

# Näherungsformeln für das Knicken von Stäben mit linear veränderlicher Längskraft

Autor(en): **Reinitzhuber, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **13 (1953)**

PDF erstellt am: **16.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-13206>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Näherungsformeln für das Knicken von Stäben mit linear veränderlicher Längskraft

*Approximate formulæ for the buckling of struts with linearly variable axial loading*

*Formules approchées concernant le flambage des barres soumises à un effort longitudinal linéairement variable*

F. REINITZHUBER, Linz/Donau

### Einleitung

Bei vielen Bauaufgaben des Bauwesens kommen Stäbe mit linear veränderlicher Längskraft vor, so z. B. bei Säulen, die unter der Einwirkung von Eigengewicht und axialen Einzellasten stehen, bei Gurten von Fachwerk- und Blechträgern, die auf Biegung beansprucht sind usw.

Sind die linear veränderlichen Längskräfte in einem Teil des Stabes oder auf dessen gesamte Länge Druckkräfte, so ist es notwendig, die Stabilität des Stabes zu prüfen.

Genaue Untersuchungen dieses Stabilitätsproblemcs wurden bloß für einige Last- und Lagerfälle<sup>1)</sup> durchgeführt. Es sind daher für den Ingenieur

---

<sup>1)</sup> A. G. GREENHILL, Cambridge, Phil. Soc. Proc. Vol. 4 (1881), S. 65. — J. DONDORFF, Die Knickfestigkeit des geraden Stabes mit veränderlichem Querschnitt und veränderlichem Druck, ohne und mit Querstützen, Dissertation Aachen, Düsseldorf 1907. — K. KARAS, Über die Knickung gerader Stäbe durch ihr Eigengewicht, Zeitschrift für Bauwesen, Bd. 75 (1925), S. 86 und Über die Knickung gerader Stäbe durch ihr Eigengewicht und Einzellasten, Zeitschrift für Bauwesen, Bd. 78 (1928), S. 246. — F. A. WILBERS, Das Knicken schwerer Gestänge, Z. angew. Math. Mech. Bd. 21 (1941), S. 43, VDI-Zeitschrift Bd. 85 (1941), S. 814. — F. REINITZHUBER, Über die Stabilität gerader Stäbe mit linear veränderlicher Längskraft, Jahrbuch 1940 der deutschen Luftfahrtforschung, S. I 820—824 und Die Stabilität gerader Stäbe mit linear veränderlicher Längskraft im unelastischen Bereich, A. Leon-Gedenkschrift, Wien 1951. — W. BÜLTMANN, Die Knickfestigkeit des geraden Stabes mit veränderlicher Druckkraft bei elastischer Einspannung, Stahlbau 17 (1944), S. 49/50, und Stahlbau 20 (1951), S. 50.

*Sammelwerke:* A. E. W. LOVE, Lehrbuch der Elastizität, deutsch von A. Timpe, Leipzig und Berlin 1907, S. 487. — R. MAYER, Die Knickfestigkeit, Berlin 1921, S. 33. —

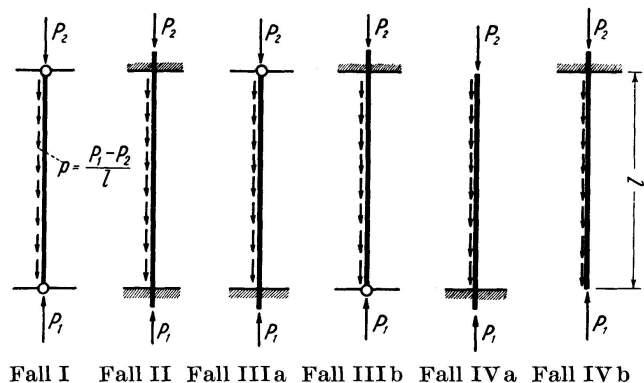


Fig. 1. Untersuchte Lagerfälle

der Praxis Näherungslösungen zweckmäßiger, die über diese Einzeluntersuchungen hinaus ein größeres Gebiet der möglichen Last- und Lagerfälle umfassen.

Als solche gute Näherungslösungen sind die, seinerzeit auf Anregung des Verfassers in die deutschen Knick-, Kipp- und Beulvorschriften für Baustahl DIN 4114 aufgenommenen und von CHWALLA aufgestellten Formeln zu bezeichnen<sup>2)</sup>.

Die in der DIN 4114 enthaltenen Näherungsformeln haben nur einen Nachteil, daß sie bei Knicken im unelastischen Bereich, d. h. wenn ein Teil des Stabes mit linear veränderlicher Längskraft Spannungen hat, die über der Proportionalitätsgrenze des Materials liegen, zum Teil zu ungünstige Werte ergeben, während sie im elastischen Bereich, in den angegebenen Grenzen, gute Ergebnisse liefern.

Die vorliegende Arbeit bringt nun verbesserte Näherungsformeln in Vorschlag, die diesem Umstand Rechnung tragen und auch für den unelastischen Bereich gut anwendbar sind.

Bevor hierauf eingegangen wird, sei noch einiges über die Voraussetzungen, die den Untersuchungen zu Grunde liegen, gesagt.

Zunächst sei bemerkt, daß 6 Lagerfälle, die in Fig. 1 schematisch dargestellt sind, und die in der Ingenieurpraxis wohl am häufigsten vorkommen, behandelt werden.

Die Richtung der angreifenden Einzellasten  $P_1$  und  $P_2$  sowie der über die Stablänge gleichmäßig verteilten Belastung  $p$  wird immer parallel zur ursprünglich geraden Stabachse, auch nach dem Knicken angenommen, wie dies der Eigengewichtsbelastung entspricht. Der Querschnitt des untersuchten Stabes sei über die gesamte Stablänge konstant. Der Werkstoff, aus dem der

F. BLEICH, *Stahlhochbauten*, 1. Bd., Berlin 1932, S. 176. — J. RATZERSDORFER, *Die Knickfestigkeit von Stäben und Stabwerken*, Wien 1936, S. 107. — S. TIMOSHENKO, *Theory of Elastic Stability*, New York and London 1936, S. 115. — A. PFLÜGER, *Stabilitätsprobleme der Elastostatik*, Berlin 1950.

<sup>2)</sup> Vgl. hierzu auch E. CHAWALLA, *Knick-, Kipp- und Beulvorschriften für Baustahl DIN E 4114*, Berlin 1943, S. 15/16.

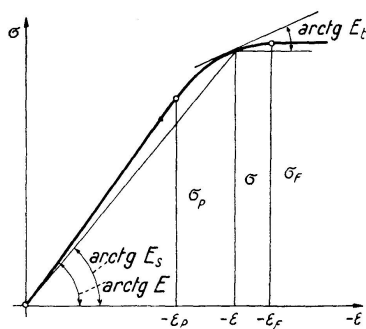


Fig. 2. Spannungs-Stauchungsdiagramm

Stab besteht, habe ein Spannungsstauchungsdiagramm nach Fig. 2 mit einem elastischen und einem plastischen Bereich, die durch die Proportionalitäts- bzw. Quetschgrenze begrenzt sind. Die diesem Spannungsstauchungsdiagramm entsprechende Knickspannungslinie für den zentrisch gedrückten geraden Stab bestehe im elastischen Bereich aus der Eulerhyperbel und im unelastischen Bereich aus einer Parabel, wie in Fig. 5 dargestellt. Der gewählte Verlauf der Knickspannungslinie ist, dies sei vorweg bemerkt, für die weiteren Untersuchungen nicht von prinzipieller Bedeutung. Er kann durch eine andere Kurve ersetzt werden, ohne daß sich dadurch im wesentlichen am Ergebnis etwas ändert.

### 1. Ableitung von Näherungsformeln für den elastischen Bereich

Die trapezförmige Normalkraftverteilung der Stäbe der Fig. 1 kann nach Fig. 3 zerlegt werden in einen rechteckigen und einen dreieckigen Anteil.

Für die dreieckförmige Normalkraftverteilung sind die genauen Knicklasten  $\Delta P_K$  der 6 Lagerfälle aus verschiedenen Veröffentlichungen<sup>1)</sup> bekannt und wurden in Zahlentafel 1 zusammengestellt. Es ist

$$\Delta P_K = \beta^2 P_E, \tag{1.1}$$

wobei  $\beta^2$  aus Zahlentafel 1 zu entnehmen ist,

Zahlentafel 1: Strenge Lösungen für die Knickwerte bei dreieckförmiger Normalkraftverteilung ( $P_2/P_1 = 0$ )

Lagerfall	$\beta^2$
I	1,8819
II	7,563
IIIa	5,321
IIIb	3,042
IVa	0,7942
IVb	0,3523

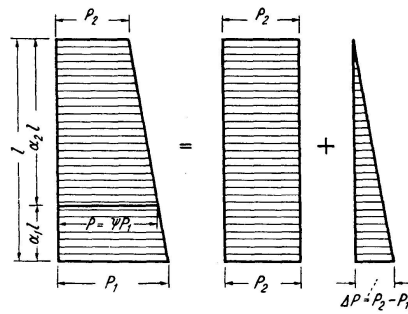


Fig. 3. Zerlegung von trapezförmig verteilten Normalkräften

und

$$P_E = \frac{\pi^2 E J}{l^2}$$

bedeutet ( $l$  = Stablänge,  $J$  = konst. Trägheitsmoment des Stabes,  $E$  = Elastizitätsmodul).

Die Knicklast  $\Delta P_K$  kann auch als Vielfaches der Eulerlast

$$\mathfrak{P}_E = \frac{\pi^2 E J}{l^2} \quad (1.2)$$

des entsprechenden Lagerfalles dargestellt werden. Dabei bedeutet  $L = \gamma l$  die Knicklänge des an beiden Enden gelenkig gelagerten Stabes mit konstanter Längskraft. Es ist bekanntlich im

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fall I: } \gamma = 1,0 \\ \text{Fall II: } \gamma = 0,50 \\ \text{Fall III: } \gamma = 0,699 \\ \text{Fall IV: } \gamma = 2,0 \end{array} \right\} \quad (1.3)$$

Damit ergibt sich aus (1.1) mit (1.2)

$$\begin{aligned} \Delta P_K &= \varphi \mathfrak{P}_E, \\ \varphi &= (\gamma \beta)^2. \end{aligned}$$

wobei

Die dreieckförmige, am Stab von der Länge  $l$  wirkende, Normalkraftverteilung mit dem Endwert  $\Delta P$  ist somit hinsichtlich der Knickgefahr gleichwertig einer an den *beiden* Stabenden eines gelenkig gelagerten Stabes von der Länge  $L$  wirkenden Druckkraft von der Größe  $\Delta P / \varphi$ .

Fügt man zur Dreieckslösung noch die bekannte Rechtecklösung mit der an den beiden Enden wirkenden Druckkraft  $P_2$  hinzu, und wird beachtet, daß  $\Delta P = P_1 - P_2$  ist, so darf mit guter Näherung erwartet werden, daß der Stab ausknickt, wenn

$$P_2 + \frac{P_1 - P_2}{\varphi} = \mathfrak{P}_E,$$

oder

$$P_{1,K} = \frac{\pi^2 E J}{l_K^2} \quad (1.4)$$

wobei 
$$l_K = \gamma l \sqrt{\frac{1 + \frac{P_2}{P_1}(\varphi - 1)}{\varphi}} \quad (1.5)$$

Die Formel (1.4) besagt, daß ein beidseitig gelenkig gelagerter Stab von der Länge  $l_K$  (nach (1.5)), der mit der Druckkraft  $P_{1,K}$  an den beiden Enden beansprucht wird, in den Lagerfällen I—IV hinsichtlich der Knickgefahr gleichwertig einen Stab von der Länge  $l$  mit trapezförmiger Normalkraftverteilung ist.

Aus dem Ausdruck (1.5) für  $l_K$  ergeben sich mit (1.3) und Zahlentafel 1 die folgenden Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall I} \quad l_K &= l \sqrt{\frac{1 + 0,881 P_2/P_1}{1,881}} \\ \text{Fall II} \quad l_K &= l \sqrt{\frac{1 + 0,891 P_2/P_1}{7,564}} \\ \text{Fall III a} \quad l_K &= l \sqrt{\frac{1 + 1,599 P_2/P_1}{5,319}} \\ \text{Fall III b} \quad l_K &= l \sqrt{\frac{1 + 0,486 P_2/P_1}{3,041}} \\ \text{Fall IV a} \quad l_K &= l \sqrt{\frac{1 + 2,176 P_2/P_1}{0,794}} \\ \text{Fall IV b} \quad l_K &= l \sqrt{\frac{1 + 0,409 P_2/P_1}{0,352}} \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

Nahezu die gleichen Näherungsformeln sind auch in der Deutschen Norm DIN 4114 (Knickung, Kippung, Beulung), Blatt 2, unter „Richtlinien zu § 7 der Vorschriften“, Absatz g, in Tafel 5 für fünf der hier untersuchten Lagerfälle (Fall IV b ist dort nicht angeführt) enthalten.

## 2. Gültigkeitsbereich der Näherungsformeln (1.6)

Die Näherungsformeln (1.6) sind, wie aus der vorher gezeigten Ableitung hervorgeht, streng gültig für Stäbe mit rechteckiger ( $P_2/P_1 = 1,0$ ) und dreieckförmiger ( $P_2/P_1 = 0$ ) Normalkraftverteilung. Ihre Anwendbar- und Genauigkeit bei trapezförmiger Normalkraftverteilung ( $1,0 > P_2/P_1 > 0$  und  $P_2/P_1 < 0$ ) kann am besten durch Vergleich mit strengen Lösungen geprüft werden, wie Zahlentafel 2 zeigt.

Danach sind die Abweichungen der Näherungswerte nach (1.6) von den genauen Werten innerhalb der Grenzen  $1,0 \geq \frac{P_2}{P_1} \geq -0,2$  gering, so daß die Formeln (1.6) für die Praxis als genügend genau zu bezeichnen sind.

Dies gilt allerdings mit der Einschränkung, daß die Spannungen nicht die Proportionalitätsgrenze des Werkstoffes, aus dem der Knickstab besteht, überschreiten, also das Knicken im elastischen Bereich stattfindet. Überschreitet

Zahlentafel 2: Vergleich der Knicklängen  $l_K/l$  nach den Näherungsformeln (1.6) mit strengen Lösungen

$P_2/P_1$		+1,0	+0,8	+0,6	+0,4	+0,2	0	-0,2
I	nach (1,6)	1,000	0,952	0,901	0,848	0,791	0,729	0,662
	genau	1,000	0,949	0,896	0,842	0,786	0,729	0,672
II	nach (1,6)	0,500	0,476	0,450	0,423	0,395	0,363	0,330
	genau	0,500	0,475	0,448	0,421	0,392	0,363	0,334
IIIa	nach (1,6)	0,699	0,655	0,607	0,555	0,498	0,433	0,357
	genau	0,699	0,652	0,602	0,549	0,492	0,433	0,376
IIIb	nach (1,6)	0,699	0,676	0,652	0,627	0,601	0,573	0,545
	genau	0,699	0,675	0,650	0,624	0,599	0,573	0,546
IVa	nach (1,6)	2,000	1,858	1,704	1,535	1,344	1,122	0,843
	genau	2,000	1,854	1,698	1,525	1,335	1,122	0,893
IVb	nach (1,6)	2,000	1,942	1,881	1,818	1,753	1,686	1,615
	genau	2,000	1,939	1,880	1,817	1,751	1,686	1,618

die Stabspannung an einer Stelle die Proportionalitätsgrenze, so gelten die Voraussetzungen der bisherigen Überlegungen nicht mehr, da dann im Bereich des Stabes, der über der Proportionalitätsgrenze liegt (s. Fig. 4), an Stelle des Elastizitätsmoduls  $E$  der Knickmodul  $T$  tritt, wenn nach der Engesser-Karman-Theorie gerechnet wird, bzw. der Tangentenmodul  $E_t$  einzusetzen ist, wenn die Engesser-Shanley-Theorie zu Grunde gelegt wird.

Um die Anwendung der Näherungsformeln (1.6) auch im unelastischen Bereich zu ermöglichen, ist in der DIN 4114 festgesetzt, daß bereits beim Überschreiten der Proportionalitätsgrenze am Stabende ( $\sigma_1 > \sigma_p$ ) unabhängig vom Lagerfall und vom Verlauf der trapezförmigen Normalkräfte (d. h. unabhängig vom Verhältnis  $P_2/P_1$ ) voll nach der Knickspannungslinie abzumindern ist.

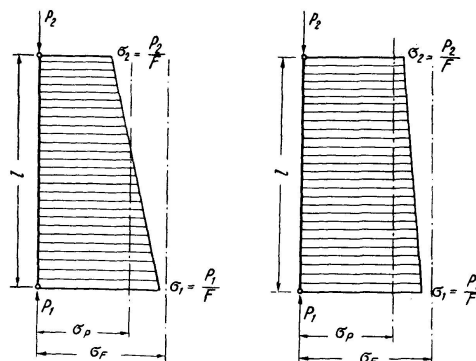


Fig. 4. Teilweise und vollkommen unelastisches Knicken

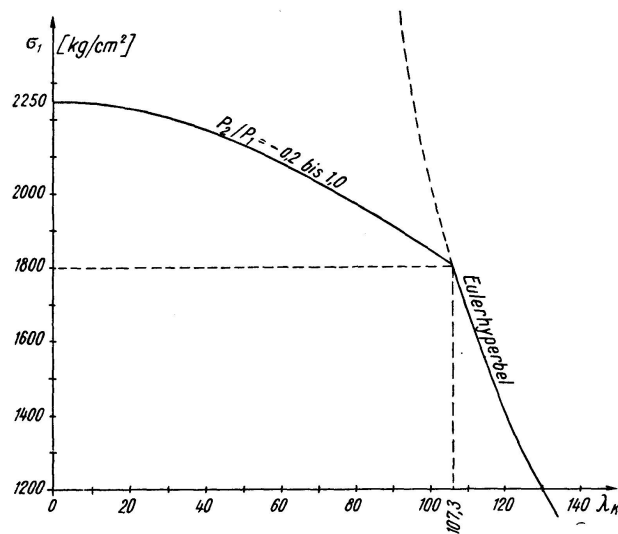


Fig. 5. Knickspannungslinie für Lagerfälle I—IV bei Anwendung der Näherungsformeln (1.6)

Es ist nun wohl klar, daß in den meisten Lagerfällen einem Überschreiten der Proportionalitätsgrenze am unterstützten Stabende nicht dieselbe Bedeutung zukommt, wie in Stabmitte, weshalb nach den Angaben der DIN 4114 das Knicken im unelastischen Bereich mit den Näherungsformeln (1.6) zu ungünstig beurteilt wird. Dies zeigt beispielsweise auch ein Vergleich der Fig. 5 mit der Fig. 6. In Fig. 5 ist die Knickspannungslinie für Baustahl St 37 mit einer Proportionalitätsgrenze von  $\sigma_P = 1800 \text{ kg/cm}^2$ , einer Quetschgrenze von  $\sigma_F = 2250 \text{ kg/cm}^2$  und einem Elastizitätsmodul  $E = 2\,100\,000 \text{ kg je cm}^2$  dargestellt, wobei im elastischen Bereich die Eulerhyperbel und im unelastischen Bereich eine Parabel eingetragen wurde.

Nach der DIN 4114 gilt die Knickspannungslinie der Fig. 5 für Stäbe mit trapezförmiger Normalkraftverteilung der Lagerfälle I bis IV der Fig. 1, wenn

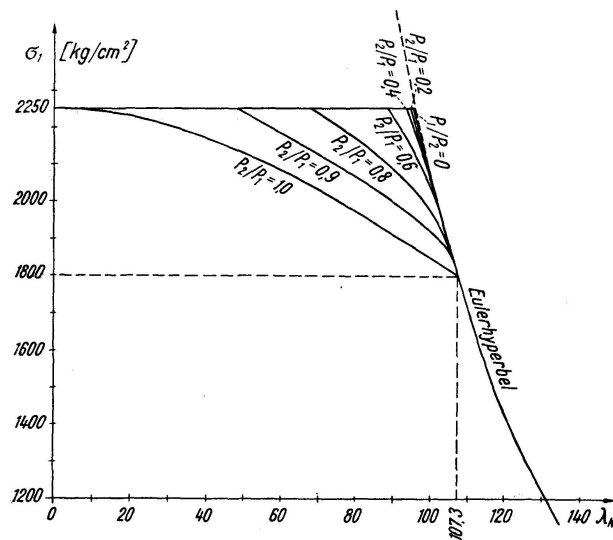


Fig. 6. Strenge Lösung für Knickspannungslinien im Lagerfall I<sup>3)</sup>



auf der Abszissenachse  $\lambda_K = l_K/i$  ( $l_K =$  Knicklänge nach (1.6)) und auf der Ordinatenachse  $\sigma_1 = \frac{P_1}{F}$  abgelesen wird.

Wird hingegen das Knicken eines Stabes mit trapezförmiger Normalkraftverteilung streng gelöst und nach der Engesser-Karman-Theorie gerechnet, so ergeben sich in Lagerfall I in 1. Näherung Knickspannungslinien wie in Fig. 6 dargestellt<sup>3)</sup>. Ähnliche Knickspannungslinien können auch für die Lagerfälle II bis IV entwickelt werden, wie noch an anderer Stelle gezeigt werden wird.

Die Fig. 5 und 6 lassen erkennen, daß im elastischen Bereich ( $\lambda_K \geq 107,5$ ,  $\sigma_1 \leq \sigma_P$ ) die Knickspannungslinien nach der strengen Theorie und nach der Näherungsrechnung der DIN 4114 der Eulerhyperbel folgen. Im unelastischen Bereich ( $0 \leq \lambda \leq 107,5$ ,  $\sigma_P \leq \sigma_1 \leq \sigma_F$ ) hingegen stimmen die Knickspannungslinien der Fig. 5 und 6 nicht mehr überein. Nach der strengen Theorie sind sie vom Verhältnis  $P_2/P_1$  abhängig, nach der Näherungsberechnung der DIN 4114 aber von diesem Verhältnis unabhängig. Die Näherungswerte nach der DIN 4114 sind für  $P_2/P_1 < 1$  immer kleiner als die strengen Werte; nur für  $P_2/P_1 = 1,0$  (konstante Normalkraft, ohne verteilte Belastung) stimmen beide Berechnungsarten überein.

Die Berechnung nach DIN 4114 für Stäbe mit linear veränderlicher Längskraft liefert daher im unelastischen Bereich immer zu ungünstige Ergebnisse; je kleiner das Verhältnis  $P_2/P_1$  wird, um so größer wird der Fehler.

### 3. Neue Näherungsformeln

Um im elastischen Bereich im Prinzip die in der DIN 4114 angegebene Näherungslösung beibehalten zu können, im unelastischen Bereich aber zu einer günstigeren Beurteilung des Knickproblems zu gelangen, wird zweckmäßig nicht die Kraft  $P_1$ , sondern die kleinere Normalkraft  $P^*$ , nach Fig. 3, im Abstände  $\alpha_1 l$  bzw.  $\alpha_2 l$  vom Stabende, als maßgebend für die Bemessung angesehen. Bei dieser Änderung der Größe der Vergleichsnormalkraft von  $P_1$  zu  $P^*$  ist zu beachten, daß dann neben der Knickuntersuchung noch der Nachweis zu führen ist, daß  $\sigma_1$  genügend Sicherheit gegenüber der Fließspannung hat  $[\sigma_1 \leq (\frac{\sigma_F}{\nu} = \sigma_{zul})]$ . Die Werte  $\alpha_1$  bzw.  $\alpha_2$  werden nun so festgelegt, daß die genauen Knickspannungslinien der strengen Lösung, wie sie beispielsweise für Fall I in Fig. 6 dargestellt sind, möglichst gut angenähert werden.

Wird für  $P_1 = \frac{P^*}{\psi}$  eingeführt, wobei nach Fig. 3

$$\psi = 1 - \left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right) \alpha_1 = \alpha_1 \frac{P_2}{P_1} + \alpha_2, \quad (3.1)$$

$$(\alpha_1 + \alpha_2 = 1)$$

<sup>3)</sup> Ermittelt aus Zahlentafel 1 des Aufsatzes Reinitzhuber, Die Stabilität gerader Stäbe mit linear veränderlicher Längskraft im unelastischen Bereich, A. Leon-Gedenkschrift, Wien 1951.

so folgt aus (1.4)

$$P_K^* = \frac{\pi^2 E J}{l_K^{*2}},$$

wobei

$$l_K^* = \frac{l_K}{\sqrt{\psi}} = \gamma l \sqrt{\frac{1 + \frac{P_2}{P_1}(\varphi - 1)}{\varphi \psi}}, \quad (3.2)$$

d. h. ein Stab von der Länge  $l$  mit trapezförmiger Normalkraftverteilung ist in den Lagerfällen I—IV hinsichtlich der Knickgefahr gleichwertig einen beidseitig gelenkig gelagerten Stab von der Länge  $l_K^*$ , der an den beiden Enden mit der Druckkraft  $P^*$  beansprucht ist.

Aus (3.2) ergeben sich mit den  $\gamma$ -Werten nach (1.3) und  $\beta^2$  aus Zahlentafel I die neuen Näherungsformeln für die Knicklängen:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Fall I} & l_K^* = l \sqrt{\frac{1 + 0,881 P_2/P_1}{1,881 \psi}} \\ \text{Fall II} & l_K^* = l \sqrt{\frac{1 + 0,891 P_2/P_1}{7,564 \psi}} \\ \text{Fall III a} & l_K^* = l \sqrt{\frac{1 + 1,599 P_2/P_1}{5,319 \psi}} \\ \text{Fall III b} & l_K^* = l \sqrt{\frac{1 + 0,486 P_2/P_1}{3,041 \psi}} \\ \text{Fall IV a} & l_K^* = l \sqrt{\frac{1 + 2,176 P_2/P_1}{0,794 \psi}} \\ \text{Fall IV b} & l_K^* = l \sqrt{\frac{1 + 0,409 P_2/P_1}{0,352 \psi}} \end{array} \right\} \quad (3.3)$$

Der Wert  $\psi$ , für den Gl. (3.1) gilt, wird durch die Annahme von  $\alpha_1$  so festgelegt, daß die neuen Knickspannungslinien sich möglichst gut den strengen Lösungen anpassen. Es werden deshalb für  $\alpha_1$  die folgenden Näherungswerte vorgeschlagen, die nicht konstant, sondern von  $P_2/P_1$  abhängig sind:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Fall I} & \alpha_1 = \frac{0,150}{1 - P_2/P_1} \leq 0,50 \\ \text{Fall II} & \alpha_1 = \frac{0,100}{1 - P_2/P_1} \leq 0,50 \\ \text{Fall III a} & \alpha_1 = \frac{0,104}{1 - P_2/P_1} \leq 0,52 \\ \text{Fall III b} & \alpha_1 = \frac{0,096}{1 - P_2/P_1} \leq 0,48 \\ \text{Fall IV a} & \alpha_1 = \frac{0,089}{1 - P_2/P_1} \leq 0,30 \\ \text{Fall IV b} & \alpha_1 = \frac{0,140}{1 - P_2/P_1} \leq 0,70 \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

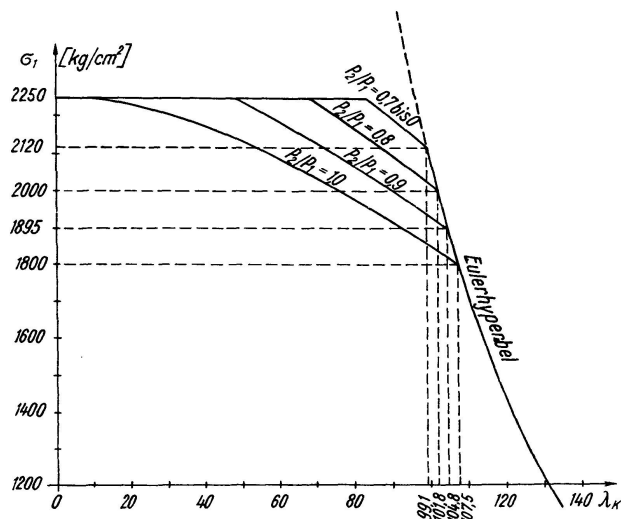


Fig. 7. Knickspannungslinien im Lagerfall I bei Anwendung der Näherungsformel (3.3)

Mit den Gl. (3.1), (3.3) und (3.4) sind die Knicklängen  $l_K^*$  und Knicklasten  $P_K^*$  für Stäbe mit linear veränderlicher Längskraft näherungsweise für den elastischen und unelastischen Bereich festgelegt.

Nach diesen neuen Näherungsformeln wurden wieder Knickspannungslinien für Baustahl St 37 in Abhängigkeit von  $P_2/P_1$  mit den Grenzen  $1,0 \geq P_2/P_1 \geq -0,2$  im Lagerfall I ermittelt und in Fig. 7 aufgetragen. Ein Vergleich der strengen Lösung nach Fig. 6 mit der Näherungslösung nach Fig. 7 zeigt, daß im allgemeinen die neuen Näherungsformeln kleinere kritische Werte ergeben als die genauen Ermittlungen, mit geringen Ausnahmen, nämlich am Übergang vom elastischen zum unelastischen Bereich (etwa um  $\lambda_K = 100$ ), wo in einem kleinen Abschnitt die neuen Näherungswerte um etwa 2—3% größer als die genauen Werte sind, was wohl als befriedigend betrachtet werden darf. Ähnliches wurde bei den anderen Lagerfällen gefunden, worauf noch an anderer Stelle zurückgekommen wird.

Damit ist wohl der Nachweis erbracht, daß die neuen Näherungsformeln (3.3) für die Knicklängen von Stäben mit linear veränderlicher Längskraft in den Grenzen  $1,0 \geq P_2/P_1 \geq -0,2$  Ergebnisse liefern, die für den praktischen Gebrauch ausreichende Genauigkeit haben, da sie auch günstiger sind als die DIN 4114, kann ihre Anwendung empfohlen werden.

### Zusammenfassung

Auf Grund von veröffentlichten und unveröffentlichten theoretischen Arbeiten des Verfassers über das Knicken von Stäben mit linear veränderlicher Längskraft im elastischen und unelastischen Bereich, werden in Anlehnung an von CHWALLA aufgestellten Näherungsformeln, die in den deutschen Knick-,

Kipp- und Beulvorschriften für Baustahl DIN 4114 enthalten sind, neue Näherungsformeln angegeben, die, wie nachgewiesen wird, insbesondere im unelastischen Bereich, genauere und auch wirtschaftlichere Ergebnisse liefern als die DIN 4114, so daß ihre Anwendung empfohlen wird.

### Summary

On the basis of the author's published and unpublished theoretical work on the buckling of struts with linearly variable axial loading in the elastic and the inelastic range, and having regard to the formulæ due to CHWALLA which are included in the German Buckling, Tilting and Bulgeing specifications for building steel, DIN 4114, new approximate formulæ are proposed which are more accurate, especially in the inelastic range, and more easily used than DIN 4114, so that their use is recommended.

### Résumé

L'auteur s'appuie sur ses recherches, publiées ou non, sur les barres soumises à un effort longitudinal linéairement variable, tant dans le domaine élastique que dans le domaine non-élastique. En tenant compte également des formules approchées établies par CHWALLA et contenues dans les Prescriptions Allemandes relatives à l'acier de construction et concernant le flambage, le déversement et le voile (norme DIN 4114), il indique de nouvelles formules approchées, dont il montre qu'elles permettent d'obtenir des résultats plus exacts et plus économiques que la norme DIN 4114, tout particulièrement dans le domaine non-élastique; l'emploi de ces formules est donc à recommander.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide