Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 23 (1963)

Artikel: Vibration propre et stabilité des ponts et charpentes
Autor: Fit, Vladimír
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-19398

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vibration propre et stabilité des ponts et charpentes

Eigenschwingung und Stabilität der Brücken und Hochbauten

Eigenvibration and Stability of Bridges and Structures

VLADIMÍR FIŘT
Ing., C. Sc., Académie des Sciences tchécoslovaque, Prague

Introduction

L'auteur indique les méthodes permettant l'usage des calculatrices électroniques pour étudier les fréquences de vibration propre et les vecteurs propres ainsi que la charge critique des ponts et charpentes. Le système d'équations résultantes est établi à l'aide de la méthode des déformations qui est très simplifiée par l'application de fonctions approximatives.

Les constructions formées d'arcs et de barres à section variable sont remplacées par un système de barres rectilignes à section constante ayant les longueurs $l_{k-1,k}, l_{k,k+1}, \ldots$ (fig. 1). Les points où la masse est concentrée sont

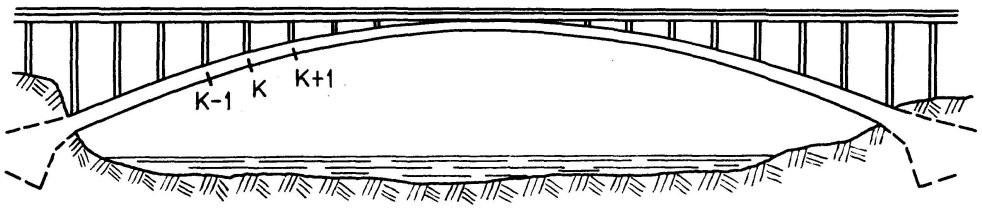

Fig. 1.

considérés comme des nœuds. Un joint non-rigide est idéalisé par l'assemblage élastique des barres au tronçon absolument rigide g qui a la rotation φ_g après la déformation de la construction pendant que la section d'extrémité de la barre $g-h$ a la rotation $\gamma_{g,h}$ (fig. 2).

Le moment $M_{g,h}$ à l'extrémité de la barre est donné par l'expression suivante:

$$M_{g,h} = -\kappa_{g,h}\,(\gamma_{g,h} - \varphi_g)\,,$$

où $\kappa_{g,h}$ est la caractéristique de l'assemblage élastique qui peut être déterminée à partir de l'ouvrage [1]. La valeur $\kappa_{g,h}=\infty$ appartient à la liaison rigide ($\gamma_{g,h}=\varphi_g$) et $\kappa_{g,h}=0$ à la liaison articulée.

La notation utilisée pour les diverses grandeurs est la même que dans [2] et [3].

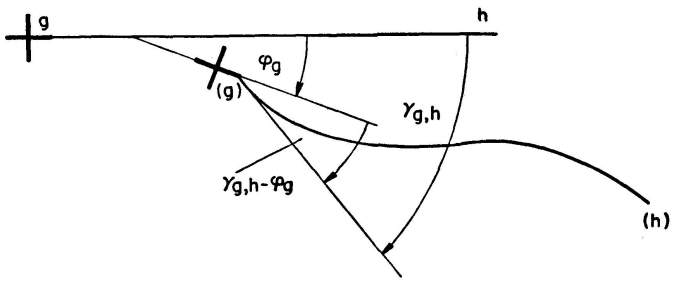

Fig. 2.

1. Les fonctions approximatives pour la barre vibrant dans un plan et dans l'espace

Dans les relations entre les amplitudes des forces et des moments aux extrémités et les amplitudes des composantes de déformation des sections aux extrémités de la barre vibrant dans un plan, de façon générale, il existe les combinaisons linéaires des fonctions $F_j(\lambda), j=1,2,\ldots,6$, $f_1(\psi)=\psi/\operatorname{tg}\psi$, $f_2(\psi)=\psi/\sin\psi$ [2], [3], [4], où

$$\lambda = l\sqrt[4]{\frac{\mu\,\omega^2}{E\,J}}, \qquad \psi = l\sqrt{\frac{\mu\,\omega^2}{E\,F}}. \tag{1.1}$$

On peut exprimer très exactement ces fonctions au moyen de polynômes P_j et Q_i de la forme:

$$\begin{aligned} P_j &= a_j + b_j\lambda^4 + c_j\lambda^8 + d_j\lambda^{12}, \qquad j = 1,2,\ldots,6,\\ Q_i &= \bar{a}_i + \bar{b}_i\psi^2 + \bar{c}_i\psi^4 + \bar{d}_i\psi^6, \qquad i = 1,2, \end{aligned}$$

dans les intervalles suivants [5]:

$$0 \leqq \lambda \leqq 3, \qquad 0 \leqq \psi \leqq 1. \tag{1.2}$$

Les polynômes P_j représentent les 16 premiers termes de la série de Maclaurin et Q_i représentent 8 premiers termes de cette série.

En faisant usage des relations

$$\lambda^4 = a\,\omega^2, \qquad \psi^2 = b\,\omega^2, \tag{1.3}$$

où

$$a = \frac{\mu\,l^4}{E\,J}, \qquad b = 100\frac{\mu\,l^2}{E\,F}, \tag{1.4}$$

on obtient les équations approximatives des fonctions $F(\lambda)$ et $f(\psi)$:

$$
\begin{aligned}
F_1 &\doteq 2 + 0{,}7142857 \cdot 10^{-2} a\,\omega^2 + 0{,}15704 \cdot 10^{-4} a^2 \omega^4 + 0{,}036 \cdot 10^{-6} a^3 \omega^6,\\
F_2 &\doteq 4 - 0{,}9523810 \cdot 10^{-2} a\,\omega^2 - 0{,}16262 \cdot 10^{-4} a^2 \omega^4 - 0{,}036 \cdot 10^{-6} a^3 \omega^6,\\
F_3 &\doteq 6 + 3{,}0952381 \cdot 10^{-2} a\,\omega^2 + 0{,}72193 \cdot 10^{-4} a^2 \omega^4 + 0{,}160 \cdot 10^{-6} a^3 \omega^6,\\
F_4 &\doteq -6 + 5{,}2380952 \cdot 10^{-2} a\,\omega^2 + 0{,}76617 \cdot 10^{-4} a^2 \omega^4 + 0{,}160 \cdot 10^{-6} a^3 \omega^6,\\
F_5 &\doteq -12 - 12{,}8571429 \cdot 10^{-2} a\,\omega^2 - 3{,}29571 \cdot 10^{-4} a^2 \omega^4 - 0{,}800 \cdot 10^{-6} a^3 \omega^6,\\
F_6 &\doteq 12 - 37{,}1428571 \cdot 10^{-2} a\,\omega^2 - 3{,}64873 \cdot 10^{-4} a^2 \omega^4 - 0{,}800 \cdot 10^{-6} a^3 \omega^6,\\
f_1 &\doteq 1 - 0{,}3333333 \cdot 10^{-2} b\,\omega^2 - 0{,}02222 \cdot 10^{-4} b^2 \omega^4 - 0{,}002 \cdot 10^{-6} b^3 \omega^6,\\
f_2 &\doteq 1 + 0{,}1666666 \cdot 10^{-2} b\,\omega^2 + 0{,}01944 \cdot 10^{-4} b^2 \omega^4 + 0{,}002 \cdot 10^{-6} b^3 \omega^6.
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

La vibration générale dans l'espace d'une barre à section constante est donnée par les fonctions F_j, $j = 1, 2, \ldots, 6$, des arguments

$$\lambda^v = l \sqrt[4]{\frac{\mu\,\omega^2}{E\,J^v}}, \qquad \lambda^w = l \sqrt[4]{\frac{\mu\,\omega^2}{E\,J^w}} \tag{1.6}$$

et par les fonctions $f_1(\psi)$ et $f_2(\psi)$ ainsi que par les fonctions $f_3(\vartheta) = \vartheta/\operatorname{tg}\vartheta$ et $f_4(\vartheta) = \vartheta/\sin\vartheta$, [3], [4], où

$$\vartheta = l \sqrt{\frac{\chi\,\omega^2}{G\,I^u}}. \tag{1.7}$$

Dans ce cas, on détermine les valeurs a^v et a^w de la première expression de (1.4) en substituant à la valeur J les valeurs J^v et J^w et on remplace a par a^v et a^w dans les équations (1.5).

En faisant usage de la relation $\vartheta^2 = c\,\omega^2$, où

$$c = 100 \frac{\chi\,l^2}{G\,I^u}, \tag{1.8}$$

on peut exprimer les fonctions $f_3(\vartheta)$ et $f_4(\vartheta)$ dans l'intervalle

$$0 \leqq \vartheta \leqq 1 \tag{1.9}$$

par les expressions suivantes:

$$
\begin{aligned}
f_3 &\doteq 1 - 0{,}3333333 \cdot 10^{-2} c\,\omega^2 - 0{,}02222 \cdot 10^{-4} c^2 \omega^4 - 0{,}002 \cdot 10^{-6} c^3 \omega^6,\\
f_4 &\doteq 1 + 0{,}1666666 \cdot 10^{-2} c\,\omega^2 + 0{,}01944 \cdot 10^{-4} c^2 \omega^4 + 0{,}002 \cdot 10^{-6} c^3 \omega^6.
\end{aligned}
\tag{1.10}
$$

2. Les fonctions approximatives pour la barre chargée axialement

Au cas où la barre chargée par une force axiale N est déformée dans le plan, il existe les fonctions $\Gamma_i(\alpha)$ et $\overline{\Gamma}_i(\delta)$, $i = 1, 2, 3, 4$, dans les relations fondamentales de la méthode des déformations, où

$$\alpha = l \sqrt{\frac{N}{E\,J}}, \qquad \delta = l \sqrt{\frac{|N|}{E\,J}}. \tag{2.1}$$

Les fonctions $\Gamma(\alpha)$ sont valables pour la barre comprimée ($N > 0$) et $\overline{\Gamma}(\delta)$ pour la barre tendue ($N < 0$).

Dans les intervalles

$$0 \leqq \alpha \leqq 3{,}16, \qquad 0 \leqq \delta \leqq 3{,}16 \tag{2.2}$$

ces fonctions sont exprimées très exactement par la série de Maclaurin avec le nombre de membres suivant:

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 &\doteq 2 + 0{,}33333 \cdot 10^{-1} \alpha^2 + 0{,}1032 \cdot 10^{-2} \alpha^4 + 0{,}036 \cdot 10^{-3} \alpha^6, \\
\Gamma_2 &\doteq 4 - 1{,}33333 \cdot 10^{-1} \alpha^2 - 0{,}1770 \cdot 10^{-2} \alpha^4 - 0{,}045 \cdot 10^{-3} \alpha^6, \\
\Gamma_3 &\doteq 6 - 1{,}00000 \cdot 10^{-1} \alpha^2 - 0{,}0714 \cdot 10^{-2} \alpha^4 - 0{,}009 \cdot 10^{-3} \alpha^6, \\
\Gamma_4 &\doteq -12 + 12{,}00000 \cdot 10^{-1} \alpha^2 + 0{,}1430 \cdot 10^{-2} \alpha^4 + 0{,}020 \cdot 10^{-3} \alpha^6, \\
\bar{\Gamma}_1 &\doteq 2 - 0{,}33333 \cdot 10^{-1} \delta^2 + 0{,}1032 \cdot 10^{-2} \delta^4 - 0{,}010 \cdot 10^{-3} \delta^6, \\
\bar{\Gamma}_2 &\doteq 4 + 1{,}33333 \cdot 10^{-1} \delta^2 - 0{,}1770 \cdot 10^{-2} \delta^4 + 0{,}034 \cdot 10^{-3} \delta^6, \\
\bar{\Gamma}_3 &\doteq 6 + 1{,}00000 \cdot 10^{-1} \delta^2 - 0{,}0714 \cdot 10^{-2} \delta^4 + 0{,}006 \cdot 10^{-3} \delta^6, \\
\bar{\Gamma}_4 &\doteq -12 - 12{,}00000 \cdot 10^{-1} \delta^2 + 0{,}1430 \cdot 10^{-2} \delta^4 - 0{,}013 \cdot 10^{-3} \delta^6.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Lorsqu'un portique plan fait partie d'une construction spatiale et qu'il est beaucoup plus chargé que les autres parties de cette construction, on remplace approximativement l'influence de l'interaction spatiale par des appuis élastiques qui sont placés au niveau des traverses et ont les caractéristiques ν_1, ν_2, ν_3, etc. (fig. 3).

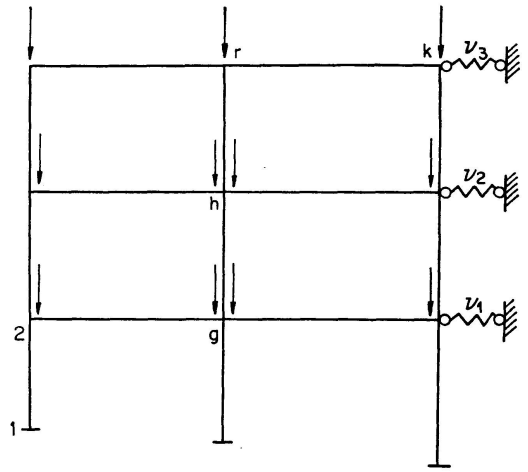

Fig. 3.

Ensuite, la stabilité de ce portique peut être étudiée au moyen des fonctions (2.3).

3. Les formes des systèmes d'équations des déformations

En employant les fonctions approximatives (1.5) et (1.10), on obtient le système homogène d'équations des déformations de la forme:

$$(A - \omega^2 B - \omega^4 C - \omega^6 D)\, x = 0 \tag{3.1}$$

qui est valable pour la vibration propre de la construction donnée. ω est la fréquence de vibration, x le vecteur dont les composantes représentent s

déformations inconnues (rotations et déplacements) des nœuds et des sections mesurées à l'extrémité des barres, $A = ||a_{i,j}||$ est la matrice de rigidité de la construction, $B = ||b_{i,j}||$, $C = ||c_{i,j}||$, $D = ||d_{i,j}||$, $i, j = 1, 2, \ldots, s$, sont les matrices carrées de rang s qui dépendent de la rigidité des barres à la flexion EJ, à la compression ou à la traction EF et à la torsion GI^u, du mode d'assemblage des barres, de la répartition de la masse μ et de la manière dont la construction est appuyée.

Quant à l'étude de la charge critique de la construction, on exprime les paramètres α et δ de toutes ses barres au moyen du paramètre $\alpha_{1,2}$ qui appartient à la barre choisie 1—2 (fig. 3). Si le rapport entre les forces axiales ne varie pas, il vient d'après (2.1)

$$\alpha_{g,h} = \eta_{g,h}\,\alpha_{1,2}, \qquad \delta_{r,k} = \eta_{r,k}\,\alpha_{1,2}, \tag{3.2}$$

où

$$\eta_{g,h} = \frac{l_{g,h}}{l_{1,2}}\sqrt{\frac{N_{g,h}\,J_{1,2}}{N_{1,2}\,J_{g,h}}}, \qquad \eta_{r,k} = \frac{l_{r,k}}{l_{1,2}}\sqrt{\frac{|N_{r,k}|\,J_{1,2}}{N_{1,2}\,J_{r,k}}}.$$

En faisant usage des fonctions (2.3) et des relations (3.2), on obtient le système d'équations des déformations de la forme de ($\alpha = \alpha_{1,2}$)

$$(\bar{A} - \alpha^2\,\bar{B} - \alpha^4\,\bar{C} - \alpha^6\,\bar{D})\,x = 0, \tag{3.3}$$

où $\bar{A} = A$. Si quelque barre est soumise à des efforts dans le domaine non-élastique, il en résulte $\bar{A} \neq A$.

Quand on divise convenablement les barres de la construction donnée en éléments dont chacun est considéré comme une barre distincte, il est toujours possible de vérifier les conditions (1.2), (1.9) et (2.2), car les paramètres λ, ψ, ϑ, α et δ sont d'après (1.1), (1.7) et (2.1) directement proportionnels à la longueur l de la barre.

Quant au calcul des trois premières fréquences propres des portiques à nœuds déplaçables ou des ponts formés d'arcs, on vérifie en règle générale les conditions suivantes [4]:

$$0 \leqq \lambda \leqq 2{,}4, \qquad 0 \leqq \psi \leqq 0{,}5, \qquad 0 \leqq \vartheta \leqq 0{,}5. \tag{3.4}$$

Les conditions (2.2) sont vérifiées aussi pour ces constructions sans avoir à subdiviser les barres [1].

Dans les intervalles (3.4) et $0 \leqq \alpha \leqq 3$, $0 \leqq \delta \leqq 3$ il est possible d'exprimer les fonctions $F_j, j = 1, 2, \ldots, 6$, et $f_i, \Gamma_i, \bar{\Gamma}_i, i = 1, 2, 3, 4$, au moyen des deux premiers membres seulement des séries (1.5), (1.10) et (2.3), avec moins de précision les valeurs réglées des coefficients de ω^2, α^2 et δ^2 [1], [4].

Dans ces conditions, des systèmes d'équations de la forme

$$(A - \omega^2\,B)\,x = 0, \qquad (\bar{A} - \alpha^2\,\bar{B})\,x = 0 \tag{3.5}$$

remplacent (3.1) et (3.3).

4. La solution des équations résultantes

L'auteur propose pour résoudre le système d'équations (3.1) ou (3.3), la méthode qui repose sur la transformation d'un système homogène d'équations en un système non-homogène et sur le développement en série de Taylor de $s-1$ fonctions auxiliaires

$$y_j = x_j/x_s, \quad j = 1, 2, \ldots, s-1, \tag{4.1}$$

de l'argument ω ou α. Dans les équations (4.1) x_j, $j=1, 2, \ldots, s$, représentent les composantes du vecteur x. Les fonctions (4.1) sont univoquement déterminées par le système de $s-1$ équations non-homogènes

$$\sum_{j=1}^{s-1} (a_{i,j} - b_{i,j}\,\omega^2 - c_{i,j}\,\omega^4 - d_{i,j}\,\omega^6)\, y_j = -a_{i,s} + b_{i,s}\,\omega^2 + c_{i,s}\,\omega^4 + d_{i,s}\,\omega^6, \quad i = 1, 2, \ldots, s-1, \tag{4.2}$$

que l'on obtient en divisant les $s-1$ premières équations homogènes du système (3.1) par l'inconnue $x_s \neq 0$.

En dérivant les équations (4.2) par rapport à ω et en substituant $\omega = 0$, on obtient les systèmes de $s-1$ équations linéaires

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{s-1} a_{i,j}\, y_j(0) &= -a_{i,s}, \qquad i = 1, 2, \ldots, s-1,\\
\sum_{j=1}^{s-1} a_{i,j}\, y_j^{\mathrm{II}}(0) &= 2!\,[b_{i,s} + \sum_{j=1}^{s-1} b_{i,j}\, y_j(0)],\\
\sum_{j=1}^{s-1} a_{i,j}\, y_j^{\mathrm{IV}}(0) &= 4!\,[c_{i,s} + \sum_{j=1}^{s-1} c_{i,j}\, y_j(0)] + 12 \sum_{j=1}^{s-1} b_{i,j}\, y_j^{\mathrm{II}}(0),\\
\sum_{j=1}^{s-1} a_{i,j}\, y_j^{\mathrm{VI}}(0) &= 6!\,[d_{i,s} + \sum_{j=1}^{s-1} d_{i,j}\, y_j(0)] + 360 \sum_{j=1}^{s-1} c_{i,j}\, y_j^{\mathrm{II}}(0) + 20 \sum_{j=1}^{s-1} b_{i,j}\, y_j^{\mathrm{IV}}(0), \quad \text{etc.}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

En cherchant la solution par récurrence des systèmes d'équations (4.3) qui ne diffèrent que par leur membre de droite on obtient les coefficients de la série ($y_j^{\mathrm{I}}(0) = y_j^{\mathrm{III}}(0) = y_j^{\mathrm{V}}(0) = y_j^{\mathrm{VII}}(0) = 0$, $j = 1, 2, \ldots, s-1$)

$$y_j = y_j(0) + \frac{y_j^{\mathrm{II}}(0)}{2!}\,\omega^2 + \frac{y_j^{\mathrm{IV}}(0)}{4!}\,\omega^4 + \frac{y_j^{\mathrm{VI}}(0)}{6!}\,\omega^6 + \ldots, \quad j = 1, 2, \ldots, s-1, \tag{4.4}$$

qui est la valeur approximative des fonctions (4.1).

En substituant les polynômes (4.4) dans la dernière équation transformée du système (3.1)

$$\sum_{j=1}^{s-1} (a_{s,j} - b_{s,j}\,\omega^2 - c_{s,j}\,\omega^4 - d_{s,j}\,\omega^6)\, y_j + a_{s,s} - b_{s,s}\,\omega^2 - c_{s,s}\,\omega^4 - d_{s,s}\,\omega^6 = 0, \tag{4.5}$$

on obtient l'équation

$$a_0 + a_2\,\omega^2 + a_4\,\omega^4 + a_6\,\omega^6 + \cdots = 0 \tag{4.6}$$

dont les racines représentent les fréquences de vibration propre recherchées:

$\omega_{(1)}$, $\omega_{(2)}$, ... Quant aux composantes des vecteurs propres qui déterminent les formes de vibration propre de la construction, on les calcule en partant des équations (4.4), à condition de substituer à l'argument ω les valeurs $\omega_{(1)}$, $\omega_{(2)}$, ...

Pour calculer les harmoniques, il est nécessaire de développer les fonctions (4.1) en série de Taylor au point $\omega_R > 0$ et de déterminer les racines de l'équation

$$b_0 + b_1 \omega + b_2 \omega^2 + b_3 \omega^3 + b_4 \omega^4 + \cdots = 0, \tag{4.7}$$

où $b_0, b_1, b_2, \ldots$ sont des constantes.

De même façon il est possible de trouver α_{min} du système (3.3) et de déterminer d'après (3.2) et (2.1) les forces axiales critiques de toutes les barres de la construction donnée.

Quant au calcul de la fréquence propre fondamentale de la construction ou de sa charge critique, il est souvent possible de limiter la série (4.4) à son premier membre, si on choisit l'équation (4.5) du système (3.1) en prenant pour point de départ la signification physique du procédé de calcul [6].

Dans ce cas il est aussi convenable d'employer les équations (3.5) et de multiplier ces équations par les matrices A^{-1} et $\bar{A}^{-1}$ qui sont les inverses de A et $\bar{A}$.

Dans ces conditions:

$$\left(B_1 - \frac{1}{\omega^2} I\right) x = 0, \qquad \left(\bar{B}_1 - \frac{1}{\alpha^2} I\right) x = 0, \tag{4.8}$$

où I est la matrice unité et

$$B_1 = A^{-1} B, \qquad \bar{B}_1 = \bar{A}^{-1} \bar{B}. \tag{4.9}$$

Ensuite, on obtient les valeurs $\omega_{(1)}$ et α_{min} des valeurs caractéristiques dominantes $\beta_{max} = 1/\omega_{(1)}^2$ et $\bar{\beta}_{max} = 1/\alpha_{min}^2$ des matrices B_1 et $\bar{B}_1$.

La fréquence fondamentale et aussi les harmoniques de la construction peuvent être déterminées à partir du système (3.5) comme les racines de l'équation caractéristique ($\beta = 1/\omega^2$)

$$|B_1 - \beta I| = 0 \tag{4.10}$$

dont le membre de gauche se transforme d'abord en polynôme en employant les méthodes connues de la théorie des matrices [4].

Il existe déjà des programmes standard pour les calculatrices électroniques destinées à résoudre les opérations numériques les plus compliquées (la solution des systèmes d'équations linéaires, l'inversion de la matrice, la multiplication des matrices, la recherche de la valeur caractéristique dominante de la matrice carrée) du moment où les méthodes mentionnées sont appliquées.

Bibliographie

1. V. Fiřt: «Stabilita montovaných konstrukcí», Praha 1964.
2. V. Koloušek: «Baudynamik der Durchlaufträger und Rahmen», Leipzig 1953.

3. V. Koloušek: «Dynamika stavebních konstrukcí II», Praha 1956.
4. V. Fiřt: "Proper Oscillations of Arches and Frames in the Plane and in Space", Aplikace matematiky 1 (8), 1963.
5. V. Fiřt: Vyšetřování vlastního kmitání obloukových mostů na samočinných počítačích, Sborník z konference «Súčasné problémy železobetonových a predpätých mostóv», Bratislava 1964.
6. V. Fiřt: «Calcul des valeurs propres sur la base d'une transformation d'un système homogène d'équations algébriques», Aplikace matematiky 2 (6), 1961.

Résumé

Dans cette contribution l'auteur propose d'employer les fonctions approximatives (1.5), (1.10) et (2.3) pour étudier la vibration propre et la stabilité des ponts et charpentes. En faisant usage de ces fonctions, on obtient les systèmes d'équations de déformation (3.1) et (3.3) ou (3.5), si on se limite aux deux premiers termes des polynômes (1.5), (1.10) et (2.3). On résout ces systèmes d'équations au moyen des méthodes convenant à l'utilisation des calculatrices électroniques.

Zusammenfassung

In dieser Abhandlung werden die Annäherungsfunktionen (1.5), (1.10) und (2.3) zur Untersuchung der Eigenschwingung und der Stabilität der Brücken und Hochbauten vorgeschlagen. Es ist auch möglich, sich auf die zwei ersten Glieder dieser Funktionen zu beschränken. Bei Anwendung der Annäherungsfunktionen und der Deformationsmethode erhält man die Gleichungssysteme (3.1) und (3.3) oder (3.5), welche durch Methoden gelöst werden, die für die Anwendung von elektronischen Rechenautomaten geeignet sind.

Summary

In the present paper the author proposes the use of the approximate functions (1.5), (1.10) and (2.3) for investigating the natural vibration and stability of bridges and structures. It is possible to take only the first two terms of these functions. Using the approximate functions and the slope-deflection method, the systems of equations (3.1) and (3.3) or (3.5) are obtained. The solution of these systems of equations is performed by the methods which are suitable for the use of electronic digital computers.