**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

**Band:** 14 (1954)

**Artikel:** Die genaue Theorie der prismatischen Faltwerke und ihre praktische Anwendung

**Autor:** Werfel, A.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-13950

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 11.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Die genaue Theorie der prismatischen Faltwerke und ihre praktische Anwendung

*The exact theory of prismatic structures formed by bending and its practical application*

*La Théorie exacte des voûtes polygonales prismatiques et leur emploi pratique*

Dipl.-Ing. A. Werfel, Haifa (Israel)

## 1. Einleitung

Das in Figur 1 abgebildete räumliche Flächentragwerk besteht aus drei Grundelementen: aus einem dünnwandigen, prismatischen Körper (dem prismatischen Faltwerk) und aus zwei Binderscheiben, die mit den gebrochenen Rändern des Faltwerkes monolithisch verbunden sind, senkrecht zu seinen Kanten stehen und zu seiner Stützung sowie zu seiner Aussteifung dienen. Die im Bauwesen angewendeten Flächentragwerke dieser Art weisen gewöhnlich außer den Grundelementen noch zusätzliche Glieder auf.

Die Berechnung aller prismatischen Faltwerke läßt sich auf die Untersuchung der sog. einfach gestützten, prismatischen Faltwerke zurückführen, die ihnen gegenüber eine ähnliche Rolle spielen wie die Hauptsysteme bei statisch unbestimmten Stabtragwerken. Wenn ein prismatisches Faltwerk auf nur zwei Binderscheiben gelagert ist, die in ihren Ebenen vollkommen steif und quer zu diesen vollkommen biegsam sind, so wird es als einfach gestützt bezeichnet. Dabei ist es gleichgültig, ob die gradlinigen Faltwerkränder frei wie in Figur 1, oder mit zusätzlichen Elementen (Randgliedern, anderen Faltwerken oder zylindrischen Schalen von der gleichen Länge, stützenden Wänden wie im Zahlenbeispiel usw.) verbunden sind.

Solange die zwei Binderscheiben eines einfeldrigen, prismatischen Faltwerkes voneinander genügend entfernt sind, kann es als einfach gestützt angesehen werden. Sonst müssen die wirklichen, elastischen Eigenschaften der Binderscheiben (besonders ihre von Null verschiedenen Biegesteifigkeiten)

berücksichtigt werden. In diesem Fall sowie z. B. bei den mehrfeldrigen (durch mehr als zwei Binderscheiben gestützten) prismatischen Faltwerken wird die Lösung durch Superposition von zwei Lösungen für das einfach gestützte Faltwerk gewonnen, einer für die im folgenden definierten gewöhnlichen Belastung und der anderen für die längs der gebrochenen Ränder angreifenden, aus Normalkräften und Biegemomenten bestehenden Randbelastungen.

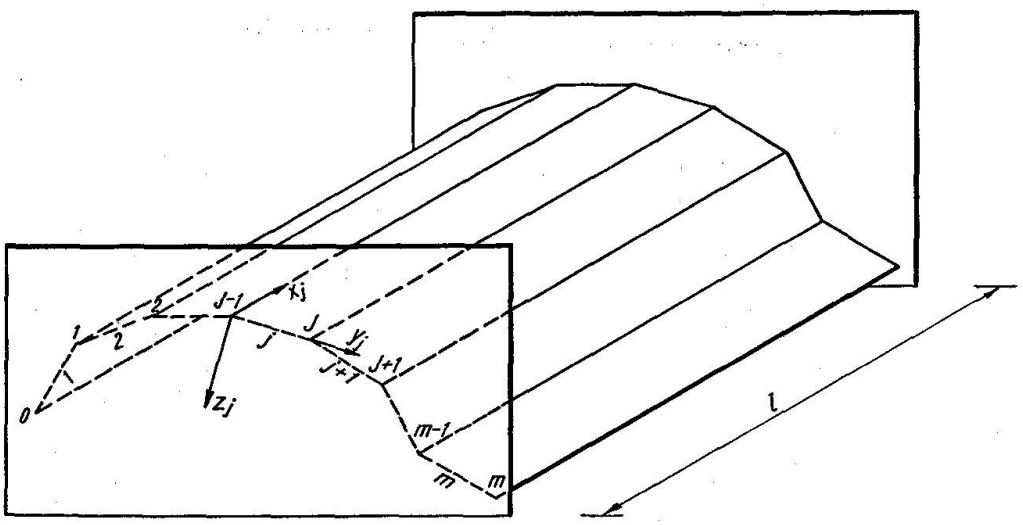



Fig. 1

In der vorliegenden Abhandlung wird das einfach gestützte prismatische Faltwerk mit plattenweise konstanter Stärke nur für die gewöhnliche Belastung untersucht. Dabei wird, ähnlich wie bei den Theorien der Schalenkonstruktionen, vorausgesetzt, daß a) die Stärke jeder Platte klein im Verhältnis zu ihren übrigen zwei Abmessungen ist; b) die Durchbiegungen klein gegenüber der Stärke sind; c) die vor der Formänderung senkrecht zur Mittelfläche stehenden Fasern auch nach der Deformation gradlinig sind und senkrecht zur verformten Mittelfläche stehen; d) die senkrecht zur Mittelfläche wirkenden Normalspannungen vernachlässigbar klein sind; e) der Werkstoff isotrop ist.

## 2. Die inneren Kräfte des prismatischen Faltwerkes

Die Platten des prismatischen Faltwerkes werden der Reihe nach durch $j = 1, 2, 3, \ldots m$, seine Kanten durch $J = 1, 2, 3, \ldots (m-1)$ und seine gradlinigen Ränder durch $\bar{J} = 0$ bzw. $m$ bezeichnet (Fig. 1). Die Abmessungen der $j$-ten Faltwerkplatte sind durch ihre Länge $l$, ihre Breite $d_j$ und ihre Dicke $\delta_j$ gegeben (Fig. 2a). Ihr Neigungswinkel zur Vertikalen beträgt $\alpha_j$. Der Winkel $\beta_J$, der zwischen zwei aufeinanderfolgenden Platten eingeschlossen ist, wird aus ihren Neigungswinkeln berechnet.

$$\beta_J = \alpha_{j+1} - \alpha_j \tag{1}$$

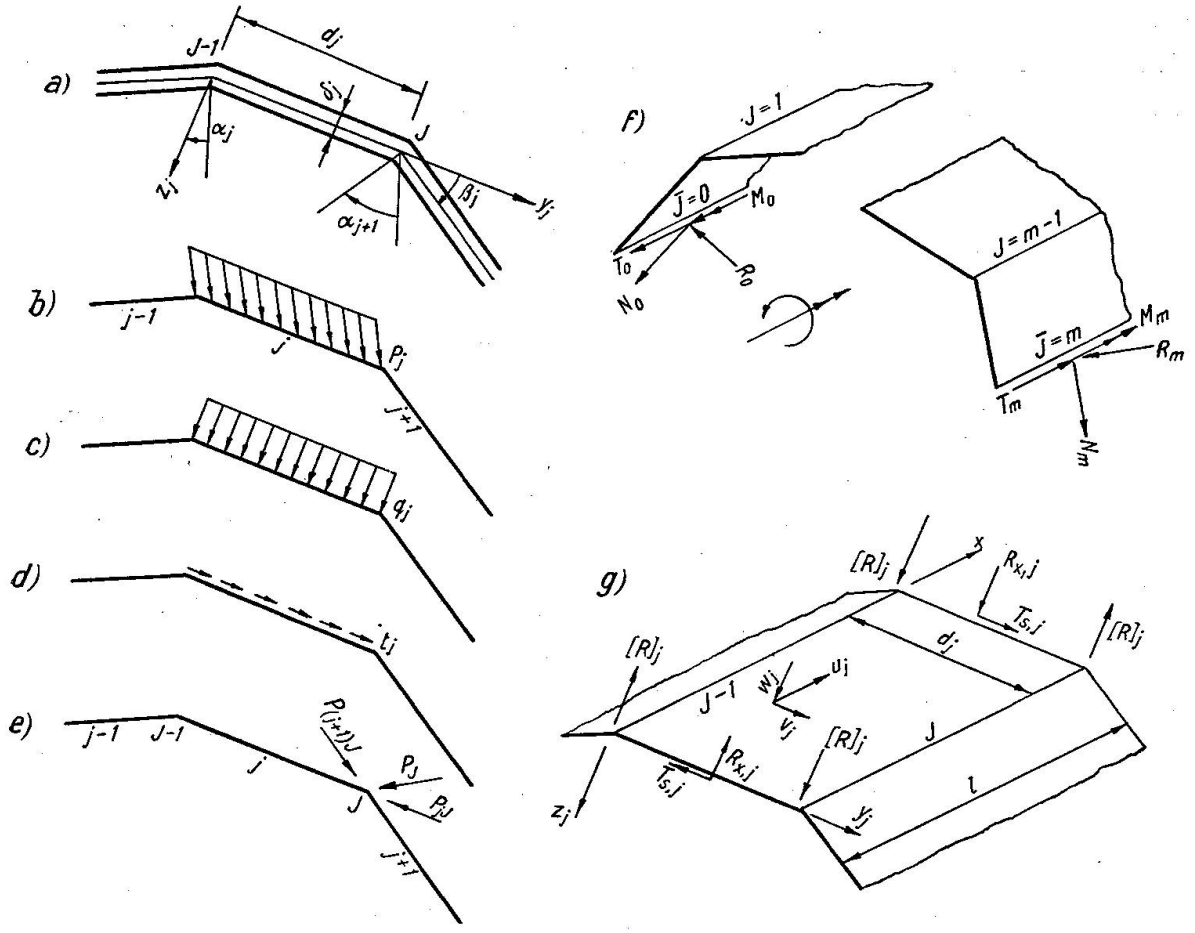



Fig. 2

Für jede Platte wird ein raumfestes, rechtwinkliges, rechtsgewundenes Koordinatensystem $xyz$ gewählt, dessen $xy$-Ebene mit ihrer Mittelebene zusammenfällt, dem die niedriger bezifferte Kante als $x$-Achse dient und dessen Ursprung in der entsprechenden Binderscheibe liegt (Fig. 1):

In der vorliegenden Abhandlung wird das einfach gestützte prismatische Faltwerk für die aus folgendem bestehende Belastung untersucht:

a) Flächenbelastung $p_j$ (Fig. 2b), die auch die Volumskräfte (Eigengewicht) erfaßt und durch eine zur $j$-ten Mittelebene normale Komponente $q_j$ (Fig. 2c), sowie durch eine zu ihr tangentiale Komponente $t_j$ ausgedrückt wird (Fig. 2d).

b) Kantenkräfte $P_J$, die durch ihre Komponenten $P_{jJ}$ und $P_{(j+1)J}$ ersetzt werden (Fig. 2e).

c) Längs der gradlinigen Ränder wirkende Randkräfte, die aus Normalkräften $N_{\bar{J}}$, Querkräften $R_{\bar{J}}$ und Schubkräften $T_{\bar{J}}$ bestehen, sowie Randmomente $M_{\bar{J}}$ (Fig. 2f).

Die von den Binderscheiben auf das Faltwerk längs der gebrochenen Ränder ausgeübten Kräfte bestehen im folgenden nur aus Schubkräften $T_s$, Querkräften $R_x$ und in den Ecken der Platten angreifenden Einzelkräften $[R]$ (Fig. 2g). Die Flächenbelastung und die Kantenkräfte dürfen in diesem Falle

keine zur $x$-Achse parallelen Komponenten haben, da das Auftreten von Normalkräften längs der gebrochenen Ränder, die diese Komponenten aufnehmen könnten, hier nicht in Betracht gezogen wird. Aus demselben Grund muß die Resultierende der Randschubkräfte $T_{\bar{J}}$ Null sein.

$$\int_0^l T_{\bar{J}}\, dx = 0 \tag{2}$$

Im folgenden wird vorausgesetzt, daß das prismatische Faltwerk sowohl durch die Flächenbelastung wie auch durch die Kanten- und Randkräfte in seiner Mittelfläche beansprucht wird.

Das prismatische Faltwerk erleidet unter der Belastung eine elastische Verformung, die durch die Verschiebungskomponenten $u_j$, $v_j$ und $w_j$ der zur Mittelfläche angehörenden Punkte ausgedrückt werden kann (Fig. 2g). Zur Beschreibung der Deformation längs der Ränder und der Kanten müssen die Drehwinkel $\varphi_{x,j} = \frac{\partial w_j}{\partial x}$ und $\varphi_{y,j} = \frac{\partial w_j}{\partial y_j}$ zur Hilfe herangezogen werden.

In den Schnitten $x =$ konst. bzw. $y =$ konst. des verformten Faltwerkes wirken Normalspannungen $\sigma_x$ bzw. $\sigma_y$ sowie Schubspannungen $\tau_{xy}$ und $\tau_{xz}$ bzw. $\tau_{yx}$ und $\tau_{yz}$. Auf Grund des Satzes von der Gleichheit der zugeordneten Schubspannungen ist $\tau_{xy} = \tau_{yx}$. Zufolge der in der Einleitung getroffenen Vereinbarungen verlaufen die Spannungskomponenten $\sigma_x, \sigma_y$ und $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ linear über die Plattendicke und können daher in zwei Teile zerlegt werden. Der eine ist über die Plattendicke gleichmäßig verteilt (die sog. Membranspannungen), der andere dagegen ist zur Entfernung von der Mittelfläche (d. i. zur Ordinate $z_j$) proportionell (die sog. Biegespannungen). Dem linearen Verlauf der Normalspannungen entsprechend verlaufen die Schubspannungen $\tau_{xz}$ und $\tau_{yz}$, die ebenfalls zu den Biegespannungen gehören, nach einer Parabel zweiten Grades (Scheitelpunkt in $z_j = 0$ und Nullwerte in $z_j = \pm \frac{1}{2}\delta_j$).

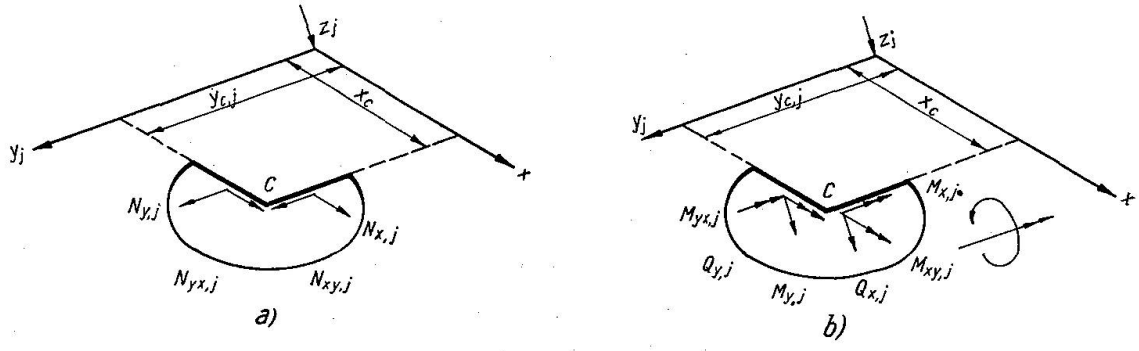



Fig. 3

Statt sich im weiteren der Spannungskomponenten zu bedienen, ist es zweckmäßig, mit ihren auf die Längeeinheit des Schnittes bezogenen Resultierenden, den sog. inneren Kräften (Schnittkräften und Schnittmomenten) zu rechnen. Die Membranspannungen ergeben in den Schnitten $x =$ konst. bzw.

*Tabelle 1*

| $\Gamma_j$ | |
|---|---|
| $N_{x,j} = \dfrac{\partial^2 F_j}{\partial y_j^2}$ | $\epsilon_{x,j} = \dfrac{1}{D_j}\left(\dfrac{\partial^2 F_j}{\partial y_j^2} - \nu \dfrac{\partial^2 F_j}{\partial x^2}\right) = \dfrac{\partial u_j}{\partial x}$ |
| $N_{y,j} = \dfrac{\partial^2 F_j}{\partial x^2}$ | $\epsilon_{y,j} = \dfrac{1}{D_j}\left(\dfrac{\partial^2 F_j}{\partial x^2} - \nu \dfrac{\partial^2 F_j}{\partial y_j^2}\right) = \dfrac{\partial v_j}{\partial y_j}$ |
| $N_{xy,j} = N_{yx,j} = -\dfrac{\partial^2 F_j}{\partial x \partial y_j}$ | $\gamma_{xy,j} = -\dfrac{2(1+\nu)}{D_j}\dfrac{\partial^2 F_j}{\partial x \partial y_j} = \dfrac{\partial u_j}{\partial y_j} + \dfrac{\partial v_j}{\partial x}$ |
| | $D_j = E \cdot \delta_j$ |
| $\Lambda_j$ | |
| $M_{x,j} = -K_j\left(\dfrac{\partial^2 w_j}{\partial x^2} + \nu \dfrac{\partial^2 w_j}{\partial y_j^2}\right)$ | $R_{x,j} = -K_j\left[\dfrac{\partial^3 w_j}{\partial x^3} + (2-\nu)\dfrac{\partial^3 w_j}{\partial x \partial y_j^2}\right] = Q_{x,j} + \dfrac{\partial M_{xy,j}}{\partial y_j}$ |
| $M_{y,j} = -K_j\left(\dfrac{\partial^2 w_j}{\partial y_j^2} + \nu \dfrac{\partial^2 w_j}{\partial x^2}\right)$ | $R_{y,j} = -K_j\left[\dfrac{\partial^3 w_j}{\partial y_j^3} + (2-\nu)\dfrac{\partial^3 w_j}{\partial x^2 \partial y_j}\right] = Q_{y,j} + \dfrac{\partial M_{xy,j}}{\partial x}$ |
| $M_{xy,j} = M_{yx,j} = -(1-\nu) K_j \dfrac{\partial^2 w_j}{\partial x \partial y_j}$ | $[R]_j = -2(1-\nu)\dfrac{\partial^2 w_j}{\partial x \partial y_j} = 2 M_{xy,j}$ |
| $Q_{x,j} = -K_j\left(\dfrac{\partial^3 w_j}{\partial x^3} + \dfrac{\partial^3 w_j}{\partial x \partial y_j^2}\right)$ | $\varphi_{x,j} = \dfrac{\partial w_j}{\partial x}$ |
| $Q_{y,j} = -K_j\left(\dfrac{\partial^3 w_j}{\partial y_j^3} + \dfrac{\partial^3 w_j}{\partial x^2 \partial y_j}\right)$ | $\varphi_{y,j} = \dfrac{\partial w_j}{\partial y_j}$ |
| | $K_j = \dfrac{E \cdot \delta_j^3}{12(1-\nu^2)}$ |

$y =$ konst. die Normalkräfte $N_x$ bzw. $N_y$ und die Schubkräfte $N_{xy} = N_{yx}$, die in der Mittelfläche wirken und als Dehnungskräfte (Membrankräfte) bezeichnet werden (Fig. 3a). Die den Biegespannungen angehörenden Teile der Normalspannungen und der Schubspannungen $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ergeben die Biegemomente $M_x$ bzw. $M_y$ und die Drillungsmomente $M_{xy} = M_{yx}$. Die Resultierenden $Q_x$ bzw. $Q_y$ der Schubspannungen $\tau_{xz}$ bzw. $\tau_{yz}$ werden Querkräfte genannt. Die den Biegespannungen entsprechenden Schnittmomente und Schnittkräfte (Fig. 3b) werden als Biegekräfte bezeichnet.

Längs der Ränder und längs der Kanten des prismatischen Faltwerkes lassen sich, ähnlich wie bei den dünnen Schalen und bei den dünnen Platten, die Drillungsmomente nur mit Hilfe der ihnen statisch gleichwertigen Ersatz-

querkräfte berücksichtigen. Diese werden mit den Randwerten der Querkräfte zu resultierenden Querkräften $R_x$ bzw. $R_y$ (siehe Tabelle 1) vereinigt. In den Schnittpunkten der gebrochenen Ränder mit den gradlinigen Rändern und den Kanten treten unter dem Einfluß der Drillungsmomente Einzelkräfte $[R]$ auf (s. Tabelle 1 und Fig. 2g), die senkrecht zu den Platten wirken.

Um die Schreibweise für die längs der Kanten auftretenden Schnittkräfte und Schnittmomente zu vereinfachen, werden dort statt der Bezeichnungen $N_y$, $N_{yx}$, $M_y$, $R_y$ und $\varphi_y$ die Bezeichnungen $N$, $T$, $M$, $R$ und $\varphi$ angewendet. Durch die Beigabe eines Indexes $jJ$ bzw. $(j+1)J$ wird gekennzeichnet, ob diese im Schnitt links bzw. rechts von der $J$-ten Kante wirken.

## 3. Die Differentialgleichungen des prismatischen Faltwerkes

In der mathematischen Elastizitätstheorie werden die Differentialgleichungen der Flächentragwerke auf der Grundlage von drei Bedingungsgruppen abgeleitet:

a) Sechs Gleichgewichtsbedingungen (drei gegen Verschieben und drei gegen Drehen) für das Flächenelement $dx\,dy$.

b) Einer geometrischen Bedingung (Verträglichkeitsgleichung).

c) Elastostatischer Beziehungen, die die dem Hookschen Gesetz entsprechenden, gegenseitigen Abhängigkeiten der Spannungskomponenten und der Deformationskomponenten ausdrücken.

Wenn diese drei Bedingungsgruppen auf das Element $dx\,dy_j$ der $j$-ten Platte eines prismatischen Faltwerkes angewendet und gemäß den Rechnungsannahmen nur kleine Durchbiegungen betrachtet werden, dann erweist sich, daß die dadurch gewonnenen Differentialgleichungen zwei voneinander unabhängige Systeme bilden. In den Differentialgleichungen eines Systems treten die tangentialen Komponenten der Flächenbelastung $t_j$, die Dehnungskräfte sowie die Verschiebungskomponenten $u_j$ und $v_j$ auf, in denen des anderen Systems die normale Komponente der Flächenbelastung $q_j$, die Biegekräfte und die Verschiebungskomponente $w_j$. Die Gleichungen des ersten Systems sind mit den Differentialgleichungen des ebenen Spannungszustandes (des Scheibenproblems) identisch, die des zweiten Systems mit den Differentialgleichungen des Biegeproblems der ebenen Flächentragwerke (des Plattenproblems). Wegen Platzmangels werden hier weder diese Differentialgleichungen noch ihre Ableitung gegeben. Der Leser kann sie in einem beliebigen Lehrbuch der Elastizitätslehre, in den Abschnitten, die dem Scheibenproblem und dem Plattenproblem gewidmet sind, finden.

Beim Scheibenproblem erleidet bekanntlich das Element $dx\,dy_j$ der Mittelebene ausschließlich Verzerrungen (Dehnungen $\epsilon_x$ und $\epsilon_y$ sowie Winkeländerungen $\gamma_{xy}$). Beim Plattenproblem kann dieses Element, solange es sich um kleine Durchbiegungen $w_j$ handelt, als unverzerrt angesehen werden.

Im folgenden wird zur Bezeichnung einer beliebigen Größe (innere Kraft oder Deformationskomponente), die im Scheibenproblem bzw. im Plattenproblem auftritt, das Symbol $\Gamma$ bzw. $\Lambda$ angewendet. Eine beliebige innere Kraft oder Deformationskomponente des prismatischen Faltwerkes wird weiter durch das Symbol $\Theta$ bezeichnet. Aus dem früher Dargelegten folgt, daß die $\Theta_j$-Größen aus $\Gamma_j$- und $\Lambda_j$-Größen bestehen. Alle $\Gamma_j$- und $\Lambda_j$-Größen und demzufolge auch die $\Theta_j$-Größen sind (einstweilen unbekannte) Funktionen der beiden Ordinaten $x$ und $y_j$.

Beim Scheibenproblem werden bekanntlich alle $\Gamma_j$ durch die Airysche Spannungsfunktion $F_j$, beim Plattenproblem alle $\Lambda_j$ durch die Durchbiegung $w_j$ (die Ordinaten der elastischen Fläche) ausgedrückt. Die Operationen, die zu diesem Zweck durchgeführt werden müssen, sind aus der Tabelle 1 ersichtlich. Die Konstanten $D_j$ bzw. $K_j$ sind die Dehnsteifigkeit (Scheibensteifigkeit) bzw. die Biegesteifigkeit (Plattensteifigkeit) der $j$-ten Faltwerkplatte. $E$ ist der Elastizitätsmodul und $\nu$ die Querdehnungszahl.

Aus der Scheiben- und der Plattentheorie ist es bekannt, daß die Spannungsfunktion $F_j\,(x, y_j)$ bzw. die elastische Fläche $w_j\,(x, y_j)$ durch Integration der sog. Scheiben- bzw. Plattengleichung gefunden werden. Diese lauten:

$$\frac{\partial^4 F_j}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F_j}{\partial x^2 \partial y_j^2} + \frac{\partial^4 F_j}{\partial y_j^4} = 0 \tag{3a}$$

$$\frac{\partial^4 w_j}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w_j}{\partial x^2 \partial y_j^2} + \frac{\partial^4 w_j}{\partial y_j^4} = \frac{q_j}{K_j} \tag{3b}$$

und sind lineare, partielle Differentialgleichungen vierter Ordnung (sog. biharmonische Gleichungen). Die erste von ihnen ist homogen (ihre rechte Seite beträgt Null), die zweite inhomogen.

Die $m$ Scheibengleichungen (3a) und die $m$ Plattengleichungen (3b) für $j = 1, 2, 3, \ldots m$ sind die Grundgleichungen des hier untersuchten Faltwerkes.

## 4. Die Lösung des Problems in klassischer Weise

Die Bedingungen, die durch die Lösung längs der gebrochenen Ränder des einfach gestützten prismatischen Faltwerkes, also für $x = 0$ und $x = l$ erfüllt werden müssen, lauten:

$$N_{x,j} = v_j = 0 \quad \text{a)}; \qquad M_{x,j} = w_j = 0 \quad \text{b)} \tag{4}$$

In diesem Fall wird die Integration der Differentialgleichungen (3a + b) durch Trennung der Veränderlichen $x$ und $y_j$ und durch Anwendung von einfach-unendlicher Reihen durchgeführt. Zu diesem Zweck muß die Belastung und die Lösung in Fourier-Reihen entwickelt werden. Der Nachteil dieser Integrationsmethode besteht darin, daß für jede Harmonische der Belastung

die ganze Rechnung wiederholt werden muß und die endgültige Lösung als Summe von Teillösungen gewonnen wird.

$$\Theta_j = \sum_n \Theta_{j,n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \tag{5}$$

Die tangentiale Komponente der Flächenbelastung muß wegen der Reihenentwicklung der Spannungsfunktion durch Kanten- bzw. Randkräfte

$$P_j^{(t)} = \int_0^{d_j} t_j \, d y_j \quad (j = 1, 2, 3, \ldots, m) \tag{6}$$

ersetzt werden, die zu den Kantenkräften $P_{j(J-1)}$ oder $P_{jJ}$ zugeschlagen werden.

Die allgemeinen Integrale für das $n$-te Glied der Spannungsfunktion und das $n$-te Glied der elastischen Fläche können folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$F_{j,n} = \Phi_{j,n} \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x \tag{7a}$$

$$K_j \cdot w_{j,n} = \Psi_{j,n} \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x \tag{7b}$$

$\Phi$ bzw. $\Psi$ sind Funktionen der Ordinate $y_j$ und von vier Integrationskonstanten $A$ bzw. $B$.

$$\Phi_{j,n} = A_{j,n}^{(1)} \operatorname{Sh} \frac{n\pi}{l} y_j + A_{j,n}^{(2)} \operatorname{Ch} \frac{n\pi}{l} y_j + \frac{n\pi}{l} y_j \left( A_{j,n}^{(3)} \operatorname{Sh} \frac{n\pi}{l} y_j + A_{j,n}^{(4)} \operatorname{Ch} \frac{n\pi}{l} y_j \right) \tag{8a}$$

$$\Psi_{j,n} = B_{j,n}^{(1)} \operatorname{Sh} \frac{n\pi}{l} y_j + B_{j,n}^{(2)} \operatorname{Ch} \frac{n\pi}{l} y_j + \frac{n\pi}{l} y_j \left( B_{j,n}^{(3)} \operatorname{Sh} \frac{n\pi}{l} y_j + B_{j,n}^{(4)} \operatorname{Ch} \frac{n\pi}{l} y_j \right) + \\ + \Psi_0 (y_j, q_j) \tag{8b}$$

In der letzten Gleichung bilden die Glieder mit der Integrationskonstanten $B$ das allgemeine Integral der Plattengleichung, deren rechte Seite gleich Null gesetzt wird (kurz, der homogenen Plattengleichung), während $\Psi_0 (y_j, q_j)$ ein partikuläres Integral der inhomogenen Plattengleichung (3b) darstellt.

Nachdem die in der Tabelle 1 angezeigten Operationen an den allgemeinen Integralen (7a + b) durchgeführt werden, erhält man die allgemeinen Ausdrücke für $\Gamma_{j,n}$ und $\Lambda_{j,n}$

$$\Gamma_{j,n} = \Phi_{j,n}^{(\Gamma)} \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x \quad \text{bzw.} \quad \cos \frac{n\pi}{l} x \tag{9a}$$

für $\Gamma = N_x, N_y, v$ bzw. $\Gamma = N_{xy}, N_{yx}, u$

$$\Lambda_{j,n} = \Psi_{j,n}^{(\Lambda)} \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x \quad \text{bzw.} \quad \cos \frac{n\pi}{l} x \tag{9b}$$

für $\Lambda = M_x, M_y, Q_y, R_y, \varphi_y$ bzw. $\Lambda = M_{xy}, M_{yx}, Q_x, R_x, \varphi_x$

$\Phi^{(\Gamma)}$ bzw. $\Psi^{(\Lambda)}$ sind ebenfalls Funktionen der Ordinate $y_j$ und der vier Integrationskonstanten $A$ bzw. $B$.

Aus den allgemeinen Ausdrücken (9a + b) und aus (7b) ist zu ersehen, daß die Bedingungen (4a + b) wie auch die Bedingung (2) unabhängig von $n$ und den Integrationskonstanten, sozusagen automatisch, erfüllt werden. Dies ist die Begründung für die Anwendung der angezeigten Integrationsmethode bei einfach gestützten, prismatischen Faltwerken.

Die allgemeinen Lösungen der Grundgleichungen des prismatischen Faltwerkes, die auf diese Weise erhalten werden, enthalten somit $4m$ Integrationskonstanten $A_{j,n}$ und $4m$ Integrationskonstanten $B_{j,n}$ $(j = 1, 2, 3, \ldots m)$. Um die Integrationskonstanten bestimmen zu können, müssen $8m$ Gleichungen

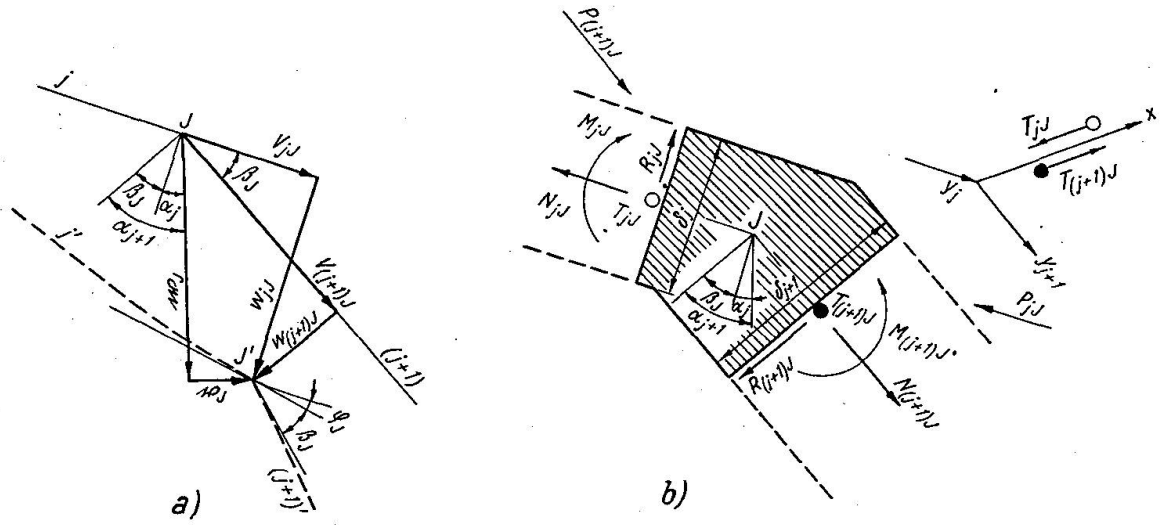



Fig. 4

zur Verfügung stehen. Diese werden durch je vier Bedingungen längs der beiden gradlinigen Ränder und durch je acht Bedingungen längs jeder der $m-1$ Kanten gegeben.

Sowohl die Rand- wie auch die Kantenbedingungen können statische oder geometrische Bedingungen sein. Wenn ein gradliniger Rand frei ist, so sind alle vier Randbedingungen statisch: $N_{\bar{J}} = T_{\bar{J}} = M_{\bar{J}} = R_{\bar{J}} = 0$. Wenn er vollkommen eingespannt oder z. B. mit einem Randbalken verbunden ist — geometrisch; bei voller Einspannung müssen die Randwerte der Deformationskomponenten $u_{\bar{J}}$, $v_{\bar{J}}$, $w_{\bar{J}}$ und $\varphi_{\bar{J}}$ gleich Null, im zweiten Falle gleich den entsprechenden Verformungen des Randbalkens sein. Ein Teil der Randbedingungen kann durch geometrische, der Rest durch statische Bedingungen gebildet sein (s. Zahlenbeispiel). Die Kantenbedingungen bestehen immer aus vier geometrischen Bedingungen, die die Kontinuität der Deformation beim Übergang von Platte zu Platte ausdrücken (Fig. 4a) und aus vier statischen Bedingungen, die besagen, daß die auf die Kante wirkenden inneren und äußeren Kräfte ein sich im Gleichgewicht befindendes Kräftesystem bilden müssen (Fig. 4b).

Die acht Bedingungen für die $J$-te Kante lauten:

$$u_{j\,J} = u_{(j+1)\,J} = u_J \tag{10a}$$

$$v_{j\,J} \sin\alpha_j + w_{j\,J} \cos\alpha_j = v_{(j+1)\,J} \sin\alpha_{j+1} + w_{(j+1)\,J} \cos\alpha_{j+1} = \mathfrak{w}_J \tag{10b}$$

$$v_{j\,J} \cos\alpha_j - w_{j\,J} \sin\alpha_j = v_{(j+1)\,J} \cos\alpha_{j+1} - w_{(j+1)\,J} \sin\alpha_{j+1} = \mathfrak{v}_J \tag{10c}$$

$$\varphi_{j\,J} = \varphi_{(j+1)\,J} = \varphi_J \tag{10d}$$

$$T_{j\,J} = T_{(j+1)\,J} = T_J \tag{11a}$$

$$N_{j\,J} \sin\alpha_j + R_{j\,J} \cos\alpha_j + P_{j\,J} \sin\alpha_j = N_{(j+1)\,J} \sin\alpha_{j+1} + R_{(j+1)\,J} \cos\alpha_{j+1} + \\ + P_{(j+1)\,J} \sin\alpha_{j+1} \tag{11b}$$

$$N_{j\,J} \cos\alpha_j - R_{j\,J} \sin\alpha_j + P_{j\,J} \cos\alpha_j = N_{(j+1)\,J} \cos\alpha_{j+1} - R_{(j+1)\,J} \sin\alpha_{j+1} + \\ + P_{(j+1)\,J} \cos\alpha_{j+1} \tag{11c}$$

$$M_{j\,J} = M_{(j+1)\,J} = M_J \tag{11d}$$

$u_J$ bzw. $\mathfrak{v}_J$ sind Verschiebungen der Kantenpunkte in der horizontalen Ebene parallel zur Kante bzw. perpendikulär zu ihr; $\mathfrak{w}_J$ ist die Durchbiegung der $J$-ten Kante, die vertikal gemessen wird. $T_J$ und $M_J$ werden als Kantenschubkraft und Kantenmoment bezeichnet. $\varphi_J$ ist der Drehwinkel der $J$-ten Kante.

Nachdem die allgemeinen Ausdrücke (9a+b) für $y_j = 0$ bzw. $y_j = d_j$ in die Rand- und Kantenbedingungen eingesetzt werden, erhält man $8m$ lineare Gleichungen für die $8m$ unbekannten Integrationskonstanten. Zwischen diesen Gleichungen gibt es solche, die nur die Integrationskonstanten $A_{j,n}$ oder nur die Integrationskonstanten $B_{j,n}$ enthalten, und solche, in denen die Integrationskonstanten $A_{j,n}$ und $B_{j,n}$ zusammen auftreten. Die letzteren entsprechen Bedingungen, bei denen die $\Gamma_{j,n}$-Größen mit den $\Lambda_{j,n}$-Größen verbunden sind, wie dies in den Kantenbedingungen (10b+c und 11b+c) sowie bei manchen Randbedingungen (s. Zahlenbeispiel) der Fall ist. Demzufolge, wie auch aus dem Grund, daß in allen aus den Kantenbedingungen (10+11) gewonnenen Gleichungen die Integrationskonstanten von zwei aufeinanderfolgenden Platten auftreten, bilden die $8m$ zur Bestimmung der Integrationskonstanten dienenden Gleichungen ein einziges Gleichungssystem. Das gemeinsame Berechnen aller $8m$ Integrationskonstanten vereinigt die für die einzelnen Faltwerkplatten aufgestellten, allgemeinen Ausdrücke (9a+b) zu einer einzigen Lösung für das prismatische Faltwerk. Das Bestimmen der Integrationskonstanten $A_{j,n}$ und $B_{j,n}$ aus einem gemeinsamen Gleichungssystem beweist, daß beim prismatischen Faltwerk die $\Gamma_{j,n}$-Größen mit den $\Lambda_{j,n}$-Größen, also das Scheibenproblem mit dem Plattenproblem, ähnlich wie bei allen Schalen, miteinander untrennbar verknüpft sind.

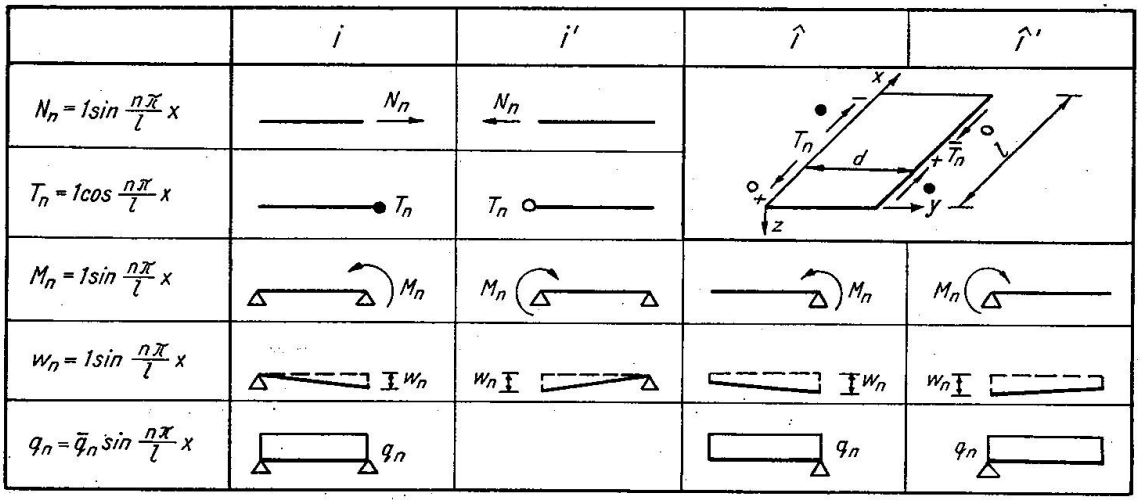
Zwischen den $8m$ Gleichungen des zur Berechnung der Integrationskonstanten dienenden Gleichungssystems sind $4(m-1)$, die den Kantenbedingunggen (10b+c und 11b+c) entsprechen, sechzehngliedrig, weitere $4(m-1)$, die den übrigen Kantenbedingungen entspringen, achtgliedrig und die acht, die sich aus den Randbedingungen ergeben, vier- oder achtgliedrig, abhängig davon, ob die Randbedingungen nur $\Gamma_{j,n}$ bzw. nur $\Lambda_{j,n}$-Größen enthalten oder beide miteinander verbinden. Die Lösung eines so unhandlichen Gleichungs-

systems ist sehr umständlich und zeitraubend. Die Berechnung eines prismatischen Faltwerkes auf die soeben beschriebene Weise, die als klassische bezeichnet werden kann, eignet sich daher nicht für die praktische Anwendung, um so weniger als trotz der schnellen Konvergenz der Reihen (5) zur Erzielung von genügend genauen Resultaten die Rechnung für einige Harmonische der Belastung wiederholt werden muß.

## 5. Die Grundsätze des kombinierten Lösungsverfahrens

Zwischen der genauen Theorie der prismatischen Faltwerke und der genauen Rahmentheorie besteht eine Analogie, da beim Rahmen ebenfalls zwei Probleme (der Dehnung und der Biegung des geraden Stabes) voneinander nicht zu trennen sind. Für die übliche vereinfachte Berechnung der Rahmen mit verschieblichem Netz, bei der die Längeänderung der Stäbe vernachlässigt wird, sind mehrere Methoden entwickelt worden. Von diesen läßt sich die sog. mehrstufige Berechnungsmethode, die die Anwendung der Festpunktmethode und des Cross-Verfahrens bei Rahmen mit verschieblichem Netz ermöglicht, sinngemäß auf das Problem des prismatischen Faltwerks übertragen.

*Tabelle 2*




Die mehrstufige Berechnungsmethode in Verbindung mit fertigen Zahlentafeln bildet die Grundlage des kombinierten Lösungsverfahrens. Diese Tafeln dienen zur Berechnung von vier partikulären Integralen der Scheibengleichungen (3a) und von elf partikulären Integralen der Plattengleichungen (3b). Die ersteren entsprechen vier Belastungsfällen (Tab. 2: $i = N_n$, $T_n$ und $i' = N_n$, $T_n$) der längs der Ränder $y_j = d_j$ oder $y_j = 0$ durch Randnormalkräfte $N_n$ bzw. Randschubkräfte $T_n$ beanspruchten, rechteckigen Scheiben, die in $x = 0$ und $x = l$ so gestützt sind, daß die Randbedingungen (4a) erfüllt werden. Von den

letzteren beziehen sich fünf (s. Tabelle 2) auf die vierseitig starr und frei drehbar gelagerten Platten und sechs auf die dreiseitig starr und frei drehbar gelagerten Platten, deren Ränder $y_j = 0$ (Plattenaufgaben $\hat{i}$) bzw. $y_j = d_j$ (Plattenaufgaben $\hat{i}'$) frei von Kräften sind. Die Platten werden entweder gleichmäßig belastet (Plattenaufgaben $i = q_n$, $\hat{i} = q_n$, $\hat{i}' = q_n$) oder längs des Randes $y_j = d_j$ ($i = M_n$, $\hat{i} = M_n$) bzw. $y_j = 0$ ($i' = M_n$, $\hat{i}' = M_n$) durch ein Randmoment $M_n$ beansprucht. In den vier Plattenaufgaben ($i = w_n$, $\hat{i} = w_n$, $i' = w_n$ und $\hat{i}' = w_n$) wird der Einfluß der Durchbiegung eines Randes ($y_j = d_j$ bzw. $y_j = 0$) untersucht. Mit Hilfe der Zahlentafeln müssen die in Tabelle 2 enthaltenen Scheiben- und Plattenaufgaben für beliebige Seitenverhältnisse $\gamma_j = d_j/l$ gelöst werden können.

Beim kombinierten Lösungsverfahren wird ein Gebrauch von der bekannten Eigenschaft der linearen Differentialgleichungen gemacht, gemäß der ihre Lösung ebenfalls als Summe von einer beliebigen Zahl ihrer partikulären Integralen erhalten werden kann.

Bei Anwendung dieses Lösungsverfahrens können die Kantenmomente $M_{J,n}$ (Gl. 11d) und Kantenschubkräfte $T_{J,n}$ (Gl. 11a) mit Hilfe einer Methode (im folgenden kurz $e$-Verfahren benannt), statt mit Hilfe der Dreimomentengleichungen (16, 24) und der Dreischubkräftegleichungen (21), berechnet werden. Das $e$-Verfahren ist der Festpunktmethode analog.

Das kombinierte Lösungsverfahren ist eine Synthese der Methoden der praktischen Statik und der Verfahren der Elastizitätstheorie.

## 6. Die mehrstufige Berechnungsmethode

Wenn auf das prismatische Faltwerk keine Randschubkräfte $T_{\bar{J}}$ ($\bar{J} = 0$ bzw. $m$) wirken, so wird die Lösung für die $n$-te Harmonische der Belastung in analoger Weise wie bei Rahmen mit verschieblichem Netz erhalten:

$$\begin{aligned} \Theta_{j,n} &= \Theta_{j,n}^{(p)} + \Sigma \lambda_n^{(\omega)} \cdot \Theta_{j,n}^{(\omega)} \\ \omega &= 10, 11, 21, \ldots, jJ, (j+1)J, \ldots, mm. \end{aligned} \tag{12}$$

$\Theta_{j,n}^{(p)}$ ist eine partikuläre Lösung für die Annahme, daß die Platten des Faltwerkes durch sog. Festhaltekräfte $H_{\psi,n}^{(p)}$ ($\psi = 10, 11, 12, \ldots, jJ, (j+1)J, \ldots, mm$) (Fig. 5a) an Verschiebungen in ihren Ebenen verhindert sind:

$$v_{j,n}^{(p)} = 0 \qquad (j = 1, 2, 3, \ldots, m) \tag{13}$$

$\Theta_{j,n}^{(\omega)}$ sind partikuläre Lösungen für entsprechend gewählte Verschiebungszustände ($v_{j,n}^{(\omega)} \neq 0$).

$\lambda_n^{(\omega)}$ sind Koeffizienten, die aus gewissen Bedingungsgleichungen berechnet werden.

*Berechnung der partikulären Lösung $\Theta_{j,n}^{(p)}$*

Da $T_{\bar{J}} = 0$ angenommen und die tangentialen Komponenten der Flächenbelastung gemäß Gl. (6) durch Kantenkräfte ersetzt sind, ist ebenfalls $u_{j,n}^{(p)} = 0$

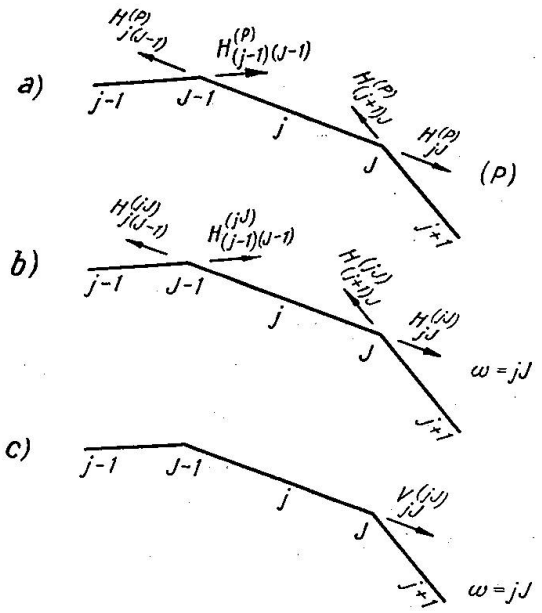



Fig. 5

und demzufolge $\Gamma_{j,n}^{(p)} = 0$. Die Kantenbedingungen (10a) und (11a) sind demgemäß erfüllt. Aus der Annahme (13) und den Kantenbedingungen (10b + c) folgt:

$$w_{jJ,n}^{(p)} = w_{(j+1)J,n}^{(p)} = w_{\psi,n}^{(p)} = 0 \tag{14}$$
$$\psi = 10, 11, 12, \ldots, jJ, (j+1)J, \ldots, mm$$

Dies bedeutet, daß $\Lambda_{j,n}^{(p)}$ wie für eine über starre Stützen (den Kanten und evtl. den graden Rändern) durchlaufende Platte, die außerdem in $x = 0$ und $x = l$ starr und frei drehbar gelagert ist, berechnet wird. Zu diesem Zweck kann man sich der fertigen Lösungen für die Plattenaufgaben $i = q_n$, $M_n$ und $i' = M_n$ (Tab. 2) bedienen.

$$\Lambda_{j,n}^{(p)} = \Lambda_{q,j,n} + M_{J-1,n}^{(p)} \cdot \Lambda'_{M,j,n} + M_{J,n}^{(p)} \cdot \Lambda_{M,j,n} \tag{15}$$

Aus den Kantenbedingungen (10d) und (11d) ergeben sich Dreimomentengleichungen, die zur Berechnung der Kantenmomente $M_{J-1,n}^{(p)}$ und $M_{J,n}^{(p)}$ angewendet werden. Die Dreimomentengleichung für die $J$-te Kante lautet:

$$M_{J-1,n}^{(p)} \cdot |\varphi_{M,j,n}^{(o)}| + M_{J,n}^{(p)} \cdot (|\varphi_{M,j,n}^{(d)}| + |\varphi_{M,j+1,n}^{(d)}|) + M_{J+1,n}^{(p)} \cdot |\varphi_{M,j+1,n}^{(o)}| - \varphi_{q,j,n}^{(d)} + \varphi_{q,j+1,n}^{(o)} = 0 \tag{16}$$

$\varphi_{i,j,n}$ bzw. $\varphi_{i,j+1,n}$ sind die Drehwinkel, die für die $j$-te bzw. $j+1$-te Platte mit Hilfe der Plattenaufgaben $i = M_n$ bzw. $q_n$ berechnet werden. Die oberen Indexe (0) bzw. ($d$) bezeichnen die Ränder $y = 0$ bzw. $y = d$.

Gemäß der allgemeinen Beziehungen (15) für $j = 1, 2, \ldots m$ werden die resultierenden Querkräfte $R_{jJ,n}^{(p)}$ nnd $R_{(j+1)J,n}^{(p)}$ berechnet. Damit sich die $J$-te Kante unter den Auflagerkräften der Durchlaufplatte nicht verformt, müssen auf sie festhaltende Kantenkräfte $S_{\psi,n}^{(p)}$ wirken, die sich aus den Kantenbedingungen (11b + c) ergeben:

$$S^{(p)}_{jJ,n} = \operatorname{cosec}\beta_J \cdot (R^{(p)}_{(j+1)J,n} - R^{(p)}_{jJ,n}\cos\beta_J) \tag{17a}$$
$$S^{(p)}_{(j+1)J,n} = \operatorname{cosec}\beta_J \cdot (R^{(p)}_{(j+1)J,n}\cos\beta_J - R^{(p)}_{jJ,n}) \tag{17b}$$

Der Winkel $\beta_J$ ist aus der Gl. (1) einzusetzen.

Die Festhaltekräfte $H^{(p)}_{\psi,n}$ betragen:

$$H^{(p)}_{\psi,n} = P_{\psi,n} + S^{(p)}_{\psi,n} \tag{18}$$

da sie auch die Komponenten der Kantenbelastung $P_{J,n}$ aufnehmen müssen.

Bei Faltwerken, deren gerade Ränder frei sind, ist $w^{(p)}_{\bar{\psi},n} \neq 0$ $(\bar{\psi} = 10, mm)$. Die Außenfelder $(\bar{j} = 1, m)$ der Durchlaufplatte sind in diesem Fall dreiseitig gelagert. Dementsprechend werden bei ihnen die Lösungen für die Plattenaufgaben $\hat{\imath} = q_n$, $M_n$ bzw. $\hat{\imath}' = q_n$, $M_n$ (Tab. 2) angewendet.

### *Wahl und Untersuchung der Verschiebungszustände*

Um den Einfluß der tatsächlich nicht vorhandenen Festhaltekräfte zu beseitigen, müssen $2m$ Verschiebungszustände des Faltwerkes untersucht werden. Bei ihrer Wahl muß auf folgendes Rücksicht genommen werden:

a) Die jedem Verschiebungszustand entsprechenden äußeren Kräfte dürfen nur aus Kantenkräften $H^{(\omega)}_{\psi,n}$ (Fig. 5b) bestehen. Die dem Verschiebungszustand entsprechenden Dehnungskräfte und Biegekräfte müssen sich gesondert berechnen lassen.

b) Die Verschiebungszustände dürfen nicht ähnlich sein, d. h. die aus den Verschiebungen $v^{(\omega)}_{\psi,n}$ gebildete Determinante muß von Null verschieden sein.

$$\begin{vmatrix} v^{(10)}_{10,n'}, & v^{(10)}_{11,n'}, \ldots, & v^{(10)}_{\psi,n'}, \ldots, & v^{(10)}_{mm,n} \\ v^{(11)}_{10,n'}, & v^{(11)}_{11,n}, \ldots, & v^{(11)}_{\psi,n}, \ldots, & v^{(11)}_{mm,n} \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ v^{(\omega)}_{10,n}, & v^{(\omega)}_{11,n}, \ldots, & v^{(\omega)}_{\psi,n}, \ldots, & v^{(\omega)}_{mm,n} \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ v^{(mm)}_{10,n}, & v^{(mm)}_{11,n}, \ldots, & v^{(mm)}_{\psi,n}, \ldots, & v^{(mm)}_{mm,n} \end{vmatrix} \neq 0 \tag{19}$$

Bei allen Verschiebungszuständen müssen dabei die für die geraden Ränder gegebenen geometrischen Bedingungen erfüllt werden.

Als Verschiebungszustand $\omega$, der diesen Anforderungen genügt, kann beispielsweise der Verschiebungszustand angenommen werden, der sich aus der genauen Membrantheorie des prismatischen Faltwerkes ergibt, wenn dieses nur durch die Kantenkraft $V^{(\omega)}_{\psi=\omega,n} = 1 \cdot \sin\frac{n\pi}{l}x$ (Fig. 5c) beansprucht wird. $\Gamma^{(\omega)}_{j,n}$ kann dann mit Hilfe der fertigen Lösungen für die vier Scheibenaufgaben $i = N_n$, $T_n$ und $i' = N_n$, $T_n$ (Tab. 2) berechnet werden.

$$\Gamma^{(\omega)}_{j,n} = \Gamma_{N,j,n} + \Gamma'_{N,j,n} + T^{(\omega)}_{J-1,n} \cdot \Gamma'_{T,j,n} + T^{(\omega)}_{J,n} \cdot \Gamma_{T,j,n} \tag{20}$$

In die Gl. (20) sind $\Gamma_{N,j,n}$ bzw. $\Gamma'_{N,j,n}$ nur dann einzusetzen, wenn $V^{(\omega)}_{\psi=\omega,n}$ in der $j$-ten Ebene wirkt. Sonst sind diese Glieder zu vernachlässigen.

Die Kantenbedingungen (10a) und (11a) ergeben die Dreischubkräftegleichungen, aus denen die Kantenschubkräfte $T^{(\omega)}_{J-1,n}$ und $T^{(\omega)}_{J,n}$ berechnet werden. Die Dreischubkräftegleichung für die $J$-te Kante lautet:

$$T^{(\omega)}_{J-1,n}\cdot|u^{(o)}_{T,j,n}|+T^{(\omega)}_{J,n}\cdot(|u^{(d)}_{T,j,n}|+|u^{(d)}_{T,j+1,n}|)+T^{(\omega)}_{J+1,n}\cdot|u^{(o)}_{T,j+1,n}|+\grave{u}^{(d)}_{j,n}-\grave{u}^{(o)}_{j+1,n}=0 \qquad (21)$$

$u_{T,j,n}$ bzw. $u_{T,j+1,n}$ sind Längsverschiebungen, die sich aus Lösungen für die Scheibenaufgaben $i=T_n$ bei $\gamma_j=d_j/l$ bzw. $\gamma_{j+1}=d_{j+1}/l$ ergeben. Die oberen Indexe bezeichnen die Scheibenränder $y=0$ bzw. $y=d$.

$$\begin{aligned}\grave{u}^{(d)}_{j,n} &= u^{(d)}_{N,j,n} \text{ oder } u^{(o)}_{N,j,n} \text{ wenn } \omega=jJ \text{ oder } j(J-1)\\ \grave{u}^{(o)}_{j+1,n} &= u^{(d)}_{N,j+1,n} \text{ oder } u^{(o)}_{N,j+1,n} \text{ wenn } \omega=(j+1)J \text{ oder } (j+1)(J+1) \text{ ist.}\end{aligned}$$

Sonst ist $\grave{u}^{(d)}_{j,n}=\grave{u}^{(o)}_{j+1,n}=0$ zu setzen.

$u_{N,j,n}$ bzw. $u_{N,j+1,n}$ sind Längsverschiebungen, die sich aus den Lösungen für die Scheibenaufgaben $i=N_n$ ergeben.

Die Kantenverschiebungen $v^{(\omega)}_{\psi,n}$, die aus den allgemeinen Beziehungen (20) berechnet werden, bestimmen gemäß den Kantenbedingungen (10b+c) die Kantendurchbiegungen

$$w^{(\omega)}_{jJ,n} = \operatorname{cosec}\beta_J\cdot(v^{(\omega)}_{(j+1)J,n}-v^{(\omega)}_{jJ,n}\cos\beta_J) \qquad (22a)$$

$$w^{(\omega)}_{(j+1)J,n} = \operatorname{cosec}\beta_J\cdot(v^{(\omega)}_{(j+1)J,n}\cdot\cos\beta_J-v^{(\omega)}_{jJ,n}) \qquad (22b)$$

Diese Formeln erhält man durch Lösung der Gl. (10b+c) nach $w$ und Einsetzen von $\beta_J$ aus Gl. (1).

Das Plattenproblem, das dem gewählten Verschiebungszustand entspricht, ist das Problem der durchlaufenden Platte, deren Mittelstützen und evtl. die Endstützen (die Kanten und evtl. die geraden Ränder) sich durchgebogen haben. Die Lösung dieses Plattenproblems wird mit Hilfe der Lösungen für die vier Plattenaufgaben $i=w_n$, $M_n$ und $i'=w_n$, $M_n$ (Tab. 2) erhalten.

$$\Lambda^{(\omega)}_{j,n}=w^{(\omega)}_{j(J-1),n}\cdot\Lambda'_{w,j,n}+w^{(\omega)}_{jJ,n}\cdot\Lambda_{w,j,n}+M^{(\omega)}_{J-1,n}\cdot\Lambda'_{M,j,n}+M^{(\omega)}_{J,n}\cdot\Lambda_{M,j,n} \qquad (23)$$

Die fehlenden Kantenmomente $M^{(\omega)}_{J-1,n}$ und $M^{(\omega)}_{J,n}$ werden durch die diesem Plattenproblem entsprechende Dreimomentengleichungen, die sich ebenfalls aus den Kantenbedingungen (10d) und (11d) ergeben, bestimmt. Die $J$-te Dreimomentengleichung lautet:

$$\begin{aligned}M^{(\omega)}_{J-1,n}\cdot|\varphi^{(o)}_{M,j,n}|+M^{(\omega)}_{J,n}\cdot(|\varphi^{(d)}_{M,j,n}|+|\varphi^{(d)}_{M,j+1,n}|)+\\ +M^{(\omega)}_{J+1,n}\cdot|\varphi^{(o)}_{M,j+1,n}|-\grave{\varphi}^{(d)}_{w,j,n}+\grave{\varphi}^{(o)}_{w,j+1,n}=0\end{aligned} \qquad (24a)$$

$$\begin{aligned}-\grave{\varphi}^{(d)}_{w,j,n}+\grave{\varphi}^{(o)}_{w,j+1,n}=w^{(\omega)}_{j(J-1),n}\cdot\varphi^{(o)}_{w,j,n}-w^{(\omega)}_{jJ,n}\cdot\varphi^{(d)}_{w,j,n}-\\ -w^{(\omega)}_{(j+1)J,n}\cdot\varphi^{(d)}_{w,j+1,n}+w^{(\omega)}_{(j+1)(J+1),n}\cdot\varphi^{(o)}_{w,j+1,n}\end{aligned} \qquad (24b)$$

Die Koeffizienten bei den Kantenmomenten sind hier dieselben wie in Gl. (16). Die Drehwinkel $\varphi_{w,j,n}$ bzw. $\varphi_{w,j+1,n}$ sind den Lösungen der Plattenaufgaben

$i = w_n$ für die $j$-te bzw. $j+1$-te Faltwerkplatte zu entnehmen. Die oberen Indexe (0) bzw. ($d$) bezeichnen auch hier die Plattenränder $y=0$ bzw. $y=d$.

Damit die Kanten unter den Auflagekräften der Durchlaufplatte keine weiteren Deformationen erfahren, müssen längs derselben Kantenkräfte $S^{(\omega)}_{\psi,n}$ angebracht werden, die sich aus den Gl. (17a + b) ergeben, wenn in diesen der Index ($p$) durch ($\omega$) ersetzt wird.

Die äußeren Kräfte, die den gewählten Verschiebungszustand verursachen, betragen somit:

$$H^{(\omega)}_{\psi,n} = V^{(\omega)}_{\psi,n} + S^{(\omega)}_{\psi,n} \text{ für } \psi = \omega \tag{25a}$$

$$\text{und } H^{(\omega)}_{\psi,n} = S^{(\omega)}_{\psi,n} \text{ für } \psi \neq \omega. \tag{25b}$$

Beim Deformationszustand des biegesteifen prismatischen Faltwerkes, der dem gewählten Verschiebungszustand entspricht, wird seine Dehnungssteifigkeit durch die Kantenkraft $V^{(\omega)}_{\psi=\omega,n}$ und seine Biegesteifigkeit durch die Kantenkräfte $S^{(\omega)}_{\psi,n}$ bezwungen.

Wenn die geraden Faltwerkränder frei sind, so wird die Untersuchung der Verschiebungszustände $\omega = 10$ und $mm$ überflüssig. Für die Außenplatten ($\bar{j} = 1$ und $m$) müssen dann die Lösungen der Plattenaufgaben $\hat{\imath} = w_n$ und $M_n$ bzw. $\hat{\imath}' = w_n$ und $M_n$ (Tab. 2) entsprechend angewendet werden.

### *Bestimmung der Koeffizienten $\lambda^{(\omega)}_n$*

Bei dem unter der gegebenen Belastung tatsächlich auftretenden Verschiebungszustand des prismatischen Faltwerkes müssen die Festhaltekräfte $H^{(p)}_{\psi,n}$ verschwinden. Diese Bedingung ergibt $2m$ (bei Faltwerken mit freien Rändern $2(m-1)$) lineare Gleichungen

$$H^{(p)}_{\psi,n} + \sum_{\omega} \lambda^{(\omega)}_n \cdot H^{(\omega)}_{\psi,n} = 0 \tag{26}$$

Aus diesen Gleichungen bestimmt man die Koeffizienten $\lambda^{(\omega)}_n$. Die aus den Kantenkräften $H^{(\omega)}_{\psi,n}$ gebildete Systemdeterminante ist immer von Null verschieden, da nicht ähnlichen Deformationszuständen nicht ähnliche Belastungsfälle entsprechen.

Wenn das prismatische Faltwerk auch durch Randschubkräfte $T_{\bar{J}}$ ($\bar{J} = 0$ und $m$) beansprucht wird, so muß noch die partikuläre Lösung $\Theta^{(T)}_{j,n}$ gefunden werden. Sie entspricht dem Verschiebungszustand ($T$), der sich aus der genauen Membrantheorie des prismatischen Faltwerkes ergibt, wenn es allein durch die Randschubkräfte $T_{\bar{J}}$ belastet wird. Die Berechnung von $\Gamma^{(T)}_{j,n}$ erfolgt dann nur mit Hilfe der Lösungen für die Scheibenaufgaben $i = T_n$ und $i' = T_n$ (Tab. 2) und ist der Berechnung von $\Gamma^{(\omega)}_{j,n}$ analog. In den Dreischubkräftegleichungen (21) für die 1-ste bzw. $m-1$-ste Kante wird $\grave{u}^{(d)}_{1,n} = -T_{0,n} \cdot u^{(o)}_{T,1,n}$ und $\grave{u}^{(o)}_{2,n} = 0$ bzw. $\grave{u}^{(d)}_{m-1,n} = 0$ und $\grave{u}^{(o)}_{m,n} = -T_{m,n} \cdot u^{(o)}_{T,m,n}$ gesetzt. In den Dreischubkräftegleichungen für die anderen Kanten ($J = 2, 3, \ldots, m-2$) sind die freien Glieder gleich Null zu setzen. Nachdem die Kantendurchbiegungen $w^{(T)}_{\psi,n}$ aus den Gl. (22a + b),

in denen der Index $(\omega)$ durch $(T)$ ersetzt wird, bestimmt werden, wird die Lösung des Plattenproblems $\Lambda_{j,n}^{(T)}$ analog wie $\Lambda_{j,n}^{(\omega)}$ erhalten. Die Kantenkräfte, die dem Verschiebungszustand $(T)$ entsprechen, betragen

$$H_{\psi,n}^{(T)} = S_{\psi,n}^{(T)} \tag{27}$$

Im allgemeinen Belastungsfall des prismatischen Faltwerkes gehen daher die Beziehungen (12) und (26) in

$$\Theta_{j,n} = \Theta_{j,n}^{(p)} + \Theta_{j,n}^{(T)} + \sum_{\omega} \lambda_n^{(\omega)} \Theta_{j,n}^{(\omega)} \tag{28}$$

und

$$H_{\psi,n}^{(p)} + H_{\psi,n}^{(T)} + \sum_{\omega} \lambda_n^{(\omega)} \cdot H_{\psi,n}^{(\omega)} = 0 \tag{29}$$

über. $\omega = 10, 11, \ldots j J, (j+1) J, \ldots, mm$; $\psi = 10, 11, \ldots, j J, (j+1) J, \ldots mm$.

Manchmal soll das prismatische Faltwerk für einige Belastungsfälle untersucht werden. Die partikulären Lösungen $\Theta_{j,n}^{(\omega)}$ brauchen dann nur einmal gefunden zu werden, während die partikuläre Lösung $\Theta_{j,n}^{(p)}$, sowie die Koeffizienten $\lambda_n^{(\omega)}$ für jeden Belastungsfall berechnet werden müssen.

Die geraden Faltwerkränder werden oft mit Randträgern verbunden, deren Querschnitte verschiedenartig ausgebildet sind. Bei der mehrstufigen Berechnungsmethode ist es zweckmäßig, die Randträger als zusätzliche Glieder des Faltwerkes anzusehen. Längs der Verbindungslinie zwischen Faltwerk und Randträger müssen vier geometrische Bedingungen (Gl. 10a + b + c + d) erfüllt werden. Da der Randträger viel stärker als das Faltwerk ausgebildet ist, kann die Verformung seines Querschnittes vernachlässigt werden. Dementsprechend wird der Randträger als Stab mit beliebigem Querschnitt berechnet, der durch Eigengewicht und durch die längs der Verbindungslinie wirkenden: Normalkarft $N_{\bar{J},n}$, resultierenden Querkraft $R_{\bar{J},n}$, Schubkraft $T_{\bar{J},n}$ und Moment $M_{\bar{J},n}$ $(\bar{J} = 0, m)$ auf schiefe Biegung mit veränderlicher Längskraft und Torsion beansprucht wird.

## 7. Die Zahlentafeln

Durch Einführung von zwei dimensionslosen Veränderlichen:

$$\kappa = n\gamma \quad \text{und} \quad \eta = y/d \quad (0 \leqq \eta \leqq 1) \tag{30}$$

in die Funktionen $\Phi_n^{(\Gamma)}$ und $\Psi_n^{(\Lambda)}$ (Gl. 8a + b und 9a + b) sowie durch Erfüllung der jeweiligen Randbedingungen (längs $y = d$ und $y = 0$) bei den fünf Grundaufgaben (Tab. 2 $i = N_n$, $T_n$, $M_n$, $w_n$ und $q_n$) werden aus (9a + b) die zur Aufstellung der Zahlentafeln dienenden Ausdrücke erhalten:

$$\Gamma_{i,n} = C_{i,n}^{(\Gamma)} \cdot \Omega_i^{(\Gamma)}(\kappa, \eta) \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x \text{ bzw. } \cos \frac{n\pi}{l} x \text{ für } i = N_n, T_n \text{ (Tab. 2)} \tag{31a}$$

$$\Lambda_{i,n} = C_{i,n}^{(\Lambda)} \cdot \Pi_i^{(\Lambda)}(\kappa, \eta) \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x \text{ bzw. } \cos \frac{n\pi}{l} x \text{ für } i = M_n, w_n, q_n \text{ (Tab. 2)} \tag{31b}$$

Sowohl die Multiplikatoren $C_{i,n}^{(\Gamma)}$ bzw. $C_{i,n}^{(\Lambda)}$ wie auch die Funktionen $\Omega_i^{(\Gamma)}$ bzw. $\Pi_i^{(\Lambda)}$ der Veränderlichen $\kappa$ und $\eta$ sind für jede Grundaufgabe $i$ sowie für jede innere Kraft oder Deformationskomponente verschieden.

Die Formeln für $\Gamma_{i,n}$ ($i = N_n$ und $T_n$) bzw. für $\Lambda_{i,n}$ ($i = M_n$, $w_n$ und $q_n$) gemäß (31) sowie alle für die Rechnung notwendigen Randwerte sind in den am Schluß beigefügten Tafeln I bzw. II enthalten. Die Funktionen $\Omega_i^{(\Gamma)}$ bzw. $\Pi_i^{(\Lambda)}$ sind dort durch die von KALMANOK[1]) eingeführten vier transzedenten Hilfsfunktionen $\chi_\rho(\kappa, \eta)$ ($\rho = 1, 2, 3, 4$), die in der Tafel III zu ersehen sind, ausgedrückt. In Tafel IV, die abgekürzt von dem Werk von KALMANOK wiedergegeben ist, sind die Werte der vier Hilfsfunktionen $\chi_\rho$ für $0 \leqq \kappa \leqq 10$ und für $\eta = 0{,}00$; $0{,}25$; $0{,}50$; $0{,}75$ und $1{,}00$ zusammengestellt.

Die übrigen zwei Scheibenaufgaben ($i' = N_n$ und $T_n$) und die acht Plattenaufgaben ($i' = M_n$ und $w_n$, $\hat{i} = M_n$, $w_n$ und $q_n$, $\hat{i}' = M_n$, $w_n$ und $q_n$) der Tabelle 2 können, wie es in Tafel V gezeigt wird, auf die entsprechenden fünf Grundaufgaben zurückgeführt werden.

## 8. Das $e$-Verfahren

Sowohl die Dreimomentengleichungen (16, 24) wie auch die Dreischubkräftegleichungen (21) sind den Dreimomentengleichungen des Durchlaufträgers analog. Daher besteht die Möglichkeit, die Festpunktmethode und das Cross-Verfahren für die Berechnung der Kantenmomente und der Kantenschubkräfte zu erweitern.

Da die Dreimomentengleichungen (16, 24) bzw. die Dreischubkräftegleichungen (21) für die $J$-te Kante sich voneinander nur durch die freien Glieder unterscheiden, brauchen die zur Berechnung der Kantenmomente bzw. der Kantenschubkräfte notwendigen Festwerte nur einmal für die $n$-te Harmonische der Belastung bestimmt werden.

Hier wird nur das der Festpunktmethode analoge Verfahren beschrieben, da es in diesem Fall rascher als das erweiterte Cross-Verfahren zu Ergebnissen, die auf einige Stellen genau sind, führt.

Die Anwendung von Festpunkten ist bei Berechnung der Kantenmomente bzw. der Kantenschubkräfte nicht zweckmäßig, da der Verlauf von $M_{y,n}$ in der Plattenaufgabe $i = M_n$ (Tab. 2) bzw. von $N_{xy,n}$ in der Scheibenaufgabe $i = T_n$ mit der Ordinate $y$ nicht gradlinig ist. Statt der Festpunkte bzw. ihrer Abstände werden daher die Abklingungszahlen[2]) $e$ ($0 \leqq e \leqq \frac{1}{2}$) angewendet, die das Verhältnis von zwei aufeinanderfolgenden Kantenmomenten bzw. Kantenschubkräften bei den unbelasteten Faltwerkplatten geben. In Fig. 6a bzw. Fig. 6b wird der Verlauf der Momente $M_{y,n}^{(j)}$ bzw. der Schubkräfte $N_{xy,n}^{(j)}$ bei Belastung der $j$-ten Faltwerkplatte gezeigt. Gemäß der Definition ist

---

[1]) A. S. KALMANOK: „Baumechanik der Platten" (russisch), Moskau 1950.

[2]) Schleichers Taschenbuch für Bauingenieure, Berlin 1943, S. 1399.

$$e^{(M)}_{(j-1)(J-2),n} = -\frac{M^{(j)}_{(J-2),n}}{M^{(j)}_{(J-1),n}}; \qquad e^{(T)}_{(j-1)(J-2),n} = -\frac{T^{(j)}_{(J-2),n}}{T^{(j)}_{(J-1),n}}$$

$$e^{(M)}_{(j+1)(J+1),n} = -\frac{M^{(j)}_{(J+1),n}}{M^{(j)}_{J,n}}; \qquad e^{(T)}_{(j+1)(J+1),n} = -\frac{T^{(j)}_{(J+1),n}}{T^{(j)}_{J,n}} \tag{32}$$

usw. usw.

Im folgenden wird vorausgesetzt, daß dem Leser die Festpunktmethode gut bekannt ist und daher nur die für die Anwendung des $e$-Verfahrens notwendigen Formeln angegeben.

Bekanntlich werden die Abklingungszahlen $e_{\psi,n}$ für $\psi = 21, 32, \ldots\ldots, (j-1)(J-2), j(J-1), \ldots, m(m-1)$ nacheinander aus $e_{10,n}$ ausgehend und die für $\psi = (m-1)(m-1), (m-2)(m-2), \ldots\ldots, (j+1)(J+1), jJ, \ldots, 11$ nacheinander aus $e_{mm,n}$ ausgehend berechnet. Die zu diesem Zweck dienenden Formeln sind den Zeilen 1 und 2 (Tab. 3) zu entnehmen.

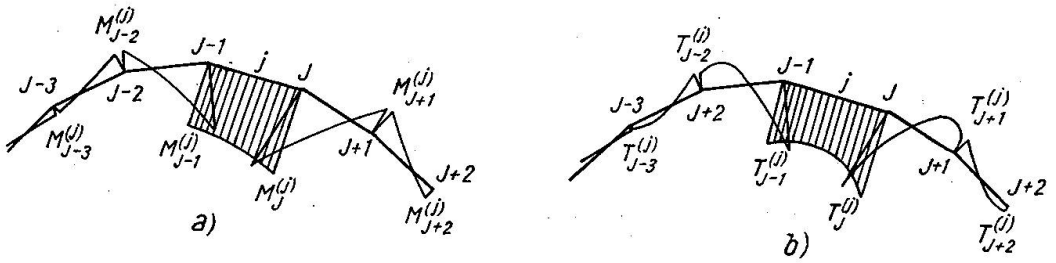



Fig. 6

Für die geraden Ränder ($\bar{J} = 0$ bzw. $m$) die:

a) frei drehbar gelagert bzw. frei verschieblich in der $x$-Richtung sind, ist $e^{(M)}_{\bar{\psi},n}$ bzw. $e^{(T)}_{\bar{\psi},n} = 0$ ($\bar{\psi} = 10$ bzw. $mm$);

b) durch Randglieder elastisch am Verdrehen bzw. am Verschieben in der $x$-Richtung verhindert sind, ist $e_{\bar{\psi},n}$ der Zeile 4 (Tab. 3) zu entnehmen. $\grave{\varphi}_{\bar{J},n}$ bzw. $\grave{u}_{\bar{J},n}$ bedeutet die entsprechende Deformationskomponente der durch $M_n = 1 \cdot \sin\frac{n\pi}{l}x$ bzw. $T_n = 1 \cdot \cos\frac{n\pi}{l}x$ beanspruchten Randglieder;

c) vollkommen am Verdrehen bzw. am Verschieben in der $x$-Richtung verhindert sind, ist $e_{\bar{\psi},n}$ in Zeile 5 gegeben.

Die Drehwinkel $\varphi_{M,j-1,n}$, $\varphi_{M,j,n}$, $\varphi_{M,j+1,n}$ und $\varphi_{M,\bar{j},n}$ bzw. die Verschiebungen $u_{T,j-1,n}$, $u_{T,j,n}$, $u_{T,j+1,n}$ und $u_{T,\bar{j},n}$, die in diesen Formeln (Zeilen 1—5) auftreten, sind den Plattenaufgaben $i = M_n$ bzw. Scheibenaufgaben $i = T_n$ (Tafel II bzw. I) für die Faltwerkplatten $j-1$, $j$, $j+1$ und $\bar{j} = 1$ oder $m$ zu entnehmen.

Wenn die geraden Ränder frei sind, also die Außenfelder ($\bar{j} = 1$ und $m$) der Durchlaufplatte dreiseitig gelagert sind, so wird $e^{(M)}_{21,n}$ bzw. $e^{(M)}_{(m-1)(m-1),n}$ aus der Formel (Zeile 4) berechnet, indem $\grave{\varphi}_{\bar{J},n} = \hat{\varphi}^{(d)}_{M,1,n}$ bzw. $\hat{\varphi}'^{(o)}_{M,m,n}$ gesetzt wird. Diese

*Tabelle 3*

| Zeile | $M_{J,n}$ | $T_{J,n}$ |
|---|---|---|
| 1 | $e_{j(J-1),n} = \dfrac{\lvert\varphi^{(0)}_{M,j,n}\rvert}{\lvert\varphi^{(d)}_{M,j,n}\rvert + \lvert\varphi^{(d)}_{M,j-1,n}\rvert - e_{(j-1)(J-2),n}\lvert\varphi^{(0)}_{M,j-1,n}\rvert}$ | $e_{j(J-1),n} = \dfrac{\lvert u^{(0)}_{T,j,n}\rvert}{\lvert u^{(d)}_{T,j,n}\rvert + \lvert u^{(d)}_{T,j-1,n}\rvert - e_{(j-1)(J-2),n}\lvert u^{(0)}_{T,j-1,n}\rvert}$ |
| 2 | $e_{j\,J,n} = \dfrac{\lvert\varphi^{(0)}_{M,j,n}\rvert}{\lvert\varphi^{(d)}_{M,j,n}\rvert + \lvert\varphi^{(d)}_{M,j+1,n}\rvert - e_{(j+1)(J+1),n}\lvert\varphi^{(0)}_{M,j+1,n}\rvert}$ | $e_{j\,J,n} = \dfrac{\lvert u^{(0)}_{T,j,n}\rvert}{\lvert u^{(d)}_{T,j,n}\rvert + \lvert u^{(d)}_{T,j+1,n}\rvert - e_{(j+1)(J+1),n}\lvert u^{(0)}_{T,j+1,n}\rvert}$ |
| 3 | $e_{\bar{\psi},n} = 0$ | $e_{\bar{\psi},n} = 0$ |
| 4 | $e_{\bar{\psi},n} = \dfrac{\lvert\varphi^{(0)}_{M,j,n}\rvert}{\lvert\varphi^{(d)}_{M,j,n}\rvert + \lvert\grave{\varphi}_{\bar{J},n}\rvert}$ | $e_{\bar{\psi},n} = \dfrac{\lvert u^{(0)}_{T,j,n}\rvert}{\lvert u^{(d)}_{T,j,n}\rvert + \lvert\grave{u}_{\bar{J},n}\rvert}$ |
| 5 | $e_{\bar{\psi},n} = \dfrac{\lvert\varphi^{(o)}_{M,j,n}\rvert}{\lvert\varphi^{(d)}_{M,j,n}\rvert}$ | $e_{\bar{\psi},n} = \dfrac{\lvert u^{(0)}_{T,j,n}\rvert}{\lvert u^{(d)}_{T,j,n}\rvert}$ |
| 6 | $M^{(j)}_{J-1,n} = -(\grave{\varphi}^{(0)}_{j,n} + \grave{\varphi}^{(d)}_{j,n}\cdot e_{j\,J,n})\cdot s_{j(J-1),n}$ | $T^{(j)}_{J-1,n} = (\grave{u}^{(0)}_{j,n} + \grave{u}^{(d)}_{j,n}\cdot e_{j\,J,n})\cdot s_{j(J-1),n}$ |
| 7 | $M^{(j)}_{J,n} = (\grave{\varphi}^{(d)}_{j,n} + \grave{\varphi}^{(0)}_{j,n}\cdot e_{j(J-1),n})\cdot s_{j\,J,n}$ | $T^{(j)}_{J,n} = -(\grave{u}^{(d)}_{j,n} + \grave{u}^{(0)}_{j,n}\cdot e_{j(J-1),n})\cdot s_{j\,J,n}$ |
| 8 | $s_{j(J-1),n} = \dfrac{e_{j(J-1),n}}{\lvert\varphi^{(0)}_{M,j,n}\rvert\cdot(1 - e_{j(J-1),n}\cdot e_{j\,J,n})}$ | $s_{j(J-1),n} = \dfrac{e_{j(J-1),n}}{\lvert u^{(0)}_{T,j,n}\rvert\cdot(1 - e_{j(J-1),n}\cdot e_{j\,J,n})}$ |
| 9 | $s_{j\,J,n} = \dfrac{e_{j\,J,n}}{\lvert\varphi^{(0)}_{M,j,n}\rvert\cdot(1 - e_{j(J-1),n}\cdot e_{j\,J,n})}$ | $s_{j\,J,n} = \dfrac{e_{j\,J,n}}{\lvert u^{(0)}_{T,j,n}\rvert\cdot(1 - e_{j(J-1),n}\cdot e_{j\,J,n})}$ |

Drehwinkel entsprechen den Plattenaufgaben $\hat{i} = M_n$ bzw. $\hat{i}' = M_n$ (Tab. 2) für die Außenfelder $\bar{j} = 1$ und $m$.

Die Kantenmomente bzw. die Kantenschubkräfte bei der belasteten Platte werden gemäß den Formeln (Zeilen 6 und 7) bei Anwendung der Festwerte $s_{\psi,n}$ (Zeilen 8 und 9) berechnet.

Bei der Berechnung von $M^{(j)(p)}_{J-1,n}$ und $M^{(j)(p)}_{J,n}$ ist

$$\grave{\varphi}^{(o)}_{j,n} = \varphi^{(o)}_{q,j,n}; \qquad \grave{\varphi}^{(d)}_{j,n} = \varphi^{(d)}_{q,j,n} \tag{33}$$

zu setzen; bei der Berechnung von $M^{(j)(\omega)}_{J-1,n}$ und $M^{(j)(\omega)}_{J,n}$

$$\grave{\varphi}^{(o)}_{j,n} = w^{(\omega)}_{j\,J,n} \cdot \varphi^{(o)}_{w,j,n} - w^{(\omega)}_{j\,(J-1),n} \cdot \varphi^{(d)}_{w,j,n}; \quad \grave{\varphi}^{(d)}_{j,n} = w^{(\omega)}_{j\,J,n} \cdot \varphi^{(d)}_{w,j,n} - w^{(\omega)}_{j\,(J-1),n} \cdot \varphi^{(o)}_{w,j,n} \tag{34}$$

Die Drehwinkel $\varphi_{q,j,n}$ bzw. $\varphi_{w,j,n}$ entsprechen den Plattenaufgaben $i = q_n$ bzw. $w_n$ (s. Tafel II).

Bei Belastung der Außenplatten ($\bar{j} = 1$ bzw. $m$) im Falle wenn die geraden Ränder frei sind, werden $M^{(1)}_{1,n}$ bzw. $M^{(m)}_{m-1,n}$ folgendermaßen bestimmt:

$$M^{(1)}_{1,n} = \frac{\hat{\varphi}_{1,n}}{\left|\hat{\varphi}^{(d)}_{M,1,n}\right| + \left|\varphi^{(d)}_{M,2,n}\right| - e_{22,n} \cdot \left|\varphi^{(0)}_{M,2,n}\right|} \tag{35a}$$

$$M^{(m)}_{m-1,n} = -\frac{\hat{\varphi}'_{m,n}}{\left|\hat{\varphi}^{(d)}_{M,m,n}\right| + \left|\varphi^{(d)}_{M,m-1,n}\right| - e_{(m-1)(m-1)} \cdot \left|\varphi^{(0)}_{M,m-1,n}\right|} \tag{35b}$$

Für $M^{(1)(p)}_{1,n}$ bzw. $M^{(1)(\omega)}_{1,n}$ ist in die Gl. (35a) $\hat{\varphi}_{1,n} = \hat{\varphi}_{q,1,n}$ bzw. $w^{(\omega)}_{11} \cdot \hat{\varphi}_{w,1,n}$ zu setzen. In die Gl. (35b) wird entsprechend für $M^{(m)(p)}_{m-1,n}$ bzw. $M^{(m)(\omega)}_{m-1,n}$ $\hat{\varphi}'_{m,n} = \hat{\varphi}'_{q,m,n}$ bzw. $w^{(\omega)}_{m\,(m-1),n} \cdot \hat{\varphi}'_{w,m,n}$ gesetzt. Die Drehwinkel $\hat{\varphi}_{i,\bar{j},n}$ ($\hat{i} = M_n, w_n, q_n$) und $\hat{\varphi}'_{i,\bar{j},n}$ ($\hat{i}' = w_n, q_n$) sind den Lösungen für die entsprechenden Plattenaufgaben (Tab. 2) zu entnehmen.

Wenn die Kantenschubkräfte $T^{(\omega)}_{J-1,n}$ und $T^{(\omega)}_{J,n}$ gemäß den Formeln (Zeile 6 und 7) berechnet werden, so ist

für $\omega = j\,J$ $\quad \grave{u}^{(o)}_{j,n} = u^{(o)}_{N,j,n}; \; \grave{u}^{(d)}_{j,N} = u^{(d)}_{N,j,n}$ (36a)

für $\omega = j\,(J-1)$ $\quad \grave{u}^{(d)}_{j,n} = u^{(o)}_{N,j,n}; \; \grave{u}^{(o)}_{j,N} = u^{(d)}_{N,j,n}$ (36b)

zu setzen. Die Verschiebungskomponenten $u_{N,j,n}$ entsprechen der Scheibenaufgabe $i = N_n$.

## 9. Vereinfachung des kombinierten Lösungsverfahrens

Bei Untersuchung der Bauwerke in der Praxis ist es zulässig, sich mit weniger genauen Rechnungsergebnissen zu begnügen, solange die sie belastenden Fehler belanglos sind. Dadurch wird die Möglichkeit für die Vereinfachung der statischen Berechnungen und somit für die Verminderung des dazu notwendigen Arbeitsaufwandes geschaffen.

Aus den Gl. (5) und (28) folgt:

$$\Theta_j = \sum_n \Theta_{j,n} = \sum_n \Theta_{j,n}^{(p)} + \sum_n \Theta_{j,n}^{(T)} + \sum_n \sum_\omega \lambda_n^{(\omega)} \cdot \Theta_{j,n}^{(\omega)} \qquad n = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \tag{37}$$

$\sum_n \Theta_{j,n}^{(p)} = \Theta_j^{(p)}$ ist die partikuläre Lösung bei Beanspruchung des Faltwerkes durch die volle Belastung für die Annahme, daß seine Platten durch Festhaltekräfte an Verschiebungen verhindert werden.

Wenn die Untersuchung auf Faltwerke, die durch in $x$-Richtung unveränderliche Belastungen beansprucht werden, beschränkt wird, kann, wie Vergleichsrechnungen zeigen,

$$\sum_n \Theta_{j,n}^{(T)} + \sum_n \sum_\omega \lambda_n^{(\omega)} \cdot \Theta_{j,n}^{(\omega)} \doteq \Theta_{j,n=1}^{(T)} + \sum_\omega \lambda_{n=1}^{(\omega)} \cdot \Theta_{j,n=1}^{(\omega)} \tag{38}$$

gesetzt werden, da der dadurch verursachte Fehler 5% nicht überschreitet.

$$\Theta_j = \Theta_j^{(p)} + \Theta_{j,1}^{(T)} + \sum_\omega \lambda^{(\omega)} \Theta_{j,1}^{(\omega)} \tag{39}$$

Dementsprechend brauchen die normalen Komponenten der Flächenbelastung $q_j$ nicht in Fourier-Reihen entwickelt werden, wenn die $\Lambda_j^{(p)}$-Größen unmittelbar oder mit Hilfe von fertigen Zahlentafeln berechnet werden können. Von den Kanten- und Randkräften werden nur die ersten Harmonischen berücksichtigt. Statt einige Teillösungen $\Theta_{j,n}$ zu suchen, wird durch einmaliges Rechnen die endgültige Lösung gefunden.

Eine weitere ernste Abkürzung der Rechnung kann durch Verminderung der Zahl der Verschiebungszustände erzielt werden. Dies wird durch Anwendung der Näherungslösungen $i = N^*$ und $i = T^*$ (Tafel VI), die sich aus der technischen Biegetheorie der schlanken Stäbe ergeben, statt der genauen Lösungen $i = N_{n=1}$ und $i = T_{n=1}$ (Tafel I) erzielt. Um den mit wachsendem Seitenverhältnis $\gamma$ immer größeren Einfluß der Schubkräfte auf die Verschiebungskomponente $v_j^{(\omega)}$ zu berücksichtigen, werden in Tafel VI die Faktoren $[1 + \frac{1}{5}(\gamma\pi)^2]$ in der Scheibenaufgabe $i = N^*$ und $[1 + \frac{2}{45}(\gamma\pi)^2]$ in der Scheibenaufgabe $i = T^*$ eingeführt. Bei niedrigen Scheiben ($\gamma < 0{,}2$) stimmen die Ergebnisse der genauen und der Näherungslösungen praktisch genommen völlig überein. Je mehr $\gamma$ über 0,2 wächst, desto größer wird die relative Differenz zwischen den Ergebnissen der beiden Lösungen. Trotzdem können auch dann die Näherungslösungen angewendet werden, da die Werte von $N_x$, $u$ und $v$, besonders in der Scheibenaufgabe $i = N^*$, sich mit wachsendem $\gamma$ sehr schnell vermindern, so daß es auf größere Genauigkeit der Ergebnisse nicht ankommt. Die Werte von $N_y$ und $N_{xy}$ werden durch die Näherungslösungen mit für die praktischen Bedürfnisse genügenden Genauigkeit gegeben. Schon GRUBER[3]) ist zu der Erkenntnis gelangt, daß bei prismatischen Faltwerken die genaue

[3]) E. GRUBER: „Die genaue Membrantheorie der prismatischen Faltwerke", Abh. der I.V.B.H., Bd. XI (1951).

Membrantheorie durch die vereinfachte Membrantheorie, die sich bekanntlich auf die Biegetheorie der Stäbe stützt, ersetzt werden kann.

Bei den Näherungslösungen werden die Dehnungen der Mittelebene $\epsilon_y$ sowie der Einfluß der Normalkräfte $N_y$ auf die Dehnungen $\epsilon_x$ nicht berücksichtigt.

$$\epsilon_{y,j} = 0; \quad \epsilon_{x,j} = \frac{1}{D_j} \frac{\partial^2 F_j}{\partial y_j^2} = \frac{1}{D_j} N_{x,j} \tag{40}$$

Zufolge dieser Vereinfachungen verursacht die Beanspruchung der einzelnen Faltwerkplatten durch gleiche, entgegengesetzt gerichtete Kantenkräfte, z. B. $H^{(p)}_{j(J-1)}$ (Fig. 7b), keine Formänderung des Faltwerkes, obwohl dadurch in den Schnitten $y_j =$ konst. Normalkräfte $N^{(p)}_{y,j} = -H^{(p)}_{j(J-1)}$ hervorgerufen werden. Wenn die nach Gl. (18) berechneten Festhaltekräfte $H^{(p)}_{\psi}$ (Fig. 7a) durch entsprechend gewählte Kantenkräfte gemäß Fig. 7b überlagert werden, dann verschwindet eine der Festhaltekräfte (im gegebenen Beispiel $H^{(p)}_{j(J-1)}$), während die andere sich in die Festhaltekräfte $U^{(p)}_{\psi}$ (in diesem Falle $U^{(p)}_{jJ} = H^{(p)}_{jJ} - H^{(p)}_{j(J-1)}$, Fig. 7c) verwandelt, die dazu genügt, um die Platte, in deren Ebene sie wirkt, an Verschiebungen zu verhindern. Auf dieselbe Weise werden die Kantenkräfte $H^{(T)}_{\psi,1}$ und $H^{(\omega)}_{\psi,1}$ durch die Kantenkräfte $U^{(T)}_{\psi,1}$ und $U^{(\omega)}_{\psi,1}$ ersetzt.

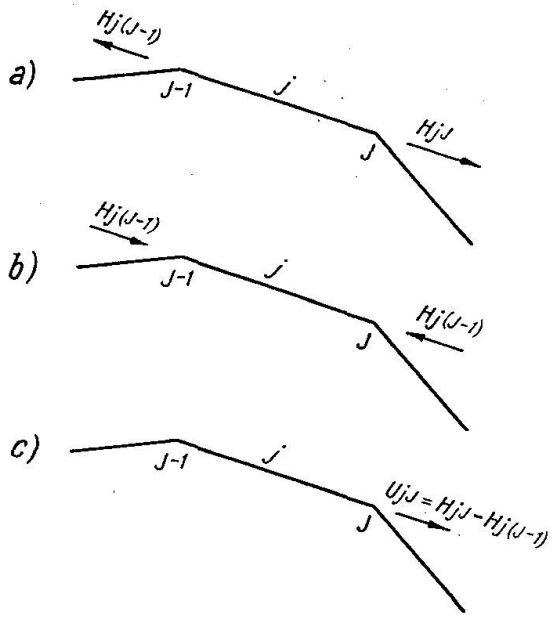



Fig. 7

Bei der Näherungslösung der Scheibenaufgabe $i = N^*$ für die $j$-te Faltwerkplatte ist $u^{(d)}_{N,j} = -u^{(o)}_{N,j}$ und $v^{(d)}_{N,j} = v^{(o)}_{N,j}$. Demgemäß sind die zwei Verschiebungszustände $\omega = j\,(J-1)$ und $\omega = j\,J$ sich ähnlich. Von diesen beiden wird nur derjenige Verschiebungszustand untersucht, dessen Index $\omega$ gleich dem Index $\psi$ der Festhaltekraft $U^{(p)}_{\psi}$ ist. Die durch die gleichen und entgegengesetzt gerichteten Festhaltekräfte $H^{(\omega)}_{\psi,1}$ hervorgerufenen Normalkräfte $\Delta N^{(\omega)}_{y,j}$ müssen mit jenen, die durch $V^{(\omega)}_{\psi=\omega}$ verursacht worden sind, vereinigt werden.

Die zur Bestimmung der Koeffizienten $\lambda^{(\omega)}$ dienenden Gleichungen lauten

$$U_{\psi,1}^{(p)} + U_{\psi,1}^{(T)} + \sum_{\omega} \lambda^{(\omega)} \cdot U_{\psi,1}^{(\omega)} = 0 \tag{41}$$

$U_{\psi,1}^{(p)}$ bezeichnet hier die erste Harmonische der Kantenkraft $U_{\psi}^{(p)}$.

Durch Anwendung der Näherungslösungen $i = N^*$ und $i = T^*$ (Tafel VI) wird somit die Zahl der Verschiebungszustände und dadurch auch die Zahl der Bedingungsgleichungen (41) auf $m$ reduziert.

Die praktische Berechnung einer in der $y$-Richtung durchlaufenden Platte, die ebenfalls längs der Ränder $x = 0$ und $x = l$ gestützt und durch die Flächenbelastung $q_j$ beansprucht ist, wird abhängig von den Seitenverhältnissen $\gamma < 0{,}5$ oder $\gamma \geqq 0{,}5$ in verschiedener Weise durchgeführt.

Im ersten Fall wird die durchlaufende Platte bekanntlich (s. Näherungslösungen $i = q^*$ und $i = \overline{M}^*$ in Tafel VI) wie ein Durchlaufträger mit dem Querschnitt $1 \cdot \delta_j$ berechnet. Diese Berechnungsweise beruht auf der Tatsache, daß die vierseitig frei aufliegende Platte mit $\gamma < 0{,}5$, die durch die Flächenbelastung $q =$ konst. bzw. durch das Randmoment $\overline{M} =$ konst. beansprucht wird, sich in der mittleren Zone nach einer zylindrischen Fläche durchbiegt. Dieser Biegefläche entspricht $M_x = M_{xy} = Q_x = \varphi_x = 0$ und $M_y$, $Q_y = R_y$, $w$ und $\varphi_y$ wie für einen frei aufliegenden Träger. In den äußeren mit den Binderscheiben angrenzenden Zonen müssen jedoch bei genaueren Rechnungen die Lösungen für den längs $x = 0$, $y = 0$ und $y = d$ freiaufliegenden, unendlichen Halbstreifen angewendet werden. Der dieser Berechnungsweise entsprechende Verlauf von $M_y$, $Q_y = R_y$, $w$ und $\varphi_y$ in der $x$-Richtung, ist näherungsweise durch die in Fig. 8a abgebildete Linie dargestellt. Für $i = q^*$ ist dabei $a = \sim 2d$ und für $i = \overline{M}^* a = \sim d$. Bei praktischen Berechnungen genügt es, diese Linie

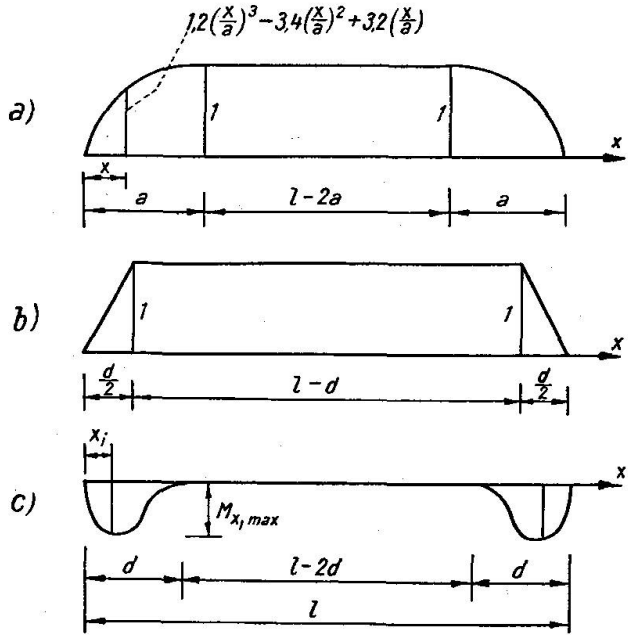



Fig. 8

durch die gebrochene Linie (Fig. 8b) zu ersetzen. Der Verlauf von $M_x$ längs $y=\frac{1}{2}d$ ist näherungsweise durch Fig. 8c gegeben, wo $x_i=\sim\frac{1}{3}d$ bzw. $\sim\frac{1}{6}d$ und $M_{x,max}=0{,}024\,q\,d^2$ bzw. $0{,}06\,\overline{M}$ für $i=q^*$ bzw. $\overline{M}^*$.

Wenn die geraden Faltwerkränder frei sind, können die Außenplatten, solange sie schmal sind und ihre Breite die Hälfte der Breiten der nächstfolgenden Faltwerkplatten nicht überschreiten, unter Belastungen, die normal zu ihren Mittelebenen wirken, als Kragarme des Durchlaufträgers angesehen werden. In diesem Fall kann der Torsionswiderstand der dreiseitig gelagerten Außenplatten nur näherungsweise erfaßt werden, indem die Mittelwerte der Drehwinkel $\hat{\varphi}_{\overline{M}}$ bzw. $\hat{\varphi}'_{\overline{M}}$ in der mittleren Zone der Durchlaufplatte angewendet werden. Diese Mittelwerte der Drehwinkel können genügend genau, wie für einen auf Torsion beanspruchten Stab, mit rechteckigem Querschnitt $d\cdot\delta$ berechnet werden.

$$\hat{\varphi}_{\overline{M},\bar{j}} = \frac{1}{K_{\bar{j}}}\,\frac{\overline{M}\cdot l}{20\,[1-0{,}63\,\delta_{\bar{j}}/d_{\bar{j}}]\cdot\gamma_{\bar{j}}} \qquad (\bar{j}=1 \text{ bzw. } m) \tag{42}$$

Bei prismatischen Faltwerken, die mit Randträgern verbunden sind, kann deren Torsionswiderstand auf dieselbe Weise berücksichtigt werden

$$\hat{\varphi}_0 = \frac{1}{E\,I_T}\cdot\frac{1}{5}\,\overline{M}\cdot l^2 \tag{43}$$

Die Werte von $I_T$ für verschiedene Querschnitte des Randträgers können z. B. aus Schleichers Taschenbuch für Bauingenieure (Seiten 171—172) entnommen werden.

Zur Berechnung von $\Lambda_j^{(p)}$ bei prismatischen Faltwerken mit breiten Platten $\gamma \geqq 0{,}5$ müssen Zahlentafeln angewendet werden, die fertige Lösungen für die rechteckige, durch $q$ = konst. belastete Platte bei drei verschiedenen Stützungsarten und bei beliebigem Seitenverhältnis enthalten. Bei allen drei Stützungsarten ist die Platte längs der Ränder $x=0$ und $x=l$ freiaufliegend; längs der Ränder $y=d$ und $y=0$ soll sie entweder 1. beiderseits voll eingespannt, oder 2. einseitig voll eingespannt und auf der gegenüberliegenden Seite frei aufliegend, oder 3. einseitig voll eingespannt und gegenüber frei von Kräften sein. Solche Lösungen können tabellarisch nur durch Angabe von $\Lambda_j^{(p)}$ für eine genügende Zahl von Punkten, die längs der Ränder und im Inneren der Platte liegen, gegeben werden. Solche Zahlentafeln können mit Hilfe der Plattenaufgaben der Tabelle 2, bei Berücksichtigung von einigen Harmonischen der Belastung ($n=1,3,5$) zusammengestellt werden. Bei der Berechnung der Durchlaufplatte mit Hilfe dieser Tafeln erweist sich gewöhnlich, daß die Einspannungsmomente links und rechts von der $J$-ten Kante verschieden sind. Da dies gemäß der Kantenbedingung (11d) nicht zulässig ist, müssen die verschiedenen Einspannungsmomente bei jeder Kante ausgeglichen werden. Für praktische Berechnungen genügt es, nur die ersten Harmonischen ihrer Differenzen

$$\Delta\,M_{J,1}^{(p)} = M_{(j+1)\,J,1}^{(p)} - M_{j\,J,1}^{(p)} \tag{44}$$

mit Hilfe der Dreimomentengleichungen bzw. des $e$-Verfahrens zu verteilen. Die zu diesem Zweck erforderlichen, von der Belastung herrührenden Drehwinkel werden aus

$$\grave{\varphi}_{j,1}^{(d)} = \Delta M_{J,1}^{(p)} \cdot \varphi_{M,j,1}^{(d)} \quad \text{und} \quad \grave{\varphi}_{j,1}^{(0)} = \Delta M_{J,1}^{(p)} \cdot \varphi_{M,j,1}^{(0)} \tag{45}$$

berechnet, wo $\varphi_{M,j,1}^{(d)}$ und $\varphi_{M,j,1}^{(o)}$ aus Tafel II für $i = M_n$, $n = 1$ zu entnehmen sind.

Der Verlauf von $R_y$ mit der Ordinate $x$ wird bekanntlich auch bei $0{,}5 \leqq \gamma < 1{,}0$ nach Fig. 8b angenommen.

Die Festhaltekräfte $\overline{H}_{\psi}^{(p)}$ (Fig. 7a) werden sodann in derselben Weise wie beim genauen Verfahren berechnet und, wie vorher beschrieben wurde, durch $\overline{U}_{\psi}^{(p)}$ ersetzt. Die ersten Harmonischen der Festhaltekräfte $\overline{U}_{\psi}^{(p)}$ betragen

$$U_{\psi,1}^{(p)} = c \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \overline{U}_{\psi}^{(p)} \cdot \sin \frac{\pi}{l} x \tag{46}$$

Durch den Verminderungskoeffizienten

$$c = \frac{\sin \frac{1}{2} \pi \gamma}{\frac{1}{2} \pi \gamma} \tag{47}$$

wird die Veränderung von $\overline{U}_{\psi}^{(p)}$ gemäß der gebrochenen Linie (Fig. 8b) berücksichtigt; in (46) bedeutet $\gamma$ ein mittleres Seitenverhältnis.

Bei Faltwerken mit sehr schmalen Platten ($\gamma < \frac{1}{15}$) kann der Einfluß der Schubkräfte auf die Verschiebungskomponenten $v_j^{(\omega)}$ vernachlässigt und $M_{x,j}^{(\omega)} = M_{xy,j}^{(\omega)} = Q_{x,j}^{(\omega)} = 0$ gesetzt werden. Demgemäß werden $\Lambda_{w,n=1}$; $\Lambda'_{w,n=1}$; $\hat{\Lambda}_{w,n=1}$ und $\hat{\Lambda}'_{w,n=1}$ gleich Null und die Durchlaufplatte wie ein durchlaufender Träger, dessen Stützen ihre Höhenlage verändert haben, berechnet. Zu diesem Zweck werden die Formeln wie für $i = \overline{M}^*$ (Tafel VI) angewendet, nachdem in ihnen der Verlauf in der $x$-Richtung nach Fig. 8b durch $\sin \frac{\pi}{l} x$ ersetzt wird.

Bei Faltwerken mit entsprechend breiten Platten sind die Verschiebungen $v_j^{(\omega)}$ und die Kantendurchbiegungen $w_{\psi}^{(\omega)}$ so unbedeutend, daß $\Lambda_j^{(\omega)}$ gegenüber $\Lambda_j^{(p)}$ vernachlässigt werden kann. Es wird also $\Lambda_j = \Lambda_j^{(p)}$ gesetzt und die Dehnungskräfte aus der vereinfachten Membrantheorie des prismatischen Faltwerkes, das durch die entgegengesetzt gerichteten Festhaltekräfte beansprucht wird, berechnet.

## 10. Zahlenbeispiel

Ein zwanzig Meter langes, einfach gestütztes, prismatisches Faltwerk aus Stahlbeton ($E = 2{,}1 \cdot 10^6$ t/m², $\nu = 0$) mit dem in Fig. 9 abgebildeten Querschnitt ist längs der gradlinigen Ränder reibungslos durch Wände gestützt. Die Belastung (Eigengewicht, Dachpappe und Schneelast) und ihre Komponenten

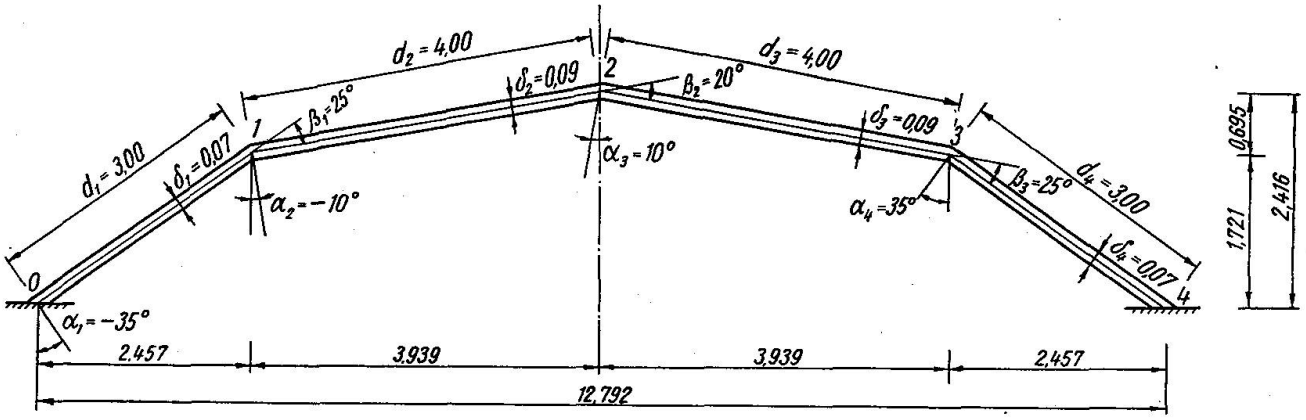



Fig. 9

sowie die Steifigkeiten der Faltwerkplatten sind aus der Zusammenstellung ($A$) ersichtlich. Das Faltwerk soll mit Hilfe des vereinfachten Verfahrens untersucht werden.

*A.*

| $j$ | $p_j$ t/m² | $q_j$ t/m² | $t_j$ t/m² | $K_j$ tm²/m | $D_j$ t/m |
|---|---|---|---|---|---|
| 1<br>4 | 0,230 | 0,1884 | $\mp$ 0,1319 | 60,025 | 147 000 |
| 2<br>3 | 0,300 | 0,2954 | $\mp$ 0,0521 | 127,575 | 189 000 |
| | | $p_j \cos\alpha_j$ | $p_j \sin\alpha_j$ | s. Tabelle 1 | |

Da sowohl das Faltwerk wie auch seine Belastung zur vertikalen Ebene, die durch die Kante $J = 2$ hindurchgeht, symmetrisch sind, genügt es, die Hälfte des Tragwerkes zu berechnen.

Die Bedingungen längs des Randes $J = 0$ lauten:

$$T_0 = 0;\ M_0 = 0;\ \mathfrak{w}_0 = v_1 \sin\alpha_1 + w_{10} \cos\alpha_1 = 0;\ R_{10} \sin\alpha_1 + N_0 \cos\alpha_1 = 0$$

und längs der Kante $J = 2$:

$$T_2 = 0;\ \varphi_2 = 0;\ \mathfrak{v}_2 = v_2 \cos\alpha_2 - w_{22} \sin\alpha_2 = 0;\ R_{22} \cos\alpha_2 - N_{22} \sin\alpha_2 = 0.$$

Aus ihnen ergeben sich die für die weitere Rechnung erforderlichen Ausdrücke:

$$S_{10} = -R_{10} \operatorname{tg}\alpha_1;\ w_{10} = -v_1 \operatorname{tg}\alpha_1;\ S_{22} = R_{22} \operatorname{ctg}\alpha_2;\ w_{22} = v_2 \operatorname{ctg}\alpha_2$$

In diesem Zahlenbeispiel lohnt es sich nicht, das $e$-Verfahren anzuwenden, da nur zwei Platten untersucht zu werden brauchen. Die Hilfsgrößen, die sich aus den Grundaufgaben $i = q^*$, $\overline{M}^*$, $N^*$, $T^*$, $M_{n=1}$ und $w_{n=1}$ ergeben und zur Durchführung der Rechnung notwendig sind, sind in ($B$) zusammengestellt.

*B.*

| | $j$ | 1 | | 2 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\gamma_j = d_j/l$ | 0,15 | | 0,20 | | | |
| $i$ \ $\eta$ | $y_j/d_j$ | 0 | 1 | 0 | 1 | | |
| $q_j{}^*$ | $10^3 \cdot \bar{\varphi}_q \cdot q$ | 3,531 | −3,531 | 6,175 | −6,175 | | s. Tafel VI |
| | $\bar{R}_q \cdot q_j$ | 0,2826 | −0,2826 | 0,5908 | −0,5908 | t/m | |
| $\bar{M}^*$ | $10^3 \cdot \bar{\varphi}_M$ | 8,330 | −16,660 | 5,226 | −10,451 | | |
| | $\bar{R}_M$ | 0,3333 | 0,3333 | 0,2500 | 0,2500 | t/m | |
| $N^*$ | $10^4 \cdot u_{N,1}$ | 11,701 | −11,701 | 5,119 | −5,119 | m | |
| | $10^4 \cdot v_{N,1}$ | 51,867 | | 17,582 | | m | |
| $T^*$ | $10^4 \cdot u_{T,1}$ | −1,838 | 3,676 | −1,072 | 2,144 | m | |
| | $10^4 \cdot v_{T,1}$ | −11,817 | | −5,209 | | m | |
| $M_{n=1}$ | $10^3 \varphi_{M,1}$ | 7,913 | −16,181 | 4,773 | −9,930 | | s. Tafel II |
| | $R_{M,1}$ | 0,3330 | 0,3337 | 0,2493 | 0,2508 | t/m | |
| $w_{n=1}$ | $10^3 \varphi_{w,1}$ | 333,03 | 333,68 | 249,30 | 250,81 | | |
| | $R_{w,1}$ | 0,9691 | 1,0239 | 1,5222 | 1,6774 | t/m | |

Die Kantenmomente für den Zustand, in dem die Platten am Verschieben in ihren Ebenen verhindert sind, werden aus den Dreimomentengleichungen (16) bestimmt.

$$\bar{M}_1^{(p)}(16{,}660 + 10{,}451) + \bar{M}_2^{(p)}\ 5{,}226 + 3{,}531 + 6{,}175 = 0$$
$$\bar{M}_1^{(p)}\ 5{,}226 \qquad + \bar{M}_2^{(p)}\ 10{,}451 + 6{,}175 \qquad = 0$$
$$\bar{M}_1^{(p)} = -0{,}2702\ \text{tm/m}; \quad \bar{M}_2^{(p)} = -0{,}4557\ \text{tm/m}$$

Die Berechnung der Festhaltekräfte $\bar{U}_\psi^{(p)}$ ($\psi = 11$ und 22) und sodann von $U_{\psi,1}^{(p)}$ ist aus ($C$) ersichtlich.

Entsprechend der Wahl der Angriffslinien für die Festhaltekräfte müssen nachher die Verschiebungszustände $\omega = 11$ und 22 untersucht werden. Mit Rücksicht auf die Bedingungen $T_0 = T_2 = 0$ lauten die Dreischubkräftegleichungen (21) für

$$\omega = 11 \quad T_{1,1}^{(11)} \cdot (3{,}676 + 2{,}144) - 11{,}701 = 0 \quad \text{und für}$$
$$\omega = 22 \quad T_{1,1}^{(22)} \cdot (3{,}676 + 2{,}144) - 5{,}119 = 0$$
$$T_{1,1}^{(11)} = 2{,}0104\ \text{t/m}; \quad T_{1,1}^{(22)} = 0{,}87954\ \text{t/m}$$

Nachher werden in ($D$) die Verschiebungen $v_j^{(\omega)}$, die Durchbiegungen $w_\psi^{(\omega)}$ und die sich aus ihnen ergebenden Drehwinkel $\grave{\varphi}_\psi^{(\omega)}$ berechnet. Diese werden in die Dreimomentengleichungen (24) eingesetzt.

*C.*

| $j$ | 1 | | 2 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\psi$ | 10 | 11 | 21 | 22 | | |
| $\bar{R}_q$ | 0,2826 | −0,2826 | 0,5908 | −0,5908 | t/m | Gl. (15) |
| $\bar{M}_1^{(p)} \cdot \bar{R}_{M,\psi}$ | −0,0901 | −0,0901 | 0,0675 | 0,0675 | t/m | Gl. (15) |
| $\bar{M}_2^{(p)} \cdot \bar{R}_{M,\psi}$ | — | — | −0,1139 | −0,1139 | t/m | Gl. (15) |
| $\bar{R}_\psi^{(p)}$ | 0,1925 | −0,3727 | 0,5444 | −0,6372 | t/m | Gl. (15) |
| $\bar{S}_\psi^{(p)}$ | 0,1348 | 2,0874 | 2,0493 | 3,6136 | t/m | Gl. (17a + b) |
| $P_j^{(t)} = t_j \cdot d_j$ | | 0,3957 | | 0,2084 | t/m | Gl. (6) |
| $\bar{H}_\psi^{(p)}$ | 0,1348 | 2,4831 | 2,0493 | 3,8220 | t/m | Gl. (18) |
| $\bar{N}_j^{(p)}$ | −0,1348 | −0,1348 | −2,0493 | −2,0493 | t/m | |
| $\bar{U}_\psi^{(p)}$ | 0 | 2,3483 | 0 | 1,7727 | t/m | |
| $c \cdot \frac{4}{\pi}$ | | 1,260 | | 1,255 | | Gl. (46) |
| $U_{\psi,1}^{(p)}$ | | 2,959 | | 2,225 | t/m | Gl. (45) |

$$M_{1,1}^{(11)} \cdot (16{,}181 + 9{,}930) + M_{2,1}^{(11)} \cdot 4{,}773 + 3{,}4940 + 3{,}7122 = 0$$
$$M_{1,1}^{(11)} \cdot 4{,}773 + M_{2,1}^{(11)} \cdot 9{,}930 - 3{,}7077 = 0$$
$$M_{1,1}^{(11)} = -0{,}3774 \text{ tm/m}; \quad M_{2,1}^{(11)} = 0{,}5548 \text{ tm/m}$$
$$M_{1,1}^{(22)} \cdot (16{,}181 + 9{,}930) + M_{2,1}^{(22)} \cdot 4{,}773 - 2{,}0125 - 3{,}1541 = 0$$
$$M_{1,1}^{(22)} \cdot 4{,}773 + M_{2,1}^{(22)} \cdot 9{,}930 + 3{,}1573 = 0$$
$$M_{1,1}^{(22)} = 0{,}2806 \text{ tm/m}; \quad M_{2,1}^{(22)} = -0{,}4528 \text{ tm/m}$$

Die Berechnung der Kantenkräfte $U_{\psi,1}^{(\omega)}$, die den Verschiebungszuständen entsprechen, ist aus der Fortsetzung von ($D$) ersichtlich.

Die Bedingungsgleichungen (40) lauten (s. Fig. 10a):

$$\lambda^{(11)} \cdot 1{,}99593 - \lambda^{(22)} \cdot 0{,}76459 + 2{,}959 = 0$$
$$-\lambda^{(11)} \cdot 2{,}33004 + \lambda^{(22)} \cdot 2{,}82839 + 2{,}225 = 0$$
$$\lambda^{(11)} = -2{,}6062; \quad \lambda^{(22)} = -2{,}9336.$$

Die in der Zusammenstellung ($E$) enthaltenen Werte für die Verschiebungskomponenten $u_J$; $v_j$ und $w_\psi$, die Kantenschubkraft $T_1$, die Normalkräfte $N_{y,\psi}$ und die Kantenmomente $M_J$ sind mit Hilfe der Gleichung (39) berechnet. Durch einen Strich über der Ziffer sind diejenigen Werte gekennzeichnet, die sich in der $x$-Richtung gemäß Fig. 8b verändern. Die Verschiebungen $\mathfrak{v}_J$ und

*D.*

| $\omega$ | 11 | | | | 22 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\psi$ | 10 | 11 | 21 | 22 | 10 | 11 | 21 | 22 | | |
| $10^3 \cdot u_{N,1}$ | 1,17012 | –1,17012 | — | — | — | — | 0,51193 | –0,51193 | m | Gl. (20) |
| $T_{1,1}^{(\omega)} \cdot 10^3 \cdot u_{T,1}$ | –0,36951 | 0,73902 | –0,43110 | 0,21555 | –0,16166 | 0,32332 | –0,18861 | 0,09430 | m | Gl. (20) |
| $10^3 \cdot u_{\psi,1}^{(\omega)}$ | 0,80061 | –0,43110 | –0,43110 | 0,21555 | –0,16166 | 0,32332 | 0,32332 | –0,41763 | m | Gl. (20) |
| $10^3 \cdot v_{N,1}$ | 5,18672 | | — | | — | | 1,75818 | | m | Gl. (20) |
| $T_{1,1}^{(\omega)} \cdot 10^3 \cdot v_{T,1}$ | –2,37559 | | –1,07423 | | –1,03933 | | –0,45816 | | m | Gl. (20) |
| $10^3 \cdot v_{j,1}^{(\omega)}$ | 2,81113 | | –1,07423 | | –1,03933 | | 1,30002 | | m | Gl. (20) |
| $10^3 \cdot w_{\psi,1}^{(\omega)}$ | 1,96837 | –8,50645 | –8,89749 | 5,93914 | –0,72775 | 5,30495 | 5,24717 | –7,37278 | m | Gl. (22a + b) |
| $10^3 \cdot w_{\psi,1}^{(\omega)} \cdot \varphi_{w,1}$ | –0,656806 | –0,655526 | 2,231579 | 2,218144 | 0,242836 | 0,242363 | –1,316043 | –1,308119 | | Gl. (24) |
| $10^3 \cdot w_{\psi,1}^{(\omega)} \cdot \varphi_{w,1}$ | –2,832903 | –2,838432 | 1,480628 | 1,489596 | 1,766707 | 1,770156 | –1,838034 | –1,849167 | | Gl. (24) |
| $10^3 \cdot \grave{\varphi}_{w,\psi,1}^{(\omega)}$ | –3,489709 | –3,493958 | 3,712207 | 3,707740 | 2,009543 | 2,012519 | –3,154077 | –3,157286 | | Gl. (24) |
| $w_{\psi,1}^{(\omega)} \cdot R_{w,1}$ | –0,00202 | –0,00191 | 0,01492 | 0,01354 | 0,00075 | 0,00071 | –0,00880 | –0,00799 | t/m | Gl. (23) |
| $w_{\psi,1}^{(\omega)} \cdot R_{w,1}$ | –0,00824 | –0,00871 | 0,00904 | 0,00996 | 0,00514 | 0,00543 | –0,01122 | –0,01237 | t/m | Gl. (23) |
| $M_{J,1}^{(\omega)} \cdot R_{M,1}$ | 0 | 0 | 0,09465 | 0,09408 | 0 | 0 | –0,07039 | –0,06996 | t/m | Gl. (23) |
| $M_{J,1}^{(\omega)} \cdot R_{M,1}$ | –0,12568 | –0,12592 | 0,13830 | 0,13914 | 0,09346 | 0,09364 | –0,11289 | –0,11357 | t/m | Gl. (23) |
| $R_{\psi,1}^{(\omega)}$ | –0,13594 | –0,13654 | 0,25691 | 0,25672 | 0,09935 | 0,09978 | –0,20330 | –0,20389 | t/m | Gl. (23) |
| $S_{\psi,1}^{(\omega)}$ | –0,09519 | 0,90074 | 0,87405 | –1,45599 | 0,06957 | –0,69502 | –0,67207 | 1,15632 | t/m | Gl. (17a + b) |
| $H_{\psi,1}^{(\omega)}$ | –0,09519 | 1,90074 | 0,87405 | –1,45599 | 0,06957 | –0,69502 | –0,67207 | 2,15632 | t/m | Gl. (25) |
| $\Delta N_{y,\psi,1}^{(\omega)}$ | 0,09519 | 0,09519 | –0,87405 | –0,87405 | –0,06957 | –0,06957 | 0,67207 | 0,67207 | t/m | |
| $U_{\psi,1}^{(\omega)}$ | 0 | 1,99593 | 0 | –2,33004 | 0 | –0,76459 | 0 | 2,82839 | t/m | |
| $N_{y,\psi,1}^{(\omega)}$ | 0,09519 | 1,09519 | –0,87405 | –0,87405 | –0,06957 | –0,06957 | 0,67207 | 1,67207 | t/m | |

*E.*

| $J$ | 0 | | | 1 | | | 2 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\psi$ | | 10 | 11 | | 21 | 22 | | | |
| $u_J$ | −1,6123 | −1,6123 | 0,1750 | 0,1750 | 0,1750 | 0,6634 | 0,6634 | $\cos\frac{\pi}{l}x$ | $10^{-3}$ m |
| $v_j$ | | −4,28 | | | −1,08 | | | $\sin\frac{\pi}{l}x$ | $10^{-3}$ m |
| $w_\psi$ | | −3,00 | 6,61 | | 7,80 | 6,15 | | $\sin\frac{\pi}{l}x$ | $10^{-3}$ m |
| $\mathfrak{v}_J$ | −5,2 | | | 0,3 | | | 0 | $\sin\frac{\pi}{l}x$ | $10^{-3}$ m |
| $\mathfrak{w}_J$ | 0 | | | 7,9 | | | 6,3 | $\sin\frac{\pi}{l}x$ | $10^{-3}$ m |
| $T_J$ | 0 | | | −7,8196 | | | 0 | $\cos\frac{\pi}{l}x$ | t/m |
| $\sigma_{x,J}$ | 531,9 | | | −57,7 | | | −218,9 | $\sin\frac{\pi}{l}x$ | t/m² |
| $N_{y,\psi,1}$ | | −0,0420 | −2,6502 | | 0,3008 | −2,6272 | | $\sin\frac{\pi}{l}x$ | t/m |
| $\overline{N}_{y,\psi}$ | | −0,1348 | −0,1348 | | −2,0493 | −2,0493 | | — | t/m |
| $M_{J,1}$ | 0 | | | 0,1602 | | | −0,1174 | $\sin\frac{\pi}{l}x$ | tm/m |
| $\overline{M}_J$ | 0 | | | −0,2702 | | | −0,4557 | — | tm/m |

$\mathfrak{w}_J$ ergeben sich aus den Gleichungen (10c + b). Die Kantenspannungen $\sigma_{x,J}$ erhält man aus den Verschiebungen $u_J$, indem diese durch $-E\frac{\pi}{l}$ multipliziert werden $\left(\sigma_{x,J} = E \cdot u_J \cdot \frac{d}{dx}\cos\frac{\pi}{l}x\right)$.

Die inneren Kräfte und die Formänderung in den Punkten, die sich zwischen den Kanten befinden, werden zweckmäßig unmittelbar aus den Scheibenaufgaben $i = N^*$ und $T^*$ bzw. aus den Plattenaufgaben $i = q^*$, $\overline{M}^*$, $M_{n=1}$ und $w_{n=1}$ berechnet.

Z. B. beträgt die Normalkraft $N_y$ im Punkt $x = \frac{l}{4} = 5{,}00$ m; $y = \frac{d_1}{2} = 1{,}50$ m $N_y(5{,}00;\ 1{,}50) = -0{,}1348 - \left(0{,}0420 \cdot \frac{1}{2} + 2{,}6502 \cdot \frac{1}{2} - 7{,}8196 \cdot \frac{0{,}4712}{8}\right) \cdot 0{,}70711 = -$ $-0{,}7609$ t/m. Das Biegemoment $M_y$ im Punkt $x = \frac{l}{2} = 10{,}00$ m; $y = d_1 + \frac{d_2}{2} = 5{,}00$ m $M_y(10{,}00;\ 5{,}00) = 0{,}2954\frac{4{,}00^2}{8} - 0{,}2702 \cdot \frac{1}{2} - 0{,}4557 \cdot \frac{1}{2} + 0{,}1602 \cdot 0{,}4535 - 0{,}1174 \cdot$ $\cdot 0{,}4535 - 0{,}00780 \cdot 3{,}148 \cdot 0{,}0224 - 0{,}00615 \cdot 3{,}148 \cdot 0{,}0224 = 0{,}2462$ tm/m.

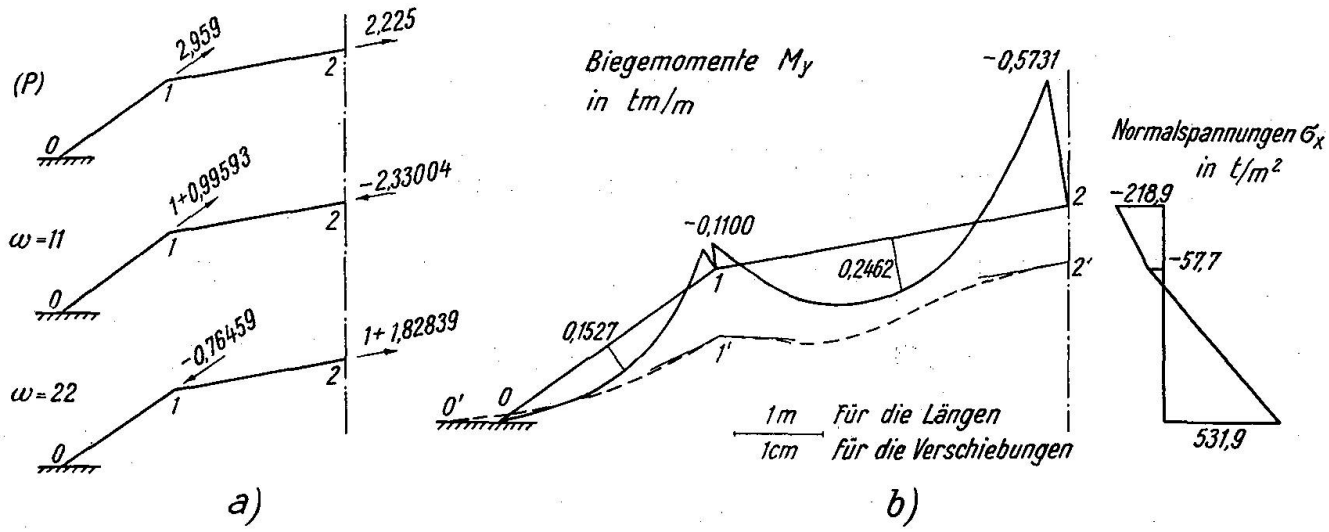



Fig. 10

Der Auflagedruck des Faltwerkes auf die Wand beträgt:

$$A = N_{y,10} \cdot \operatorname{cosec} \alpha_1 = \overline{0{,}2364} + 0{,}0767 \cdot \sin \frac{\pi}{l} x.$$

In Fig. 10b ist für $x = \frac{l}{2}$ der Verlauf der Biegemomente $M_y$ und der Normalspannungen $\sigma_x$ sowie die Formänderung in 100facher Vergrößerung dargestellt.

*Tafel I*

| $i$ | $\Gamma_{i,n}$ | $C_{i,n}$ | $\Omega_i^{(\Gamma)}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $N_n$ | $N_x$ | $-N_n$ | $\chi_1+\mu_N\chi_2-\mu_N'\chi_2'$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $N_y$ | $N_n$ | $(2\chi_1+\chi_2)-\mu_N\chi_1+\mu_N'\chi_1'$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $N_{xy}$ | $N_n$ | $\chi_4-\mu_N\chi_3-\mu_N'\chi_3'$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $u$ | $N_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\chi_1+\mu_N\chi_2-\mu_N'\chi_2'+\nu[(2\chi_1+\chi_2)-$ $-\mu_N\chi_1+\mu_N'\chi_1']$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $v$ | $N_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $(2+\nu)(\chi_4-\mu_N\chi_3-\mu_N'\chi_3')-\chi_3-$ $-\mu_N(\chi_4-2\chi_3)-\mu_N'(\chi_4'-2\chi_3')$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $u^{(d)}$ | $N_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_N+\nu$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $u^{(0)}$ | $-N_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_N$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| | $v^{(d)}$ | $N_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $[2\chi_4(1)-\chi_3(1)]-\mu_N\chi_4(1)-$ $-\mu_N'\chi_4(0)+\nu[\chi_4(1)-\mu_N\chi_3(1)-$ $-\mu_N'\chi_3(0)]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $v^{(0)}$ | $N_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $[2\chi_4(0)-\chi_3(0)]-\mu_N\chi_4(0)-$ $-\mu_N'\chi_4(1)+\nu[\chi_4(0)-\mu_N\chi_3(0)-$ $\mu_N'\chi_3(1)]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| | | | $\mu_N=\frac{\chi_3(1)\chi_4(1)-\chi_3(0)\chi_4(0)}{[\chi_3(1)]^2-[\chi_3(0)]^2}$; $\mu_N'=\frac{\chi_3(1)\chi_4(0)-\chi_3(0)\chi_4(1)}{[\chi_3(1)]^2-[\chi_3(0)]^2}$ | | |
| $T_n$ | $N_x$ | $T_n$ | $\mu_T\chi_2+\mu_T'\chi_2'$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $N_y$ | $T_n$ | $\mu_T\chi_1+\mu_T'\chi_1'$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $N_{xy}$ | $T_n$ | $\mu_T\chi_3-\mu_T'\chi_3'$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $u$ | $-T_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_T\chi_2+\mu_T'\chi_2'-\nu(\mu_T\chi_1+\mu_T'\chi_1')$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $v$ | $T_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_T\chi_4-\mu_T'\chi_4'+\nu(\mu_T\chi_3-\mu_T'\chi_3')$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $u^{(d)}$ | $-T_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_T$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $u^{(0)}$ | $-T_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_T'$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| | $v^{(d)}$ | $T_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_T\chi_4(1)-\mu_T'\chi_4(0)+\nu[\mu_T\chi_3(1)-$ $-\mu_T'\chi_3(0)]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $v^{(0)}$ | $T_n\frac{1}{D}\frac{l}{n\pi}$ | $\mu_T\chi_4(0)-\mu_T'\chi_4(1)+\nu[\mu_T\chi_3(0)-$ $-\mu_T'\chi_3(1)]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| | | | $\mu_T=\frac{\chi_3(1)}{[\chi_3(1)]^2-[\chi_3(0)]^2}$; $\mu_T'=\frac{\chi_3(0)}{[\chi_3(1)]^2-[\chi_3(0)]^2}$ | | |

*Tafel II*

| $i$ | $\Lambda_{i,n}$ | $C_{i,n}$ | $\Pi_i^{(\Lambda)}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $M_n$ | $w$ | $M_n \frac{1}{K}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^2$ | $\chi_1$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_x$ | $M_n$ | $\chi_1+\nu\chi_2$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_y$ | $M_n$ | $\chi_2+\nu\chi_1$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_{xy}$ | $-M_n$ | $(1-\nu)\chi_3$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $Q_x$ | $M_n\frac{n\pi}{l}$ | $\chi_1+\chi_2$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $Q_y$ | $M_n\frac{n\pi}{l}$ | $\chi_4-\chi_3$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $R_x$ | $\pm M_n\frac{n\pi}{l}$ | $(2-\nu)\chi_2+\chi_1$ | | $x=0$<br>$x=l$ |
| | $R_y^{(d)}$ | $M_n\frac{n\pi}{l}$ | $\chi_4(1)-\nu\chi_3(1)$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $R_y^{(0)}$ | $M_n\frac{n\pi}{l}$ | $\chi_4(0)-\nu\chi_3(0)$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| | $[R]^{(d)}$ | $\pm M_n$ | $2(1-\nu)\chi_3(1)$ | | $x=0\ \ y=d$<br>$x=l\ \ y=d$ |
| | $[R]^{(0)}$ | $\pm M_n$ | $2(1-\nu)\chi_3(0)$ | | $x=l\ \ y=0$<br>$x=0\ \ y=0$ |
| | $\varphi_x$ | $\pm M_n\frac{1}{K}\frac{l}{n\pi}$ | $\chi_1$ | | $x=0$<br>$x=l$ |
| | $\varphi_y^{(d)}$ | $M_n\frac{1}{K}\frac{l}{n\pi}$ | $\chi_3(1)$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $\varphi_y^{(0)}$ | $M_n\frac{1}{K}\frac{l}{n\pi}$ | $\chi_3(0)$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| $w_n$ | $w$ | $w_n$ | $(2-\nu)\chi_1+\chi_2$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_x$ | $Kw_n\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2$ | $(1-\nu)[2\chi_1+(1+\nu)\chi_2]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_y$ | $-Kw_n\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2$ | $(1-\nu)^2\chi_1$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_{xy}$ | $-Kw_n\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2$ | $(1-\nu)(\chi_4-\nu\chi_3)$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $Q_x$ | $Kw_n\left(\frac{n\pi}{l}\right)^3$ | $(1-\nu)(\chi_1+\chi_2)$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $Q_y$ | $Kw_n\left(\frac{n\pi}{l}\right)^3$ | $(1-\nu)(\chi_4-\chi_3)$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |

*Tafel II* (Fortsetzung)

| $i$ | $\Lambda_{i,n}$ | $C_{i,n}$ | $\Pi_i^{(\Lambda)}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $w_n$ | $R_x$ | $\pm K w_n \left(\frac{n\pi}{l}\right)^3$ | $(1-\nu)^2 \chi_2$ | | $x=0$<br>$x=l$ |
| | $R_y^{(d)}$ | $K w_n \left(\frac{n\pi}{l}\right)^3$ | $(1-\nu)[2\chi_4(1)-$<br>$-(1+\nu)\chi_3(1)]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $R_y^{(0)}$ | $K w_n \left(\frac{n\pi}{l}\right)^3$ | $(1-\nu)[2\chi_4(0)-$<br>$-(1+\nu)\chi_3(0)]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| | $[R]^{(d)}$ | $\pm K w_n \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2$ | $2(1-\nu)[\chi_4(1)-\nu\chi_3(1)]$ | | $x=l\ \ y=d$<br>$x=0\ \ y=d$ |
| | $[R]^{(0)}$ | $\pm K w_n \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2$ | $2(1-\nu)[\chi_4(0)-\nu\chi_3(0)]$ | | $x=l\ \ y=0$<br>$x=0\ \ y=0$ |
| | $\varphi_x$ | $\pm w_n \frac{n\pi}{l}$ | $(2-\nu)\chi_1+\chi_2$ | | $x=0$<br>$x=l$ |
| | $\varphi_y^{(d)}$ | $w_n \frac{n\pi}{l}$ | $\chi_4(1)-\nu\chi_3(1)$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$ |
| | $\varphi_y^{(0)}$ | $w_n \frac{n\pi}{l}$ | $\chi_4(0)-\nu\chi_3(0)$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$ |
| $q_n$ | $w$ | $q_n \frac{1}{K}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^4$ | $1-2(\chi_1+\chi_1')-(\chi_2+\chi_2')$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_x$ | $q_n \left(\frac{l}{n\pi}\right)^2$ | $1-(2-\nu)(\chi_1+\chi_1')-$<br>$-(\chi_2+\chi_2')$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_y$ | $q_n \left(\frac{l}{n\pi}\right)^2$ | $\nu+(1-2\nu)(\chi_1+\chi_1')-$<br>$-\nu(\chi_2+\chi_2')$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $M_{xy}$ | $q_n \left(\frac{l}{n\pi}\right)^2$ | $(1-\nu)(\chi_4-\chi_4')$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $Q_x$ | $q_n \frac{l}{n\pi}$ | $1-(\chi_1+\chi_1')-(\chi_2+\chi_2')$ | $\cos\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $Q_y$ | $q_n \frac{l}{n\pi}$ | $(\chi_3-\chi_3')-(\chi_4-\chi_4')$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | |
| | $R_x$ | $\pm q_n \frac{l}{n\pi}$ | $1-(\chi_2+\chi_2')-\nu(\chi_1+\chi_1')$ | | $x=0$<br>$x=l$ |
| | $R_y$ | $\pm q_n \frac{l}{n\pi}$ | $\chi_3(1)-\chi_3(0)-$<br>$-(2-\nu)[\chi_4(1)-\chi_4(0)]$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=d$<br>$y=0$ |
| | $[R]$ | $\pm q_n \left(\frac{l}{n\pi}\right)^2$ | $2(1-\nu)[\chi_4(1)-\chi_4(0)]$ | | $x=0\ y=d;\ x=l\ y=0$<br>$x=0\ y=0;\ x=l\ y=d$ |
| | $\varphi_x$ | $\pm q_n \frac{1}{K}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^3$ | $1-2(\chi_1+\chi_1')-(\chi_2+\chi_2')$ | | $x=0$<br>$x=l$ |
| | $\varphi_y$ | $\pm q_n \frac{1}{K}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^3$ | $\chi_4(1)-\chi_4(0)$<br>$q_n=\frac{2[1+(-1)^{n+1}]}{n\pi}q$ | $\sin\frac{n\pi}{l}x$ | $y=0$<br>$y=l$ |

*Tafel III*

$$\chi_1 = \chi_1(\kappa, \eta) = \frac{\kappa\pi \operatorname{Cth}\kappa\pi \cdot \operatorname{Sh}\kappa\pi\eta - \kappa\pi\eta \operatorname{Ch}\kappa\pi\eta}{2\operatorname{Sh}\kappa\pi}$$

$$\chi_2 = \chi_2(\kappa, \eta) = \frac{(2-\kappa\pi \operatorname{Cth}\kappa\pi)\operatorname{Sh}\kappa\pi\eta + \kappa\pi\eta \operatorname{Ch}\kappa\pi\eta}{2\operatorname{Sh}\kappa\pi}$$

$$\chi_3 = \chi_3(\kappa, \eta) = -\frac{(1-\kappa\pi \operatorname{Cth}\kappa\pi)\operatorname{Ch}\kappa\pi\eta + \kappa\pi\eta \operatorname{Sh}\kappa\pi\pi}{2\operatorname{Sh}\kappa\pi}$$

$$\chi_4 = \chi_4(\kappa, \eta) = \frac{(1+\kappa\pi \operatorname{Cth}\kappa\pi)\operatorname{Ch}\kappa\pi\eta - \kappa\pi\eta \operatorname{Sh}\kappa\pi\eta}{2\operatorname{Sh}\kappa\pi}$$

$$\kappa = n\gamma = n\frac{d}{l}; \quad 0 \leqq \eta = \frac{y}{d} \leqq 1; \quad \pi = 3{,}14159$$

$$\frac{\partial\chi_1}{\partial y} = \frac{n\pi}{l}\chi_3; \quad \frac{\partial^2\chi_1}{\partial y^2} = -\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2\chi_2; \quad \frac{\partial^3\chi_1}{\partial y^3} = -\left(\frac{n\pi}{l}\right)^3(\chi_4 - 2\chi_3)$$

$$\frac{\partial\chi_2}{\partial y} = \frac{n\pi}{l}(\chi_4 - 2\chi_3); \quad \frac{\partial^2\chi_2}{\partial y^2} = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2(\chi_1 + 2\chi_2); \quad \frac{\partial^3\chi_2}{\partial y^3} = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2(2\chi_4 - 3\chi_3)$$

$$\frac{\partial\chi_3}{\partial y} = -\frac{n\pi}{l}\chi_2$$

$$\frac{\partial\chi_4}{\partial y} = \frac{n\pi}{l}\chi_1$$

---

$$\chi_\rho' = \chi_\rho(\kappa, \eta') \qquad \rho = 1, 2, 3, 4 \qquad \eta' = 1 - \eta = \frac{d-y}{d}$$

---

$$\chi_\rho(0) = \chi_\rho(\kappa, \eta = 0) \qquad \chi_\rho'(0) = \chi_\rho(1)$$

$$\chi_\rho(1) = \chi_\rho(\kappa, \eta = 1) \qquad \chi_\rho'(1) = \chi_\rho(0)$$

$$\rho = 1, 2, 3, 4$$

*Tafel IV*

| | $\chi_1$ | | | | | $\chi_2$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\kappa$ \ $\eta$ | 0,00 | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,00 | 0,00 | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,00 |
| 0,0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,2500 | 0,5000 | 0,7500 | 1,0000 |
| 0,1 | 0,0000 | 0,0038 | 0,0060 | 0,0055 | 0,0000 | 0,0000 | 0,2424 | 0,4878 | 0,7393 | 1,0000 |
| 0,2 | 0,0000 | 0,0141 | 0,0224 | 0,0205 | 0,0000 | 0,0000 | 0,2212 | 0,4535 | 0,7089 | 1,0000 |
| 0,3 | 0,0000 | 0,0285 | 0,0467 | 0,0431 | 0,0000 | 0,0000 | 0,1900 | 0,4027 | 0,6619 | 1,0000 |
| 0,4 | 0,0000 | 0,0441 | 0,0727 | 0,0665 | 0,0000 | 0,0000 | 0,1537 | 0,3426 | 0,6073 | 1,0000 |
| 0,5 | 0,0000 | 0,0578 | 0,0972 | 0,0911 | 0,0000 | 0,0000 | 0,1173 | 0,2803 | 0,5477 | 1,0000 |
| 0,6 | 0,0000 | 0,0685 | 0,1172 | 0,1150 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0835 | 0,2209 | 0,4862 | 1,0000 |
| 0,7 | 0,0000 | 0,0751 | 0,1318 | 0,1358 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0550 | 0,1673 | 0,4281 | 1,0000 |
| 0,8 | 0,0000 | 0,0776 | 0,1406 | 0,1504 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0317 | 0,1226 | 0,3742 | 1,0000 |
| 0,9 | 0,0000 | 0,0774 | 0,1442 | 0,1611 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0143 | 0,0854 | 0,3270 | 1,0000 |
| 1,0 | 0,0000 | 0,0736 | 0,1435 | 0,1695 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0018 | 0,0557 | 0,2832 | 1,0000 |
| 1,1 | 0,0000 | 0,0685 | 0,1397 | 0,1757 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0069 | 0,0326 | 0,2434 | 1,0000 |
| 1,2 | 0,0000 | 0,0626 | 0,1336 | 0,1799 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0124 | 0,0148 | 0,2086 | 1,0000 |
| 1,3 | 0,0000 | 0,0564 | 0,1260 | 0,1814 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0155 | 0,0016 | 0,1780 | 1,0000 |
| 1,4 | 0,0000 | 0,0497 | 0,1175 | 0,1815 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0169 | −0,0080 | 0,1511 | 1,0000 |
| 1,5 | 0,0000 | 0,0434 | 0,1087 | 0,1802 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0171 | −0,0148 | 0,1273 | 1,0000 |
| 1,6 | 0,0000 | 0,0376 | 0,1000 | 0,1782 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0164 | −0,0195 | 0,1063 | 1,0000 |
| 1,7 | 0,0000 | 0,0323 | 0,0911 | 0,1753 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0153 | −0,0221 | 0,0878 | 1,0000 |
| 1,8 | 0,0000 | 0,0275 | 0,0828 | 0,1717 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0140 | −0,0238 | 0,0715 | 1,0000 |
| 1,9 | 0,0000 | 0,0233 | 0,0749 | 0,1676 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0126 | −0,0244 | 0,0572 | 1,0000 |
| 2,0 | 0,0000 | 0,0196 | 0,0675 | 0,1631 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0110 | −0,0243 | 0,0448 | 1,0000 |
| 2,2 | 0,0000 | 0,0138 | 0,0538 | 0,1534 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0084 | −0,0229 | 0,0246 | 1,0000 |
| 2,4 | 0,0000 | 0,0095 | 0,0434 | 0,1431 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0061 | −0,0203 | 0,0104 | 1,0000 |
| 2,6 | 0,0000 | 0,0067 | 0,0344 | 0,1321 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0044 | −0,0175 | −0,0019 | 1,0000 |
| 2,8 | 0,0000 | 0,0044 | 0,0270 | 0,1219 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0031 | −0,0147 | −0,0110 | 1,0000 |
| 3,0 | 0,0000 | 0,0030 | 0,0214 | 0,1142 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0022 | −0,0124 | −0,0183 | 1,0000 |
| 3,5 | 0,0000 | 0,0014 | 0,0112 | 0,0892 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0011 | −0,0071 | −0,0242 | 1,0000 |
| 4,0 | 0,0000 | 0,0004 | 0,0059 | 0,0679 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0003 | −0,0040 | −0,0246 | 1,0000 |
| 4,5 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0030 | 0,0515 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0001 | −0,0022 | −0,0236 | 1,0000 |
| 5,0 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0015 | 0,0387 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0011 | −0,0190 | 1,0000 |
| 5,5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0007 | 0,0288 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0006 | −0,0153 | 1,0000 |
| 6,0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0004 | 0,0211 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0003 | −0,0123 | 1,0000 |
| 7,0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0113 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0001 | −0,0071 | 1,0000 |
| 8,0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0059 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0040 | 1,0000 |
| 9,0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0030 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0022 | 1,0000 |
| 10,0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0015 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | −0,0011 | 1,0000 |

Aus: A. S. Kalmanok, „Baumechanik der Platten", Moskau 1950.

| $\chi_3$ | | | | | $\chi_4$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00 | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,00 | 0,00 | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,00 | $\eta / \kappa$ |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0,0 |
| 0,0512 | 0,0484 | 0,0130 | −0,0352 | −0,1034 | 3,1831 | 3,1832 | 3,1833 | 3,1834 | 3,1836 | 0,1 |
| 0,0956 | 0,0784 | 0,0257 | −0,0653 | −0,1991 | 1,5871 | 1,5891 | 1,5914 | 1,5939 | 1,5965 | 0,2 |
| 0,1286 | 0,1064 | 0,0374 | −0,0872 | −0,2812 | 1,0474 | 1,0530 | 1,0615 | 1,0708 | 1,0768 | 0,3 |
| 0,1481 | 0,1243 | 0,0478 | −0,0980 | −0,3471 | 0,7671 | 0,7745 | 0,7931 | 0,8164 | 0,8292 | 0,4 |
| 0,1549 | 0,1323 | 0,0567 | −0,1010 | −0,3969 | 0,5894 | 0,6032 | 0,6369 | 0,6728 | 0,6935 | 0,5 |
| 0,1514 | 0,1329 | 0,0644 | −0,0954 | −0,4325 | 0,4622 | 0,4796 | 0,5233 | 0,5814 | 0,6150 | 0,6 |
| 0,1408 | 0,1276 | 0,0700 | −0,0841 | −0,4570 | 0,3678 | 0,3895 | 0,4448 | 0,5192 | 0,5680 | 0,7 |
| 0,1262 | 0,1175 | 0,0739 | −0,0696 | −0,4731 | 0,2891 | 0,3139 | 0,3833 | 0,4797 | 0,5402 | 0,8 |
| 0,1098 | 0,1058 | 0,0762 | −0,0537 | −0,4836 | 0,2291 | 0,2552 | 0,3376 | 0,4489 | 0,5235 | 0,9 |
| 0,0932 | 0,0939 | 0,0772 | −0,0372 | −0,4901 | 0,1803 | 0,2078 | 0,2945 | 0,4238 | 0,5137 | 1,0 |
| 0,0714 | 0,0822 | 0,0771 | −0,0212 | −0,4941 | 0,1400 | 0,1695 | 0,2605 | 0,4030 | 0,5079 | 1,1 |
| 0,0639 | 0,0713 | 0,0758 | −0,0066 | −0,4966 | 0,1102 | 0,1394 | 0,2313 | 0,3846 | 0,5045 | 1,2 |
| 0,0520 | 0,0610 | 0,0735 | 0,0069 | −0,4980 | 0,0856 | 0,1139 | 0,2054 | 0,3679 | 0,5025 | 1,3 |
| 0,0418 | 0,0517 | 0,0705 | 0,0182 | −0,4988 | 0,0653 | 0,0927 | 0,1829 | 0,3517 | 0,5012 | 1,4 |
| 0,0333 | 0,0437 | 0,0669 | 0,0282 | −0,4993 | 0,0513 | 0,0742 | 0,1629 | 0,3362 | 0,5007 | 1,5 |
| 0,0265 | 0,0368 | 0,0630 | 0,0372 | −0,4995 | 0,0395 | 0,0608 | 0,1454 | 0,3216 | 0,5005 | 1,6 |
| 0,0208 | 0,0310 | 0,0589 | 0,0448 | −0,4997 | 0,0303 | 0,0501 | 0,1289 | 0,3075 | 0,5004 | 1,7 |
| 0,0163 | 0,0260 | 0,0546 | 0,0506 | −0,4998 | 0,0232 | 0,0412 | 0,1141 | 0,2939 | 0,5003 | 1,8 |
| 0,0127 | 0,0217 | 0,0505 | 0,0555 | −0,4999 | 0,0178 | 0,0338 | 0,1010 | 0,2805 | 0,5002 | 1,9 |
| 0,0099 | 0,0180 | 0,0466 | 0,0594 | −0,4999 | 0,0136 | 0,0274 | 0,0900 | 0,2673 | 0,5001 | 2,0 |
| 0,0059 | 0,0117 | 0,0388 | 0,0641 | −0,5000 | 0,0079 | 0,0175 | 0,0714 | 0,2418 | 0,5000 | 2,2 |
| 0,0035 | 0,0081 | 0,0320 | 0,0672 | −0,5000 | 0,0045 | 0,0117 | 0,0550 | 0,2191 | 0,5000 | 2,4 |
| 0,0020 | 0,0056 | 0,0260 | 0,0669 | −0,5000 | 0,0026 | 0,0078 | 0,0429 | 0,1964 | 0,5000 | 2,6 |
| 0,0012 | 0,0038 | 0,0209 | 0,0664 | −0,5000 | 0,0014 | 0,0052 | 0,0332 | 0,1775 | 0,5000 | 2,8 |
| 0,0007 | 0,0026 | 0,0167 | 0,0642 | −0,5000 | 0,0008 | 0,0035 | 0,0257 | 0,1589 | 0,5000 | 3,0 |
| 0,0002 | 0,0013 | 0,0072 | 0,0562 | −0,5000 | 0,0003 | 0,0015 | 0,0129 | 0,1197 | 0,5000 | 3,5 |
| 0,0001 | 0,0004 | 0,0049 | 0,0465 | −0,5000 | 0,0001 | 0,0004 | 0,0067 | 0,0895 | 0,5000 | 4,0 |
| 0,0000 | 0,0001 | 0,0026 | 0,0368 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0034 | 0,0659 | 0,5000 | 4,5 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0013 | 0,0290 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0017 | 0,0486 | 0,5000 | 5,0 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0006 | 0,0226 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0008 | 0,0359 | 0,5000 | 5,5 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0003 | 0,0167 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0004 | 0,0256 | 0,5000 | 6,0 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0073 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0130 | 0,5000 | 7,0 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0049 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0067 | 0,5000 | 8,0 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0026 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0034 | 0,5000 | 9,0 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0013 | −0,5000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0017 | 0,5000 | 10,0 |

*Tafel V*

| | | |
|---|---|---|
| $i'$ | $N_n$ | $\Gamma'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = \Gamma_{i,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\Gamma'_{i,n} = N_x, N_y, u$<br>$\Gamma'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = -\Gamma_{i,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\Gamma'_{i,n} = N_{xy}, v$ |
| | $T_n$ | $\Gamma'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = \Gamma_{i\,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\Gamma'_{i,n} = v$<br>$\Gamma'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = -\Gamma_{i,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\Gamma'_{i,n} = N_x, N_y, N_{xy}, u$ |
| | $M_n$<br>$w_n$ | $\Lambda'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = \Lambda_{i,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\Lambda'_{i,n} = w, M_x, M_y, Q_x, R_x, \varphi_x$<br>$\Lambda'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = -\Lambda_{i,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\Lambda'_{i,n} = M_{xy}, Q_y, R_y, [R], \varphi_y$ |
| $\hat{i}$ | $M_n$<br>$w_n$<br>$q_n$ | $\hat{\Lambda}_{i,n}(x,\kappa,\eta) = \Lambda_{i,n}(x,\kappa,\eta) + \hat{w}_{i,n} \cdot \Lambda'_{w,n}(x,\kappa,\eta)$<br>$\hat{w}_{M,n} = \frac{M_n}{K}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^2 \frac{\chi_4(0) - \nu\chi_3(0)}{(1-\nu)[2\chi_4(1) - (1+\nu)\chi_3(1)]}$<br>$\hat{w}_{w,n} = w_n \frac{2\chi_4(0) - (1+\nu)\chi_3(0)}{2\chi_4(1) - (1+\nu)\chi_3(1)}$<br>$\hat{w}_{q,n} = \frac{q_n}{K}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^4 \frac{\chi_3(1) - \chi_3(0) - (2-\nu)[\chi_4(1) - \chi_4(0)]}{(1-\nu)[2\chi_4(1) - (1+\nu)\chi_3(1)]}$ |
| $\hat{i}'$ | $M_n$<br>$w_n$<br>$q_n$ | $\hat{\Lambda}'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = \hat{\Lambda}_{i,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\hat{\Lambda}'_{i,n} = w, M_x, M_y, Q_x, R_x, \varphi_x$<br>$\hat{\Lambda}'_{i,n}(x,\kappa,\eta) = -\hat{\Lambda}_{i,n}(x,\kappa,\eta')$ für $\hat{\Lambda}'_{i,n} = M_{xy}, Q_y, R_y, [R], \varphi_y$ |

*Tafel VI*

| $i=$ | | $N^*$ | $T^*$ | Verlauf in der $x$-Richtung |
|---|---|---|---|---|
| $\Gamma_{i,n=1}$ | $N_x$ | $-N\cdot\frac{6}{(\gamma\pi)^2}(1-2\eta)$ | $T\cdot\frac{2}{\gamma\pi}(1-3\eta)$ | $\sin\frac{\pi}{l}x$ |
| | $N_y$ | $N\cdot 3\eta^2(1-\frac{2}{3}\eta)$ | $-T\cdot\gamma\pi\cdot\eta^2(1-\eta)$ | $\sin\frac{\pi}{l}x$ |
| | $N_{xy}$ | $N\cdot\frac{6}{\gamma\pi}\eta(1-\eta)$ | $-T\cdot 2\eta(1-\frac{3}{2}\eta)$ | $\cos\frac{\pi}{l}x$ |
| | $u$ | $N\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{6}{(\gamma\pi)^2}(1-2\eta)$ | $-T\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{2}{\gamma\pi}(1-3\eta)$ | $\cos\frac{\pi}{l}x$ |
| | $u^{(d)}$ | $-N\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{6}{(\gamma\pi)^2}$ | $T\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{4}{\gamma\pi}$ | $\cos\frac{\pi}{l}x$ |
| | $u^{(0)}$ | $N\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{6}{(\gamma\pi)^2}$ | $-T\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{2}{\gamma\pi}$ | $\cos\frac{\pi}{l}x$ |
| | $v$ | $N\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{12}{(\gamma\pi)^3}[1+\frac{1}{5}(\gamma\pi)^2]$ | $-T\cdot\frac{1}{D}\frac{l}{\pi}\frac{6}{(\gamma\pi)^2}\left[1+\frac{2}{45}(\gamma\pi)^2\right]$ | $\sin\frac{\pi}{l}x$ |
| $i=$ | | $q^*$ | $\overline{M}^*$ | |
| $\overline{\Lambda}_i$ | $\overline{M}_y$ | $\frac{1}{2}q\,d^2\eta(1-\eta)$ | $M\cdot\eta$ | gemäß Fig. 8b |
| | $\overline{Q}_y$ | $\frac{1}{2}q\,d(1-2\eta)$ | $M\cdot\frac{1}{d}$ | |
| | $\overline{w}$ | $\frac{1}{K}\frac{1}{24}q\,d^4(\eta-2\eta^3+\eta^4)$ | $\frac{1}{K}M\frac{d^2}{6}(\eta-\eta^3)$ | |
| | $\overline{R}_y^{(d)}$ | $-\frac{1}{2}q\,d$ | $M\cdot\frac{1}{d}$ | |
| | $\overline{R}_y^{(0)}$ | $\frac{1}{2}q\,d$ | $M\cdot\frac{1}{d}$ | |
| | $\overline{\varphi}^{(d)}$ | $-\frac{1}{K}\frac{1}{24}q\,d^3$ | $-\frac{1}{K}M\frac{d}{3}$ | |
| | $\overline{\varphi}^{(0)}$ | $\frac{1}{K}\frac{1}{24}q\,d^3$ | $\frac{1}{K}M\frac{d}{6}$ | |

## Zusammenfassung

In der Arbeit wird die genaue (Biege-) Theorie der prismatischen Faltwerke entwickelt und sodann das Problem auf zwei Weisen gelöst. Die erste derselben, die den üblichen Methoden der mathematischen Elastizitätslehre entspricht, eignet sich nicht für die praktische Anwendung, da sie zu umständlich und zeitraubend ist.

Die zweite ist eine Kombination der Methoden der praktischen Statik mit denen der mathematischen Elastizitätslehre. Sie beruht auf der Anwendung eines mehrstufigen Verfahrens, das der mehrstufigen Berechnung von Rahmen mit verschieblichem Netz analog ist, in Verbindung mit fertigen Zahlentafeln, die partikuläre Integrale der Grundgleichungen des prismatischen Faltwerkes enthalten. Die Kantenmomente und die Kantenschubkräfte können dabei mit Hilfe eines Verfahrens berechnet werden, das der Festpunktmethode analog ist.

Durch gewisse zusätzliche Annahmen wird nachher das kombinierte Lösungsverfahren weitgehend vereinfacht, ohne dadurch beachtenswerte Fehler bei den Rechenergebnissen zu verursachen. Die Anwendung des vereinfachten Verfahrens wird an Hand eines Zahlenbeispiels erläutert.

Die Arbeit enthält Formeln und Tafeln, die dem Leser die Lösung von vielen praktischen Aufgaben ermöglichen.



## Summary

In this paper the exact bending-theory of formed prismatic sections is developed and applied to solve the problem in two ways. The first of these, which corresponds to the usual methods of the mathematical theory of elasticity, is not suitable for practical application, since it is tedious and time consuming.

The second is a combination of the methods of practical statics with those of elasticity theory. It rests on the application of a step-by-step procedure, analogous to the iterative computation of a frame with a deformable network, together with available numerical tables which contain particular integrals of the basic equations of formed prismatic sections. The edge moments and edge stresses can then be computed by a method which is analogous to the fixed point method.

With certain additional assumptions the combined method of solution can then be further simplified, without introducing significant errors in the calculated results. The application of the simplified method is expounded by means of a numerical example.

The paper contains formulæ and tables which enable the reader to solve many practical problems.

**Résumé**

L'auteur expose la théorie exacte (flexion) des voûtes polygonales prismatiques, puis il résout le problème de deux manières différentes. La première solution correspond aux méthodes habituelles de la théorie mathématique de l'élasticité; elle ne convient pas pour l'application pratique, car elle est trop compliquée et trop longue.

La deuxième méthode constitue une combinaison et des procédés de la statique pratique et de la théorie mathématique de l'élasticité. Elle repose sur l'emploi d'un procédé échelonné, analogue au calcul progressif des cadres avec réseau mobile, conjointement avec des tableaux numériques qui donnent l'intégrale particulière des équations fondamentales des voûtes polygonales.

Les moments et les efforts tranchants aux arêtes peuvent être calculés à l'aide d'un procédé analogue à la méthode du point fixe.

Certaines hypothèses supplémentaires permettent ensuite de simplifier largement le procédé combiné de résolution, sans toutefois donner lieu à de notables erreurs dans les résultats du calcul. L'application du procédé simplifié fait l'objet d'un exemple numérique.

L'étude contient des formules et tableaux qui permettent de résoudre de nombreux problèmes pratiques.