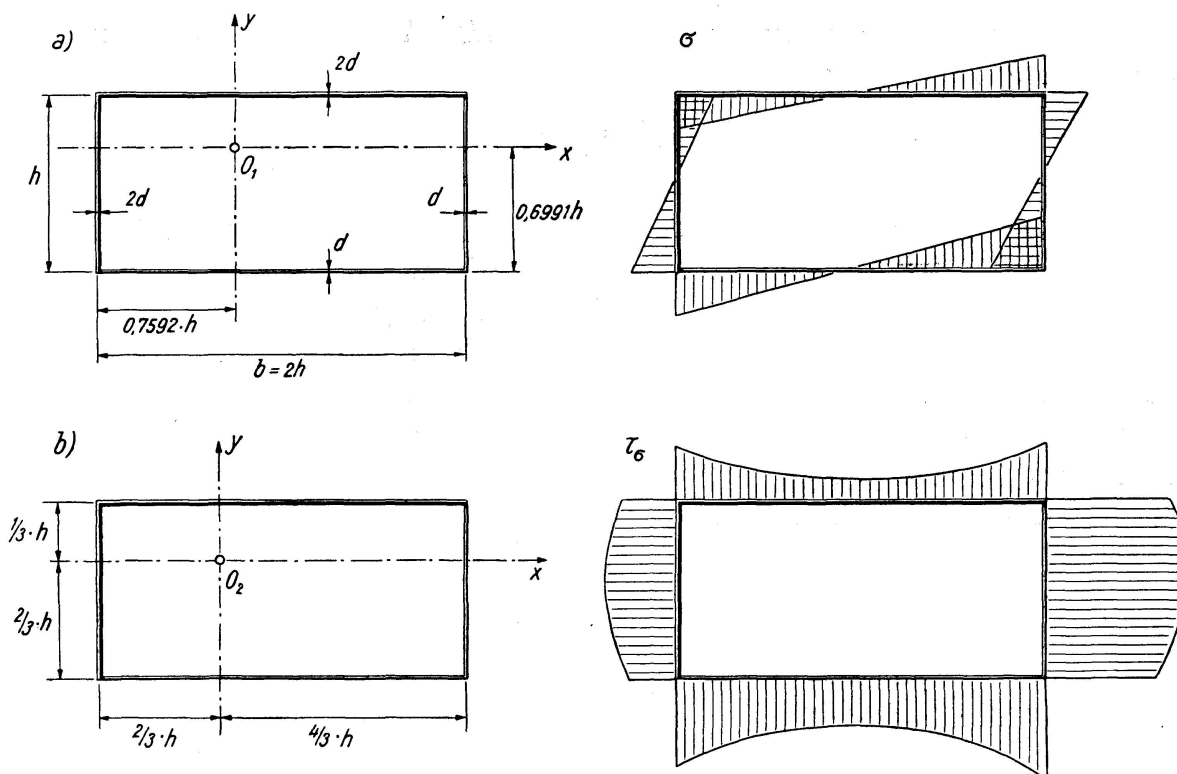


Fig. 3

da

$$\Sigma \mathfrak{D}_s \cdot a_i = T_s,$$

finden wir

$$G \cdot \varphi_0' \cdot \Sigma a_i^2 \cdot b_i \cdot d_i = \Sigma \mathfrak{D}_s \cdot a_i = T_s.$$

Führen wir die Abkürzung

$$I = \Sigma a_i^2 \cdot b_i \cdot d_i$$

ein, so wird

$$\varphi_0' = \frac{T_s}{G \cdot I}. \tag{22a}$$

Analog erhalten wir für den sekundären Torsionsanteil

$$\Delta \varphi' = \frac{T_\sigma}{G \cdot I'}, \tag{22b}$$

wobei sich hier die Abkürzung

$$I' = \Sigma a_i'^2 \cdot b_i \cdot d_i$$

auf den zweiten Schubmittelpunkt  $O_2$  bezieht. Bei beliebiger Querschnittsform ist zu beachten, daß der Wert  $I$  sich nur auf den geschlossenen Querschnittsteil bezieht, während in  $I'$  auch die freien Flanschen, diese jedoch mit der zunächst unbekanntem reduzierten Flanschbreite, vorkommen.

Die Beziehung

$$\varphi' = \varphi_0' + \Delta \varphi' = \frac{T_s}{G \cdot I} + \frac{T_\sigma}{G \cdot I'} \tag{23}$$



stellt die Verallgemeinerung der von TH. VON KÁRMÁN und WEI-ZANG-CHIEN<sup>4)</sup> angegebenen Beziehung

$$\varphi' = \frac{T}{G \cdot I}$$

dar.

Es ist noch darauf hinzuweisen, daß für die Torsionsanteile  $T_s$  die Querschnitte sich um ihre Schubmittelpunkte  $0_1$  drehen, während für die Torsionsanteile  $T_\sigma$  die Schubmittelpunkte  $0_2$  die Verdrehungszentren darstellen. Der resultierende Drehpunkt eines Querschnittes liegt somit, je nach dem Verhältnis von  $T_\sigma$  zu  $T_s$ , irgendwo zwischen den beiden Schubmittelpunkten. Da aber dieses Verhältnis  $T_\sigma : T_s$  sich längs der Stabachse ändert, ist die Verdrehungsachse bei unsymmetrischen Querschnitten, auch bei konstantem Querschnitt, keine Gerade mehr.

#### 4. Nebeneinflüsse

Die Feststellung, daß wir bei der Torsion von Stäben mit geschlossenen Querschnitten wegen der großen Veränderlichkeit der Längsspannungen  $\sigma$  die Voraussetzung der Schlankheit nicht mehr aufrecht erhalten können, führt, neben den besprochenen Besonderheiten, auch dazu, daß die Verträglichkeitsbedingung der Scheibentheorie eine vom linearen Verlauf abweichende Verteilung der Längsspannungen  $\sigma$  und damit auch eine Beeinflussung der Schubspannungen  $\tau_\sigma$  erzwingen wird. Ebenso können örtlich die Querdehnungen (oder Querspannungen) die Scheibenform merklich verändern. Dadurch müsten gegenüber der vorstehend entwickelten verbesserten Torsionstheorie örtliche Zusatzspannungen  $\Delta\sigma$  entstehen, die, wie aus dem Vergleich mit der Untersuchung von TH. VON KÁRMÁN und WEI-ZANG-CHIEN<sup>4)</sup> über den symmetrischen rechteckigen Kastenquerschnitt hervorgeht, merkliche Größe besitzen. In den Querschnittsecken können so Spannungsspitzen entstehen, die bis zu rund 50% der Spannungswerte nach der vorstehenden Theorie betragen.

Es ist jedoch in bezug auf den Charakter dieser Zusatzspannungen festzustellen, daß sie weder für das Gleichgewicht, noch für die Gültigkeit der primären Elastizitätsbedingung notwendig sind. Es dürfte sich somit bei diesen Zusatzspannungen, ähnlich wie bei den Spannungsspitzen im gelochten Zugstab oder bei den Nebenspannungen im steifknotigen Fachwerk, um Nebenspannungen handeln, die die Sicherheit des Tragwerkes nicht wesentlich beeinflussen und die deshalb bei der praktischen Dimensionierung nicht berücksichtigt werden müssen. Den endgültigen Entscheid über diese Frage wird jedoch wohl nur der Versuch liefern können.

<sup>4)</sup> TH. VON KÁRMÁN and WEI-ZANG-CHIEN: Torsion with variable twist. Journal Aeron. Sci., Vol. 13, 1946.

### Zusammenfassung

In einer früheren Untersuchung der Torsion des „schlanken“ Stahlstabes mit geschlossenem Querschnitt (Band 11 der Abhandlungen I. V. B. H.) wurde von der Voraussetzung der Schlankheit ausgegangen, d. h. es wurde vorausgesetzt, daß in der Elastizitätsbedingung über die Verformung der einzelnen Scheiben die Verformungen infolge der sekundären Schubspannungen vernachlässigt werden dürfen. Es zeigt sich nun aber, daß die örtlich auftretenden Normalspannungen in Stablängsrichtung so stark veränderlich sind, daß die Voraussetzung der Schlankheit nicht mehr aufrecht erhalten werden kann. Die Elastizitätsbedingung wurde in der vorliegenden Untersuchung deshalb verbessert, wobei die zweite Grenzlage des Schubmittelpunktes, die nur von den Schubverformungen abhängig ist, eingeführt werden mußte.

### Résumé

Dans une étude antérieure sur la torsion d'une barre élancée d'acier de section fermée (tome 11 des Mémoires de l'A.I.P.C.), l'auteur avait pris pour point de départ l'hypothèse de l'élancement, c'est-à-dire qu'il avait admis que dans la condition d'élasticité relative à la déformation des différents éléments plans, les déformations qui résultent des contraintes tangentielles secondaires peuvent être négligées. On constate toutefois que les contraintes normales qui se manifestent localement sont si largement variables suivant la direction longitudinale de la barre que l'hypothèse de l'élancement ne peut plus être valablement conservée. Dans la présente étude, la condition d'élasticité a été améliorée par ce fait et on a dû introduire la deuxième position limite du centre de cisaillement, qui ne dépend que des déformations de cisaillement.

### Summary

In a former investigation of the torsion of a "slender" steel bar with closed cross-section (Vol. 11 of the I. A. B. S. E. Publications), the assumption of slenderness was started with, i. e. it was assumed that, in the condition of elasticity concerning the deformation of the separate walls, the deformations due to the secondary shear stresses could be neglected. But it has now been found that the normal stresses occurring locally may vary so greatly in the direction of the length of the bar that the assumption of slenderness can no longer be maintained. In the present investigation the condition of elasticity is therefore improved, whereby the second limiting position of the centre of shear, which depends only on the shear deformations, had to be introduced.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide