Zeitschrift:	IABSE proceedings = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band:	1 (1977)
Heft:	P-7: Moment redistribution in composite structures
Artikel:	Schnittkraftumlagerung in Verbundkonstruktionen
Autor:	Hitz, Werner
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-32459

# Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. <u>Mehr erfahren</u>

# **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. <u>En savoir plus</u>

# Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. <u>Find out more</u>

# Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch



# Schnittkraftumlagerung in Verbundkonstruktionen

# Moment Redistribution in Composite Structures

Redistribution des efforts intérieurs dans les constructions mixtes

Werner HITZ

dipl. Ing. ETH Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Schweiz

# ZUSAMMENFASSUNG

Der Autor behandelt ein Verfahren zur raschen Abschätzung der Schnittkraftumlagerung infolge Kriechen und Schwinden in statisch unbestimmten Verbundkonstruktionen. Auf die Angabe geschlossener Ausdrücke wird bewusst verzichtet; die aufgezeigte Methode beschränkt sich vielmehr auf einen leicht kontrollierbaren, iterativen Rechenablauf. Sie ist für einen vereinfachten Bauvorgang auf den beidseitig eingespannten Balken angewendet.

Die Ausweitung auf andere statisch unbestimmte Systeme sowie eine Änderung im zeitlichen Ablauf des Bauvorgangs ist jedoch leicht möglich. Ausschliessliche Querschnitts- oder Systemumlagerung sind Spezialfälle des vorliegenden Verfahrens. Die angegebenen Formeln lassen sich entsprechend vereinfachen.

# SUMMARY

This paper describes an approximate procedure for the analysis of the moment redistribution due to creep and shrinkage of concrete in statically indeterminate composite structures. It was not intended to give closed expressions but to explain the iterative procedure — which is easy to check — applied on a simple span beam built in at both ends.

The application of the procedure to other statically indeterminate systems and to changes in the execution process with respect to time is easily possible. Redistribution of forces in the statical system or in the cross section alone are special cases of the proposed procedure. The corresponding equations can easily de derived.

# RÉSUMÉ

L'article présente une méthode pour une estimation rapide de la redistribution des efforts intérieurs due au retrait et au fluage du béton dans les constructions mixtes hyperstatiques. La méthode consiste en un calcul itératif, facile à vérifier. Elle est appliquable à une poutre simple encastrée des deux côtés.

Il est facile d'appliquer ces formules à d'autres systèmes hyperstatiques ou de changer l'ordre des phases d'exécution. Les formules de la méthode proposée peuvent être simplifiées dans le cas spécial de la redistribution seule des efforts dans la section ou dans le système statique.

# 1. EINLEITUNG

Im Rahmen der statischen Berechnung von Verbundkonstruktionen aus Beton-Fertigteilen bzw. Stahlträgern mit Ortbeton, sind für Spannungs- und Bruchsicherheitsnachweise die Schnittkräfte infolge Kriechen und Schwinden für die massgebenden Lastfälle zu bestimmen. Insbesondere interessieren – zum Beispiel bei Spannbetonbrücken aus vorfabrizierten Trägern mit nachträglich ergänzter Fahrbahnplatte – die Zwängungsmomente über dem Auflager. Diese erlauben die Ermittlung der schlaffen Bewehrung oben und unten im Querschnitt über dem Auflager.

Die "wirklichkeitsnahe" - oder zutreffender, "rechnerisch genaue" - Erfassung dieser Schnittkräfte kann heute mit bereits vorhandenen Computer-Programmen durchgeführt werden. Die näherungsweise Ueberprüfung der aus diesen Berechnungen resultierenden Ergebnisse ist jedoch notwendig. Im übrigen ist der Einsatz solcher Programme während der Vorprojektphase fraglich, eine kurze, grobe Abschätzung ist einer langwierigen, aufwendigen Berechnung vorzuziehen.

Zu diesem Zweck wurde ein einfaches, übersichtliches Verfahren entwickelt, welches die rasche Abschätzung der Schnittkraftumlagerung erlaubt. Die Einsatzmöglichkeiten des Verfahrens erstrecken sich auf folgende, praktisch bedeutsame Fälle für Stahlbeton- und Stahlträger-Verbundkonstruktionen:

- \* Statisch bestimmte Systeme
  - Querschnittsergänzung
- \* Statisch unbestimmte Systeme
  - ausschliessliche Systemänderung
  - gleichzeitige Systemänderung und Querschnittsergänzung
  - Systemänderung mit späterer Querschnittsergänzung

Das Verfahren ist hergeleitet für den allgemeinen Fall der gleichzeitigen Systemänderung und Querschnittsergänzung. Für die restlichen Fälle sind die angegebenen Ausdrücke jedoch leicht übertragbar.

#### 2. GRUNDLAGEN UND ANNAHMEN

Der Rechenaufwand und die Genauigkeit der Ergebnisse sollen in vernünftigem Verhältnis stehen zu den recht unsicheren Ausgangswerten wie Grösse und Verlauf der Kriech- bzw. Schwinddehnungen. Der Berechnung sei deshalb folgender vereinfachter Bauvorgang zugrunde gelegt (Abb. 1):





Im Zeitpunkt t<sub>o</sub> erfolgt die Herstellung der vorfabrizierten Träger. Diese werden montiert und im Zeitpunkt t<sub>1</sub> durch eine Druckplatte aus Ortbeton ergänzt (Querschnittsänderung). Gleichzeitig werden die Fugen zwischen den Längsträgern geschlossen (Systemänderung).

Als Resultate interessieren in erster Linie die Schnittkräfte aus ständigen Lasten im Zeitpunkt t $_\infty.$ 



Das Eigenträgheitsmoment  $I_b$  der Druckplatte wird vernachlässigt und die E-Moduln EB und E<sub>b</sub> zeitlich konstant angenommen. Ebenso bleiben die Untersuchungen auf ein reines Betontragwerk beschränkt. Diese Annahme führt nach [4] und [5] auf zu grosse Schnittkräfte, da die Bewehrung das Kriechvermögen des Betons behindert. Bei kleinem Bewehrungsgehalt ist diese Behinderung für die angestrebte Genauigkeit jedoch ohne Bedeutung.

Für die Kriechfunktion wird der Ansatz von Dischinger zugrunde gelegt. Ein Ansatz, der den technologischen Gegebenheiten besser entspricht (Ansatz von Rüsch), ist im Anhang kurz behandelt.

## 3. SCHNITTKRAFTUMLAGERUNG MIT KRIECHEN DER UMLAGERUNGSKRAEFTE

Für die Bestimmung der Umlagerungskräfte ( $\Delta N_b$ ,  $\Delta N_b$ ,  $\Delta N_b$ , etc.) wird ein Ansatz mit Differenzengleichungen gewählt [7]. Dazu ist der Kriech- bzw. Schwindablauf in n gleiche Intervalle zu unterteilen. Die Kriechzahl für ein Intervall wird zu  $\Delta \phi = \frac{\phi}{n}$ ; das Schwindmass zu  $\Delta \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_s}{n}$ .  $\phi$  und  $\varepsilon_s$  sind die nach der Systemänderung und Querschnittsergänzung noch zu erwartenden Restkriechzahlen bzw. Restschwindmasse für Platte und Träger. Der gesamte Betrag der Umlagerungskräfte setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, einem aus Querschnittsumlagerung und einem aus Systemumlagerung (Abb. 3).

```
Querschnitt
```

Schnittkräfte

Verformungen



- <u>Abb. 3</u> Verformungen und Schnittkräfte
- a) Zu Beginn eines Intervall-Schrittes vorhandene Schnittkräfte
- b) Durch Querschnittsumlagerung erzeugt Schnittkräfte (primäre Kriech- und Schwindumlagerung)
- c) Durch Systemumlagerung erzeugte Schn kräfte (sekundäre Kriech- und Schwin lagerung)

# 3.1 Querschnittsumlagerung

Bei genügend feiner Aufteilung des Kriechablaufes wachsen die Umlagerungskrä im betrachteten Intervall i linear von Null auf den Endwert  $\Delta N_{\text{bi}}$  bzw  $\Delta N_{\text{Bi}}$  un  $\Delta M_{\text{Bi}}$  an. Aus diesem Grunde rechnet man mit einem an den Kriechverformungen m wirkenden, mittleren Anteil von  $0.5 \cdot \Delta N_{\text{bi}}$  bzw.  $0.5 \cdot \Delta N_{\text{Bi}}$  und  $0.5 \cdot \Delta M_{\text{Bi}}$ . Wie Abb und Abb. 3 zu entnehmen ist, gelten dann für die Verformungen am Balkeneleme der Länge ds während eines Intervallschrittes folgende Differenzengleichunge

Dehnung in der Platte:

$$\Delta ds_{b} = \left[\frac{N_{b}}{E_{b} \cdot F_{b}} \cdot \Delta \phi_{b} + \frac{\Delta N_{b}}{E_{b} \cdot F_{b}} \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{b}) + \Delta \varepsilon_{sb}\right] \cdot ds$$

Dehnung im Träger:

$$\Delta ds_{B} = \left[\frac{N_{B}}{E_{B} \cdot F_{B}} \cdot \Delta \phi_{B} + \frac{\Delta N_{B}}{E_{B} \cdot F_{B}} \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{B}) + \Delta \varepsilon_{sB}\right] \cdot ds$$

Querschnittsverdrehung im Träger:

$$\Delta d\psi_{B} = \left[\frac{M_{B}}{E_{B} \cdot I_{B}} \cdot \Delta \phi_{B} + \frac{\Delta M_{B}}{E_{B} \cdot I_{B}} \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{B})\right] \cdot ds$$

Diese drei Gleichungen eingesetzt in die Verträglichkeitsbedingung zwischen Platte und Träger

$$\Delta ds_{b} = \Delta ds_{B} - \Delta d\psi_{B} \cdot d$$

\_

und in die Gleichgewichtsbedingungen

$$\Delta N_{B} + \Delta N_{b} = 0$$
  
$$\Delta M_{B} - \Delta N_{b} \cdot d = 0$$

ergeben nach kurzer Rechnung die Umlagerungskraft in der Platte zu

$$\Delta N_{b} = \frac{1}{\kappa} \cdot \left[ -N_{b} \cdot \Delta \varphi_{b} + N_{B} \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \Delta \varphi_{B} - M_{B} \frac{\alpha \cdot \gamma}{d} \cdot \Delta \varphi_{B} + E_{b} \cdot F_{b} \cdot (\Delta \varepsilon_{sB} - \Delta \varepsilon_{sb}) \right]$$

mit  $\kappa = 1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{\text{b}} + \alpha \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{\text{B}}) \cdot (\beta + \gamma).$ 

Weiter gilt im Symmetriefall für den Auflagerdrehwinkel aus einem Intervall

$$\Delta \psi_{\rm B} = \int_{\rm o}^{1/2} \Delta d\psi_{\rm B}$$

### 3.2 Systemumlagerung

Aus dem in Abb. 1 dargestellten durchlaufenden Balken wird ein mittleres Feld untersucht.

Statisches System



Das Zwängungsmoment  $\Delta\chi$  hält den aus Querschnittsumlagerung in einem Intervallschritt resultierenden Auflagerdrehwinkel  $\Delta\psi_{\rm R}$  zurück (Abb. 4).



 $\Delta\chi$  wirkt am Verbundquerschnitt und ist für den vorliegenden Symmetriefall über die gesamte Stablänge konstant. Es verursacht den Auflagerdrehwinkel

$$\Delta \overline{\Psi}_{B} = \frac{\Delta \chi}{E_{B} \cdot I} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \varphi_{B})$$

Die Elastizitätsgleichung

$$\Delta \psi_{\rm B} + \Delta \overline{\psi}_{\rm B} = 0$$

führt nach einigen Umformungen auf das aus einem Intervall-Schritt resultierende Zwängungsmoment

$$\Delta \chi = - \frac{2 \cdot I}{I_{B} \cdot 1 \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{B})} \cdot \int_{0}^{1/2} E_{B} \cdot I_{B} \cdot \Delta d\psi_{B}$$

Schliesslich erzeugt  $\Delta \chi$  am Verbundträger folgende Umlagerungskräfte:

$$\Delta \overline{N}_{B} = - \frac{\Delta \chi}{I} \cdot (d - e) \cdot \alpha \cdot F_{B}$$
$$\Delta \overline{N}_{B} = - \Delta \overline{N}_{B}$$
$$\Delta \overline{M}_{B} = - \Delta \chi + \Delta \overline{N}_{B} \cdot d$$

Damit sind alle in Abb. 3 aufgeführten Schnittkräfte bekannt.

4. PRAKTISCHES VORGEHEN BEI n INTERVALL-SCHRITTEN

Die Ausgangsschnittgrössen für den ersten Schritt zum Zeitpunkt t<sub>1</sub> lauten N<sub>bo</sub>, N<sub>Bo</sub>, M<sub>Bo</sub>. Daraus sind nach Kapitel 3 der Reihe nach die Grössen  $\Delta N_{b1}$ ,  $\Delta \chi_1$ ,  $\Delta N_{B1}$ ,  $\Delta M_{B1}$ ,  $\Delta M_{B1}$ ,  $\Delta N_{b1}$ ,  $\Delta N_{B1}$  und  $\Delta \overline{M}_{B1}$  bestimmbar. Die Ausgangsschnittgrössen für den zweiten Schritt ergeben sich dann zu

$$N_{b1} = N_{b0} + \Delta N_{b1} + \Delta \overline{N}_{b1}$$
$$N_{B1} = N_{B0} + \Delta N_{B1} + \Delta \overline{N}_{B1}$$
$$M_{B1} = M_{B0} + \Delta M_{B1} + \Delta \overline{M}_{B1}$$

Nach n Schritten heisst das Ergebnis

$$N_{bn} = N_{bn-1} + \Delta N_{bn} + \Delta \overline{N}_{bn}$$
$$N_{Bn} = N_{Bn-1} + \Delta N_{Bn} + \Delta \overline{N}_{Bn}$$
$$M_{Bn} = M_{Bn-1} + \Delta M_{Bn} + \Delta \overline{M}_{Bn}$$
$$\chi_{n} = \Delta \chi_{1} + \Delta \chi_{2} + \dots + \Delta \chi_{n}$$

Die genauere Untersuchung der Endgrössen der Umlagerungsschnittkräfte S<sub>n</sub>(N<sub>bn</sub>,N<sub>Bn</sub>, M<sub>Bn</sub>,χ<sub>n</sub>) zeigt, dass diese folgendem Gesetz gehorchen

$$S_{n} = S_{0} + \Delta S_{1}^{\prime} \cdot \frac{1 - \rho^{n}}{1 - \rho}$$



worin	S	:	Ausgangsschnittgrösse
	Δs', Δs' <sub>2</sub>	:	Schnittkraftänderung im ersten, bzw. zweiten Intervall-Schritt aus primären und sekundären Kriech- und Schwindumlagerungen
	n	:	Anzahl Intervall-Schritte
	ρ	=	$\Delta s_2' \Delta s_1'$

Dies heisst aber, dass zur Bestimmung der Schnittkräfte  $S_n$  von n Intervall-Schritten nur die ersten zwei vollständig durchgeführt werden müssen. Mit den daraus resultierenden Werten  $\Delta S_1'$ ,  $\rho$  sowie mit  $S_0$  können die Endgrössen  $S_n$ ermittelt werden.

Die derart bestimmten Schnittkräfte führen nach Abschluss der Kriech- und Schwind- umlagerungen zum Zeitpunkt  $t_\infty$  auf die Normalspannung

$$\sigma_{b} = \frac{N_{b}}{F_{b}}$$
 in der Platte und  $\sigma_{B} = \frac{N_{B}}{F_{B}} + \frac{B}{I_{B}} \cdot y$  im Träger

#### 5. FORMELSAMMLUNG

Im folgenden sind zur Erleichterung bei praktischen Berechnungen die notwendigen Formeln zusammengestellt. Das Integral im Ausdruck für das Zwängungsmoment  $\Delta\chi$  wurde zu diesem Zweck für die Lastfälle

- Eigengewicht
- "Schwinden"
- Gerades Vorspannkabel
- Parabelförmiges Vorspannkabel

gelöst und in eine leicht zu handhabende Form gebracht. Für die Formeln von  $\Delta N_{\rm b}$ ,  $\Delta \bar{N}_{\rm h}$  und  $\Delta \chi$  gelten im übrigen die Indizes des jeweiligen Intervall-Schrittes.

#### Querschnittswerte, Materialkennwerte

$$F_{b}, E_{b}; F_{B}, E_{B}, I_{B}$$

$$\alpha = \frac{E_{b}}{E_{B}}, \beta = \frac{F_{b}}{F_{B}}, \gamma = \frac{F_{b} \cdot d^{2}}{I_{B}}, e = \frac{d}{1 + \frac{1}{\alpha \cdot \beta}}$$

$$I = I_{B} + F_{B} \cdot e^{2} + \alpha \cdot F_{b} \cdot (d - e)^{2}$$

Kriechzahl, Schwindmass, Anzahl Intervalle

$$\begin{split} & \phi_{\rm b}, \ \phi_{\rm B}, \ \varepsilon_{\rm sb}, \ \varepsilon_{\rm sB}, \ n \\ & \Delta \phi_{\rm b} \ = \ \frac{\phi_{\rm b}}{n} \ , \ \Delta \phi_{\rm B} \ = \ \frac{\phi_{\rm B}}{n} \ , \ \Delta \varepsilon_{\rm sb} \ = \ \frac{\varepsilon_{\rm sb}}{n}, \ \Delta \varepsilon_{\rm sB} \ = \ \frac{\varepsilon_{\rm sB}}{n} \end{split}$$

Ausgangsschnittgrössen für den 1. Intervall-Schritt

N<sub>bo</sub>, N<sub>bo</sub>, M<sub>bo</sub>

### Querschnittsumlagerung

$$\kappa = 1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{b} + \alpha \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{B}) \cdot (\beta + \gamma)$$
  
$$\Delta N_{b} = \frac{1}{\kappa} \cdot \left[ -N_{b} \cdot \Delta \phi_{b} + N_{B} \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \Delta \phi_{B} - M_{B} \cdot \frac{\alpha \cdot \gamma}{d} \cdot \Delta \phi_{B} + E_{b} \cdot F_{b} \cdot (\Delta \varepsilon_{sB} - \Delta \varepsilon_{sb}) \right]$$

Systemumlagerung



Für die eingangs erwähnten vier Lastfälle gilt:

$$\Delta \chi = -\frac{I}{3 \cdot I_{B} \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{B})} \cdot \left[ (M_{B}^{I} + 2 \cdot M_{B}^{II}) \cdot \Delta \phi_{B} + (\Delta N_{b}^{I} + 2 \cdot \Delta N_{b}^{II}) \cdot (1 + 0.5 \cdot \Delta \phi_{B}) \cdot d \right]$$

Für die Lastfälle "Gerades Vorspannkabel" und "Schwinden" sind M<sub>B</sub> und  $\Delta N_b$  über die Balkenlänge konstant. Es gilt M<sup>I</sup> = M<sup>II</sup><sub>B</sub> bzw.  $\Delta N^I_b$  =  $\Delta N^{II}_b$  und der Ausdruck für  $\Delta \chi$  lässt sich vereinfachen zu

$$\Delta \chi = -\frac{I}{I_{B} \cdot (1+0.5 \cdot \Delta \varphi_{B})} \cdot \left[ M_{B}^{I} \cdot \Delta \varphi_{B} + \Delta N_{b}^{I} \cdot (1+0.5 \cdot \Delta \varphi_{B}) \cdot d \right]$$

Ausgangsschnittgrössen für den 2. Intervall-Schritt (analog für den 3. Schritt)

$$\Delta \overline{N}_{b} = -\Delta \chi \cdot \frac{F_{b} \cdot \alpha \cdot (d-e)}{I}$$

$$N_{b1} = N_{b0} + \Delta N_{b1} + \Delta \overline{N}_{b1}$$

$$N_{B1} = N_{B0} - \Delta N_{b1} - \Delta \overline{N}_{b1}$$

$$M_{B1} = M_{B0} + (\Delta N_{b1} + \Delta \overline{N}_{b1}) \cdot d + \Delta \chi_{1}$$

Endschnittgrössen S<sub>n</sub>

S steht für 
$$\chi$$
,  $N_b$ ,  $N_B$ ,  $M_B$   
 $\Delta S'_1 = S_1 - S_0$ ,  $\Delta S'_2 = S_2 - S_1$ ,  $\rho = \frac{\Delta S'_2}{\Delta S'_1}$   
 $S_n = S_0 + \Delta S'_1 \cdot \frac{1 - \rho^n}{1 - \rho}$ 

Normalspannungen

$$\sigma_{b} = \frac{N_{b}}{F_{b}}$$
,  $\sigma_{B} = \frac{N_{B}}{F_{B}} + \frac{M_{B}}{I_{B}} \cdot y$ 



### 6. BEISPIELE UND VERGLEICHSRECHNUNG

Das beschriebene Verfahren soll an zwei Beispielen illustriert werden. Für Beispiel 1 zeigen Tab. 1 und Abb. 8 die Gegenüberstellung der Ergebnisse mit denjenigen einer "wirklichkeitsnahen" Berechnung anhand eines Computer-Programmes (Kriechfunktion nach DIN 1045). Die Ergebnisse des 2. Beispiels sind in Abb. 10 den Zahlenwerten nach Wippel [8] gegenübergestellt.

#### BEISPIEL 1: SPANNBETON-VERBUNDKONSTRUKTION

Ein im Spannbett mit V<sub>1</sub> vorgespannter, vorfabrizierter Betonträger wird 50 Tage ( $t_1$ ) nach seiner Herstellung montiert, mit einem zusätzlichen, parabelförmigen Kabel (Vorspannkraft V<sub>2</sub>) vorgespannt und durch die Fahrbahnplatte ergänzt. Gleichzeitig werden die Fugen zwischen den Trägern betoniert.

Die Einflüsse der Träger-Endverstärkungen sowie der schlaffen Bewehrung werden für die Vergleichsrechnung vernachlässigt.

Gesucht sind die Schnittkräfte, bzw. die Verteilung der Normalspannungen über den Querschnitt in den Schnitten I und II nach Abschluss der Kriech- und Schwindumlagerungen.

#### Belastungen

Eigengewicht des Trägers und der Platte: g = 1.5 t/m'

Spannbett-Vorspannung:  $V_1^{t_0} = 150 t$ Kabel-Vorspannung:  $V_2^{t_1} = 70 t$   $\begin{cases} t_0 = 150 t \\ t_1 = 50 Tage \\ t_1 = 70 t \end{cases}$ 



#### Abb. 5 Belastungen

Der Spannkraftverlust bis zum Zeitpunkt  $t_\infty$  infolge Kriechen, Schwinden und Stahlrelaxation, wird geschätzt oder nach dem bekannten Ansatz für statisch bestimmte Systeme ermittelt. Dieser gilt in guter Näherung auch für statisch unbestimmte Systeme.

Spannbett-Vorspannung:  $V_1^{t_{\infty}} = \eta_1 \cdot V_1^{t_0}$ , Kabel-Vorspannung:  $V_2^{t_{\infty}} = \eta_2 \cdot V_2^{t_1}$ 

Um einen Vergleich mit den Werten der Computer-Berechnung zu ermöglichen, wurden die Faktoren η dieser Berechnung entnommen:

Spannbett-Vorspannung:	η <u>∿</u>	0.83	V_1	$\sim$	0.83•	150	∿∥	125	t
Kabel-Vorspannung:	n <u>∿</u>	0.93	$v_2^{t_{\infty}}$	~∥	0.93•	70	~∥	65	t

Als Ausgangsgrösse für den ersten Intervallschritt wird die Vorspannkraft V im Zeitpunkt t $_{\infty}$  eingesetzt ( $V^{t}_{\infty}$ ). Dies führt auf plausible und genügend genaue Resultate. Eine genauere Berücksichtigung des Verlaufs der Spannkraftverluste erübrigt sich somit.

ALC NO

Querschnitt



 $\kappa = 1 + 0.5 \cdot 0.6 + 1 \cdot (1 + 0.5 \cdot 0.56) \cdot (0.92 + 2.34) = 5.47$ 

QUERSCHNITT BEIM BALKENAUFLAGER (I) QUERSCHNITT IN BALKENMITTE (II) Ausgangsschnittgrössen für den 1. Intervall-Ausgangsschnittgrössen für den 1. Intervall-Schritt Schritt  $N_{bo}^{I} = 0 t$  $N_{bo}^{II} = 0 t$  $N_{BO}^{I} = -125-65 = -190 t$  $N_{Bo}^{II} = -125-65 = -190 t$  $M_{BO}^{II} = \frac{1.5 \cdot 20^2}{8} - (125 + 65) \cdot 0.53 = -25.7 \text{ mt}$  $M_{B_{O}}^{I} = -125 \cdot 0.53 + 65 \cdot 0.4 = -40.25 \text{ mt}$ Querschnittsumlagerung Querschnittsumlagerung  $\underline{\Delta N_{b1}^{II}} = \frac{1}{5.47} \cdot \left[ 0 - 190 \cdot 1 \cdot 0.92 \cdot 0.56 + 25.7 \cdot \frac{1 \cdot 2.34}{0.7} \cdot 0.56 + 4 \cdot 10^{6} \cdot 0.3 \cdot (\frac{-0.032 + 0.04}{1000}) \right]$  $\Delta N_{b1}^{I} = \frac{1}{5.47} \cdot \left[ 0 - 190 \cdot 1 \cdot 0.92 \cdot 0.56 + 122.34 \right]$ + 40.25 • 1 • 2.34 • 0.56 + +  $4 \cdot 10^6 \cdot 0.3 \cdot (\frac{-0.032 + 0.04}{1000})$ = -2.37 t = -7.36 t

Systemumlagerung

$$\Delta \chi_{1} = -\frac{0.1394}{3 \cdot 0.0628 \cdot (1 + 0.5 \cdot 0.56)} \cdot \left[ (-40.25 - 2 \cdot 25.7) \cdot 0.56 + (-2.37 - 2 \cdot 7.36) \cdot (1 + 0.5 \cdot 0.56) \cdot 0.7 \right] = 38.52 \text{ mt}$$

$$\Delta \overline{N}_{b1} = -38.52 \cdot \frac{0.3 \cdot 1 \cdot (0.7 - 0.34)}{0.1394} = -29.84 \text{ t}$$

Ausgangsschnittgrössen für den 2. Intervall-Ausgangsschnittgrössen für den 2. Intervall-Schritt Schritt  $N_{b1}^{I} = 0-2.37-29.84 = -32.21 t$   $N_{b1}^{I} = -190 + 2.37 + 29.84 = -157.79 t$   $M_{B1}^{I} = -40.25 + (-2.37-29.84) \cdot 0.7 + 38.52 = -24.27 \text{ mt}$   $M_{B1}^{II} = -25.7 + (-7.36-29.84) \cdot 0.7 + 38.52 = -13.22 \text{ mt}$  $N_{b1}^{I} = 0-2.37-29.84 = -32.21 t$ Querschnittsumlagerung Querschnittsumlagerung  $\frac{\Delta N_{b2}^{I}}{(4+1)^{6} \cdot 0.3 \cdot (\frac{-0.032 + 0.04}{1000})} = -1.27 t + 4 \cdot 10^{6} \cdot 0.3 \cdot (\frac{-0.032 + 0.04}{1000}) = -1.27 t$ Systemumlagerung  $\Delta \chi_2 = -\frac{0.1394}{3 \cdot 0.0628 \cdot (1 + 0.5 \cdot 0.56)} \cdot \left[ (-24.27 - 2 \cdot 13.22) \cdot 0.56 + (-1.27 - 2 \cdot 4.03) \cdot (1 + 0.5 \cdot 0.56) \cdot 0.7 \right] = 21.25 \text{ mt}$  $\Delta \overline{N}_{b2} = -21.25 \cdot \frac{0.3 \cdot 1 \cdot (0.7 - 0.34)}{0.1394} = -16.46 \text{ t}$ Ausgangsschnittgrössen für den 3. Intervall-Ausgangsgrössen für den 3. Intervallschritt schritt  $N_{b2}^{I} = -32.21 - 1.27 - 16.46 = -49.94 t$   $N_{b2}^{I} = -157.79 + 1.27 + 16.46 = -140.06 t$   $N_{B2}^{I} = -152.8 + 4.03 + 16.46 = -132.31 t$  $M_{B2}^{I} = -24.27 + (-1.27 - 16.46) \cdot 0.7 + 21.25 = -15.43 \text{ mt}$  $M_{B2}^{II} = -13.22 + (-4.03 - 16.46) \cdot 0.7 + 21.25 = -6.31 \text{ mt}$ 

Endschnittgrössen nach fünf Intervall-Schritten

$$\rho = \frac{21.25}{38.52} = 0.552$$

Endschnittgrössen nach fünf Intervall-Schritten

$$X_5 = 38.52 \cdot \frac{1 - 0.552}{1 - 0.552} = 81.58 \text{ mt}$$

$$\Delta N_{b1}^{I} = -32.21 - 0 = -32.21 t$$

$$\Delta N_{b2}^{I} = -49.94 + 32.21 = -17.73 t$$

$$\rho = \frac{-17.73}{-32.21} = 0.550$$

$$N_{b5}^{I} = 0 - 32.21 \cdot \frac{1 - 0.55^{5}}{1 - 0.55} = -67.98 t$$

$$N_{b5}^{I} = -190 + 67.98 = -122.02 t$$

$$\Delta N_{b1}^{II} = -37.2 - 0 = -37.2 t$$

$$\Delta N_{b1}^{II} = -37.2 - 0 = -37.2 t$$

$$\Delta N_{b2}^{II} = -57.69 + 37.2 = -20.49 t$$

$$\rho = \frac{-20.49}{-37.2} = 0.551$$

$$\frac{-20.49}{-37.2} = 0.551$$

$$\frac{N_{b5}^{II}}{-37.2} = 0.551 = -78.64 t$$

$$\frac{N_{b5}^{II}}{-35} = -190 + 67.98 = -122.02 t$$

$$\Delta M_{B1}^{i} = -24.27 + 40.25 = 15.98 \text{ mt}$$

$$\Delta M_{B2}^{i} = -15.43 + 24.27 = 8.84 \text{ mt}$$

$$\rho = \frac{8.84}{15.98} = 0.553$$

$$M_{B5}^{I} = -40.25 + 15.98 \cdot \frac{1-0.553^{5}}{1-0.553} = -6.35 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -40.25 + 15.98 \cdot \frac{1-0.553^{5}}{1-0.553} = -6.35 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = 0.82 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -25.7 + 12.48 \cdot \frac{1-0.554^{5}}{1-0.554} = -240 \text{ mt}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -22.7 \text{ m}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -2.27 \text{ m}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -2.27 \text{ m}$$

$$\frac{M_{B5}^{I}}{=} = -2.27 \text{ m}$$

$$\frac{M_$$

	Schnitt	: I	Schnitt II			
	Computer- Berechnung	Handrechnung	Computer- Berechnung	Handrechnung		
χ [mt]	81.6	81.6	81.6	81.6		
σ <sub>1</sub> [t/m <sup>2</sup> ]	-246	-227	-281	-262		
σ <sub>2</sub> [t/m <sup>2</sup> ]	-255	-227	-277	-262		
σ <sub>3</sub> [t/m²]	-256	-313	-286	-349		
σ <sub>4</sub> [t/m <sup>2</sup> ]	-448	-435	-381	-333		

Tabelle 1: Vergleich zwischen Computer-Berechnung und Handrechnung nach vorliegendem Verfahren.

Zwängungsmomente und Normalspannungen in verschiedenen Schnitten und Fasern. (Druckspannungen negativ)

.



Schnitt II

Abb. 8 Darstellung des Spannungsverlaufs im Zeitpunkt t. Strichpunktierte Linie: Werte aus Computer-Berechnung

Ausgezogene Linie und unterstrichene Zahlen: Werte aus Handrechnung

Kommentar zu den Ergebnissen (Tab. 1, Abb. 8)

Die Unterschiede zwischen der "wirklichkeitsnahen" Computer-Berechnung und der Handrechnung nach dem vorliegenden Verfahren sind gering. Die Differenzen der Normalspannungen in den massgebenden Fasern betragen wenige Prozente. Der Unterschied der Zwängungsmomente  $\chi$  ist gar Null.

#### BEISPIEL 2: STAHLTRAEGER-VERBUNDQUERSCHNITT

Das System sei ein einfacher Balken, es finden also nur Querschnittsumlagerungen statt.



Abb. 9: Abmessungen des Verbundquerschnittes

Auf den Verbundquerschnitt gemäss Abb. 9 wirke das Biegemoment  $\rm M_{s}$  = 50 mt. Gesucht sind die Schnittkräfte und Normalspannungen nach Abschluss der Kriech- und Schwindumlagerungen.

Querschnittswerte, Materialkennwerte

$$F_{\rm b} = 0.5 \text{ m}^2, \quad E_{\rm b} = 3 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2, \quad d = 0.35 \text{ m}$$

$$F_{\rm B} = 0.018 \text{ m}^2, \quad E_{\rm B} = 21 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2, \quad I_{\rm B} = 6.874 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\alpha = 0.143, \quad \beta = 27.78, \quad \gamma = 89.1, \quad e = 0.28 \text{ m}, \quad I = 24.49 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

Kriechzahl, Schwindmass, Anzahl Intervall-Schritte

$$φ_{\rm b} = 4, φ_{\rm B} = 0, ε_{\rm sb} = -0.25\%0, ε_{\rm sB} = 0\%0, r. = 10$$
  
 $Δφ_{\rm b} = 0.4, Δε_{\rm sb} = -0.025\%0, κ = 17.91$ 

Ausgangsschnittgrössen für den 1. Intervall-Schritt

$$M_{s} \text{ erzeugt im Verbundquerschnitt folgende Schnittkräfte:} \\ N_{bo} = -M_{s} \cdot \frac{F_{b} \cdot \alpha \cdot (d-e)}{I} = -50 \cdot \frac{0.5 \cdot 0.143 \cdot (0.35 - 0.28)}{24.49 \cdot 10^{-4}} = -102.18 \text{ t} \\ N_{Bo} = -N_{bo} = 102.18 \text{ t} \\ M_{Bo} = M_{s} \cdot N_{bo} \cdot d = 50 - 102.18 \cdot 0.35 = 14.24 \text{ mt}$$

Querschnittsumlagerung

$$\Delta N_{b1} = \frac{1}{17.91} \cdot \left[ 102.18 \cdot 0.4 + 0 - 0 + 3 \cdot 10^6 \cdot 0.5 \cdot (0 + \frac{0.025}{1000}) \right] = 4.38 \text{ t}$$

Ausgangsschnittgrössen für den 2. Intervall-Schritt

 $N_{b1} = -102.18+4.38 = -97.80 t$  $N_{B1} = 102.18-4.38 = 97.80 t$  $M_{B1} = 14.24+4.38\cdot0.35 = 15.77 mt$ 

Querschnittsumlagerung

$$\Delta N_{b2} = \frac{1}{17.91} \cdot \left[ 97.8 \cdot 0.4 + 3 \cdot 10^6 \cdot 0.5 \cdot \frac{0.025}{1000} \right] = 4.28 \text{ t}$$

Ausgangsschnittgrössen für den 3. Intervall-Schritt

$$N_{b2} = -97.8 + 4.28 = -93.52 t$$
  
 $N_{B2} = 97.8 - 4.28 = 93.52 t$   
 $M_{B2} = 15.77 + 4.28 \cdot 0.35 = 17.27 mt$ 

Endschnittgrössen nach zehn Intervall-Schritten

In statisch bestimmten Systemen ist – im Gegensatz zu statisch unbestimmten Systemen –  $\rho$  für N<sub>b</sub> und M<sub>B</sub> gleich gross. Aus Genauigkeitsüberlegungen ist die Ermittlung von  $\rho$  aus N<sub>b</sub> vorteilhafter; insbesondere dann, wenn die Anzahl der Intervall-Schritte relativ gross ist.

$$\Delta N'_{b1} = -97.8 + 102.18 = 4.38 t$$

$$\Delta N'_{b2} = -93.52 + 97.8 = 4.28 t$$

$$\rho = \frac{4.28}{4.38} = 0.977$$

$$N_{b10} = -102.18 + 4.38 \cdot \frac{1 - 0.977^{10}}{1 - 0.977} = -62.65 t$$

$$N_{B10} = 62.65 t$$

$$M_{B10} = 14.24 + 1.53 \cdot \frac{1 - 0.977^{10}}{1 - 0.977} = 28.05 mt$$

A

Normalspannungen (Faserbezeichnung vgl. Abb. 7)

$$\frac{\sigma_1 = \sigma_2}{\sigma_3} = \frac{-62.65}{0.5} = -125 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_3} = \frac{62.65}{0.018} - \frac{28.05}{6.874 \cdot 10^{-4}} \cdot 0.25 = -6720 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{\sigma_4}{\sigma_4} = \frac{62.65}{0.018} + \frac{28.05}{6.874 \cdot 10^{-4}} \cdot 0.25 = 13680 \text{ t/m}^2$$





Strichpunktierte Linie: Genaue Zahlenwerte nach Wippel [8] Ausgezogene Linie und unterstrichene Zahlen: Werte aus Handrechnung

#### Kommentar zu den Ergebnissen

Die Abweichungen der Spannungen im Stahlträger liegen innerhalb von maximal 3% und damit in der Rechenungenauigkeit. In der Betonplatte zeigen sich Unterschiede aus der Vernachlässigung der Biegesteifigkeit I<sub>b</sub>. Die Spannungen im Schwerpunkt S<sub>b</sub> stimmen allerdings sehr gut überein. Im übrigen ist die praktische Bedeutung dieser Spannungen gering.

Die beiden Beispiele verdeutlichen, dass das Verfahren für praktische Berechnungen bei geringem Aufwand recht gute Resultate ergibt.

#### ANHANG

# Ansatz von Rüsch

Mit diesem Ansatz [7],[10] ist eine bessere Annäherung an versuchsmässig ermittelte Kriechkurven zu erreichen als mit dem Ansatz von Dischinger; insbesondere ist der Einfluss des Belastungsalters besser berücksichtigt. Man wird den Ansatz von Rüsch daher überall dort anwenden, wo dieser Einfluss eine Rolle spielt, wie z.B. bei abschnittsweise hergestellten Tragwerken oder bei Tragwerken, bei denen massgebende Dauerlasten in einem späteren Zeitpunkt aufgebracht werden.



- $\varphi(t) = \varphi_v + \varphi_f(t)$
- φ<sub>v</sub> : verzögert-elastische Verformung
- φ<sub>f</sub>(t): sog. Fliessen (Aufbau analog Dischinger-Ansatz)

# Abb. 11 Kriechfunktion

Strichpunktierte Linie: Werte aus Versuchen Ausgezogene Linie: Werte nach Ansatz von Rüsch

Für die praktische Berechnung sind die in Kapitel 5 zusammengestellten Formeln auch für den Ansatz von Rüsch gültig. Es sind dabei lediglich einige Ausgangs-, Querschnitts- und Materialkennwerte durch die im folgenden mit einem Stern (\*) bezeichneten Werte zu ersetzen.

Es gilt:

und

Teil b: 
$$\varphi_{b} = \varphi_{Vb} + \varphi_{fb}$$
, Teil B:  $\varphi_{B} = \varphi_{VB} + \varphi_{fB}$   
 $E_{b}^{*} = \frac{E_{b}}{1 + \varphi_{Vb}}$ ,  $E_{B}^{*} = \frac{E_{B}}{1 + \varphi_{VB}}$ ,  $\alpha^{*} = \frac{E_{b}^{*}}{E_{B}^{*}}$   
 $e^{*} = \frac{d}{1 + \frac{1}{\alpha^{*} \cdot \beta}}$ ,  $I^{*} = I_{B} + F_{B} \cdot e^{*2} + \alpha^{*} \cdot F_{b} \cdot (d - e^{*})^{2}$ 

$$\Delta \phi_{\rm b}^* = \frac{f_{\rm b}}{n^{\bullet}(1+\phi_{\rm Vb})} , \quad \Delta \phi_{\rm B}^* = \frac{f_{\rm B}}{n^{\bullet}(1+\phi_{\rm VB})}$$

Die Ausgangsschnittgrössen  $N_{\rm bo},~N_{\rm Bo},~M_{\rm Bo}$  für den 1. Intervallschritt sind zur Berücksichtigung der ersten verzögert-elastischen Verformung wie folgt zu korrigieren:

$$N_{bo}^{*} = N_{bo} + \Delta N_{vb} + \Delta \overline{N}_{vb}$$
$$N_{Bo}^{*} = N_{Bo} - \Delta N_{vb} - \Delta \overline{N}_{vb}$$
$$M_{Bo}^{*} = M_{Bo} + (\Delta N_{vb} + \Delta \overline{N}_{vb}) \cdot d + \chi_{o}$$

worin

$$\Delta N_{Vb} = \frac{1}{1 + \alpha^{*} \cdot (\beta + \gamma)} \cdot \left[ -N_{bo} \cdot \frac{\Phi_{Vb}}{1 + \Phi_{Vb}} + \left( N_{Bo} \cdot \alpha^{*} \cdot \beta - M_{Bo} \cdot \frac{\alpha^{*} \cdot \gamma}{d} \right) \cdot \frac{\Phi_{VB}}{1 + \Phi_{VB}} \right]$$

$$\chi_{o} = -\frac{I^{*}}{3 \cdot I_{B}} \cdot \left[ (M_{Bo}^{I} + 2M_{Bo}^{II}) \cdot \frac{\Phi_{VB}}{1 + \Phi_{VB}} + (\Delta N_{Vb}^{I} + 2 \cdot \Delta N_{Vb}^{II}) \cdot d \right]$$

$$\Delta \overline{N}_{Vb} = -\chi_{o} \cdot \frac{F_{b} \cdot \alpha^{*} \cdot (d - e^{*})}{I^{*}}$$

Die weitere Berechnung erfolgt nun analog den Kapiteln 4 und 5 mit substituierten Werten (\*), wobei die derart ermittelten Schnittkräfte und Spannungen den wirklichen Endgrössen entsprechen und nicht mehr zurücktransformiert werden müssen.

Beispiel 1 von Seite 9 ff ist unter der Annahme  $\varphi$  =  $\varphi$  = 0.8 berechnet worden. Das Zwängungsmoment  $\chi$  ergab sich zu 69.9 mt, also ca. 14% kleiner als aus der Berechnung mit dem Ansatz von Dischinger.

# Literaturverzeichnis

- Sattler K., Theorie der Verbundkonstruktionen, Verlag Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin 1959, 2 Bände.
- [2] Mehmel A., Vorgespannter Beton, Springer Verlag, Berlin 1963.
- [3] Leonhardt F., Spannbeton für die Praxis, Verlag Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin 1962.
- [4] Rühle H., Das Problem der Zwängungsspannungen infolge Kriechen und Schwinden bei aus Stahlbetonfertigteilen hergestellten Konstruktionen und seine praktische Bedeutung, 6. Kongress IVBH, Stockholm 1960, Vorbericht.
- [5] Habel A., Zwängungsspannungen statisch unbestimmter Stahlbeton- und Spannbetonbalken, Die Bautechnik, 32. Jahrgang, Heft 7, Juli 1955.
- [6] Schneider J., Kammenhuber J., Arbeitsunterlagen für die Berechnung vorgespannter Konstruktionen, Ra-Verlag CH-8640 Rapperswil, 1974.
- [7] Birkenmaier M., Berücksichtigung der Einflüsse Kriechen und Schwinden bei der Berechnung von Betonkonstruktionen, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 62, 1976. Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart.
- [8] Wippel H., Berechnung von Verbundkonstruktionen aus Stahl und Beton, Springer Verlag Berlin, 1963.
- [9] Birkenmaier M., Berechnung von Verbundkonstruktionen aus Beton und Stahl, Verlag Leemann Zürich, 1969.
- [10] Rüsch H., Jungwirth D., Hilsdorf H., Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke, Beton- und Stahlbetonbau, 68. Jahrgang, Hefte 3, 4 und 6, 1973.

