

Analyse statique et dynamique des contreventements par consoles élémentaires solidarisiées par des milieux élastiques

Autor(en): **Despeyroux, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **29 (1969)**

PDF erstellt am: **17.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-22919>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Analyse statique et dynamique des contreventements par consoles élémentaires solidarisées par des milieux élastiques

*Statische und dynamische Berechnung der Windscheiben, die aus untereinander
stetig elastisch verbundenen Einzelkragarmen zusammengesetzt sind*

*Static and Dynamic Analysis of Shear-Walls Consisting of Separate Cantilevers
Connected by Elastic Media*

J. DESPEYROUX

Délégué des Commissions Techniques du Bureau Securitas, Paris, France

Introduction

L'étude de la réponse des constructions de grande hauteur aux sollicitations latérales – vents ou séismes – et de leur résistance à ces sollicitations nécessite des méthodes d'analyse d'autant plus fines que la structure est plus élevée. Si l'ingénieur est en général bien armé pour aborder les problèmes posés par les ossatures, il se trouve le plus souvent démuné lorsqu'il s'agit de structures contreventées par des murs ou des voiles, dont le comportement se laisse plus difficilement cerner par le calcul.

Le problème que nous nous proposons de traiter est celui des murs ou voiles de contreventement constitués par des consoles verticales élémentaires solidarisées par des milieux déformables, et sollicités par des forces agissant parallèlement à leur plan moyen.

Physiquement, il correspond aux deux problèmes concrets suivants:

1. Murs ou voiles de contreventement ajourés par des ouvertures superposées en files verticales.
2. Murs ou voiles de contreventement constitués par des panneaux préfabriqués disposés en files verticales solidarisées par des joints verticaux.

Les fig. 1a, 1b et 2a, 2b font ressortir la similitude formelle des deux problèmes. Dans les voiles ajourés, les linteaux solidarissant les consoles élémentaires à des niveaux discrets peuvent être remplacés pour l'analyse par une multitude de linteaux élémentaires à distribution continue le long de la hauteur. Dans les voiles en panneaux préfabriqués, les bielles inclinées à 45°

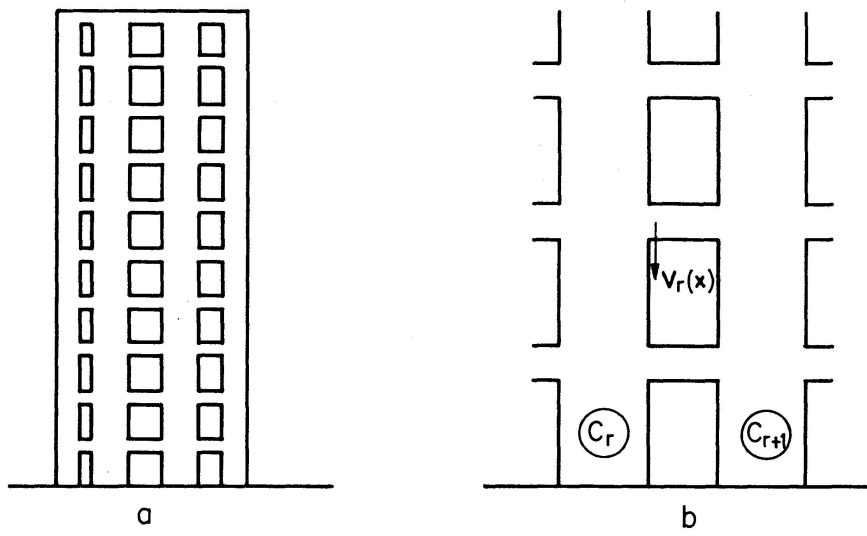


Fig. 1.

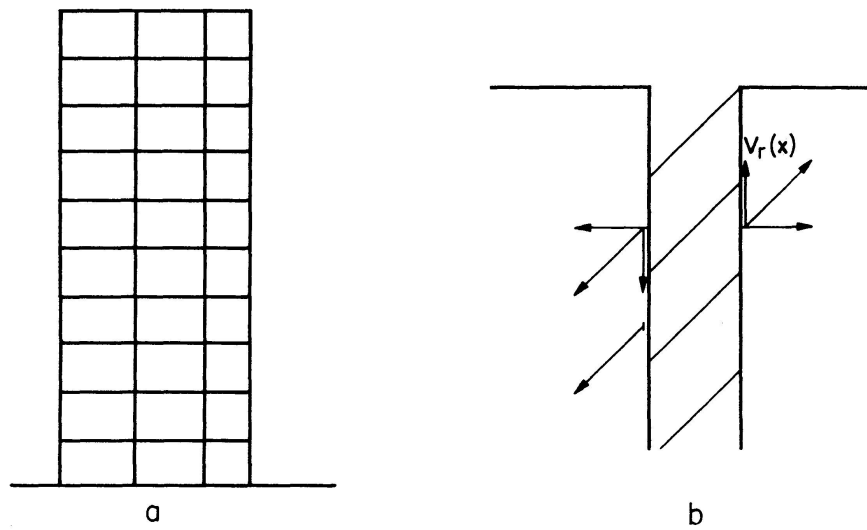


Fig. 2.

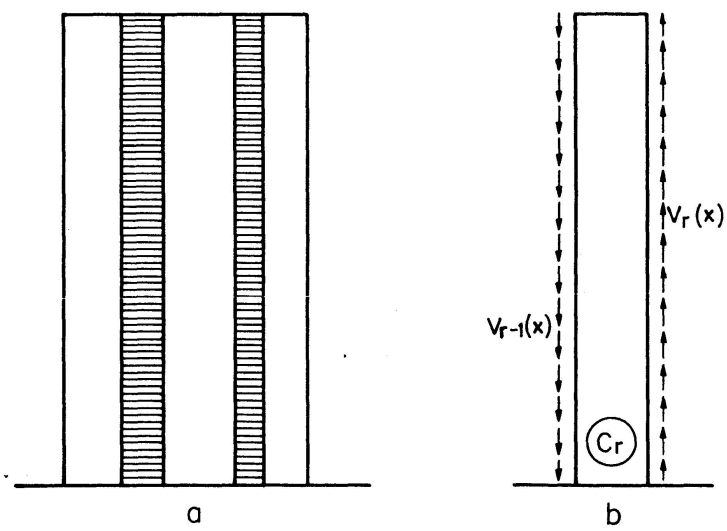


Fig. 3.

que l'on peut imaginer découpées par la fissuration d'effort tranchant dans les joints, définissent un milieu de propriétés similaires à celles des linteaux élémentaires. Dans les deux cas, il y a transmission d'efforts tangents verticaux de console élémentaire à console élémentaire par l'intermédiaire d'un milieu plus déformable que les consoles elles-mêmes (fig. 3a). L'équilibre d'une console élémentaire est alors celui qui est schématisé sur la fig. 3b.

Diverses solutions ont été apportées au problème statique [1, 2, 3], mais elles se prêtent assez mal à l'étude de la réponse du système à une excitation dynamique telle que celle du vent ou d'un séisme. Rappelons en effet que la solution des problèmes dynamiques passe par la détermination des lignes d'influence ou des coefficients d'influence des déplacements horizontaux sous l'effet des forces horizontales. La méthode choisie doit donc permettre un calcul relativement aisé des déformations.

Celle qui est proposée ici dérive de la méthode d'Albigès-Goulet pour le calcul statique des refends de section constante à une seule file d'ouvertures toutes identiques et soumises à des forces horizontales uniformément réparties [4]. Elle en constitue une généralisation pour le cas de plusieurs files d'ouvertures et une distribution de sollicitations horizontales absolument quelconque. Elle conduit à des expressions mathématiques complètes pour les principales inconnues et pour la déformée. La détermination de la ligne d'influence des déplacements horizontaux sous l'effet d'une force horizontale en est un simple cas particulier.

La méthode est généralisable aux murs présentant des changements de caractéristiques à divers niveaux, mais en ce cas il n'est plus possible de parvenir à une formulation explicite des résultats. La partie correspondant à la recherche des efforts (analyse statique) a été présentée par l'auteur dans une précédente communication [5]. La version qui en est présentée ici complète l'étude par la solution du problème des déformations en vue de l'analyse dynamique.

Dans ce qui suit, pour la simplicité de l'exposé, nous raisonnerons sur le cas d'un voile ajouré. La transposition au cas des panneaux assemblés par des joints verticaux est immédiate.

Notations et conventions de signe

Repérage des éléments

On considère la structure en voile ajouré représentée dans la fig. 4 dans laquelle les ouvertures sont réparties en n files verticales. La structure apparaît comme composée de $n + 1$ consoles élémentaires reliées par n files de linteaux superposés.

Les files de linteaux sont numérotées de 1 à n à partir de la gauche et les

consols de 1 à $n+1$. La console courante et les éléments y afférents sont affectés de l'indice r .

Signes

Le refend est rapporté aux deux axes rectangulaires $0x$ et $0y$ représentés dans la fig. 5. L'axe $0y$ est situé au niveau de l'encastrement du refend.

Les conventions de signe sont en harmonie avec celles généralement admises dans la théorie des poutres: les forces extérieures horizontales et les efforts tranchants horizontaux sont comptés positivement suivant $0y$; les efforts

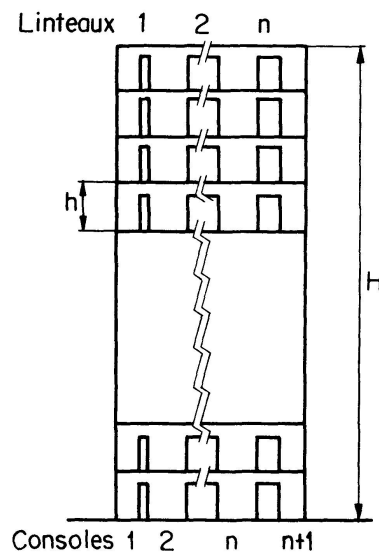


Fig. 4.

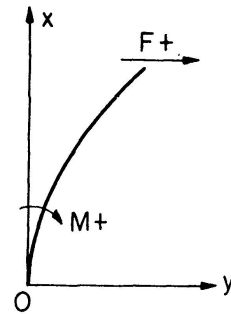


Fig. 5.

normaux dans les consols et les efforts tranchants dans les linteaux sont comptés positivement suivant $0x$. Les moments provenant des forces situées à gauche de la section dans une console verticale sont comptés positivement dans le sens des aiguilles d'une montre.

Il s'ensuit que la loi fondamentale de la flexion s'exprime par

$$y'' = \frac{M}{EI}.$$

On notera qu'à des forces horizontales extérieures positives correspondent des efforts tranchants négatifs dans les linteaux.

Notations

Les principales notations sont résumées dans le tableau ci-dessous et rappelées le cas échéant sur les figures ou dans le texte.

Lettres romaines

- a_r, b_r longueurs définies dans la fig. 6
 (C_r) console de rang r

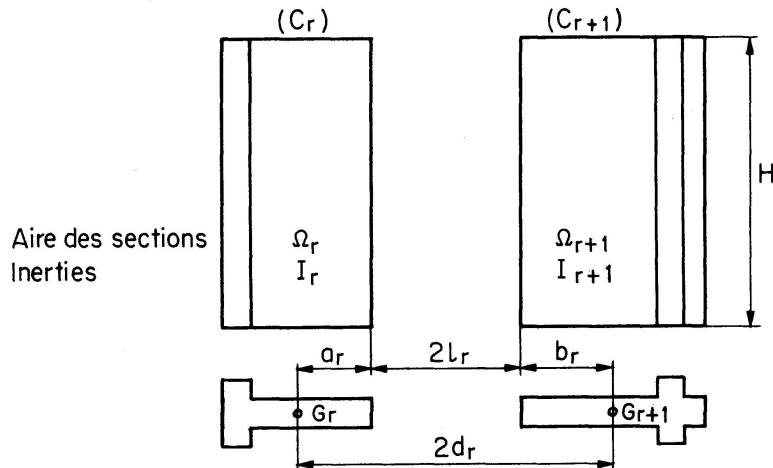


Fig. 6.

- $2d_r$ distance entre les centres de gravité des consoles (C_r) et (C_{r+1})
 D matrice définie dans le texte
 E_r coefficient d'élasticité du béton de la console (C_r)
 E'_r coefficient d'élasticité du béton des linteaux de la file r
 $F(x)$ force extérieure agissant au niveau x
 G_r centre de gravité de la section de la console de rang r
 h hauteur d'étage
 H hauteur totale du mur
 I_r moment d'inertie de la console de rang r
 i_r moment d'inertie par unité de longueur des linteaux de la file r
 J_r moment d'inertie des linteaux de la file r
 K, L matrices définies dans le texte
 $2l_r$ portée des linteaux de la file r
 $\mathfrak{M}(x)$ moment fléchissant par rapport au plan de cote x des forces extérieures agissant au-dessus du niveau x
 $M_r(x)$ moment fléchissant à la cote x dans la console (C_r)
 $N_r(x)$ effort normal (dû aux sollicitations latérales) à la cote x dans la console (C_r)
 n nombre de files de linteaux
 P matrice définie dans le texte
 Q matrice «dynamique» $L^{-1}K$
 r rang d'une console, ou de la file de linteaux située immédiatement à droite de cette console
 $\mathfrak{T}(x)$ effort tranchant total à la cote x
 $T_r(x)$ effort tranchant dans la console (C_r) à la cote x
 U_i vecteur caractéristique de la matrice $Q = L^{-1}K$
 $v_r(x)$ effort vertical réparti dû aux linteaux de la file r (et effort tranchant réparti dans ces linteaux)
 $V(x)$ matrice-colonne des $v_r(x)$
 $y(x)$ déformée des consoles verticales

Lettres grecques

α, α_i	valeur caractéristique de la matrice $Q = L^{-1}K$
δ_r	déplacements définis dans le texte et la fig. 7
ϵ_r	
η_r	
Δ	matrice colonne des paramètres d_r
λ_r	paramètre $\lambda_r = \frac{2l_r^3 h}{3E_r i_r}$ relatif aux linteaux fictifs de la file r
ξ	variable d'intégration
$\phi_i(x)$	fonction inconnue intervenant dans l'expression de $v_r(x)$
ω_i	racine carrée de la valeur caractéristique $\alpha_i = \omega_i^2$
Ω_r	section de la console (C_r)

Mise en équations

Si l'on désigne par h la hauteur d'étage, J_r le moment d'inertie de la section des linteaux de la file de rang r , les linteaux réels peuvent être supposés remplacés par des linteaux fictifs, d'inertie

$$i_r = \frac{J_r}{h}$$

(moment d'inertie par unité de longueur).

Nous désignerons par $v_r(x)$ l'effort tranchant dans le linteau fictif situé à la cote x (effort tranchant par unité de longueur). Nous ferons choix de cette grandeur comme inconnue principale. La solution du problème sera donc représentée par les n fonctions $v_r(x)$ correspondant aux n files d'ouvertures.

Equilibre des consoles

Si l'on désigne par $2l_r$ la portée des linteaux de la file r , par a_r et b_r les distances du centre de gravité de la section de la console de rang r aux bords libres (gauche et droit respectivement) de la console (C_r), les éléments de réduction de l'action du linteau élémentaire de la file r situé à la cote x sur les consoles (C_r) et (C_{r+1}) qui l'entourent respectivement sont

$$n_r(x) = -v_r(x) \quad \text{et} \quad n_{r+1}(x) = v_r(x)$$

en ce qui concerne les efforts normaux et

$$m_r(x) = (l_r + b_r) v_r(x), \quad m_{r+1}(x) = (l_r + a_{r+1}) v_r(x)$$

en ce qui concerne les moments fléchissants.

Les couples $m_r(x)$ et $m_{r+1}(x)$ sont antagonistes du moment des forces extérieures, et si l'on désigne par dx l'élément différentiel suivant $0x$, équi-

librent une part du moment extérieur égale à

$$2 d_r v_r(x) dx.$$

Le couple antagoniste provenant des linteaux de la file r situés au-dessus de la cote x est égal à

$$2 d_r \int_x^H v_r(x) dx$$

et celui dû à l'ensemble des linteaux situés au-dessus de la cote x à

$$\sum_r 2 d_r \int_x^H v_r(x) dx.$$

Si l'on désigne par $\mathfrak{M}(x)$ le moment par rapport au plan de cote x de l'ensemble des forces extérieures agissant au-dessus du niveau x , le moment équilibré en flexion dans les consoles, soit

$$M(x) = \mathfrak{M}(x) - \sum_r 2 d_r \int_x^H v_r(x) dx$$

se répartit proportionnellement aux moments d'inertie (ou, plus exactement, proportionnellement aux produits $E_r I_r$) de ces dernières, de sorte que les éléments de réduction des forces agissant sur la section de la console C_r située à la cote x sont

$$M_r(x) = \frac{E_r I_r}{\sum_s E_s I_s} [\mathfrak{M}(x) - \sum_r 2 d_r \int_x^H v_r(x) dx], \quad (1)$$

$$T_r(x) = \frac{d}{dx} M_r(x) = \frac{E_r I_r}{\sum_s E_s I_s} [\mathfrak{T}(x) + \sum_r 2 d_r v_r], \quad (2)$$

$$N_r(x) = \int_x^H [v_r(x) - v_{r-1}(x)] dx. \quad (3)$$

Dans l'expression de $T_r(x)$, $\mathfrak{T}(x)$ représente l'effort tranchant total au niveau x dû à l'ensemble des forces extérieures agissant au-dessus du niveau x .

Compatibilité des déformations

Les conditions de compatibilité des déformations des consoles et des linteaux fournissent les équations du problème.

En effet, le déplacement relatif δ_r des extrémités du linteau dans l'état déformé, représenté par le vecteur $\overrightarrow{G'_r g'}$ sur la fig. 7, est la somme

— du déplacement dû à la flexion des consoles en l'absence de déformation d'effort normal: ce déplacement est représenté par $\overrightarrow{G_r g}$. Soit η_r sa mesure algébrique,

— des déplacements dus aux déformations d'effort normal représentées par les vecteurs $\overrightarrow{G_r G'_r}$ et $\overrightarrow{G_{r+1} G'_{r+1}}$; soient ϵ_r et ϵ_{r+1} leurs mesures algébriques.

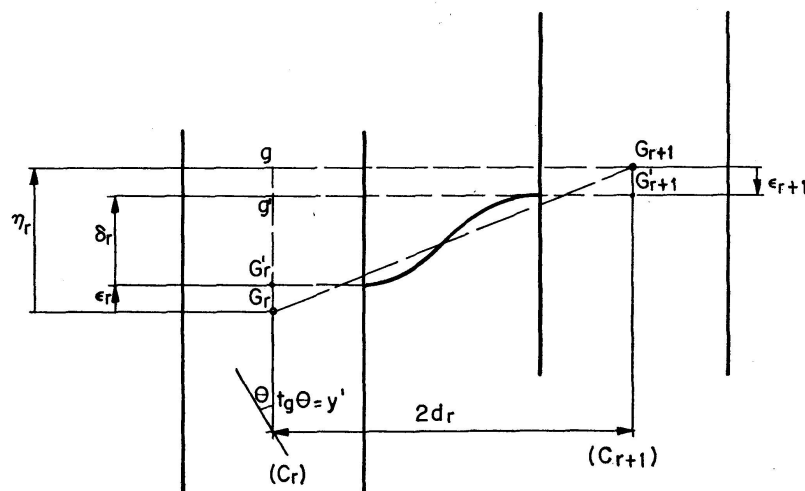


Fig. 7.

On a entre ces déplacements la relation

$$\eta_r = \delta_r + \epsilon_r - \epsilon_{r+1}. \quad (4)$$

Or δ_r est donné par

$$\delta_r = -\frac{2l_r^3}{3E_r' i_r} v_r, \quad (5)$$

$$\epsilon_r(x) = \frac{1}{E_r \Omega_r} \int_0^x dx \int_x^H [v_{r-1}(x) - v_r(x)] dx. \quad (6)$$

Enfin si l'on désigne par $y(x)$ la fonction représentative de la déformée et par $y'(x)$ sa pente au niveau x :

$$\eta_r = 2d_r y'. \quad (7)$$

Par substitution dans l'équation (4) et dérivations successives on obtient pour la file de linteaux de rang r la relation

$$2d_r y''' = -\frac{2l_r^3}{3E_r' i_r} v_r'' - \frac{1}{E_r \Omega_r} v_{r-1} + \left[\frac{1}{E_r \Omega_r} + \frac{1}{E_{r+1} \Omega_{r+1}} \right] v_r - \frac{1}{E_{r+1} \Omega_{r+1}} v_{r+1}. \quad (8)$$

Par ailleurs, la relation générale de la flexion donne par application de la formule (1) à la console élémentaire courante et dérivation:

$$\sum_s E_s I_s y''' = \mathfrak{F}(x) + \sum_r 2d_r v_r. \quad (9)$$

Par élimination de y''' entre cette nouvelle relation et l'équation (8) afférente aux linteaux de rang r , on obtient l'équation différentielle

$$\begin{aligned} \frac{2l_r^3}{3E_r' i_r} v_r'' - \sum_s E_s I_s \sum_s d_r d_s v_s + \frac{1}{E_r \Omega_r} v_{r-1} \\ - \left(\frac{1}{E_r \Omega_r} + \frac{1}{E_{r+1} \Omega_{r+1}} \right) v_r + \frac{1}{E_{r+1} \Omega_{r+1}} v_{r+1} = -\frac{2d_r}{\sum_s E_s I_s} \mathfrak{F}(x). \end{aligned} \quad (10)$$

Les fonctions $v_r(x)$ apparaissent comme la solution du système de n équations différentielles du second ordre à n inconnues constitué par les n équations telles que (10). Les solutions du problème physique correspondent aux conditions aux limites suivantes

$$\begin{aligned} \text{pour } x = 0, & \quad v_r(0) = 0, \\ \text{pour } x = H, & \quad v_r'(H) = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Si l'on pose} \quad \lambda_r = \frac{2l_r^3}{3E_r I_r}, \quad \mu = \frac{2}{\sum E_s I_s}$$

et si l'on désigne par

L la matrice diagonale formée des coefficients λ_r ,

D la matrice de terme général $2\mu d_r d_s$ (symétrique),

P la matrice symétrique

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1 \Omega_1} + \frac{1}{E_2 \Omega_2} & -\frac{1}{E_2 \Omega_2} & 0 & 0 & \dots \\ -\frac{1}{E_2 \Omega_2} & \frac{1}{E_2 \Omega_2} + \frac{1}{E_3 \Omega_3} & -\frac{1}{E_3 \Omega_3} & 0 & \dots \\ & -\frac{1}{E_3 \Omega_3} & \frac{1}{E_3 \Omega_3} + \frac{1}{E_4 \Omega_4} & -\frac{1}{E_4 \Omega_4} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix},$$

Δ la matrice-colonne des d_r ,

$V(x)$ la matrice-colonne des fonctions inconnues $v_r(x)$,

le système (10) prend la forme

$$\boxed{L V''(x) - (D + P) V(x) = \mu \Delta(x)}. \quad (11)$$

Résolution

Il est possible d'expliciter la solution du système (11) en recourant aux valeurs caractéristiques et aux vecteurs caractéristiques de la matrice

$$Q = L^{-1}(D + P).$$

Les valeurs caractéristiques α de la matrice Q sont les racines de l'équation du n^e degré

$$\text{Dét. } |\alpha L - (D + P)| = 0. \quad (12)$$

Les matrices L , D et P sont réelles et symétriques. On vérifie aisément qu'elles sont définies positives. On sait (6) que dans ces conditions, les valeurs caractéristiques de Q sont réelles et positives. Nous poserons donc

$$\alpha = \omega^2.$$

Les vecteurs caractéristiques U_i , définis à une constante multiplicative près pour chaque valeur caractéristique α_i , sont les solutions de l'équation

$$[\omega_i^2(1) - Q] U_i = 0. \quad (13)$$

Nous rappellerons qu'entre deux vecteurs caractéristiques distincts U_i et U_j existe la relation d'orthogonalité

$$U_i^T L U_j = 0, \quad \text{si } i \neq j. \quad (14)$$

Si par contre $i = j$, on a

$$\omega_i^2 U_i^T L U_i = U_i^T (D + P) U_i. \quad (15)$$

Séparation des variables

Le vecteur $V(x)$ peut s'exprimer à partir des vecteurs caractéristiques U_i sous la forme

$$V(x) = \sum_i U_i \phi_i(x) \quad (16)$$

ou encore, en désignant par U la matrice carrée composée à partir des n matrices-colonnes U_i , et par $\Phi(x)$ la matrice-colonne des $\phi_i(x)$:

$$V(x) = U \Phi(x). \quad (17)$$

En portant la valeur (16) dans (11) on obtient

$$\sum_i L U_i \phi_i''(x) - \sum_i K U_i \phi_i(x) = -\mu \Delta \mathfrak{F}(x). \quad (18)$$

En prémultipliant par U_i^T , il reste, compte tenu de (14)

$$U_i^T L U_i \phi_i'' - U_i^T K U_i \phi_i = -\mu U_i^T \Delta \mathfrak{F}(x)$$

soit, compte tenu de (15):

$$\phi_i''(x) - \omega_i^2 \phi_i(x) = -\mu \frac{U_i^T \Delta}{U_i^T L U_i} \mathfrak{F}(x) \quad (19)$$

ou encore, en posant

$$\rho_i = \mu \frac{U_i^T \Delta}{U_i^T L U_i} = \mu \frac{\sum_r d_r U_{ri}}{\sum_r \lambda_r U_{ri}^2}.$$

$$\boxed{\phi_i''(x) - \omega_i^2 \phi_i(x) = -\rho_i \mathfrak{F}(x)}. \quad (20)$$

Calcul des fonctions $\phi_i(x)$

L'intégrale générale de l'équation (20) s'écrit

$$\phi_i(x) = \phi_i(0) \text{Ch } \omega_i x + \phi_i'(0) \text{Sh } \omega_i x - \frac{\rho_i}{\omega_i} \int_0^x \mathfrak{F}(x - \xi) \text{Sh } \omega_i \xi d\xi \quad (21)$$

expression dans laquelle ξ représente une variable d'intégration.

L'intégrale particulière satisfaisant aux conditions aux limites

$$\phi_i(0) = 0, \quad \phi_i'(H) = 0$$

est

$$\phi_i(x) = \frac{\rho_i}{\omega_i \operatorname{Ch} \omega_i H} \operatorname{Sh} \omega_i x \int_0^H \mathfrak{F}(H-\xi) \operatorname{Ch} \omega_i \xi d\xi - \frac{\rho_i}{\omega_i} \int_0^x \mathfrak{F}(x-\xi) \operatorname{Sh} \omega_i \xi d\xi. \quad (22)$$

Les efforts tranchants répartis dans la file r s'en déduisent par la formule (16). L'effort tranchant concentré dans le linteau réel situé à la cote X peut être pris égal à $h V(X)$.

Déformations

Les déformations peuvent être obtenues par un retour à l'équation (9) qui devient:

$$\sum_s E_s I_s y''' = \mathfrak{F}(x) + 2 \Delta^T U \Phi(x) \quad (23)$$

(Δ^T : matrice transposée de Δ).

La déformée $y(x)$ relative au cas de charge étudié s'obtient donc par trois quadratures successives, compte tenu des conditions aux limites ci-après:

$$\begin{aligned} y(0) &= 0, \\ y'(0) &= 0, \\ y''(H) &= 0. \end{aligned}$$

Lignes d'influence

Les lignes d'influence dérivent directement des expressions générales (16) ou (17) et (22) en prenant pour fonction $\mathfrak{F}(x)$ la fonction «en marche d'escalier» $\mathfrak{F}(x, s)$ représentée dans la fig. (9) correspondant à une charge unité agissant à la cote s .

Lignes d'influence des fonctions $\phi(x)$

Il vient

$$\phi_i(x, s) = \frac{\rho_i}{\omega_i^2 \operatorname{Ch} \omega_i H} [\operatorname{Sh} \omega_i H - \operatorname{Sh} \omega_i (H-s)] \operatorname{Sh} \omega_i x - \frac{\rho_i}{\omega_i^2} [\operatorname{Ch} \omega_i x - 1], \quad (24)$$

pour $0 < x < s$

$$\begin{aligned} \text{et } \phi_i(x, s) &= \frac{\rho_i}{\omega_i^2 \operatorname{Ch} \omega_i H} [\operatorname{Sh} \omega_i H - \operatorname{Sh} \omega_i (H-s)] \operatorname{Sh} \omega_i x \\ &\quad - \frac{\rho_i}{\omega_i^2} [\operatorname{Ch} \omega_i x - \operatorname{Ch} \omega_i (x-s)], \quad \text{pour } x > s. \end{aligned} \quad (24')$$

Ligne d'influence des déformations

L'équation de la ligne d'influence des déplacements se déduit de l'équation (23) et des expressions (24) ou (24') sans autre difficulté que la complexité de l'écriture.

En posant:

$$\begin{aligned}\phi_i'(0) &= \frac{\rho_i}{\omega_i \operatorname{Ch} \omega_i H} [\operatorname{Sh} \omega_i H - \operatorname{Sh} \omega_i (H - s)], \\ \theta_i &= \int_0^H \phi_i(x) dx = \frac{\phi_i'(0)}{\omega_i^2} \operatorname{Ch} \omega_i (H - s) + \frac{\rho_i}{\omega_i^3} \operatorname{Sh} \omega_i (H - s) - \frac{\rho_i}{\omega_i^2} (H - s), \\ \theta &= \{\theta_i\}, \\ A &= s + 2 \Delta^T U \theta, \\ \psi_i &= \int_0^x \int_0^x \int_0^x \phi_i(x) dx^3 = \frac{\phi_i'(0)}{\omega_i^2} \left[\frac{1}{\omega_i^2} (\operatorname{Ch} \omega_i x - 1) - \frac{x^2}{2} \right] \\ &\quad - \frac{\rho_i}{\omega_i^2} \left[\frac{1}{\omega_i^3} \operatorname{Sh} \omega_i x - \frac{x}{\omega_i^2} - \frac{x^3}{6} \right] + \epsilon \frac{\rho_i}{\omega_i^2} \left[\frac{1}{\omega_i^3} \operatorname{Sh} \omega_i (x - s) - \frac{x - s}{\omega_i^2} - \frac{(x - s)^3}{6} \right], \\ \Psi(x, s) &= \{\psi_i\}\end{aligned}$$

on obtient $y(x, s)$ sous la forme

$$\sum E_r I_r y''' = \frac{1}{6} [x^3 - \epsilon (x - s)^3] - A \frac{x^2}{2} + 2 \Delta^T U \Psi(x, s). \quad (25)$$

Généralisation aux murs de caractéristiques variables

Comme indiqué précédemment la méthode est généralisable aux murs de caractéristiques variables (changements de section, variations de dimension des ouvertures etc.).

La solution générale de l'équation (20) est indiquée en (21). Elle dépend des constantes $\phi_i(0)$ et $\phi_i'(0)$.

Si l'on considère par exemple le mur de la fig. 8 composé de trois parties de caractéristiques différentes entre les niveaux 0 et A , A et B , B et H , on peut écrire la solution pour le tronçon $0A$ à partir de (21) sous la forme

$$V_A(x) = U_A \Phi_A(x)$$

et écrire également les solutions générales pour les deux autres tronçons

$$V_B(x) = U_B \Phi_B(x),$$

$$V_H(x) = U_H \Phi_H(x).$$

Elles dépendent chacune des constantes arbitraires $\Phi_i(0)$ et $\Phi_i'(0)$ correspondantes.

Pour les déterminer il convient d'écrire les conditions aux limites. Ces conditions sont les suivantes:

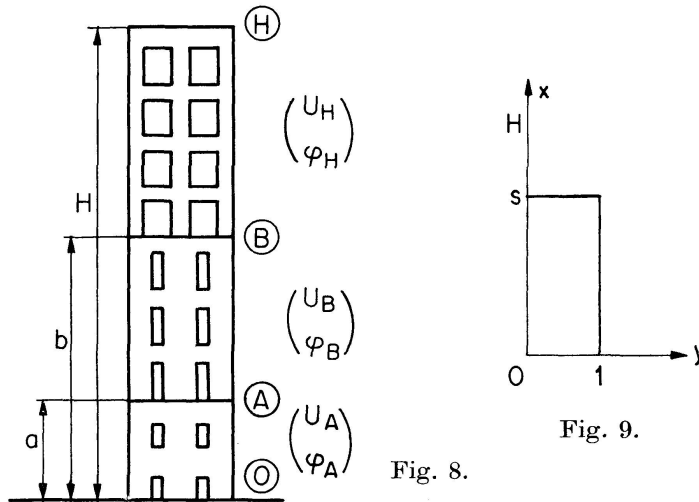


Fig. 8.

Fig. 9.

— au niveau 0:	$V_A(0) = 0,$
— au niveau A	$V_A(a) = V_B(a),$
	$V'_A(a) = V'_B(a),$
— au niveau B	$V_B(b) = V_H(b),$
	$V'_B(b) = V'_H(b),$
— au niveau H	$V'_H(H) = 0.$

On obtient ainsi un système de 6 équations matricielles à 6 matrices inconnues, c'est-à-dire un système de $6n$ équations ordinaires à $6n$ inconnues, mais, comme l'équation $V_A(0) = 0$ se réduit à $\phi_A(0) = 0$ l'ordre du système se réduit à $5n$. S'il y a m tronçons de caractéristiques différentes l'ordre du système devient égal à $(2m - 1)n$.

Applications

La méthode proposée se prête très facilement à l'établissement de programmes pour calcul sur ordinateur. De semblables programmes ont été établis, prenant en compte simultanément d'autres effets. Ils seront présentés avec le concours de leurs auteurs dans d'autres publications.

Bibliographie

1. ROSMAN, R.: Die statische Berechnung von Hochhauswänden mit Öffnungsreihen. Verlag W. Ernst, 1965.
2. ROSMAN, R.: Approximate Analysis of Shear Walls subject to lateral loads. Journal of the American Concrete Institute, 1964.
3. TRAUM, E. E.: Multistorey Pierced Shear-Walls of Variable Cross-Section. Symposium on Tall Buildings, University of Southampton, April 1966.
4. ALBIGES et GOULET: Contreventement des bâtiments. Annales du Bâtiment et des Travaux Publics, n° 149, Paris 1960.
5. DESPEYROUX, J.: Shear Walls with n Rows of openings. Symposium on Tall Buildings, Proceedings, p. 245. University of Southampton, April 1966.
6. HILDEBRAND, F. B.: Methods of Applied Mathematics. Prentice Hall, Engelwood Cliffs, N. J., 1952.

Résumé

Cette communication donne une méthode de calcul des murs de contre-ventement composés de consoles verticales élémentaires solidarisées par des milieux plus déformables que les consoles elles-mêmes. Elle s'applique plus spécialement aux murs percés de files d'ouvertures superposées ou aux murs constitués de panneaux préfabriqués. Les résultats sont donnés sous forme d'expressions mathématiques complètes pour un nombre de consoles quelconque et pour une distribution des forces latérales quelconque. Les déformations et leurs lignes d'influence peuvent aussi être obtenues de cette manière. La méthode peut être généralisée au cas des murs dont les caractéristiques varient à certains niveaux discrets.

Zusammenfassung

Der Aufsatz gibt eine Methode zur Berechnung der Windscheiben, die aus einzelnen, als lotrechte Kragarme ausgebildeten und miteinander nachgiebig verbundenen Scheiben bestehen. Der Verbund ist hierbei nachgiebiger als die Einzelscheiben. Die Methode ist somit insbesondere für die Berechnung der durch Öffnungsreihen unterbrochenen oder der im Großtafelbau hergestellten Windscheiben geeignet. Die Ergebnisse sind als vollständige mathematische Lösungen für eine beliebige Anzahl von Einzelscheiben und für eine beliebige Verteilung der Horizontalkräfte angegeben. Die Verformungsgrößen und deren Einflußlinien können in ähnlicher Weise ausgedrückt werden. Die Methode kann für den Fall der Windscheiben, deren Querschnittswerte stufenartig veränderlich sind, verallgemeinert werden.

Summary

This paper gives a method of analysis of shear walls consisting of separate vertical cantilevers connected by media of greater deformability than the cantilevers themselves. It applies more especially to walls pierced by vertical rows of openings or to walls made of large prefabricated panels. The results are given in the form of complete mathematical expressions for any number of cantilevers or any distribution of lateral loads. The deflections and their lines of influence can be obtained in this manner. The method can be generalised so as to cover the cases of walls with characteristics which change at discrete levels.