Zeitschrift: IABSE proceedings = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 3 (1979)

Heft: P-22: Economical considerations about the choice of a type of shear reinforcement

Artikel: Considérations économiques sur le choix d'une armature d'effort tranchat

Autor: Rondal, J. / Maquoi, R.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34085

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Considérations économiques sur le choix d'une armature d'effort tranchant

Wirtschaftliche Aspekte bei der Auswahl einer Schubbewehrung

Economical Considerations about the Choice of a Type of Shear Reinforcement

J. RONDAL

Premier assistant
Université de Liège
Liège,
Belgique

R. MAQUOI

Chercheur qualifié
Fonds national de la
recherche scientifique
Liège, Belgique

RÉSUMÉ

La présente contribution se base sur un modèle de comportement, analogue à celui proposé dans le Code-Modèle C.E.B.–F.I.P., pour lequel les auteurs adoptent, sur base d'une étude antérieure, un angle Θ d'inclinaison des fissures égal à 31°. On y analyse, sur base de très nombreux résultats numériques, l'influence des différents paramètres sur la fonction économique, à savoir le volume total d'acier nécessité par la présence d'un effort tranchant. On en tire des conclusions quant aux configurations et nuances optimales des armatures d'effort tranchant.

ZUSAMMENFASSUNG

Der vorliegende Beitrag stützt sich im Prinzip auf das Schubmodell der Mustervorschrift des C.E.B.–F.I.P., für welches die Autoren aufgrund früherer Untersuchungen eine Rissneigung Θ von 31° vorschlagen. Auf der Basis umfangreicher numerischer Untersuchungen konnten Vorschläge erarbeitet werden für das Minimum der totalen Schubbewehrung. Schlussfolgerungen bezüglich Typ der Bewehrung und deren Eigenschaften beschliessen den Aufsatz.

SUMMARY

The present paper is based on a shear model such as that proposed in the C.E.B.–F.I.P. Recommendations, and assumes an inclination Θ of the shear cracks equal to 31°, in accordance with a previous study of the authors. On the basis of a lot of numerical results, the influence of several parameters on the economical function is studied, the aim being to minimize the total amount of steel required to resist shear forces. Conclusions are drawn about optimum type and grade of the shear reinforcement to be used.

1. INTRODUCTION

Les règles de vérification à l'effort tranchant d'une section de poutre en béton ont, jusqu'à tout récemment, été basées sur le modèle de treillis imaginé par RITTER [5] il y a plus de trois quarts de siècle et perfectionné plus tard par MORSCH [4]. Cette analogie se fonde sur une fissuration inclinée de $\Theta = 45°$ sur l'axe de la poutre, définissant ainsi les diagonales comprimées du treillis. Le Code Modèle C.E.B.-F.I.P. [1], récemment paru, propose des recommandations basées sur une généralisation de l'analogie du treillis et sur une synthèse de nombreux résultats expérimentaux ; il propose d'une part, une méthode dite *affinée*, pour laquelle le choix de la valeur de l'inclinaison Θ des fissures incombe au calculateur, et d'autre part, une méthode *standard*, laquelle pose implicitement $\Theta = 45°$. Dans la méthode standard, la valeur de Θ doit satisfaire à $3/5 \leqslant \operatorname{tg}\Theta \leqslant 5/3$, ces bornes étant des valeurs prudentes permettant d'assurer un contrôle raisonnable de la fissuration dans les conditions d'utilisation.

On sait que la présence d'un effort tranchant dans une section nécessite non seulement la présence d'armatures transversales - ou armatures d'effort tranchant - sous forme d'étriers droits ou obliques, ou de réseaux, mais encore l'accroissement de la section d'armatures longitudinales de traction. Ce renfort longitudinal varie en sens inverse de la section d'armatures d'effort tranchant ; celle-ci dépendant de Θ, il en résulte que le volume total d'acier nécessité par la présence de l'effort tranchant dépendra de la répartition de cet acier entre les armatures transversales et les armatures longitudinales.

Dans une autre publication [3], les auteurs ont montré que la valeur $\Theta = 31°$, correspondant pratiquement à $\operatorname{tg}\Theta = 3/5$, donne toujours une solution optimale lors du dimensionnement des armatures d'effort tranchant et ont suggéré de l'adopter en vue de l'élaboration d'une règle de calcul simple. Celle-ci est largement développée dans [3] ; on se borne à n'en rappeler ici que les idées essentielles.

Le pourcentage d'armatures d'effort tranchant, de pas s, défini par (A_{sw}/sb_w), est fourni par la plus grande des trois quantités suivantes :

$$(a) : \quad \beta \frac{0{,}01\, f_{ck} + 0{,}2}{f_{ywk}}$$

$$(b) : \quad \delta \frac{\tau_{sd} - \mathrm{MAX}\,(0\ ;\ 0{,}03\, f_{ck} + 0{,}375 - 0{,}5\, \tau_{sd})}{f_{ywk}}$$

$$(c) : \tau_{sd} \sqrt{\xi/\lambda\ (1 + \varepsilon \frac{b_w}{d})\ f_{ywk} \cdot f_{y\ell k}}$$

Ces relations traduisent respectivement le pourcentage minimal de l'armature d'effort tranchant imposé par le Code-Modèle, la résistance ultime en traction de la dite armature et le minimum global du problème, compte tenu des armatures d'effort tranchant proprement dites et de l'accroissement de section des armatures longitudinales. Le symbole MAX, dans la relation (b), signifie qu'il faut prendre en considération la plus grande des deux valeurs figurant entre parenthèses.

Ce dimensionnement des armatures d'effort tranchant n'est toutefois déterminant que si la résistance en compression de l'âme de la poutre est satisfaisante. On reviendra sur ce point au paragraphe 2.2.

Ayant sélectionné la valeur (A_{sw}/sb_w), on calcule le pourcentage d'accroissement des armatures longitudinales par la relation :

$$(d) : (\Delta A_{s\ell}/b_w d) = \xi \frac{\tau^2_{sd}}{(A_{sw}/sb_w)\, f_{ywk}\, f_{y\ell k}} - \eta \frac{\tau_{sd}}{f_{y\ell k}}$$

La quantité totale d'acier F, rapportée à l'unité de longueur de la poutre et ramenée à la section utile db_w, s'écrit :

$$(F/db_w) = (\Delta A_{s\ell}/b_w d) + (A_{sw}/sb_w)\, \lambda\, (1 + \varepsilon \frac{b_w}{d})$$

C'est cette quantité qu'il est intéressant de minimiser et qui est à la base de la relation (c).

On constate donc que les paramètres gouvernant le dimensionnement sont :

a) les qualités des aciers constituant les armatures d'effort tranchant et les armatures longitudinales, définies respectivement par les résistances caractéristiques f_{ywk} et $f_{y\ell k}$;

b) la qualité du béton, représentée par la résistance caractéristique en compression sur cylindre, f_{ck} ;

c) la contrainte tangentielle sollicitante de calcul, τ_{sd} ;

d) les dimensions de la section de la poutre, à savoir l'épaisseur d'âme b_w et la hauteur utile d ;

e) les coefficients numériques β, δ, ε, ξ, η et λ.

Il est montré dans [3] que ces coefficients ont, respectivement, pour expressions :

ε et λ = fonctions du type d'armature d'effort tranchant ;

$\beta = \sin \alpha$;

$\delta = 1{,}278/(\text{cotg}\ \Theta + \text{cotg}\ \alpha) \sin \alpha$;

$\xi = 0{,}6613/\sin\alpha$;

$\eta = 1{,}15\ \text{cotg}\ \alpha$,

où α est l'inclinaison des armatures d'effort tranchant sur l'axe de la poutre ($\alpha \leq 90°$) tandis que Θ représente l'inclinaison des fissures sur l'axe de la poutre.

Il est évident que les règles proposées ici, établies dans l'esprit des Recommandations du Code-Modèle, sont soumises aux mêmes restrictions que celles-ci ; en particulier, elles ne s'appliquent pas au voisinage de charges concentrées et doivent être aménagées lorsque la poutre est soumise à des efforts importants de traction.

On rappellera en outre que le volume total d'acier ne constitue pas une mesure directe de la dépense en acier engendrée par la présence d'un effort tranchant

En effet, en raison de la différence des frais de façonnage pour les deux types d'armatures, la contribution due aux armatures d'effort tranchant devrait être affectée d'un facteur de prix ρ , défini par :

$$\rho = \frac{\text{prix unitaire des armatures d'effort tranchant}}{\text{prix unitaire des armatures longitudinales}}$$

Ce facteur de prix est en général compris entre 1 et 1,5. D'autre part, il est susceptible d'évoluer dans le temps mais est surtout gouverné par le type d'armatures d'effort tranchant auquel on a recours. Si, d'autre part, on veut bien convenir que les prix de soumission sont presque toujours établis en affectant tous les aciers à béton d'un même prix unitaire, on conviendra que l'identification de la fonction objectif - qui est la quantité à minimiser - à la quantité totale d'acier F constitue une attitude raisonnable et réaliste. GROB et THURLIMANN ont d'ailleurs montré que la prise en compte d'un tel facteur de prix n'a qu'une incidence mineure sur le résultat global [2] .

2. PARAMETRES DE L'ETUDE ECONOMIQUE

2.1. Types d'armatures d'effort tranchant

2.1.1. Configurations géométriques

Les armatures d'effort tranchant proprement dites sont constituées d'aciers disposés transversalement à l'axe de la poutre, selon un angle α égal ou inférieur à 90°.

Le cas le plus fréquemment rencontré est celui des étriers droits, disposés perpendiculairement à l'axe de la poutre ; on peut toutefois disposer les étriers selon une direction orthogonale à la direction présumée des fissures, ce qui conduit à adopter des inclinaisons de 45° et 59° selon que l'on admet le modèle de MORSCH ou que l'on adopte $\Theta = 31°$ comme les auteurs le proposent dans [3] .

Un autre type d'armature d'effort tranchant consiste en un quadrillage orthogonal de barres longitudinales et transversales, appelé aussi réseau, dont le comportement est assimilable à celui d'une succession d'étriers obliques dont l'inclinaison serait déterminée par la résultante mécanique des efforts ultimes des barres constituant le treillis. Il est évident que l'utilisation économique de réseaux exige que ceux-ci soient préfabriqués ; ils sont dès lors obtenus à partir des treillis soudés existant sur le marché et sont, le plus souvent, à barres de même diamètre et à mailles carrées, ce qui conduit à une inclinaison résultante de 45°. En vue d'obtenir des résultats pour un réseau analogue à des étriers inclinés de 59°, on a également admis l'existence d'un treillis à barres de même diamètre mais dont la répartition dans les deux directions est telle qu'elle conduit à l'inclinaison précitée.

Les étriers sont supposés être à deux brins tandis que les réseaux peuvent être disposés en simple nappe ou façonnés en cage. L'éventail des cas traités est alors le suivant :

a) les étriers verticaux fermés (figure 1.a) ;

b) les étriers fermés d'inclinaison $\alpha = 59°$ (figure 1.b) ;

c) les étriers fermés d'inclinaison $\alpha = 45°$ (figure 1.c) ;

d) le réseau simple de résultante $\alpha = 59°$ (figure 1.d) ;

e) le réseau simple de résultante $\alpha = 45°$ (fiture 1.e) ;

f) le réseau en cage de résultante $\alpha = 59°$ (figure 1.f) ;

g) le réseau en cage de résultante $\alpha = 45°$ (figure 1.g).

Ces différents cas sont schématisés à la figure 1.

Pour ces différents types d'armatures d'effort tranchant, et en adoptant $\Theta = 31°$, les valeurs prises par les coefficients β, δ, ε, ξ, η, λ sont données au tableau 1. Les coefficients ε et λ sont déterminés sans tenir compte de la longueur des redoublements locaux des étriers ou des cages à leur jonction ; on peut signaler que l'erreur ainsi commise est compensée par le fait d'avoir assimilé la projection verticale des brins principaux à la hauteur utile d et les brins secondaires à la largeur b_w de l'âme.

Coefficient	Types d'armatures d'effort tranchant						
	a	b	c	d	e	f	g
β	1,0000	0,8575	0,7071	0,8575	0,7071	0,8575	0,7071
δ	0,7668	0,6575	0,6776	0,6575	0,6776	0,6575	0,6776
ε	1,0000	0,8575	0,7071	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000
ξ	0,6613	0,7711	0,9352	0,7711	0,9352	0,7711	0,9352
η	0,00	0,69	1,15	0,69	1,15	0,69	1,15
λ	1,000	1,166	1,414	1,600	2,000	1,600	2,000

(a) étriers verticaux fermés ;

(b) étriers fermés d'inclinaison $\alpha = 59°$;

(c) étriers fermés d'inclinaion $\alpha = 45°$;

(d) réseau simple de résultante $\alpha = 59°$;

(e) réseau simple de résultante $\alpha = 45°$;

(f) réseau en cage de résultante $\alpha = 59°$;

(g) réseau en cage de résultante $\alpha = 45°$.

Tableau 1 - Valeurs des coefficients numériques pour les divers types d'armatures d'effort tranchant.

2.1.2. Nuances d'acier

Il est raisonnable de ne retenir, pour la présente étude, que les nuances d'acier les plus couramment rencontrées à savoir les nuances S 220, S 400 et S 500 (désignation du Code-Modèle) où les repères numériques représentent la résistance caractéristique de l'acier, exprimée en MPa. Comme on aura à examiner les armatures d'effort tranchant d'une part et les armatures longitudinales d'autre part, ces nuances d'acier peuvent être combinées deux à deux, ce qui fournit neuf possibilités.

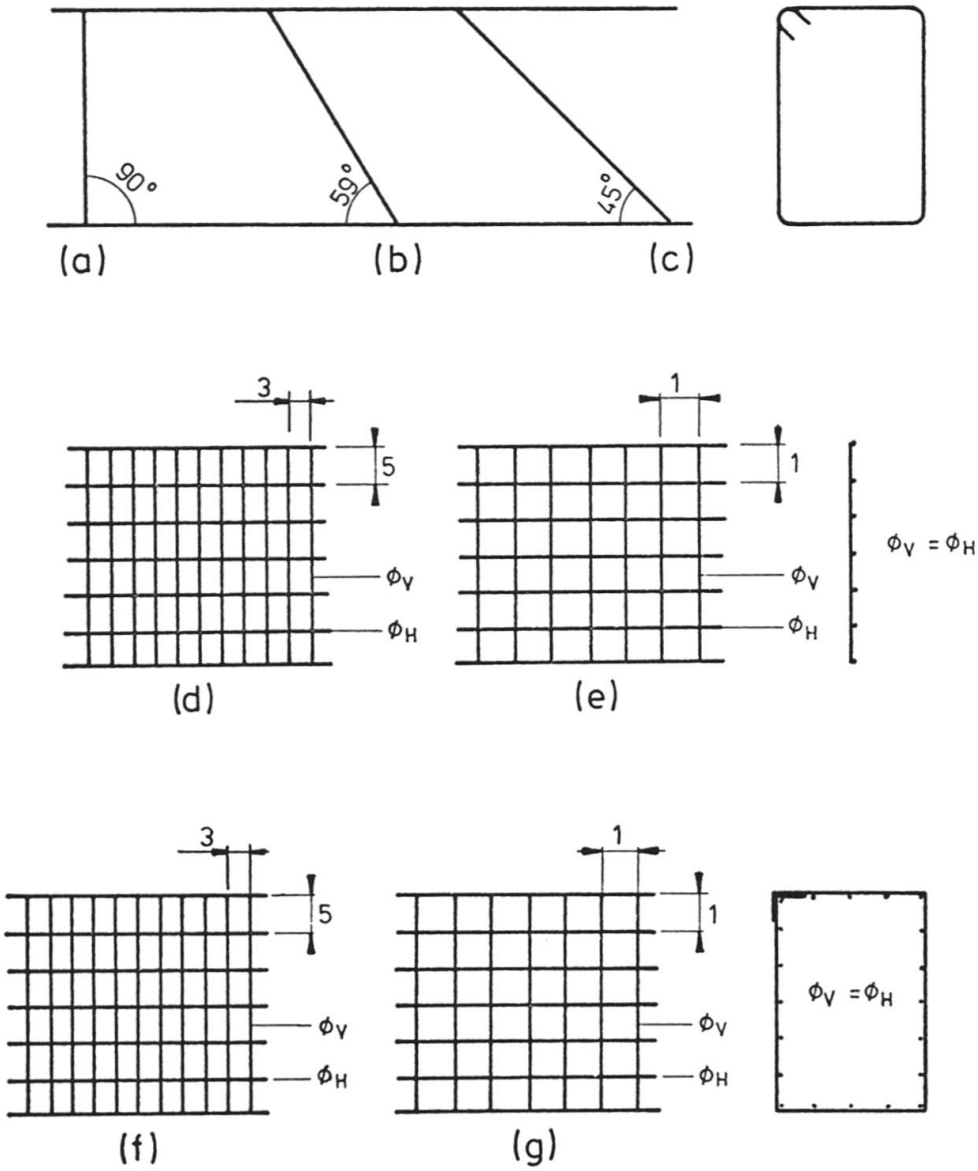

Figure 1 - Types d'armatures transversales

2.1.3. Combinaison des configurations géométriques et des nuances d'acier

En principe, l'ensemble des configurations décrites au paragraphe 2.1.1. peuvent être envisagées pour chacune des combinaisons des nuances d'acier découlant du paragraphe 2.1.2. Cependant, des impératifs technologiques ou de bonne pratique permettent d'éliminer un certain nombre de cas.

On a déjà expliqué plus haut que la réalisation de réseaux - destinés à des quadrillages simples ou à des cages - n'est justifiée qu'en recourant à des treillis préfabriqués et que dès lors les seules nuances à considérer utilement pour de tels cas sont S 400 et S 500. Quant aux étriers droits ou obliques, on imagine mal de les réaliser en aciers de nuance supérieure à celle utilisée pour les armatures longitudinales. Il en résulte que les seuls cas pratiques à retenir pour la suite de l'étude sont ceux correspondant aux cases pointillées du tableau 2.

f_{yk} (MPa)	f_{ywk} (MPa)	a	b	c	d	e	f	g
220	220							
400	220							
500	220							
400	400							
500	400							
500	500							
220	400							
220	500							
400	500							

Tableau 2 - Combinaisons pouvant faire l'objet d'applications pratiques

2.2. Qualité du béton

Dans cette étude, on considère les bétons dont la qualité, définie par la résistance caractéristique en compression sur cylindre, vaut successivement :

f_{ck} = 20, 30, 40 et 50 MPa

Par ailleurs, on a dit plus haut que la résistance en compression des bielles comprimées de béton était une condition limite à satisfaire préalablement à tout calcul de sections d'armatures, sous peine de devoir soit exiger un béton de qualité supérieure à celle présumée pour les calculs, soit, plus souvent, modifier les dimensions de la section utile (b_w x d) pour la résistance à l'effort tranchant. Cette condition s'exprime en assignant à la contrainte tangentielle sollicitante de calcul τ_{sd}, une valeur limite qui dépend de la résistance f_{ck}, de l'inclinaison θ présumée des fissures et de l'inclinaison α des armatures

d'effort tranchant, à savoir :

$$\tau_{sd,lim} = 0,4\ f_{ck}\ (\cot g\ \Theta + \cot g\ \alpha)\ \sin^2 \Theta$$

ou

$$\tau_{sd,lim} = 0,3\ f_{ck}\ \sin 2\ \Theta$$

si cette dernière relation est plus stricte.

Pour une valeur de l'angle Θ égale à 31°, les valeurs de $\tau_{sd,lim}$ sont données au tableau 3 en fonction des divers types d'armatures d'effort tranchant. On observera que de telles valeurs, fort élevées, sont rarement atteintes dans la pratique courante.

f_{ck} (MPa)	a	b	c	d	e	f	g
20	3,53	4,80	5,29	4,80	5,29	4,80	5,29
30	5,29	7,20	7,94	7,20	7,94	7,20	7,94
40	7,06	9,60	10,59	9,60	10,59	9,60	10,59
50	8,82	12,00	13,24	12,00	13,24	12,00	13,24

Tableau 3 - Valeurs limites $\tau_{sd,lim}$ en MPa (pour Θ = 31°)

2.3. Rapport des dimensions de la section

La relation (c) du chapitre 1 montre que le rapport (d/b_w) entre la hauteur utile d de la poutre et la largeur b_w de l'âme, intervient dans le dimensionnement des armatures d'effort tranchant. Pour la suite de l'étude, on a considéré les valeurs suivantes :

$$(d/b_w) = 1,\ 2,\ 3,\ 4 \text{ et } 5$$

qui couvrent la plupart des sections rencontrées en pratique.

3. ETUDE ECONOMIQUE

3.1. Recherche des solutions pratiques

3.1.1. Présentation des résultats et influence de τ_{sd}

A l'aide du modèle de dimensionnement exposé plus haut, on a effectué une étude systématique de la fonction objectif F (cf. chapitre 1) pour toutes les combinaisons des valeurs des résistances $f_{y\ell k}$ et f_{ywk}, des résistances f_{ck} et des rapports (d/b_w), choisies au chapitre 2.

De cette étude, on peut tout d'abord conclure quant à l'influence de la valeur de la contrainte sollicitante de calcul τ_{sd}. La figure 2 montre - pour un exemple particulier, certes, mais qui se reproduit dans tous les autres cas - que les différents types d'armatures d'effort tranchant gardent le même clas-

sement économique, et ce quelle que soit τ_{sd}, à l'exception du domaine des très petites valeurs de τ_{sd} où l'influence de l'armature minimale imposée par le Code-Modèle [1] est déterminante. Sur base de telles observations, on peut dresser les résultats de l'étude sous forme des tableaux synoptiques 4 à 6, où les hachures en traits pleins correspondent aux minima pratiques (cf. tableau 2) tandis que les traits pointillés sont représentatifs des minima absolus.

Dans la suite, la discussion basée sur ces tableaux ne portera que sur les cas dits "pratiques" conformément au choix opéré au tableau 2. On a toutefois jugé intéressant de repérer, à l'aide des traits interrompus des tableaux 4 à 6, les cas où l'optimum absolu diffère de l'optimum pratique.

3.1.2. Influence de f_{ck}

Si on se donne une valeur d/b_w du rapport des dimensions de la section et un couple de résistances caractéristiques $f_{y\ell k}$ et f_{ywk} pour les armatures longitudinales et d'effort tranchant respectivement, on constate aux tableaux 4 à 6, que la configuration dite optimale est quasiment indépendante de la qualité du béton. La seule exception est relative au cas $d/b_w = 2$ et à la combinaison $f_{y\ell k} = 500$ MPa et $f_{ywk} = 400$ MPa. Toutefois, dans ce cas, la différence entre les configurations (c) et (d) n'excède pas 3 % et on peut donc, sans erreur appréciable, appliquer à ce cas particulier la règle générale d'indépendance de f_{ck}.

En d'autres termes, toutes autres choses étant égales, la variation de la qualité du béton n'est pas susceptible de modifier le type de l'armature optimale.

3.1.3. Influence de d/b_w

Lorsque les armatures d'effort tranchant sont de nuance S 220, les configurations optimales sont indépendantes des valeurs du rapport d/b_w ; on peut observer que la configuration (c) est optimale si les armatures longitudinales sont de la même nuance que les armatures d'effort tranchant et devient (b) si elles sont de nuance supérieure.

D'autre part, si les armatures d'effort tranchant sont en acier mi-dur naturel ou écroui (S 400 ou S 500), la configuration (e) est optimale, quelle que soit la valeur de d/b_w, lorsque l'acier des armatures longitudinales est de nuance inférieure à celui des armatures d'effort tranchant. Par contre, si $f_{y\ell k}$ est supérieur ou égal à f_{ywk}, la configuration (c) est optimale si $d/b_w \geqslant 2$ et la configuration (d) s'y substitue pour $d/b_w < 2$.

Le tableau 7 résume les différentes conclusions tirées ci-dessus.

Il est intéressant d'évaluer l'économie présentée par les configurations recommandées, par rapport au cas d'étriers verticaux. Les calculs montrent que cette économie, exprimée en pourcents, est quasi indépendante de la qualité du béton f_{ck} et varie peu avec la valeur de la sollicitation de calcul τ_{sd}.

Le tableau 8 fournit les valeurs de cette économie, E_c, avec :

$$E_c\ (\%) = 100\ \frac{F_a - F_{rec}}{F_{rec}}$$

où F_a et F_{rec} désignent respectivement les valeurs de la fonction objectif relatives à la configuration (a) (étriers verticaux) et à la configuration recommandée. On constate que l'économie réalisée reste appréciable dans tous les cas ; elle varie d'un minimum de 17 % à un maximum de 130 %.

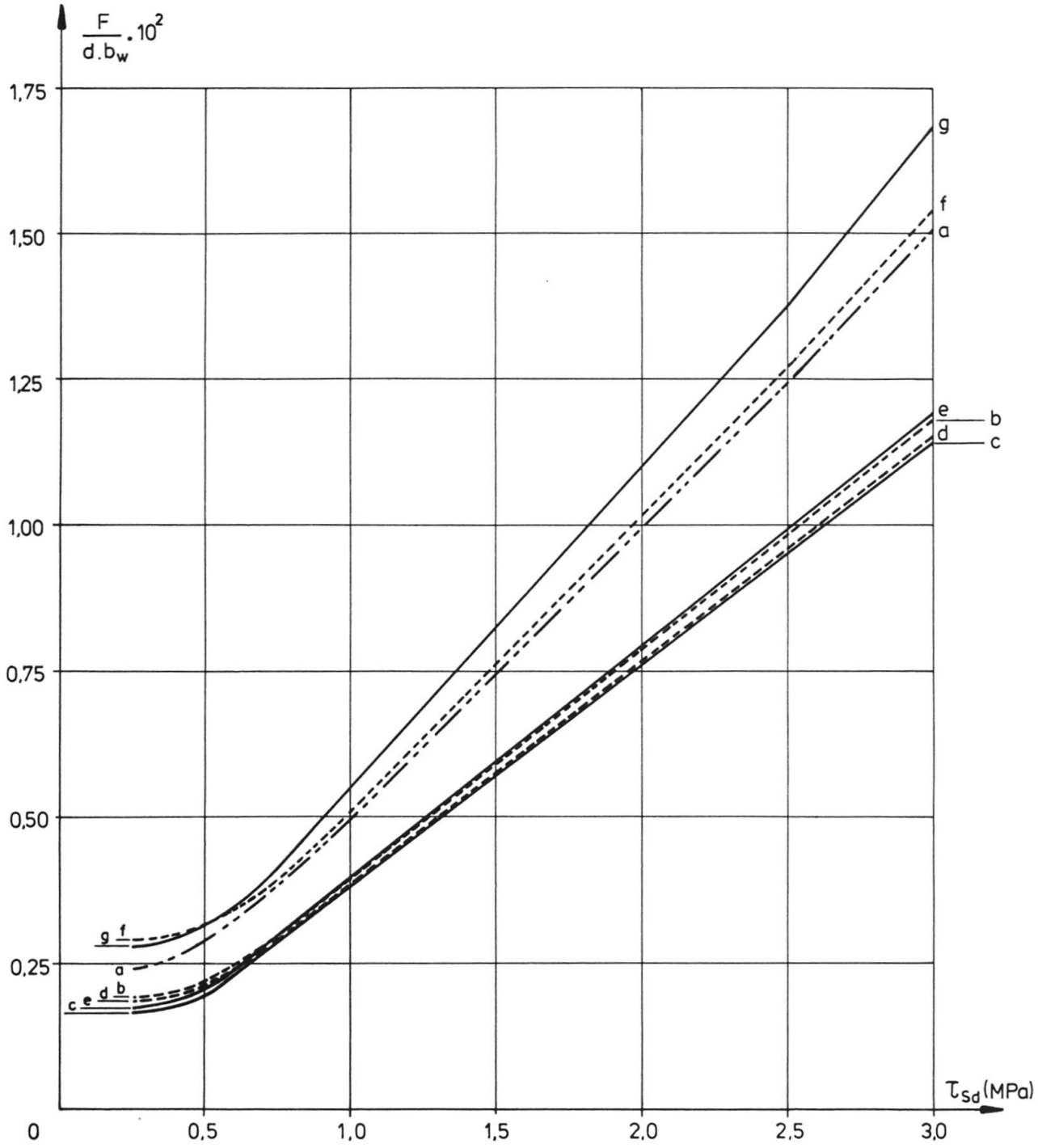

Figure 2 - Influence de τ_{sd} sur le choix optimal du type d'armatures d'effort tranchant ($f_{y\ell k} = f_{ywk} = 400$ MPa, $f_{ck} = 40$ MPa, $d/b_w = 2$).

$f_{y\ell k}$ (MPa)	f_{ywk} (MPa)	f_{ck} (MPa)	a	b	c	d	e	f	g
220	220	20							
		30							
		40							
		50							
400	220	20							
		30							
		40							
		50							
500	220	20							
		30							
		40							
		50							
400	400	20							
		30							
		40							
		50							
500	400	20							
		30							
		40							
		50							
500	500	20							
		30							
		40							
		50							
220	400	20							
		30							
		40							
		50							
220	500	20							
		30							
		40							
		50							
400	500	20							
		30							
		40							
		50							

Tableau 4 - Choix optimal du type d'armatures d'effort tranchant pour $\Theta = 31°$ et $d/b_w = 1$

$f_{y\ell k}$ (MPa)	f_{ywk} (MPa)	f_{ck} (MPa)	a	b	c	d	e	f	g
220	220	20							
		30							
		40							
		50							
400	220	20							
		30							
		40							
		50							
500	220	20							
		30							
		40							
		50							
400	400	20							
		30							
		40							
		50							
500	400	20							
		30							
		40							
		50							
500	500	20							
		30							
		40							
		50							
220	400	20							
		30							
		40							
		50							
220	500	20							
		30							
		40							
		50							
400	500	20							
		30							
		40							
		50							

Tableau 5 - Choix optimal du type d'armatures d'effort tranchant pour $\Theta = 31°$ et $d/b_w = 2$.

$f_{y\ell k}$ (MPa)	f_{ywk} (MPa)	f_{ck} (MPa)	a	b	c	d	e	f	g
220	220	20							
		30							
		40							
		50							
400	220	20							
		30							
		40							
		50							
500	220	20							
		30							
		40							
		50							
400	400	20							
		30							
		40							
		50							
500	400	20							
		30							
		40							
		50							
500	500	20							
		30							
		40							
		50							
220	400	20							
		30							
		40							
		50							
220	500	20							
		30							
		40							
		50							
400	500	20							
		30							
		40							
		50							

Tableau 6 - Choix optimal du type d'armatures d'effort tranchant pour $\Theta = 31°$ et $d/b_w = 3$, 4 et 5.

Acier		$\frac{f_{y\ell k}}{f_{ywk}}$	$\frac{d}{b_w}$	Choix optimal
$f_{y\ell k}$	f_{ywk}			
doux	doux	-	-	c, étriers $\alpha = 45°$
doux	mi-dur ou écroui		-	e, réseau simple $\alpha = 45°$
mi-dur ou écroui	doux	-	-	b, étriers $\alpha = 59°$
mi-dur ou écroui	mi-dur ou écroui	< 1	-	e, réseau simple $\alpha = 45°$
		$\geqslant 1$	< 2	d, réseau en cage $\alpha = 59°$
			$\geqslant 2$	c, étriers $\alpha = 45°$

Tableau 7 - Influence de (d/b_w) sur la solution optimale.

$f_{y\ell k}$ (MPa)	f_{ywk} (MPa)	d/b_w				
		1	2	3	4	5
220	220	28	32	34	35	36
400	220	19	19	20	20	20
500	220	17	17	17	17	17
400	400	56	32	34	35	36
500	400	55	28	25	26	26
500	500	56	32	34	35	36
220	400	94	68	59	54	50
220	500	130	99	88	82	78
400	500	61	38	30	26	23

Tableau 8 - Economie de la solution recommandée par rapport aux étriers verticaux (%).

Si l'on désire simplifier quelque peu le choix en ne retenant que des solutions techniques aisément réalisables, tout en ne s'écartant guère de l'optimum, on peut finalement recommander les types d'armatures suivants :

a) pour armatures d'effort tranchant en S 220 (acier doux).

configuration (c) (étriers obliques d'inclinaison $\alpha = 45$) ;

b) pour des armatures d'effort tranchant en S 400 ou S 500 (acier mi-dur naturel ou écroui):

- si $f_{y\ell k} \geqslant f_{ywk}$: configuration (c) (étriers obliques d'inclinaison $\alpha = 45°$) ;

- si $f_{y\ell k} < f_{ywk}$: configuration (e) (réseau simple d'inclinaison résultante $\alpha = 45°$).

Ces choix conduisent à des valeurs de la fonction objectif ne différant que de 3 à 5 % de celles relatives aux configurations optimales effectives (tableau 7).

3.2. Comparaison des étriers verticaux et obliques

Il est instructif de comparer entre elles, avec plus de détails, les diverses configurations possibles d'étriers, à savoir (a) pour les étriers verticaux ($\alpha = 90°$) et (b) et (c) pour les étriers obliques d'inclinaison $\alpha = 59°$ et $\alpha = 45°$ respectivement. On prend commme référence la valeur de la fonction objectif F relative au cas d'étriers verticaux, celui-ci étant le plus fréquent en pratique, et on définit l'économie en pourcents par les relations :

$$E_c\ (\%) = 100\ \frac{F_a - F_b}{F_a}$$

ou $$E_c\ (\%) = 100\ \frac{F_a - F_c}{F_a}$$

Pour limiter quelque peu l'ampleur des résultats, seules les combinaisons de nuances identiques pour les armatures longitudinales et celles d'effort tranchant ont été considérées.

La méthode de calcul utilisée (cf. chapitre 1) impose de définir l'angle Θ d'inclinaison des fissures sur l'axe longitudinal de la poutre. Comme précédemment, la valeur $tg\,\Theta = 3/5$, correspondant à $\Theta = 31°$, a été adoptée pour l'exécution des calculs.

Les résultats obtenus montrent que l'utilisation d'étriers obliques conduit toujours à une économie du volume total d'acier, et que celle-ci est :

a) indépendante de la qualité du béton ;

b) indépendante de la nuance d'acier ;

c) très légèrement croissante avec la valeur de la sollicitation τ_{sd}, dans le domaine où le pourcentage minimal d'armatures d'effort tranchant n'est pas déterminant ;

d) croissante avec le rapport d/b_w, l'écart entre les valeurs extrêmes ne dépassant toutefois pas 5 % ;

e) obtenue surtout par le gain réalisé sur le renfort de la section des armatures longitudinales.

Les chiffres repris au tableau 9 montrent que l'utilisation d'étriers obliques conduit à une économie de l'ordre de 20 à 25 % du volume total d'acier nécessité par l'effort tranchant, par rapport au cas de référence à étriers droits. On remarque également que les deux configurations d'étriers obliques conduisent à des économies fort voisines, avec toutefois un avantage en faveur de la configuration (c) ($\alpha = 45°$), qui est d'ailleurs plus facile à mettre en oeuvre que

la configuration (b), en raison de la valeur de l'angle à respecter.

$\frac{d}{b_w}$	Configuration b $\alpha = 59°$	Configuration c $\alpha = 45°$
1	17,7 à 20,4	19,4 à 22,1
2	20,8 à 21,7	23,4 à 24,2
3	22,2 à 22,6	25,1 à 25,4
4	23,0 à 23,1	26,0 à 26,1
5	23,5 à 23,6	26,6 à 26,7

Tableau 9 - Economie apportée par les étriers inclinés par rapport aux étriers verticaux, pour $f_{y\ell k} = f_{ywk}$ (en %).

Ces résultats incitent à recommander de substituer aux étriers droits, des étriers obliques d'inclinaison 45°.

3.3. Influence de l'inclinaison des fissures

On peut raisonnablement se poser le problème de l'incidence de l'angle d'inclinaison des fissures sur le volume total d'acier nécessité par la présence d'un effort tranchant dans la section. On a montré dans [3] qu'un angle d'inclinaison des fissures Θ égal à 31° donne toujours la solution optimale lors du dimensionnement des armatures d'effort tranchant. Il est toutefois très intéressant d'étudier l'influence de cet inclinaison sur l'économie du dimensionnement.
A cet effet, on considère le cas habituel des étriers verticaux (configuration (a) : $\alpha = 90°$) et on adopte, successivement, deux hypothèses quant à l'inclinaison des fissures, à savoir $\Theta = 45°$ et $\Theta = 31°$. Le cas classique $\Theta = 45°$ servira de base de référence, par rapport à laquelle on définira l'économie E_c réalisée à l'aide de la relation :

$$E_c\ (\%) = \frac{F_a\ (\Theta = 45°) - F_a(\Theta = 31°)}{F_a\ (\Theta = 45°)}$$

Tout comme au paragraphe précédent, les calculs ne sont effectués que pour des valeurs égales de $f_{y\ell k}$ et f_{ywk}.

Les résultats obtenus montrent que le fait d'adopter $\Theta = 31°$, comme proposé à la référence [3], au lieu de la valeur traditionnelle $\Theta = 45°$, conduit systématiquement à une économie sensible et que celle-ci :

a) croit tout d'abord rapidement avec τ_{sd} puis finit par plafonner à une valeur indépendante de la qualité du béton ;

b) est indépendante de la nuance d'acier, toutes autres choses restant égales ;

c) évolue en sens inverse du rapport d/b_w, l'écart entre les valeurs extrêmes se situant aux alentours de 9 % ;

d) est le résultat d'une perte sur le renfort longitudinal qui se trouve être plus que compensée par le gain réalisé sur les armatures d'effort tranchant.

Le tableau 10 fournit un résumé des résultats obtenus. L'économie est maximale pour les valeur de τ_{sd} dépassant 7,5 % de f_{ck}. Pour des valeurs moindres de la contrainte sollicitante de calcul, l'économie diminue graduellement pour devenir nulle lorsque l'armature minimale préconisée par le Code-Modèle [1] est déterminante.

$\frac{d}{b_w}$	Economie sur armatures d'effort tranchant	Economie sur armatures longitudinales	Economie globale
1			0 à 22,0
2			0 à 17,3
3	0 à 40,0	0 à -66,7	0 à 15,2
4			0 à 13,9
5			0 à 13,1

Tableau 10 - Comparaison économique des angles d'inclinaison des fissures (en %)

Il peut paraître surprenant que des variations identiques des armatures longitudinales et d'effort tranchant conduisent à des économies globales variant en fonction de d/b_w. Ce fait résulte de la définition, au chapitre 1, de la fonction objectif F, dans laquelle le rapport de forme de la section constitue un facteur important.

Sur le plan pratique, il est clair que le fait d'adopter $\Theta = 31°$ conduit à une réduction du volume d'armatures d'effort tranchant et entraîne, par contre, un accroissement de la section des armatures longitudinales. Le bilan global reste toutefois toujours positif et pour autant que τ_{sd} dépasse 7,5 % de f_{ck}, on peut escompter une réduction du volume total d'acier de l'ordre de 20 à 13 %, selon la valeur du rapport d/b_w.

3.4. Choix d'une armature d'effort tranchant

Les considérations économiques qui viennent d'être développées se situent pour la plupart sur un plan général, indépendamment de contingences pratiques qui ne manquent pas de modifier quelque peu la formulation du problème économique. Si l'on veut transposer celui-ci en termes spécifiques pour l'ingénieur praticien ou l'ingénieur conseil, on admettra volontiers que les armatures longitudinales étant principalement dimensionnées à partir des moments fléchissants de calcul, la nuance $f_{y\ell k}$ des dites armatures sera, en principe, conditionnée par des considérations de résistance, la limitation de l'ouverture des fissures, voire mêmes d'impératifs de stock ou d'approvisionnement. Dès lors, la vérification à l'effort tranchant, abordée en second lieu, s'inscrit dans un cadre où la nuance $f_{y\ell k}$ des aciers longitudinaux constitue désormais une donnée du problème ; il s'agit alors de voir quelle combinaison du type d'armatures d'effort tranchant et de la nuance f_{ywk} de celle-ci, constitue le meilleur choix.

Si l'on veut bien se rappeler (cf. 3.1.3) que la configuration aisément réalisable la plus économique est soit (c) si $f_{y\ell k} \geq f_{ywk}$ et (e) si $f_{y\ell k} < f_{ywk}$, et que la valeur relative de la fonction objectif (F/db_w), peut être calculée à partir des résultats numériques obtenus à l'occasion des investigations explicitées au paragraphe 3.1., il est aisé de dresser le tableau 11. De l'examen de celui-ci, il résulte que l'économie du volume total des aciers nécessités par la

$f_{y\ell k}$ (MPa)	Choix comparés			
	f_{ywk} (MPa)	Type	(d/b_w)	$(F/db_w) \cdot 10^2$
220	220	c étriers $\alpha = 45°$	1	2,544
			2	2,081
			3	1,918
			4	1,834
			5	1,782
	400	e réseau simple $\alpha = 45°$	1	1,198
			2	1,198
			3	1,198
			4	1,198
			5	1,198
	500	e réseau simple $\alpha = 45°$	1	0,906
			2	0,906
			3	0,906
			4	0,906
			5	0,906
400	220	c étriers $\alpha = 45°$	1	2,403
			2	1,941
			3	1,787
			4	1,710
			5	1,664
	400	c étriers $\alpha = 45°$	1	1,399
			2	1,144
			3	1,055
			4	1,009
			5	0,980
	500	e réseau simple $\alpha = 45°$	1	0,972
			2	0,972
			3	0,972
			4	0,972
			5	0,972
500	220	c étriers $\alpha = 45°$	1	2,368
			2	1,907
			3	1,753
			4	1,676
			5	1,629
	400	c étriers $\alpha = 45°$	1	1,365
			2	1,111
			3	1,026
			4	0,984
			5	0,958
	500	c étriers $\alpha = 45°$	1	1,119
			2	0,915
			3	0,844
			4	0,807
			5	0,784

Tableau 11 - Choix d'une armature d'effort tranchant

présence d'un effort tranchant impose de recourir systématiquement, pour les armatures d'effort tranchant, à la nuance f_{ywk} la plus élevée dans tous les cas, en l'occurence de l'acier S 500, et d'adopter la configuration en réseau à nappe simple de résultante à 45°ou en étriers obliques à 45° selon que les barres longitudinales sont de nuance S 220 - S 400 et S 500 respectivement.

Bien sûr, l'économie d'une solution est gouvernée par son coût plutôt que par sa dépense en matériau. Dès lors, les résultats fournis par la dernière colonne du tableau 11 ne sont pas suffisants pour permettre un jugement judicieux à ce point de vue car le coût unitaire des aciers doit intervenir. A ce effet, on donne ci-après le tableau des prix unitaires moyens, ramenés à l'unité pour les barres en acier doux ; ces prix sont approximatifs car ils dépendent du diamètre choisi, du tonnage à fournir, d'extras variables selon le producteur,... .

Nuance	Barres	Treillis
S 220	1	-
S 400	1	1,10 à 1,15
S 500	1,05 à 1,1	1,15 à 1,2

Tableau 12 - Prix unitaires moyens relatifs

Si l'on admet en outre que le prix unitaire plus élevé des réseaux fabriqués à l'aide de treillis peut être compensé partiellement par une réduction de la main d'oeuvre nécessaire au façonnage des armatures, on remarquera que les différences relevées au tableau 11, qui tient uniquement compte du poids, ne sauraient être compensées par l'incidence de prix unitaires différentiels au point de modifier les conclusions énoncées plus haut.

4. CONCLUSIONS

L'existence d'un effort tranchant exige en général de disposer des armatures transversales, dites d'effort tranchant, et d'accroître la section des armatures longitudinales, calculée à partir du seul moment fléchissant. Le volume total d'acier ainsi requis dépend de l'angle Θ d'inclinaison présumée des fissures et du mode de répartition entre les armatures longitudinales et d'effort tranchant. En adoptant le modèle de comportement du Manuel C.E.B. - F.I.P., pour lequel, conformément à une étude antérieure, on pose $\Theta = 31°$, l'exploitation d'un grand nombre d'investigations numériques conduit à retenir, comme configurations économiques des armatures d'effort tranchant, les étriers obliques à 45° et les réseaux simples d'inclinaison résultante 45°. Les étriers obliques à 45° conduisent à une économie globale de $\pm$ 20 % par rapport aux étriers droits, tandis que l'adoption d'un modèle pour lequel $\Theta = 31°$ peut laisser escompter un gain maximum sur le volume du matériau, de l'ordre de 10 à 20 %. Sur un plan pratique, on montre comment à partir d'une nuance déterminée des armatures longitudinales, on détermine la configuration et la nuance des armatures d'effort tranchant qui fournissent la solution optimale.

Les auteurs tiennent enfin à mettre en évidence l'intérêt de rédiger les codes et normes sous forme de relations explicites de tous les facteurs gouvernant un phénomène, sans lesquelles des études similaires à la présente ne peuvent avoir lieu.

NOTATIONS

A_{sw} : section transversale totale des brins d'un étrier ;

$A_{s\ell}$: section transversale des armatures longitudinales tendues ;

$\Delta A_{s\ell}$: accroissement de $A_{s\ell}$ nécessité par l'action de l'effort tranchant ;

F : quantité d'acier par unité de longueur ;

b_w : épaisseur d'âme ;

d : hauteur utile de la poutre ;

f_{ck} : résistance caractéristique (en compression) du béton sur cylindre ;

f_{ywk} : résistance cacractéristique des étriers ;

$f_{y\ell k}$: résistance caractéristiques des armatures longitudinales ;

s : pas des étriers ;

α : inclinaison des étriers sur l'axe de la poutre ;

Θ : inclinaison des fissures sur l'axe de la poutre ;

τ_{sd} : contrainte tangentielle sollicitante de calcul ;

BIBLIOGRAPHIE

[1] C.E.B.-F.I.P. : Code-Modèle C.E.B.-F.I.P. pour les structures en béton. Troisième édition des Recommandations Internationales C.E.B.-F.I.P, 1978.

[2] GROB, J. et THURLIMANN, B. : Ultimate Strength and Design of Reinforced Concrete Beams under Bending and Shear. Mémoires de l'A.I.P.C., 36-II, 1976, pp. 105-120.

[3] MAQUOI, R. et RONDAL, J. : L'armature optimale d'effort tranchant dans les poutres en béton. (A paraître).

[4] MORSCH, E. : Die Schubsicherung der Eisenbetonbalken. - Beton und Eisen, 1927, H.2, pp. 27-35.

[5] RITTER, W. : Die Bauweise Hennebique. Schweizerische Bauzeitung, Februar 1899.