

# Note sur le calcul des poutres Vierendeel

Autor(en): **Robert, E. / Musette, L.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **15 (1955)**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-14497>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## **Note sur le calcul des poutres Vierendeel**

*Zur Berechnung der Vierendeel-Träger*

*On the design of the Vierendeel Girder*

E. ROBERT et L. MUNETTE, Directeurs du Bureau d'Etudes S. R. M.,  
Lauréats de l'Académie Royale de Belgique (classe des Sciences)

### **Avant-propos**

Dans son dixième volume de Mémoires (1950), l'Association Internationale des Ponts et Charpentes a publié une étude de M. le Professeur Stüssi de l'Ecole Polytechnique de Zurich intitulé „Zur Berechnung des Vierendeel-trägers“ (Sur le calcul des Poutres Vierendeel).

Le présent travail a pour objet de montrer comment l'on peut, en respectant les principes rigoureux énoncés par M. le Professeur Stüssi, améliorer considérablement les applications pratiques en recourant, d'une part: à de meilleurs groupes inconnus; d'autre part: à un nouveau principe que nous désignons par celui du „système  $S_0$  à sollicitation combinée“.

Préalablement à sa parution dans le présent mémoire, notre étude a été soumise à M. Stüssi. Nous remercions vivement l'éminent professeur d'avoir bien voulu nous dire tout l'intérêt qu'il y portait et d'avoir eu la courtoisie de nous en proposer la publication par l'A. I. C. P.

### **Introduction**

Dans son article précité, l'auteur pose deux principes relatifs au calcul des systèmes hyperstatiques à nombre d'inconnues élevé (Hochgradig statisch unbestimmte Tragsysteme) qu'il énonce dans l'ordre suivant:

1. Il faut choisir un système isostatique de référence  $S_0$  (Grundsystem) éliminant la possibilité d'erreurs numériques dues à ce que l'on opère sur des différences de grands nombres de valeurs très voisines.

Ce principe est satisfait dès que l'on adopte un système  $S_0$  tel que, dans celui-ci, l'effet des forces  $P$  de la sollicitation extérieure donne lieu à des diagrammes de Moments fléchissants se rapprochant le plus possible de ceux que les mêmes forces  $P$  produisent dans le système hyperstatique réel.

2. Il faut adopter des inconnues hyperstatiques telles que les équations à résoudre se trouvent simplifiées au maximum, c'est-à-dire comportent un maximum de coefficients d'inconnues  $a_{ik}$  nuls (Verschiebungsgröße  $a_{ik}$ ). Nous réserverons momentanément le commentaire du premier principe énoncé (choix du système de référence), pour dire de suite que, du point de vue méthodologique, le second principe (choix des inconnues) prime nettement le premier pour les raisons suivantes:

- a) L'adoption de groupes inconnus (Überzählige Kombinationen) donnant lieu au maximum de coefficients  $a_{ik}$  nuls régit *souverainement* la simplicité des équations à résoudre.
- b) Pour le surplus, dès que l'on a adopté les groupes optima réduisant au maximum les termes des équations, *on peut toujours adopter le système de référence  $S_0$  que l'on voudra*, de manière à satisfaire au premier principe et sans être tenu pour autant d'adopter d'autres groupes que les groupes optima susdits\*).

En d'autres termes, le choix de groupes optima importe seul au premier chef puisque, ces groupes adoptés, on peut toujours, sans y renoncer, se référer au meilleur système  $S_0$  satisfaisant au premier principe.

Cela étant, examinons les groupes adoptés par l'auteur.

### A. Le choix des groupes

Les groupes proposés consistent, dans chaque panneau de la poutre Vierendeel, en trois combinaisons de couples engendrant les Moments fléchissants reproduits fig. 1. A ces groupes correspond un ensemble de coefficients  $a_{ik}$  répondant au demi-déterminant suivant, caractéristique des équations à résoudre.

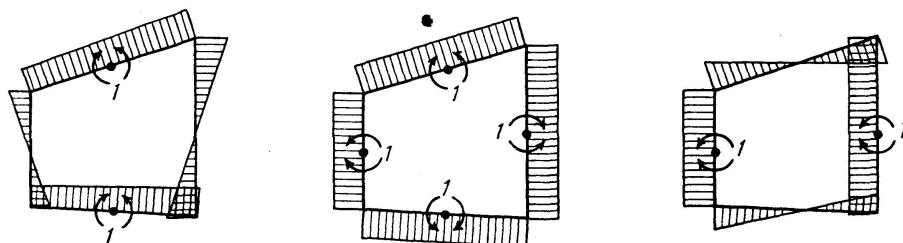


Fig. 1

\*) Nous ne pouvons songer à traiter ici la question „ex-professo“. Le lecteur la trouvera exposée dans notre ouvrage „Le calcul des systèmes hyperstatiques“ par Robert et Musette. Edition Desoer à Liège 1945. Chapitre VII, § 2: „Le changement de système  $S_0$ .“

1. N.B. Nous prenons le cas théorique de 9 inconnues seulement pour ne pas allonger les écritures.
2. Nous nous bornons à reproduire la moitié supérieure du déterminant des  $a_{ik}$ , y compris la diagonale principale, attendu que le déterminant complet est „symétrique“ par rapport à celle-ci ( $a_{ik} = a_{ki}$ ).

$$\begin{array}{cccccccc|c}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & a_{22} & a_{23} & 0 & a_{25} & a_{26} & 0 & 0 & 0 & \\
 & & a_{33} & 0 & a_{35} & a_{36} & 0 & 0 & 0 & \\
 & & & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & 0 & 0 & \\
 & & & & a_{55} & a_{56} & 0 & a_{58} & a_{59} & \\
 & & & & & a_{66} & 0 & a_{68} & a_{69} & \\
 & & & & & & a_{77} & a_{78} & a_{79} & \\
 & & & & & & & a_{88} & a_{89} & \\
 & & & & & & & & a_{99} & 
 \end{array}$$

Dans notre ouvrage précité, nous avons montré que le seul aspect du demi-déterminant permet au départ, et sans que l'on doive affectuer le moindre calcul, d'établir la structure de ce que nous appelons les équations résolvantes. Dans le cas du demi-déterminant ci-dessus, les résolvantes sont les suivantes:

$$\begin{array}{l}
 X_9 = Z_{9m} \\
 X_8 = Z_{8m} + Z_{89} \cdot X_9 \\
 X_7 = Z_{7m} + Z_{78} \cdot X_8 + Z_{79} \cdot X_9 \\
 X_6 = Z_{6m} + Z_{67} \cdot X_7 + Z_{68} \cdot X_8 + Z_{69} \cdot X_9 \\
 \text{I. } X_5 = Z_{5m} + Z_{56} \cdot X_6 + Z_{57} \cdot X_7 + Z_{58} \cdot X_8 + Z_{59} \cdot X_9 \\
 X_4 = Z_{4m} + Z_{45} \cdot X_5 + Z_{46} \cdot X_6 + Z_{47} \cdot X_7 \\
 X_3 = Z_{3m} + Z_{34} \cdot X_4 + Z_{35} \cdot X_5 + Z_{36} \cdot X_6 \\
 X_2 = Z_{2m} + Z_{23} \cdot X_3 + Z_{24} \cdot X_4 + Z_{25} \cdot X_5 + Z_{26} \cdot X_6 \\
 X_1 = Z_{1m} + Z_{12} \cdot X_2 + Z_{13} \cdot X_3 + Z_{14} \cdot X_4
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 1 Z \\
 2 Z \\
 3 Z \\
 4 Z \\
 5 Z \\
 4 Z \\
 4 Z \\
 5 Z \\
 4 Z
 \end{array}$$

N.B. Les équations ci-dessus sont appelées „résolvantes“ parce que, moyennant le calcul préalable des coefficients  $Z_{cb}$  des seconds membres, elles fournissent toutes les inconnues par récurrence, à partir de celle d'indice le plus élevé.

Dans ces équations, un coefficient  $Z_{cb}$  répond à la définition suivante:

$$Z_{cb} = - \frac{a_{cb}^{c-1}}{a_{cc}^{c-1}}$$

Dans cette expression, les  $a^{c-1}$  d'indice inférieur double quelconque répondent à leur définition dans l'algorithme de Gauss (on trouvera tous les renseignements à ce sujet dans notre ouvrage précité chap. IV).

Telle est donc la solution préconisée par l'auteur quant au choix des groupes. Nous pouvons, pour notre part, faire observer que depuis la parution de notre ouvrage, on peut très utilement substituer aux groupes de la fig. 1



les groupes suivants (fig. 2) qui nous ont permis d'apporter, dès 1945, la solution réellement pratique du problème de la poutre Vierendeel à panneaux quelconques sollicitée d'une manière quelconque:

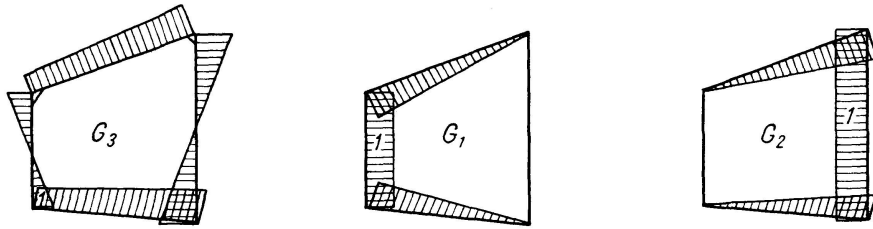


Fig. 2

Ces groupes donnent lieu au demi-déterminant caractéristique suivant:

$$\begin{vmatrix}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & \dots & & & & & \\
 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 & 0 & \dots & & & & \\
 & & a_{33} & 0 & 0 & a_{36} & 0 & 0 & \dots & & \\
 & & & a_{44} & a_{45} & a_{46} & 0 & 0 & \dots & & \\
 & & & & a_{55} & a_{56} & a_{57} & 0 & \dots & & \\
 & & & & & a_{66} & 0 & 0 & a_{69} & & \\
 & & & & & & a_{77} & a_{78} & a_{79} & & \\
 & & & & & & & a_{88} & a_{89} & & \\
 & & & & & & & & a_{99} & & 
 \end{vmatrix}$$

Les équations résolvantes sont écrites ci-dessous:

$$\begin{array}{l}
 X_9 = Z_{9m} \\
 X_8 = Z_{8m} + Z_{89} \cdot X_9 \\
 X_7 = Z_{7m} + Z_{78} \cdot X_8 + Z_{79} \cdot X_9 \\
 X_6 = Z_{6m} + Z_{67} \cdot X_7 + Z_{69} \cdot X_9 \\
 \text{II. } X_5 = Z_{5m} + Z_{56} \cdot X_6 + Z_{57} \cdot X_7 \\
 X_4 = Z_{4m} + Z_{45} \cdot X_5 + Z_{46} \cdot X_6 \\
 X_3 = Z_{3m} + Z_{34} \cdot X_4 + Z_{36} \cdot X_6 \\
 X_2 = Z_{2m} + Z_{23} \cdot X_3 + Z_{24} \cdot X_4 \\
 X_1 = Z_{1m} + Z_{12} \cdot X_2 + Z_{13} \cdot X_3
 \end{array} \left| \begin{array}{l}
 1 \ Z \\
 2 \ Z \\
 3 \ Z \\
 3 \ Z \\
 3 \ Z \\
 3 \ Z \\
 3 \ Z \\
 3 \ Z \\
 3 \ Z \\
 3 \ Z
 \end{array} \right.$$

Comparons les résultats:

1. Avec les groupes de l'auteur, il faut calculer 28 coefficients  $a_{ik}$  non nuls. Avec nos groupes, ce nombre est ramené à 22.
2. Les équations résolvantes (II) comportent des seconds membres limités à 3 termes. Les équations résolvantes (I) comportent alternativement 4 et 5 termes. Pour établir les équations (I) il faut calculer 32 expressions  $Z_{cb}$ . Pour établir les nôtres, ce nombre est ramené à 24. Compte tenu de ce que le nombre des opérations numériques de l'algorithme de Gauss croît beaucoup plus que proportionnellement au nombre de  $a_{ik}$  et  $Z_{cb}$  non nuls, il

n'est pas exagéré d'affirmer que les groupes proposés (fig. 2) réduisent de moitié les calculs impliqués par les groupes (fig. 1) tout en laissant la faculté d'opérer si on le désire, sur le système isostatique proposé par l'auteur.

Le choix des groupes optima étant ainsi résolu, passons à l'examen du choix du système isostatique de référence.

### B. Le choix du système isostatique de référence

L'auteur préconise un système articulé donnant lieu pour une force  $P$  aux diagrammes de Moments (fig. 3). Dans notre ouvrage précité, nous préconisons le système isostatique tel que représenté (fig. 4), localisant les  $M_f$  dûs à la force  $P$  dans les traverses inférieures:

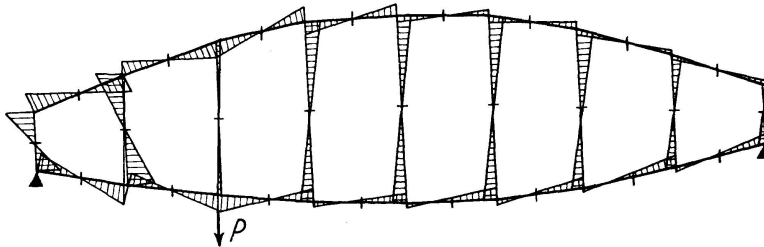


Fig. 3

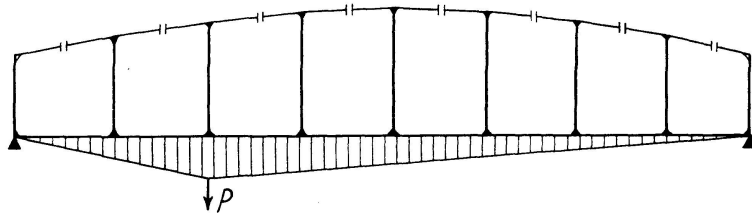


Fig. 4

Il est évident que le système (fig. 3) se rapproche beaucoup plus du système réel que le nôtre et qu'à ce titre, il présente la supériorité de pouvoir se calculer avec un moindre risque d'erreurs provenant de différences de grands nombres.

Il faut toutefois bien observer ce qui suit:

1. L'obtention des Moments dûs à  $P$  dans le système (fig. 4) est immédiate. Dans le système (fig. 3), elle implique de très nombreuses opérations de statique.
2. Dans le système de l'auteur, les moments dûs à la force  $P$  „envahissent“ l'intégralité du schéma. Dans notre système, ils se limitent aux traverses inférieures. La conséquence en est la suivante:

Dans notre système, le calcul des  $a_{iP}$  se limite à un élément, chaque  $a_{iP}$  répond à l'expression:

$$a_{iP} = k \cdot \frac{l}{EI}$$

Dans le système de l'auteur, l'expression d'un  $a_{iP}$  est plus compliquée. Il en est de même en ce qui concerne l'obtention des Moments définitifs (intervention des  $M_P$  dans toutes les barres du système).

Bref, on peut se demander, en premier lieu, si les nombreuses opérations supplémentaires requises par l'adoption du système (fig. 3) ne grèvent pas lourdement le bilan final des opérations. Notons d'ailleurs qu'en s'imposant un important surcroît de calculs statiques en vue d'éviter des erreurs *systématiques* on aggrave le risque d'erreurs *fortuites* toujours malaisées à détecter.

Pour notre part, nous préférons nous en tenir au système (fig. 4) et nous soustraire au risque d'erreurs qui le caractérise, en effectuant les opérations à la machine à calculer. On nous répondra que tout le monde ne peut opérer à la machine et que, dans ce cas, il est indiqué d'adopter le système de référence de l'auteur.

Distinguons: si l'on renonce à travailler à la machine (ou encore à effectuer à la main des opérations garantissant l'exactitude rigoureuse de nombres d'au moins 4 à 5 chiffres), il faut renoncer au système (fig. 3) *mais il ne faut pas nécessairement adopter la méthode de l'auteur*. Les considérations qui suivent montrent, en effet, que l'on peut s'en tirer à bien meilleur compte grâce à une notion nouvelle que nous désignons par celle du „Système  $S_0$ “ à sollicitation combinée.

### C. Le système $S_0$ à sollicitation combinée

Examinons d'abord l'énoncé normal du problème de la résolution d'un système hyperstatique.

Après avoir choisi un système isostatique de référence  $S_0$ , on considère: d'une part, les efforts  $P$  de la sollicitation extérieure réelle; d'autre part,  $n$  paires d'efforts égaux et opposés  $X_1$  à  $X_n$  appliqués aux coupes de  $S_0$ . On demande de déterminer ces derniers de telle façon qu'ils représentent les inconnues hyperstatiques du cas. Les efforts inconnus  $X_1$  à  $X_n$  répondent à la condition suivante:

„Sous l'effet des efforts  $P$  de la sollicitation extérieure et des  $n$  paires d'efforts inconnus  $X_1$  à  $X_n$  appliqués aux coupes, *celles-ci ne doivent subir aucun déplacement relatif*.“

On sait que la réponse à cette question est donnée par  $n$  équations linéaires du type suivant:

$$(III) \quad a_{h1} \cdot X_1 + a_{h2} \cdot X_2 + \dots + a_{hn} \cdot X_n = -a_{hP} \quad (h = 1 \text{ à } n)$$

La résolution de ces  $n$  équations fournit les valeurs de  $X_1$  à  $X_n$  répondant à la question.

Cela étant, posons les relations suivantes:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1' + X_1'' \\ X_2 &= X_2' + X_2'' \\ \text{IV. } & \vdots \\ X_n &= X_n' + X_n'' \end{aligned}$$

Dans les équations (III) remplaçons  $X_1$  à  $X_n$  par leurs valeurs (IV). Nous obtenons:

$$a_{h1}(X_1' + X_1'') + a_{h2}(X_2' + X_2'') + \dots + a_{hn}(X_n' + X_n'') = -a_{hP} \quad (h = 1 \text{ à } n)$$

ou encore:

$$\boxed{a_{h1} \cdot X_1' + a_{h2} \cdot X_2' + \dots + a_{hn} \cdot X_n' = -(a_{hP} + a_{h1} \cdot X_1'' + a_{h2} \cdot X_2'' + \dots + a_{hn} \cdot X_n'')} \quad (V)$$

$(h = 1 \text{ à } n)$

Présentées sous la forme (V) les équations de condition suggèrent la modification suivante de l'énoncé du problème:

Etant donné un système  $S_0$  soumis: d'une part, aux forces  $P$  de la sollicitation extérieure réelle; d'autre part, à  $n$  paires d'efforts arbitraires  $X_1''$  à  $X_n''$  adéquatement appliqués aux coupes, calculer les  $n$  paires d'efforts  $X_1'$  à  $X_n'$  tels que sous l'effet de l'action globale des efforts  $P$ ,  $X'$  et  $X''$ , les coupes de  $S_0$  ne subissent aucun déplacement relatif. La résolution des équations (V), où les  $X''$  figurent comme données et les  $X'$  comme inconnues, fournit la réponse à cette question, étant bien évident que les valeurs trouvées pour  $X_1' \dots X_n'$  seront telles que, jointes aux valeurs arbitraires adoptées pour  $X_1'' \dots X_n''$ , on retombera sur les valeurs de  $X_1$  à  $X_n$  répondant aux relations (IV).

Cela étant, il est visible que l'on peut formuler la remarque suivante: *Il est loisible de profiter du caractère arbitraire des valeurs attribuables à  $X_1'' \dots X_n''$  pour les choisir de manière telle que le diagramme des Moments fléchissants dus aux forces  $P$  et aux  $X''$  se rapproche du diagramme des Moments dans le système hyperstatique réel.*

En procédant de la sorte, on aura substitué au calcul des inconnues de notion courante  $X_1 \dots X_n$ , celui d'inconnues  $X_1' \dots X_n'$  présentant l'avantage d'éliminer le risque d'erreurs provenant des „différences de grands nombres“.

La sollicitation ( $P + \Sigma X''$ ) est ce que nous appelons la sollicitation combinée. La méthode est d'autant plus facile à appliquer qu'il n'est pas toujours indispensable de faire entrer dans la sollicitation combinée toutes les inconnues de la question, mais une partie seulement de celles-ci.

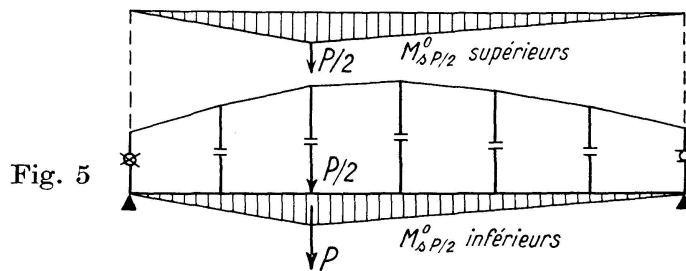
*L'avantage sur la méthode préconisée par M. le Professeur Stüssi consiste en ce que la mise en œuvre d'une „sollicitation combinée“ adéquate au desideratum posé, donne lieu à une économie très considérable d'opérations de statique.*

Nous allons le montrer par l'application de la méthode à la poutre Vierendeel.

### D. Application à la poutre Vierendeel

Comme système  $S_0$  considérons le système en peignes (fig. 5).

Le système „en peignes“ transforme la poutre Vierendeel en 2 poutres librement appuyées aux extrémités. Les montants intermédiaires sont totalement sectionnés en leur milieu. Dans ce système  $S_0$ , on peut remplacer toute force verticale  $P$  appliquée en un nœud par deux forces  $P/2$  appliquées haut et bas (fig. 5), pour autant que l'on néglige les déformations dues à l'effort normal. Dans cette hypothèse, en effet, il est impossible de distinguer entre ces deux sollicitations: elles sont rigoureusement équivalentes quant aux efforts généraux qu'elles engendrent dans le système réel.



Cela posé, il est visible d'autre part que les forces  $P/2$  développent dans le système  $S_0$  des moments fléchissants  $M_{sP/2}^0$  supérieurs et inférieurs identiques dont l'obtention est immédiate par un coup de règle à calcul.

Dans le système  $S_0$  en peignes, adoptons maintenant, dans chaque panneau, des groupes du type  $G_1 G_2 G_3$  représentés fig. 6. (Remarquons que ces groupes ne diffèrent en rien des groupes déjà évoqués fig. 2. Toutefois, dans la fig. 6

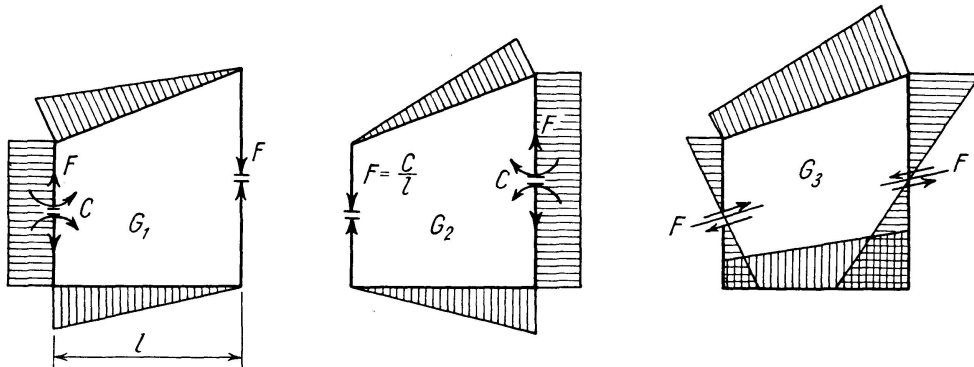


Fig. 6

nous avons indiqué clairement les efforts  $C$  et  $F$ , générateurs de ces groupes dans le système  $S_0$  en peignes.) Ce préambule terminé, la solution courante du problème répondrait à la question suivante:

„La sollicitation  $P$  étant donnée dans le système  $S_0$  en peignes, calculer les groupes  $G_1 G_2 G_3$  représentant les inconnues hyperstatiques du cas.“

En procédant de cette façon, nous courrons le risque d'erreurs dues aux „différences de grands nombres“ car les  $M_{sP}^0$  (fig. 5) sont encore loin de répondre aux  $M_{fP}$  du système hyperstatique.

En application de notre principe, nous adoptons la „solicitation combinée“ suivante:

1. La force  $P$  réelle (ou plus exactement les forces  $P/2$  équivalentes donnant lieu aux diagrammes  $M_{sP}^0$  fig. 5).
2. Dans chaque panneau: des groupes  $G_3''$  du type  $G_3$ , tels que l'on ait fig. 7.

$$(VI) \quad M_{G_3''}^0 = -M_{sP/2}^0$$

(Cette condition étant prise *au milieu* de la portée de chaque panneau.)

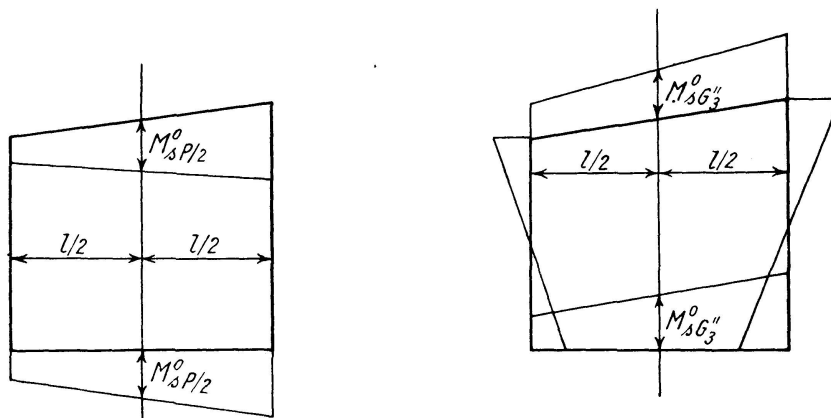


Fig. 7

La superposition des diagrammes ci-dessus, agencés *dans chaque panneau* selon la condition (VI), donne lieu pour chaque panneau au diagramme résultant du type fig. 8:

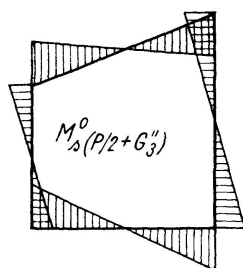


Fig. 8

On peut aisément se rendre compte de ce que le diagramme des Moments du système  $S_0$  en peignes, dûs à la „solicitation combinée“ ( $P/2 + \Sigma G_3''$ ) se rapproche fort sensiblement du diagramme type fig. 3 *sans exiger toutefois les nombreuses opérations de statique qu'implique la connaissance de ce dernier*.

Il en résulte que nous pouvons dès lors résoudre à beaucoup moindres frais et à l'abri des erreurs sur „différences de grands nombres“ le problème suivant: La „solicitation combinée“  $P/2 + \Sigma G_3''$  étant donnée, calculer les groupes  $G_1, G_2, G_3'$  annulant les déplacements dûs à  $P/2 + \Sigma G_3''$ . Nous effectuerons ce calcul sans risque d'erreurs (principe de la sollicitation combinée) et avec le minimum d'opérations numériques (les groupes  $G_1, G_2, G_3$  sont les groupes optima conduisant aux équations du type (II) simplifiées au maximum).

### E. Cas particulier important

„La poutre Vierendeel à moments d'inertie correspondants égaux.“

Sous cette dénomination que nous désignerons en abrégé par „poutre I.C.E.“ nous entendons une poutre Vierendeel à montants verticaux, répondant aux conditions suivantes:

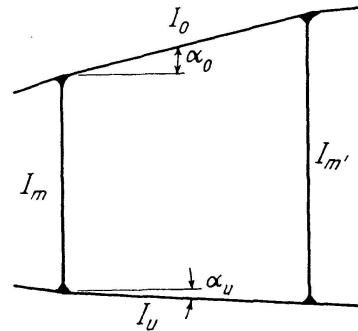


Fig. 9

1. Le moment d'inertie  $I_m$  d'un montant quelconque  $m$  est constant dans ce montant, mais peut varier d'un montant à l'autre.
2. Le moment d'inertie  $I_0$  d'un élément de membrure supérieure incliné de l'angle  $\alpha_0$  sur l'horizontale est constant dans un même panneau, mais peut varier d'un panneau à l'autre.
3. Le moment d'inertie  $I_u$  d'un élément de membrure inférieure incliné de  $\alpha_u$  sur l'horizontale est constant dans un même panneau mais peut varier d'un panneau à l'autre.
4. Pour un même panneau, on a toujours:  $I_0 \cos \alpha_0 = I_u \cos \alpha_u$ .

La poutre I.C.E. répond au cas envisagé dans la note de M. le Professeur Stüssi sous l'hypothèse  $s_0' = s_u'$  (page 206 de la note susdite) et pour lequel il fait observer à juste titre: 1. que les inconnues se réduisent à *une* par panneau (celles du type  $X_h$ , fig. 7 de la note susdite) et 2. que pour le surplus les équations sont réduites à 3 termes (dreigliedrige Gleichungen) comme dans le cas d'une simple poutre continue sur appuis libres.

Il est toutefois aisé de montrer que ces simplifications décisives ne sont pas intrinsèquement liées au système de base (Grundsystem) adopté par M. Stüssi, mais peuvent être obtenues à moindres frais en adoptant les dispositions suivantes:

1. Choix des groupes: ceux de notre fig. 6.
2. Choix du système de base  $S_0$ : le système en peignes (fig. 5).
3. Moments dûs à la charge extérieure  $P$ : ceux de la fig. 5, compte tenu de la justification exposée au § D quant à la faculté de substituer à la force  $P$  deux forces  $P/2$  agissant respectivement haut et bas, dans l'hypothèse admise de l'incompressibilité des montants.

Ces dispositions adoptées, on vérifie aisément, pour les mêmes raisons que celles invoquées par M. Stüssi, que les équations du cas de la poutre I. C. E. se réduisent aux seules inconnues type  $G_3$  (fig. 6).

En effet:

1. Tous les coefficients du type  $\alpha_{13}$  et  $\alpha_{23}$  sont nuls ce qui signifie qu'aucune équation contenant des inconnues type  $G_3$  ne contient d'inconnues type  $G_1$  ou  $G_2$ .
2. Tous les termes indépendants (Belastungsglieder) du type  $\alpha_{1P}$  ou  $\alpha_{2P}$  sont identiquement nuls, ce qui signifie que toutes les inconnues du type  $G_1$  ou  $G_2$  sont nulles.
3. Le seul système restant est celui des inconnues  $G_3$  (une par panneau) et les équations y relatives ne comprennent que 3 termes (dreigliedrige Gleichungen). Pour de telles équations, il est à nouveau loisible, soit de calculer les inconnues à la machine en opérant sur le système de base fig. 5, soit d'appliquer le principe de la sollicitation combinée, si l'on veut opérer à la règle sans risque d'erreurs.

### Résumé

Pour calculer une poutre Vierendeel aisément et sans risques d'erreurs, il faut respecter les deux principes énoncés par M. le Professeur Stüssi dans son étude „Zur Berechnung des Vierendeelträgers“ parue dans le 10e volume (1950) des Mémoires A. I. C. P.:

1. Adopter des groupes inconnus simplifiant au maximum les équations de départ.
2. Travailler sur des termes indépendants (Belastungsglieder) procédant de Moments fléchissants se rapprochant le plus possible des Moments dans le système réel.

Le présent travail établit toutefois que pour obtenir le maximum d'avantages pratiques de ces deux principes, il est opportun:

1. D'adopter les groupes définis à la fig. 6 de préférence à ceux de la fig. 1.
2. D'adopter un nouveau principe dénommé celui du „Système  $S_0$  à sollicitation combinée“. Ce nouveau principe consiste à utiliser au lieu du système de base (Grundsystem) fig. 3, le système  $S_0$  „en peignes“ de la fig. 5 soumis à la sollicitation combinée: „ $P/2 + P/2 + \Sigma G_3$ “. En procédant selon cette méthode, on fait l'économie d'une grosse moitié des calculs numériques régissant un problème concret.

Dans le cas particulier de la „poutre I. C. E.“ ( $I_0 \cos \alpha_0 = I_u \cos \alpha_u$ ) on peut également aboutir aux équations simplifiées de M. Stüssi en s'épargnant à nouveau les calculs statiques inhérents au système de base (fig. 3).



### Zusammenfassung

Zur einwandfreien Berechnung eines Vierendeel-Trägers sind die beiden, von Prof. Stüssi in seiner Abhandlung: „Zur Berechnung der Vierendeel-träger“, 10. Band der Abhandlungen IVBH, dargelegten Grundsätze zu beachten:

1. Zweckmäßige Wahl der Unbekannten, damit die Ausgangsgleichungen möglichst einfach werden.
2. Berechnung mit Hilfe der Belastungsglieder, indem die Biegemomente so gut als möglich den Momenten des wirklichen Systems angenähert werden.

Die vorliegende Studie zeigt, daß zur Erreichung guter Ergebnisse folgendes zu empfehlen ist:

1. Die grundlegenden Annahmen nach Fig. 6 sind denjenigen nach Fig. 1 vorzuziehen.
2. Anstelle des Grundsystems nach Fig. 3 ist das „System  $S_0$  mit zusammengesetzter Beanspruchung“ nach Fig. 5 zu wählen. Wenn diese Berechnungsart befolgt wird, können die statischen Aufgaben in der halben Zeit bewältigt werden.

Im besondern Fall des Trägers I.C.E. lassen sich die vereinfachten Gleichungen von Prof. Stüßi ebenfalls anwenden, indem man sich die statischen Berechnungen bezüglich des Grundsystems (Fig. 3) ersparen kann.

### Summary

Attention is directed to the two basic rules, for the most satisfactory design of a Vierendeel girder, laid down by Prof. Stüssi in his paper „The calculating of a Vierendeel girder“ in vol. 10 of the „Publications“ of the I. A. B. S. E., as follows:

1. Appropriate choice of the unknowns, so that the resulting equations are the simplest possible.
2. Design with the aid of a loadcarrying member, in which the bending moment approximates as nearly as possible to the moment in the actual system.

The above study shows, that to achieve good results, the following procedure is to be recommended:

1. The basic assumptions of fig. 6 are those which are derived from fig. 1.
2. Instead of the basic system of fig. 3, the „System  $S_0$  with compound loading“ of fig. 5 should be chosen. If this method of design is followed, static problems can be accomplished in half the time.

In the particular case of the I.C.E. girder, the simplified equations of Prof. Stüssi may also be used, since the static calculations relating to the basic system (fig. 3) can be avoided.