

Estimation de la fiabilité des poutres en béton armé

Autor(en): **Pinglot, M. / Mebarki, A. / Lorrain, M.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE proceedings = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **9 (1985)**

Heft P-91: **Reliability of reinforced concrete beams**

PDF erstellt am: **27.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-39140>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Estimation de la fiabilité des poutres en béton armé

Schätzung der Zuverlässigkeit von Stahlbetonbalken

Reliability of Reinforced Concrete Beams

M. PINGLOT

Maître Assistant
Lab GC, INSA-UPS
Toulouse, France

M. Pinglot, né en 1946, est Ingénieur de l'INSA de Toulouse. Depuis 1968 il effectue des recherches d'abord dans le domaine du béton partiellement précontraint puis dans celui de la sécurité des structures. Il a obtenu en 1974 le titre de Docteur Ingénieur de l'INSA où il exerce la fonction de Maître de Conférences.

A. MEBARKI

Ing. ENP Alger
Lab GC, INSA-UPS
Toulouse, France

A. Mebarki, né en 1957, est Ingénieur de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger. Il a obtenu le titre de Docteur-Ingénieur en 1984 à l'INSA, Toulouse. Ses recherches concernent la fiabilité des structures et en particulier celle des poutres en béton armé.

M. LORRAIN

Professeur
Lab GC, INSA-UPS
Toulouse, France

M. Lorrain, né en 1947 obtient le Diplôme d'Ingénieur Civil des Ponts et Chaussées à Paris en 1969 et le Doctorat ès Sciences à l'Université Paul Sabatier de Toulouse en 1974. Il est actuellement Professeur au Département de Génie Civil de l'INSA qu'il dirige depuis 1983.

RÉSUMÉ

Les auteurs estiment la probabilité de ruine en flexion de poutres en béton armé en tenant compte des différentes incertitudes de fabrication et d'exploitation. Les résultats sont examinés à l'aide d'une méthode de niveau II puis par une méthode de simulation de Monte Carlo, en utilisant un modèle mécanique indépendant de l'histoire du chargement. Les résultats sont comparés avec les valeurs trouvées au moyen d'un modèle plus proche du comportement réel, lequel permet de tenir compte chronologiquement de tout événement.

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird die Wahrscheinlichkeit des Versagens von Stahlbetonbalken unter Biegung untersucht. Dabei werden verschiedene auf Herstellung und Nutzung zurückzuführende Unschärfen in Betracht gezogen. Die so erhaltenen Ergebnisse werden mit Hilfe der elementaren Zuverlässigkeitstheorie und mit der Simulations-Methode Monte Carlo untersucht, wobei das zugrundegelegte mechanische Modell unabhängig vom Belastungsprozess ist. Die Ergebnisse werden verglichen mit den Werten, die sich aufgrund eines richtigeren Modells ergeben, welches die Belastungsgeschichte in Betracht zieht.

SUMMARY

The authors have studied the failure probability of reinforced concrete beams subjected to pure bending. The different uncertainties which may occur during construction and loading have been taken into account. They discuss the results obtained with a level-2 method, then those given by a Monte Carlo simulation method applied to a mechanical model independent of the loading process. The results are compared with the values given by a more accurate model which includes the actual loading process.



INTRODUCTION

Estimer la probabilité de ruine des ouvrages en béton armé est aujourd'hui une des conditions du progrès dans ce domaine. Si l'optimisation de la construction que l'on pourrait en attendre se heurte encore à beaucoup de difficultés, le calcul probabiliste peut en revanche apporter à bref délai des améliorations pour ce qui concerne les règles de calcul, les normes de construction et les contrôles à effectuer, ou encore la définition des recherches nécessaires [1].

Nous avons, dans ce cadre, essayé d'estimer la probabilité de ruine des poutres en béton armé, complétant une première étude effectuée dans le cas des poteaux de bâtiment [2]. Dans la première partie de cette étude nous avons testé la validité et l'intérêt d'une méthode de niveau II, les résultats étant comparés avec ceux obtenus par une méthode de simulation de MONTE-CARLO.

Ces calculs ont été menés à l'aide d'un modèle mécanique classique pour le béton armé, qui consiste à tenir compte globalement de l'effet des charges permanentes associées à des charges variables.

Il n'y a pas alors indépendance stricte entre la résistance de l'élément et la charge totale appliquée parce que le comportement réel dépend de l'histoire du chargement, ce qui peut fausser les calculs. Nous avons donc examiné dans la seconde partie les résultats obtenus au moyen d'un modèle mécanique plus perfectionné, permettant de tenir compte des différentes étapes du chargement. Un tel modèle permet également de tenir compte de n'importe quel évènement, aléatoire ou non, pouvant se produire pendant la durée de vie prévue de l'ouvrage.

1 - DEFINITION DE L'ETAT LIMITE DE LA STRUCTURE

1-1 - Hypothèses générales du calcul

La poutre étudiée est représentée sur la figure 1, (G) désigne la charge permanente et (Q) la charge variable, charges que l'on suppose uniformément réparties.

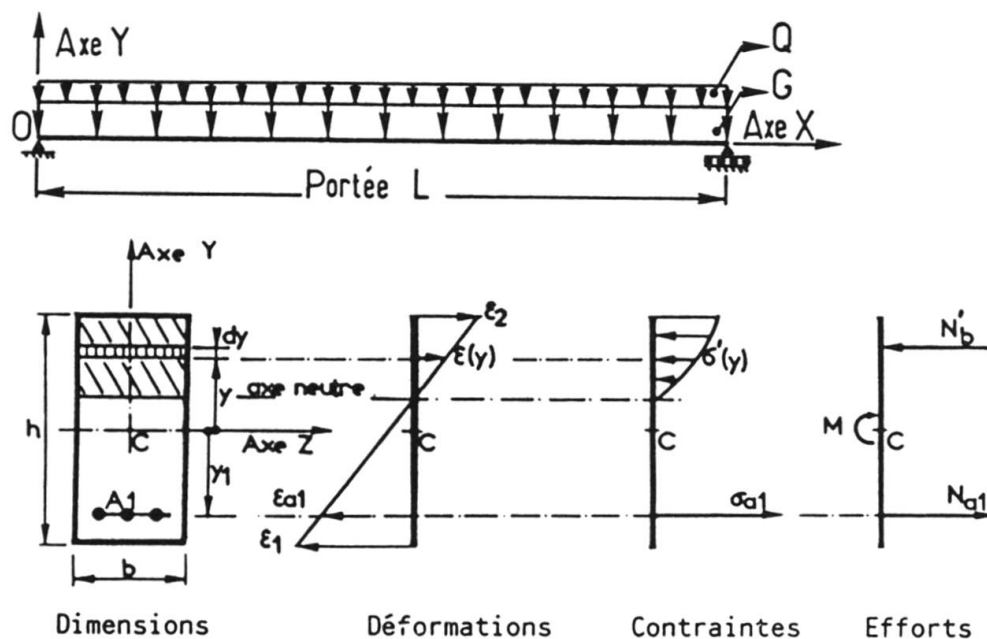


Fig. 1 Définition de la poutre étudiée. Equilibre de la section centrale.

Les caractéristiques mécaniques et géométriques de la poutre sont supposées constantes tout le long de la ligne moyenne. On se borne, dans cette étude, au cas de la ruine par flexion, à l'exclusion de celle par effort tranchant ou par d'autres phénomènes tels que l'incendie, la corrosion, etc...

Le problème se ramène alors à l'étude en flexion pure de la section centrale.

Supposant connues les lois contraintes-déformations des matériaux, on peut définir par points le diagramme moment-courbure de la ligne moyenne au milieu de la poutre : se fixant une valeur ε_2 de la déformation de fibre supérieure (figure 1), on recherche la déformation ε_1 en fibre inférieure telle que l'équilibre des forces soit réalisé. Le maximum du diagramme donne la capacité portante totale R de la poutre.

La loi contrainte-déformation utilisée pour l'acier est pour tous les cas de cette étude celui défini par les Règles B.A.E.L. 80 dans le cas des aciers écrouis.

En ce qui concerne le béton, la loi est différente suivant le modèle de calcul utilisé : modèle de la "Résistance Globale" ou modèle de la "Résistance Résiduelle".

1-2 - Modèle de la "Résistance Globale"

Le diagramme contrainte-déformation est déduit du diagramme proposé par les Règles C.E.B.-F.I.P. [3], valable pour les charges de courte durée d'application. Pour cela, on prend en compte globalement l'effet du fluage en multipliant les déformations correspondant à une contrainte donnée par le coefficient $(1 + \alpha_c \varphi)$, α_c étant le rapport de la charge permanente à la charge totale et φ le coefficient de fluage. De plus, la résistance est minorée par un coefficient $\mu = 0,85$ pour tenir compte de l'effet défavorable des charges maintenues. (figure 2).

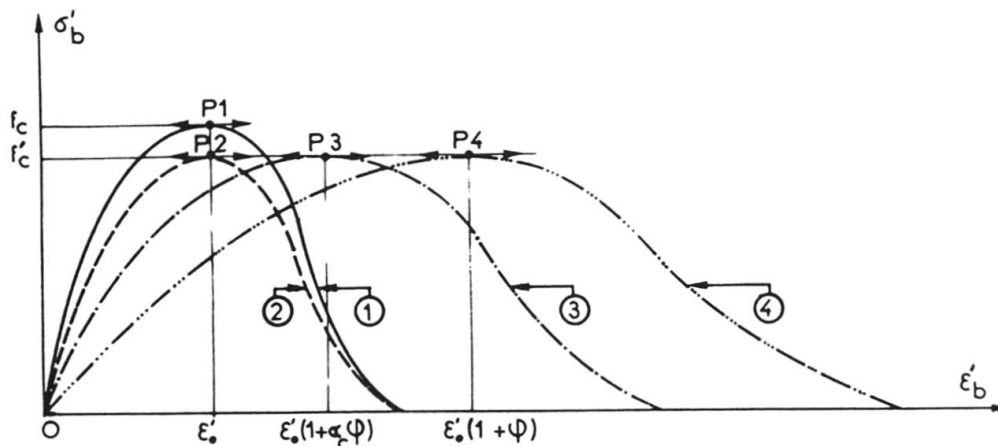


Fig. 2 Diagrammes σ - ε du béton - Méthode de la résistance globale.

1 - Chargement de courte durée. 2 - Diagramme avec réduction de résistance. 3 - Chargement de longue durée associé à un chargement de courte durée. 4 - Chargement de longue durée.



Ce modèle permet de déterminer, par le processus précédemment exposé, la résistance "globale" R_g de la poutre que l'on doit comparer à la sollicitation "globale" S appliquée. Il y aura ruine si

$$R_g < S \quad \text{avec} \quad S = G + Q$$

1-3 - Modèle de la "Résistance Résiduelle"

A l'aide de ce modèle, on cherche à définir l'état de la structure à chaque étape du chargement. Celles qui sont envisagées ici sont :

- la charge permanente est appliquée : les déformations évoluent en raison du fluage jusqu'à stabilisation (ou encore, le cas échéant, jusqu'à la ruine),
- la charge variable est ensuite appliquée et ce pour une courte durée.

Pour la première phase, on utilise pour le béton le diagramme précédent en donnant à α_c la valeur 1. On peut alors définir le diagramme de déformations dans la section centrale de la poutre, correspondant aux charges permanentes seules.

A toute augmentation de déformation de courte durée, on peut alors faire correspondre une augmentation de contraintes : on utilise pour cela le diagramme de courte durée translaté, pour chaque fibre, d'une quantité égale à sa déformation initiale [4]. La résistance du béton reste minorée par le coefficient 0,85. (figure 3).

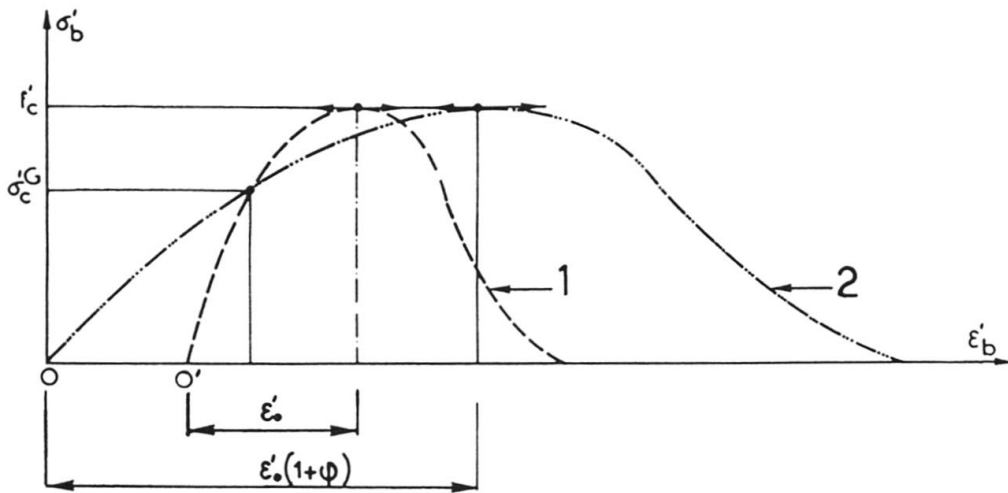


Fig. 3 Diagramme σ - ϵ du béton. Méthode de la résistance résiduelle.

- Diagramme de courte durée translaté pour une contrainte initiale σ'_c^G sous charges permanentes.
- Diagramme pour un chargement de longue durée.

Considérant ainsi l'état d'une poutre soumise à une charge permanente, il est possible de prévoir son comportement sous l'action d'une charge variable supplémentaire. La valeur de celle-ci qui entraîne la rupture sera appelée "Résistance Résiduelle" R_r . Il y aura ruine si

$$R_r < Q$$

2 - LOIS DE DISTRIBUTION DES DIFFERENTES VARIABLES DE BASE

Les grandeurs qui ont été considérées comme des variables aléatoires de base sont :

- la résistance f_c du béton et son module d'élasticité tangent à l'origine E_{ij} ,
- la limite d'élasticité f_e des armatures et leur position définie par Y_1 ,
- les dimensions de coffrages b et h ,
- la charge permanente (supposée constante dans le temps),
- la charge variable (pour la durée de vie prévue de l'ouvrage).

Les distributions ont été choisies, d'une part en utilisant les mesures systématiques effectuées in situ sur cinq chantiers types de la région parisienne par le C.E.B.T.P. [5], d'autre part à l'aide d'études publiées dans différents documents [6],[1] ; elles ont été publiées par ailleurs [2]. Leurs principales caractéristiques sont données en annexe.

Insistons sur le fait que les résultats trouvés ne peuvent être interprétés indépendamment de celles-ci.

Il convient de préciser de plus que ces distributions sont celles des incertitudes seules, à l'exclusion des erreurs grossières dont l'influence doit selon nous être examinée séparément.

3 - ETUDE DE LA FIABILITE PAR UNE METHODE DE NIVEAU II. MESURE DE L'INDICE DE SECURITE β PAR UNE METHODE DITE DE LA "DISTANCE MINIMALE"

3-1 - Principe de la méthode

Cette méthode [7] comporte les principales étapes suivantes :

- 1 - la transformation des n variables aléatoires de base X_i en n variables aléatoires U_i , normales, standardisées et indépendantes entre elles,
- 2 - la définition, dans l'espace R^n de ces variables, de la "surface d'état-limite" séparant le domaine de sécurité et le domaine de ruine,
- 3 - la recherche du point P^* de cette surface le plus proche de l'origine O des axes U_i .

Cette distance minimale OP^* est ce qu'on appelle l'indice de sécurité β .

Lorsque la "surface d'état-limite" est linéaire (droite, plan ou hyperplan selon la dimension de R^n) la probabilité de ruine est donnée par :

$$Pf_L = 1 - \Phi(\beta),$$

où $\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi Normale Standardisée.

Dans le cas où cette surface est une hypersphère, on obtient :

$$Pf_S = 1 - X_n^2(\beta^2),$$

où X_n^2 est la fonction de répartition de la loi dite du Khi carré à n degrés



de liberté (n étant la dimension de R^n ; soit ici $n = 8$).

Lorsque le domaine de sécurité est convexe on peut écrire :

$$Pf_s > Pf > Pf_L$$

et lorsqu'il est concave :

$$0 < Pf < Pf_L$$

3-2 - Distance minimale OP*

En parcourant la surface d'état-limite à partir d'un point quelconque de celle-ci, on peut trouver une valeur approchée de $\beta = OP^*$ au moyen d'un processus itératif. Il est cependant nécessaire de vérifier qu'il ne s'agit pas d'un minimum local, ce que nous avons fait en choisissant successivement plusieurs points de départ très différents.

Dans le cas par exemple où le pourcentage d'armatures tendues $\bar{\omega} = A/bh$ est égal à 1 % et où $\alpha = 0,33$ nous avons ainsi trouvé :

$$\beta = 5,15$$

On peut donc en déduire les valeurs suivantes :

$$Pf_L = 1 - \emptyset(\beta) = 1,3 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{et } Pf_s = 1 - \chi_n^2(\beta^2) = 8,5 \cdot 10^{-4}$$

3-3 - Probabilité de ruine

Pour situer la probabilité de ruine par rapport à Pf_L et à Pf_s il est nécessaire de connaître la forme de la surface d'état-limite.

Son allure générale peut être définie par sa trace dans les différents plans des variables.

Considérons ainsi, dans l'espace R^n des variables centrées, le plan correspondant à la résistance f_c du béton et à la charge variable Q . Dans ce plan, toutes les autres variables prennent leurs valeurs moyennes \bar{b} , \bar{Y}_1 , $\bar{E}i_j$, \bar{f}_e , \bar{G} , \bar{h} . Lorsque f_c augmente indéfiniment, le moment équilibré reste borné par :

$M_1 = 1,2 A_1 \bar{f}_e (\bar{Y}_1 + \bar{h}/2)$, le coefficient 1,2 tenant compte du fait que les aciers sont ici du type écrouissable et $(\bar{Y}_1 + \bar{h}/2)$ étant la valeur limite du bras de levier des forces internes.

La charge Q est donc de ce fait limité par :

$$Q_1 = M_1 / 8 l^2 - \bar{G}$$

Par ailleurs, la charge permanente étant fixée dans ce plan à la valeur \bar{G} , la résistance minimale f_{c1} du béton y est donnée par la relation :

$$\frac{1}{2} \bar{b} f_{c1} (\bar{Y}_1 + \bar{h}/2)^2 = \bar{G} l^2 / 8$$

De même, dans le plan correspondant à f_e et à Q , le moment équilibré est borné par :

$$M_2 = \frac{1}{2} \bar{b} \bar{f}_c (\bar{Y}_1 + \bar{h}/2)^2 ,$$

la charge Q est donc limitée par

$$Q_2 = M_2 \cdot 8/l^2 - \bar{G}$$

Toujours dans ce plan, lorsque Q tend vers zéro, la charge permanente \bar{G} devant être équilibrée, la limite d'élasticité f_e ne peut être inférieure à la valeur f_{e2} donnée par la relation :

$$1,2 A_1 f_{e2} (\bar{Y}_1 + \bar{h}/2) = \bar{G} l^2/8$$

Les traces de la surface d'état limite dans ces plans ont ainsi l'allure indiquée sur la figure 4, où (f_c) , (f_e) et (Q) représentent les variables normales standardisées correspondant à f_c , f_e et Q . (La transformation des variables centrées en variables normales standardisées conserve bien entendu l'allure générale de la surface d'état limite).

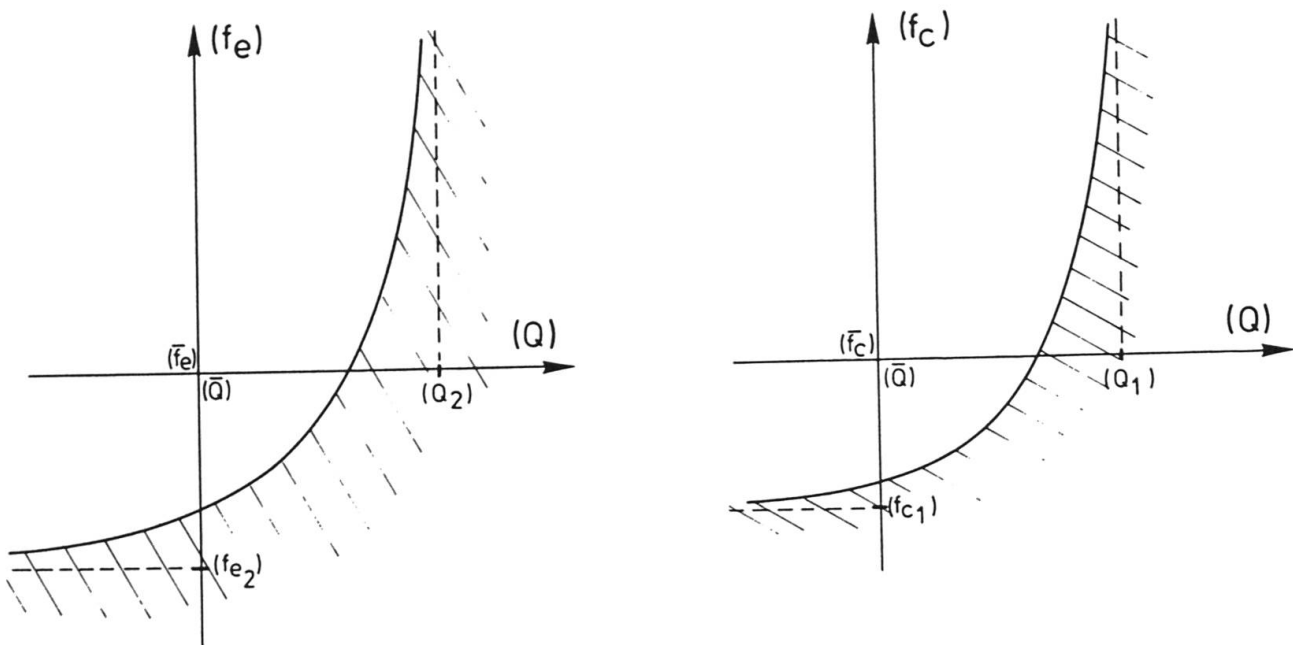


Fig. 4 Traces de la surface d'état limite. Plans $(Q)(f_e)$ et $(Q)(f_c)$

Si on se place maintenant dans le plan $(f_e)(f_c)$, les charges G et Q étant fixées à leurs moyennes respectives, il est clair qu'on ne peut obtenir d'équilibre si f_e est inférieur à :

$$f_{e3} = (\bar{G} + \bar{Q}) l^2/8 / 1,2 A_1 (\bar{Y}_1 + \bar{h}/2) ,$$

ou si f_c est inférieur à :

$$f_{c3} = (\bar{G} + \bar{Q}) l^2/8 / 0,5 \bar{b} (\bar{Y}_1 + \bar{h}/2)$$

La trace a donc la forme indiquée sur la figure 5.

En suivant le même raisonnement, on peut donner l'allure des traces dans les autres plans réunissant deux variables.

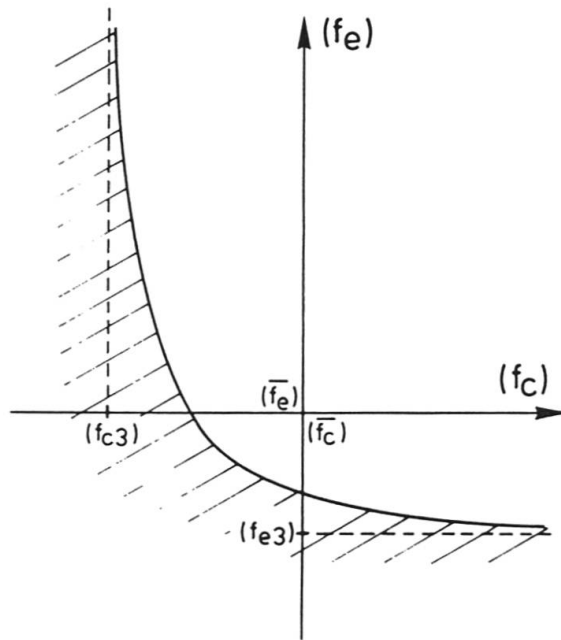


Fig. 5 Trace de la surface d'état limite. Plan (fe)(fc)

Il apparaît ainsi que le domaine de ruine a dans l'ensemble une forme fortement concave. On peut donc estimer la probabilité de ruine par :

$$\text{soit } \begin{matrix} Pf_L < Pf < Pf_s, \\ 10^{-7} < Pf < 10^{-3} \text{ environ.} \end{matrix}$$

3-4 - Commentaires sur la méthode de niveau II utilisée

Cette méthode s'est révélée très coûteuse en temps de calcul, étant donné le nombre des variables aléatoires et la difficulté de détermination des points définissant la surface d'état limite.

Dans le cadre de cette étude elle ne donne pas pour autant de résultats très concluants puisque les bornes de Pf sont dans le rapport 10^4 . La surface d'état limite étant très éloignée de l'hyper-plan comme de l'hyper-sphère, on peut penser de plus que la méthode serait aussi impropre à des études seulement comparatives. Il n'est pas sûr en effet que Pf diminue lorsque β augmente lorsqu'on fait varier un paramètre, les variations de forme de la surface d'état limite pouvant compenser celles de la distance minimale OP*.

4 - SIMULATIONS DE MONTE CARLO - METHODE DE LA RESISTANCE GLOBALE

La probabilité de ruine peut être calculée par la formule : (*)

$$Pf = \int_0^{\infty} |1 - F_S(r)| \cdot f_R(r) \cdot dr, \text{ en désignant par } F_S(s) \text{ la fonction de répartition de la charge totale } S = G + Q \text{ et } f_R(r) \text{ la densité de probabilité de la résis-}$$

(*) Les détails de la méthode sont exposés dans la référence [2].

tance globale R des poutres, R et S étant supposées stochastiquement indépendantes.

La fonction $F_s(s)$ étant supposée connue, nous avons seulement effectué des simulations pour approcher la fonction $f_R(r)$. La simulation ne porte ainsi que sur les caractéristiques géométriques et mécaniques des poutres.

En désignant par $r^{(k)}$ la résistance globale de la poutre obtenue à la $k^{\text{ième}}$ simulation, la formule précédente conduit à estimer la probabilité de ruine par :

$$Pf = \sum_{k=1}^{N_{\text{sim}}} 1/N_{\text{sim}} \left[1 - F_s(r^{(k)}) \right],$$

N_{sim} étant le nombre de simulations effectuées.

Pour définir la valeur optimale de ce nombre, nous avons réalisé deux séries indépendantes de simulations.

Sur la figure 6 il apparaît que les écarts entre deux séries restent très faibles en valeur absolue ; une stabilisation suffisante de Pf est obtenue pour 500 simulations environ.

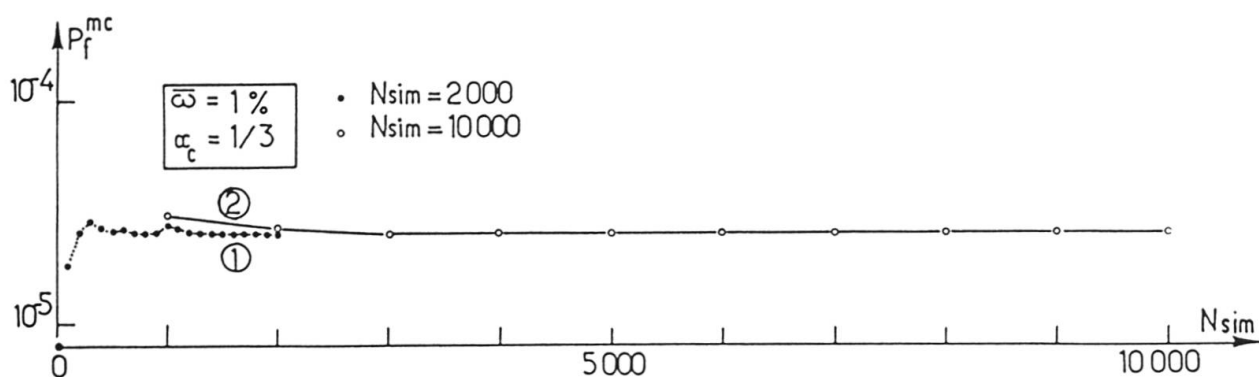


Fig. 6 Influence du nombre de simulations. Influence de l'initialisation

La valeur de Pf obtenue dans le cas où $\bar{\omega} = 1\%$ et de $\alpha_c = 0,33$ est $Pf = 2,5 \cdot 10^{-5}$. Ceci montre bien que les valeurs de Pf_L ou Pf_S obtenues par la méthode de niveau 2, soit respectivement 10^{-7} et 10^{-3} , ne peuvent donner une estimation satisfaisante de Pf .

5 - SIMULATIONS DE MONTE CARLO - METHODE DE LA RESISTANCE RESIDUELLE

Le modèle précédent peut apparaître exagérément simplifié pour deux raisons essentielles.

- la première est que l'on décrit globalement le fonctionnement de la structure, sans se préoccuper de l'histoire réelle du chargement (ou des événements pouvant affecter sa résistance).
- La seconde est que l'on doit supposer une valeur fixée à l'avance du coefficient α_c , alors qu'on ne connaît en fait que sa valeur probable, les charges qui le définissent ayant un caractère aléatoire.



Une méthode plus conforme au comportement réel, permettant de tenir compte des différentes phases de chargement est celle de la "résistance résiduelle" exposée au paragraphe 1.3. Les poutres simulées sont définies par leurs caractéristiques géométriques et mécaniques mais aussi par la charge permanente appliquée.

En désignant par $r^{(k)}$ la résistance résiduelle, vis-à-vis d'une charge variable, obtenue à la $k^{\text{ième}}$ simulation, la probabilité de ruine peut être estimée par :

$$P_f = \sum_{k=1}^{N_{\text{sim}}} 1/N_{\text{sim}} \left[1 - F_Q(r^{(k)}) \right]$$

$F_Q(\cdot)$ désignant la fonction de répartition de la charge variable.

Les résultats obtenus pour différentes valeurs de $\bar{\omega}$ et de α_c sont montrés sur les figures 7, 8 et 9. D'autres résultats sont disponibles par ailleurs [8].

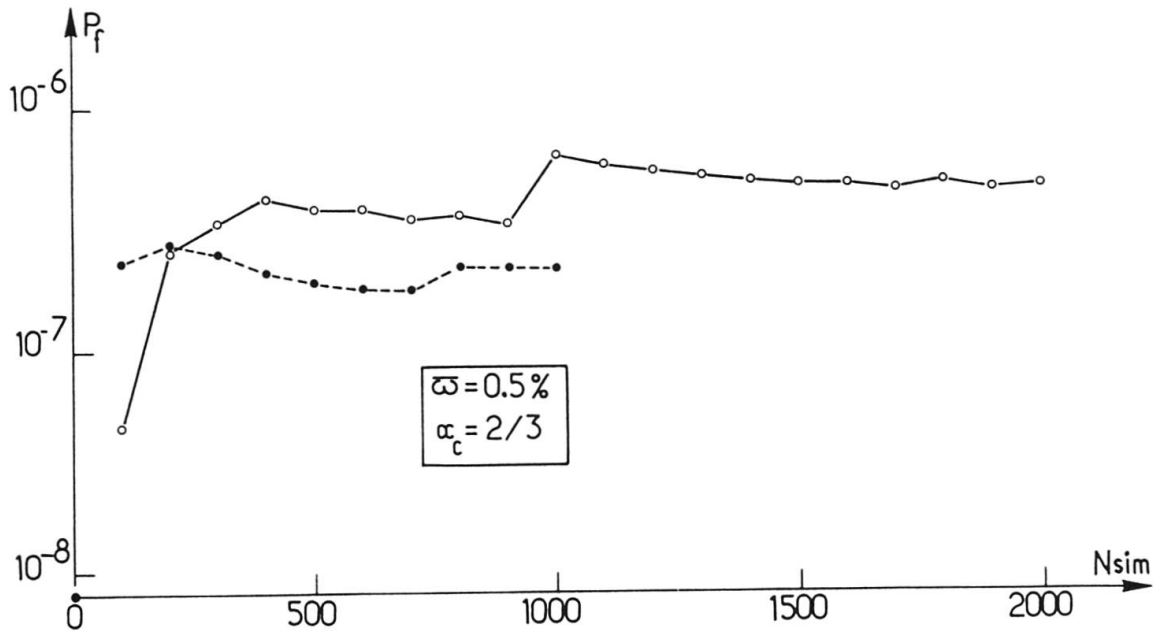


Fig. 7 Cas n° 1

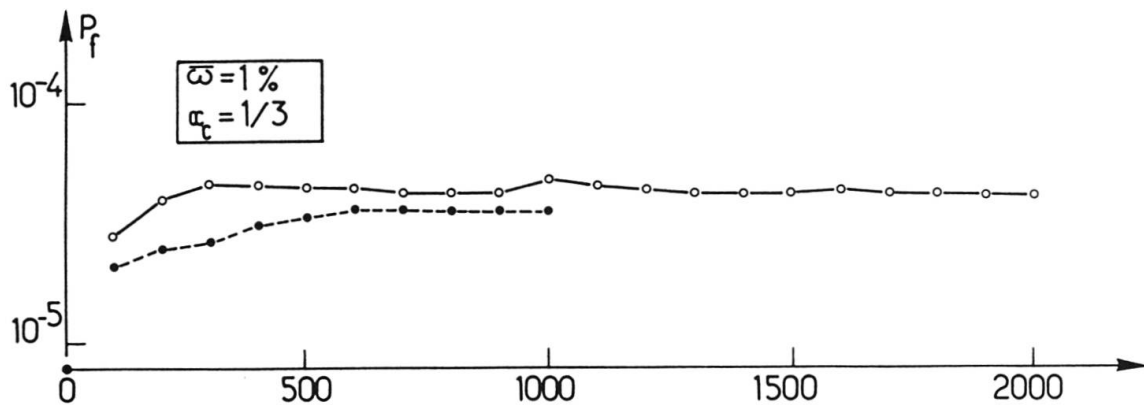


Fig. 8 Cas n° 2

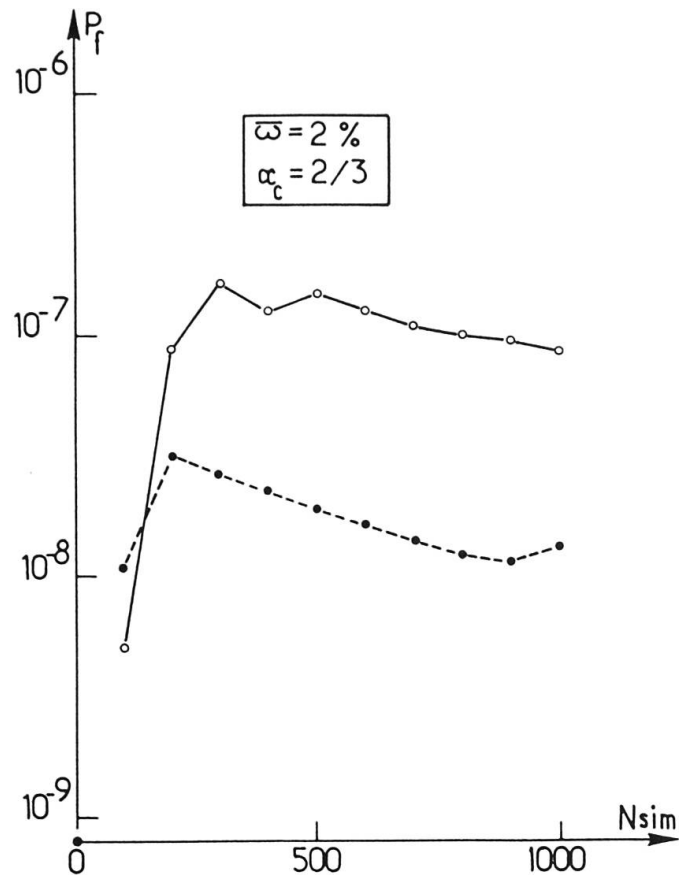


Fig. 9 Cas n° 3

Dans chaque cas, deux simulations indépendantes ont été effectuées. Le coefficient α_c est ici le rapport de la charge permanente "de calcul" à la charge totale "de calcul", charges définies à partir de leur distributions et en appliquant les Règles B.A.E.L.

Les écarts restent très faibles en valeur absolue entre les deux séries et la probabilité de ruine se stabilise là encore pour 500 simulations environ.

Les valeurs obtenues dans le cas où $\bar{\omega} = 1\%$ et $\alpha_c = 0,33$ sont comparées sur la figure 10 avec celles obtenues avec la méthode de la résistance globale, les caractéristiques géométriques et mécaniques des poutres étant les mêmes

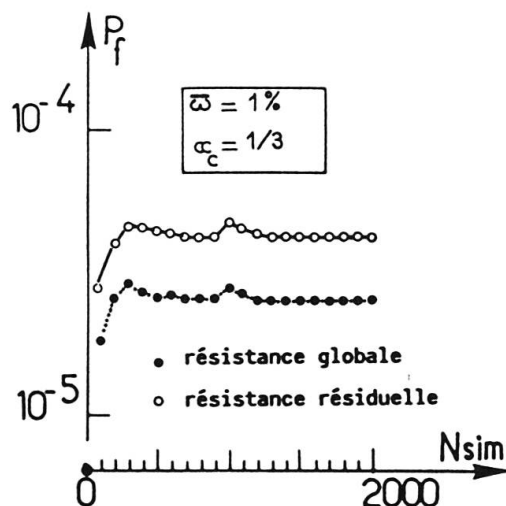


Fig. 10 Comparaison des résultats obtenus : méthode de la résistance globale et méthode de la résistance résiduelle.



pour les deux séries. La probabilité de ruine trouvée est $P_f = 4,2 \cdot 10^{-5}$. La méthode précédente avait donné $P_f = 2,5 \cdot 10^{-5}$. Un tel écart ne remet pas fondamentalement en cause la méthode de la résistance globale, l'ordre de grandeur de P_f étant bien respecté. Beaucoup moins onéreux que le modèle de la résistance résiduelle, il garde ainsi tout son intérêt en particulier pour des études comparatives. Notons cependant que des écarts plus sensibles pourraient se produire dans le cas d'autres types de structures, dont le comportement est plus étroitement lié à l'histoire du chargement.

CONCLUSIONS

La méthode de niveau II, dite de la distance minimale, que nous avons appliquée ne nous a pas permis de donner un ordre de grandeur de la probabilité de ruine des poutres en béton armé, les bornes P_{f_s} et P_{f_L} étant dans le rapport 10^4 . Son intérêt pour des études comparatives subsiste cependant à condition, selon nous, d'établir par comparaison avec une autre méthode, une relation entre l'indice β et la probabilité de ruine P_f . Ceci ne met pas en cause bien entendu l'utilisation de cette méthode dans certains autres cas particuliers.

La méthode de simulation dite de la résistance globale permet d'obtenir une estimation convenable de P_f par un calcul simple, fiable, et relativement peu coûteux.

Enfin, la méthode de simulation dite de la résistance résiduelle reste la plus précise et la plus rigoureuse, permettant de prendre en compte les différentes phases du chargement et, par extension, tout événement susceptible de modifier la "résistance résiduelle" d'une structure. Il s'agit là d'un outil privilégié, que ce soit pour la mesure de la sécurité des structures, pouvant conduire ultérieurement à leur optimisation, ou pour le "calibrage" des autres méthodes, en particulier les méthodes de niveau I destinées au dimensionnement.

BIBLIOGRAPHIE

1. MATHIEU H., Comité Euro-International du Béton. Manuel "Sécurité des Structures". Bulletins d'information n° 127 et 128 Décembre 1978, Janvier 1980.
2. PINGLOT M. et LORRAIN M., La sécurité à l'effondrement des bâtiments. Annales de l'I.T.B.T.P. série TMC/265 juin 1984.
3. Comité Euro-International du Béton. Système International de Réglementation Technique Unifiée des Structures. Bulletin d'Information n° 124-125 avril 1978.
4. FOURE B., Le flambement des poteaux, compte tenu du fluage du béton. Annales de l'I.T.B.T.P., série TMC/214, n° 359 mars 1978.
5. MAMILLAN M., C.E.B.T.P. Etude de la sécurité des poteaux. Influence des défauts d'exécution. Dossier n° 422-9-051 juillet 1981.
6. MAC GREGOR J.G., Conception probabiliste des structures en béton armé et précontraint. C.T.I.C.M. Conférences 8-9 septembre 1980.
7. LIND N.C. et HASOFER A.M., Exact and invariant second moment code format. Journal of the Engineering Mechanics Division, février 1974.
8. MEBARKI A., Evaluation de la probabilité de ruine des poutres en béton armé. Thèse de Docteur Ingénieur, I.N.S.A. Toulouse juillet 1984.